

Pila

Manuale completo: la calcolatrice RPN per fisici, con unità di misura, vettori, matrici e costanti

Giovanni Nicco — Liceo Scientifico «A. Volta», Torino — ottobre 2026

Come leggere questo documento. Pila è un'applicazione web a pagina singola (<https://giovanninicco.com/Pila.html>) pensata per il telefono e comoda anche sul computer. Il documento descrive lo schermo, i tasti uno per uno, la scrittura accettata nella riga, i comandi a lettere, i messaggi di errore e i limiti noti, con esempi svolti. È scritto per essere letto da una persona e anche da un assistente come NotebookLM: ogni sezione è autonoma e i termini sono spiegati la prima volta che compaiono. Aggiornato al 9 ottobre 2026 (tasto  nella barra fissa, dimensione dei tasti, tastiere personalizzate, pulsante `cmd`, scritture abbreviate).

Indice

1	Panoramica	2
1.1	Installazione e dati	2
2	La notazione polacca inversa in due minuti	3
3	Lo schermo	3
4	La tastiera	4
4.1	La barra fissa	4
4.2	Numeri e funzioni	5
4.3	Le altre sezioni	5
4.4	Dimensione dei tasti e tastiere personalizzate	6
5	I numeri	6
6	Le unità di misura	7
6.1	Scrivere un valore con l'unità	7
6.2	Le unità sui tasti	7
6.3	I calcoli	7
6.4	Conversioni	8
7	Variabili ed espressioni	8
7.1	Definire una variabile: tre modi	8
7.2	Usare le variabili	8
8	Vettori e matrici	8
8.1	Inserire un vettore	8
8.2	Vettori con nome e freccia	9
8.3	Operazioni	9
9	Le costanti fisiche	10
10	I comandi a lettere	13
11	La tastiera del computer	15

12 Copiare, modificare, eliminare un valore	15
13 I dati di un problema da gees	15
14 Messaggi di errore	16
15 Esempi svolti per la classe	17
16 Limiti noti	17
17 Domande frequenti	18

1 Panoramica

Pila è una calcolatrice in **notazione polacca inversa** (RPN), come le calcolatrici HP: prima si inseriscono i valori, poi si preme l'operazione. Rispetto a una calcolatrice comune sa fare quattro cose in più:

- lavora con le **unità di misura**: 9.81 m/s^2 è un valore solo, le unità si combinano nei calcoli e si convertono;
- tratta **vettori colonna e matrici** come oggetti della pila, con prodotto scalare e vettoriale, modulo, versore, angoli, determinante, inversa, sistemi lineari;
- ha le **costanti fisiche** con la loro unità, raccolte in cinque contesti;
- tiene **variabili con nome** (m , v_0 , $\vec{F}$) e valuta espressioni scritte nella riga.

1.1 Installazione e dati

- Sul telefono: si apre il collegamento in Safari e si sceglie *Condividi* → *Aggiungi alla schermata Home*; l'app compare come un'icona e si apre a schermo intero.
- Il motore di calcolo è la libreria **math.js** (versione 15.2), che si carica da Internet all'apertura: serve la connessione almeno all'avvio.
- Pila, variabili, formato dei numeri e altezza della tastiera restano salvati **solo su quel dispositivo e in quel browser**. Niente viene inviato a nessuno e niente si sincronizza tra dispositivi.
- Il tema è scuro per scelta.

2 La notazione polacca inversa in due minuti

La **pila** è una colonna di valori numerati dal basso: il **livello 1** è l'ultimo entrato (in questo manuale lo chiamiamo x), il **livello 2** quello sopra (y), e così via. Un'operazione prende dalla pila i valori che le servono e ci rimette il risultato.

Si preme	Succede
3 ENTER 4 +	3 va in pila; 4 è nella riga; + lo inserisce e somma: resta 7
2 SPC 7 +	lo spazio separa due oggetti nella stessa riga: resta 9
5 ENTER ENTER ×	ENTER a riga vuota duplica il livello 1: resta 25
9 √x	le funzioni agiscono sul livello 1 (o su ciò che è nella riga): resta 3

Regole da ricordare: un operatore premuto **con la riga piena** inserisce prima quel valore e poi opera; ENTER con la riga vuota **duplica** il livello 1; $\langle \times \rangle$ con la riga vuota **toglie** il livello 1. Non servono parentesi: l'ordine delle operazioni è l'ordine in cui si premono i tasti.

3 Lo schermo

Dall'alto verso il basso:

- **Barra di stato.** DEG/RAD: l'unità degli angoli per seno, coseno, tangente e per i risultati angolari; si cambia toccandola. NORM 10: il formato dei numeri (sezione 5). Poi le scritte di modo (SHIFT, CONVERTI IN..., NOME → STO/ENTER, VETTORE 2×1), l'eventuale messaggio di errore in rosso, il tasto cmd che apre l'elenco dei comandi a lettere (sezione 10) e il tasto ? che apre la guida rapida.
- **Testo del problema.** Compare solo quando si arriva da gees (sezione 13): si tocca per leggerlo tutto, × lo toglie.
- **Variabili.** Una fila di etichette nome = valore: toccandone una il valore va in pila (o il nome viene scritto nella riga, se si sta scrivendo un'espressione); la × accanto la elimina.
- **Pila.** Almeno quattro livelli sempre in vista, il livello 1 in basso e più grande. Tenendo premuto un livello si apre il suo menu (sezione 12).
- **Riga di inserimento.** Qui compare ciò che si scrive, con il cursore. La tastiera del telefono si apre con il tasto  della barra fissa; quando la tastiera a schermo è nascosta, al suo posto compare un piccolo  a sinistra della riga.
- **Maniglia.** La barretta sotto lo schermo: trascinandola si cambia l'altezza della tastiera, con un doppio tocco la si nasconde o la si riapre.

Sul computer, se la finestra è larga almeno 1120 pixel, ai lati compaiono **due colonne** con i comandi a lettere (sezione 10).

4 La tastiera

È un'unica tastiera lunga che scorre. In alto resta sempre visibile la **barra fissa**; sotto, i bottoncini saltano alla sezione corrispondente, e apre le regolazioni della tastiera (sezione 4.4). Molti tasti hanno una seconda funzione, scritta in azzurro sopra il tasto: si ottiene premendo prima . **Tenendo premuto un tasto compare la spiegazione di che cosa fa.**

4.1 La barra fissa

Tasto	Che cosa fa	Con SHIFT
	attiva le funzioni azzurre per il tasto successivo	—
	scrive = nella riga: $r = 63$ definisce r	—
	salva il livello 1 in una variabile (sezione 7)	: svuota la pila
	apre un vettore colonna (sezione 8); con un nome nella riga lo salva con quel nome	: matrice 2×2
	cancella un carattere; a riga vuota toglie il livello 1	: annulla l'ultima operazione
	inserisce in pila gli oggetti della riga; a riga vuota duplica il livello 1	: toglie il livello 1
	spazio: separa gli oggetti nella riga; a riga vuota vale ENTER	—
tastiera	apre la tastiera del telefono per scrivere nella riga (Invio = ENTER); si accende finché è attiva, un secondo tocco la chiude	—

La barra fissa è di sette colonne: la riga sotto è divisa tra la barra (quattro colonne) e il tasto (tre). Mentre si compila un vettore la barra fissa cambia: mostra e le quattro frecce per spostarsi tra le celle, e la barra gialla diventa . Se una tastiera personalizzata è fissata in alto, i suoi tasti stanno sotto i bottoncini, sempre in vista.

4.2 Numeri e funzioni

Tasto	Che cosa fa	Con SHIFT
$+$ $-$ $\times$ $\div$	le quattro operazioni tra livello 2 e livello 1	su $+$: $\%$, x per cento di y
$x \leftrightarrow y$	scambia i livelli 1 e 2	ROT : ruota i primi tre
$R \downarrow$	ruota tutta la pila verso il basso	$R \uparrow$: verso l'alto
DROP	toglie il livello 1	LAST : rimette l'ultimo argomento usato
EEX	esponente di dieci: $6.02 \text{ EEX } 23$	—
$\pm$	cambia segno (anche dell'esponente dopo EEX)	—
π	π in pila, o nella riga dentro un'espressione	e : numero di Nepero
$\rightarrow$	conversione di unità (sezione 6)	—
SI	porta alle unità fondamentali SI	num : toglie l'unità
$()$	parentesi nella riga	—
$\sin$ $\cos$ $\tan$	funzioni goniometriche (angolo in DEG o RAD)	asin acos atan
$\ln$	logaritmo naturale	e^x
$\log$	logaritmo in base 10	10^x
$\sqrt{x}$	radice quadrata	$\sqrt[3]{x}$
x^2	quadrato	x^3
y^x	y elevato a x	$x\sqrt[y]{y}$: radice x -esima di y
$1/x$	reciproco; per una matrice, l'inversa	$ x $: valore assoluto, modulo
$x^{\square}$ $\square x$	apice e pedice nella riga: $x^{\square} \times 2 \rightarrow x^2$, $\sqrt[x]{\square} \rightarrow \sqrt{x}$	—

4.3 Le altre sezioni

- **Variabili** (X=): i tasti = STO $\times$ $[\text{v}]$ MEM $\times$ tutte e, sotto, un tasto per ciascuna delle prime dodici variabili.
- **Lettere** (abc): l'alfabeto, $\uparrow$ per le maiuscole, le lettere greche più usate ($\alpha \beta \gamma \delta \theta \lambda \mu \rho \sigma \tau \phi \omega \varepsilon \eta$), pedice, apice, virgola, parentesi, $\times$ $\div$ che scrivono l'operatore nella riga, e in fondo $[] ; \rightarrow$ freccia $[\text{v}]$ per i vettori.
- **Unità di misura**: sezione 6.
- **Vettori e matrici**: sezione 8.
- **Costanti**: sezione 9.
- **Memoria** (mem): tutte le variabili; un tocco richiama, SHIFT + tocco elimina.

4.4 Dimensione dei tasti e tastiere personalizzate

Il bottoncino , in fondo alla fila dei bottoncini, apre il foglio **Tastiera**.

Dimensione dei tasti. Uno slider da 55 % a 125 % cambia altezza e caratteri di tutti i tasti; **A-** e **A+** fanno passi del 5 %; i pulsanti **Compatti** **Piccoli** **Medi** **Normali** **Grandi** sono cinque valori pronti (55, 70, 85, 100, 115 %). La scelta resta salvata sul dispositivo.

Righe affiancate, tasti quadrati. Le righe della tastiera si mettono una accanto all'altra (due, tre, fino a otto) quante ne stanno nella larghezza dello schermo con tasti larghi almeno quanto alti: la riga 7 8 9 e la riga 4 5 6 finiscono sulla stessa riga, separate da una linea sottile. Più i tasti sono piccoli e più largo è lo schermo, più righe si affiancano e più tasti stanno in vista: sul telefono a grandezza normale resta una riga, sul computer a grandezza normale sono due o quattro. Sul computer la tastiera occupa tutta la larghezza tra le due colonne dei comandi e, se c'è posto, le sue sezioni (numeri, variabili, lettere, unità, vettori, costanti, memoria) si dispongono in due, tre o quattro colonne di uguale altezza: su uno schermo grande con i tasti **Piccoli** la tastiera intera sta in vista senza scorrere. Vale per tutte le sezioni e per le tastiere personalizzate, anche fissate in alto; si ricalcola quando cambia la larghezza della finestra. Chi preferisce le righe lunghe lo spegne nel foglio Tastiera con «Righe affiancate: No».

Tastiere personalizzate. Una tastiera tua con i tasti che usi di più, per esempio quelli di un capitolo. Si costruisce così:

1. nel foglio Tastiera si scrive un nome (per esempio «Fisica») e si tocca **+ Crea**: in alto compare la scritta ★ TASTIERA «Fisica» e, sotto i bottoncini, la striscia *Tocca i tasti da aggiungere*;
2. si tocca sulla tastiera grande ogni tasto da aggiungere, nell'ordine in cui lo si vuole; vanno bene anche i tasti delle unità, delle costanti, delle variabili, e (sul computer) i comandi delle colonne ai lati o del foglio **cmd**. Durante la raccolta i tasti non eseguono nulla;
3. un tocco su un tasto della *propria* tastiera lo toglie;
4. **Fine** chiude la raccolta. Da quel momento la tastiera personalizzata funziona come le altre, con le seconde funzioni azzurre di **SHIFT**.

La tastiera personalizzata compare **in cima** alla tastiera che scorre, con un bottoncino **★ nome** che la raggiunge. Nel foglio Tastiera ogni tastiera ha quattro pulsanti: **Aggiungi tasti** riapre la raccolta; **Fissa in alto** la sposta nella barra fissa, sempre in vista (e **Sfissa** la riporta giù); **Esporta** scarica un file Pila_tastiera_nome.json; **Elimina** la cancella, dopo un secondo tocco di conferma. **Importa da file** legge un file esportato, anche con più tastiere (**Esporta tutte** le mette in un file solo): è il modo per portare le proprie tastiere su un altro dispositivo o per passarle a un compagno. Le tastiere restano salvate nel browser di quel dispositivo.

5 I numeri

Il separatore decimale è sempre il **punto**. Le potenze di dieci si inseriscono con **EEX**: 6.02 EEX 23 compare come 6.02×10^{23} ; nella riga si può anche scrivere 6.02e23.

Il pulsante **NORM 10** in alto cambia il formato a ogni tocco:

- **NORM**: scrittura normale, notazione esponenziale solo per numeri molto grandi o molto piccoli;
- **SCI**: sempre mantissa $\times 10^n$;

- **ENG**: come SCI ma con esponente multiplo di 3 (comodo con i prefissi k, M, m, μ , n).

Tenendolo premuto si scelgono le **cifre significative** mostrate (3, 4, 5, 6, 8, 10 o 12). Il formato cambia solo ciò che si vede: i calcoli usano sempre tutta la precisione.

6 Le unità di misura

6.1 Scrivere un valore con l'unità

Si scrive il numero e poi si toccano le unità nella sezione **unità**: **9.81** **m** / **s** ² dà 9.81 m/s². I tasti **/** **.** ² ³ ⁻¹ compongono unità derivate; ci sono tasti già pronti per m/s, m/s², N/m, kg/m³, J/kg, rad/s, N·m, km/h.

Dalla tastiera del telefono o del computer l'unità si attacca al numero con il **trattino basso**: 9.81_m/s^2, 5_km, 20_°C. Vale anche lo **spazio**: h = 20 m **ENTER** è letto come h = 20_m, 9.81 m/s^2 come 9.81_m/s^2, purché la parola dopo il numero sia un'unità e non il nome di una variabile già definita (se esiste la variabile m, 2 m mette in pila 2 e poi il valore di m; per i metri si scrive 2_m).

Un'unità premuta **con la riga vuota** si applica al livello 1 (anche a un vettore): **63** **ENTER** **cm** dà 63 cm.

6.2 Le unità sui tasti

Grandezza	Unità
lunghezza	m, km, cm, mm, μ m, nm
massa, tempo	kg, g · s, min, h
velocità, accelerazione	m/s, km/h, rad/s · m/s ²
forza, energia, potenza	N, N·m, N/m · J, kWh, cal, eV, J/kg · W
pressione, volume	Pa, bar, atm · L, mL, kg/m ³
temperatura, sostanza	K, °C · mol
elettricità e magnetismo	A, V, Ω , C, F, T, Hz
angoli	rad, °

Scrivendo a mano valgono anche le altre unità che math.js conosce, con i prefissi del SI (mA, kV, MeV, μ F...).

6.3 I calcoli

Le unità seguono le operazioni: 12 m diviso 4 s dà 3 m/s; 2 kg per 9.81 m/s² dà 19.62 N. Un risultato con unità composte esce nelle **unità del SI**, con il nome della grandezza quando c'è (N, J, W, Pa...): 5 cm per 2 cm dà 0.001 m², e per vederlo in cm² si usa la conversione. Un valore con una sola unità resta com'è: 3 cm per 2 dà 6 cm. Somme e differenze richiedono unità **compatibili** (1 km + 200 m va bene, 1 km + 3 s dà «Unità non compatibili»). Un risultato senza dimensioni diventa un numero puro.

6.4 Conversioni

→ converte il livello 1: si preme →, in alto compare CONVERTI IN... poi ENTER, si sceglie l'unità di arrivo e si preme ENTER. Esempio: 90 km/h ENTER → m/s ENTER dà 25 m/s. SI porta direttamente alle unità fondamentali; SHIFT SI (cioè num) toglie l'unità e lascia il numero.

7 Variabili ed espressioni

7.1 Definire una variabile: tre modi

1. **Assegnazione:** $r = 63 \text{ cm}$ ENTER definisce r .
2. **Alla maniera HP:** 63 ENTER r STO, oppure tutto in una riga 63 r STO.
3. **Dal livello 1:** con un valore già in pila, $r =$ ENTER lo salva in r . STO con la riga vuota chiede il nome.

I nomi sono fatti di lettere (anche greche), cifre e pedici: m , v_0 (si scrive $v \times 0$ oppure v_0), F_1 , ρ . Maiuscole e minuscole sono diverse. Una variabile definita dall'utente vince su una costante con lo stesso nome.

7.2 Usare le variabili

Toccando l'etichetta di una variabile il suo valore va in pila. Nella riga si possono scrivere **espressioni intere** e valutarle con ENTER: $m \cdot g_0 \cdot h$, $F_1 + F_2$, $\sqrt{2 \cdot g_0 \cdot h}$. Un problema si può impostare scrivendo di seguito:

$R = 22 \text{ cm}$ ENTER $h = 5 \text{ m}$ ENTER $V = \pi \times R^2 \times h$ ENTER

Dentro le espressioni $\ln(x)$ è il logaritmo naturale e $\log(x)$ quello in base 10, come sui tasti; sin, cos, tan rispettano DEG/RAD. Scrivendo $f(x) = x^2 + 1$ si definisce una funzione, poi utilizzabile come $f(3)$.

8 Vettori e matrici

8.1 Inserire un vettore

Con la griglia. [v] apre un vettore colonna: si scrive la prima componente, ↓ passa alla successiva (e ne aggiunge una se serve), → aggiunge una colonna (diventa una matrice), ENTER lo mette in pila. SHIFT [v] apre direttamente una matrice 2×2 . Le celle accettano anche unità ed espressioni; tutte le celle devono avere unità compatibili.

Con le parentesi quadre. [4, 6] ENTER (o [4 6]) è un vettore colonna; [1, 2; 3, 4] una matrice, con il punto e virgola a separare le righe; con le unità [3_m, 4_m]. La virgola separa le componenti: il decimale resta il punto. La quadra chiusa si può omettere: $v = [2 \ 4]$ ENTER vale $v = [2, 4]$; lo stesso per una tonda aperta ((2+3 ENTER dà 5).

8.2 Vettori con nome e freccia

Quando si assegna un vettore a un nome, il nome **prende la freccia da solo**: $v = [4, 6]$ **ENTER** definisce $\vec{v}$. Vale anche con **STO**, con $F_1 = [1, -2]$ (che diventa $\vec{F}_1$) e con la griglia aperta dopo aver scritto il nome. Una matrice e uno scalare restano senza freccia.

Per scrivere a mano un nome con la freccia si preme la lettera **tre volte di seguito**: $v v v \rightarrow \vec{v}$, $F F F \rightarrow \vec{F}$. In alternativa il tasto **→ freccia** mette (o toglie) la freccia sull'ultima lettera scritta, anche greca. Un nome con la freccia accetta solo vettori, e proprio per questo con la freccia bastano i numeri: $c c c = 3\ 4$ **ENTER** definisce $\vec{c} = (3, 4)$, $F F F = 30_N\ 40_N$ **ENTER** definisce $\vec{F}$ in newton; con tre numeri si ha un vettore 3D. Se dopo l'uguale c'è un'espressione ($c c c = 2 * v v v$) viene valutata normalmente.

Convenzione dei fisici: se esiste $\vec{v}$ e non è stato definito a parte uno scalare v , allora v da solo vale il **modulo** di $\vec{v}$. Nelle espressioni: $2 * \vec{v}$, $\vec{v} + \vec{u}$, $\text{dot}(\vec{v}, \vec{u})$, $\text{cross}(\vec{a}, \vec{b})$.

8.3 Operazioni

+ **-** **×** **÷** funzionano tra vettori, scalari e matrici: scalare per vettore, matrice per vettore, matrice per matrice. Tra due vettori di tre componenti **×** è il prodotto vettoriale; per il prodotto scalare c'è il tasto **·**. **÷** tra un vettore b (livello 2) e una matrice A (livello 1) risolve $Ax = b$.

Tasto	Che cosa fa	Con SHIFT
·	prodotto scalare di due vettori	—
×	prodotto vettoriale (solo in 3D)	—
 v 	modulo	—
û	versore: stesso verso, modulo 1, senza unità	—
∠ab	angolo tra due vettori	—
∠x	angolo del vettore con l'asse x	—
ρ∠θ	vettore 2D da modulo (livello 2) e angolo (livello 1)	→ρ∠θ : dal vettore a modulo e angolo
v_i	componente i (vettore al livello 2, i al livello 1)	→xyz : spacchetta le componenti in pila
n→[v]	riunisce n scalari della pila in un vettore	—
A^T	trasposta	—
det	determinante	—
A⁻¹	matrice inversa	A⁻¹b : risolve $Ax = b$ (A al livello 2, b al livello 1)
[M]	nuova matrice 2×2	I : identità di ordine n

Gli angoli escono in gradi o radianti secondo DEG/RAD. **x²** su una matrice quadrata la moltiplica per sé stessa; **y^x** con esponente intero ne calcola la potenza.

9 Le costanti fisiche

La sezione `cost` ha cinque contesti, scelti con i tasti `FOND` `MECC` `TERMO` `EM` `CHIM`. Ogni tasto mette in pila la costante con la sua unità; sotto il tasto è scritto il **nome** da usare nelle espressioni (per esempio $m \cdot g_0$). I valori qui sotto sono arrotondati a sei cifre; alcune costanti compaiono in più contesti.

Fondamentali

Tasto	Nome	Che cos'è	Valore
c	c	velocità della luce	$2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
G	G	costante di gravitazione	$6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$
h	h_P	costante di Planck	$6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
ħ	hbar	Planck ridotta	$1,05457 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
e	q_e	carica elementare	$1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
m _e	m_e	massa dell'elettrone	$9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
m _p	m_p	massa del protone	$1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
m _n	m_n	massa del neutrone	$1,67493 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
u	u	unità di massa atomica	$1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
N_A	N_A	numero di Avogadro	$6,02214 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
k_B	k_B	costante di Boltzmann	$1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
R	R	costante dei gas	$8,31446 \text{ J/(K mol)}$
α	alpha_fs	costante di struttura fine	0,00729735
g ₀	g_0	gravità standard	$9,80665 \text{ m/s}^2$
eV	eV_J	elettronvolt in joule	$1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Meccanica e astronomia

Tasto	Nome	Che cos'è	Valore
g ₀	g_0	gravità standard	9,80665 m/s ²
G	G	costante di gravitazione	$6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$
M_T	M_T	massa della Terra	$5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
R_T	R_T	raggio medio della Terra	$6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
ω_T	omega_T	velocità angolare della Terra	$7,2921 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$
M_S	M_S	massa del Sole	$1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
R_S	R_S	raggio del Sole	$6,957 \cdot 10^8 \text{ m}$
UA	UA	unità astronomica	$1,49598 \cdot 10^{11} \text{ m}$
M_L	M_L	massa della Luna	$7,342 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
d_TL	d_TL	distanza media Terra-Luna	$3,844 \cdot 10^8 \text{ m}$
R_L	R_L	raggio della Luna	$1,737 \cdot 10^6 \text{ m}$
g_L	g_L	gravità sulla Luna	1,62 m/s ²
g_M	g_M	gravità su Marte	3,71 m/s ²
anno	anno	anno in giorni	365,25 day
g.sid	g_sid	giorno siderale	86164,1 s

Termodinamica e fluidi

Tasto	Nome	Che cos'è	Valore
k_B	k_B	costante di Boltzmann	$1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
R	R	costante dei gas	8,31446 J/(K mol)
N_A	N_A	numero di Avogadro	$6,02214 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
σ	sigma	Stefan-Boltzmann	$5,67037 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$
b_W	b_W	costante di Wien	0,00289777 m K
p ₀	p_0	pressione atmosferica	101325 Pa
T ₀	T_0	zero Celsius	273,15 K
V_m	V_m	volume molare (STP)	0,022414 m ³ /mol
ρ_w	rho_w	densità dell'acqua	1000 kg/m ³
ρ_a	rho_aria	densità dell'aria (15 °C)	1,225 kg/m ³
c_w	c_w	calore specifico dell'acqua	4186 J/(kg K)
c_a	c_aria	calore specifico dell'aria	1005 J/(kg K)
c_gh	c_ghiaccio	calore specifico del ghiaccio	2090 J/(kg K)
L_f	L_f	calore latente di fusione dell'acqua	334000 J/kg
L_v	L_v	calore latente di vaporizzazione	$2,256 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$
η_w	eta_w	viscosità dell'acqua (20 °C)	0,001002 Pa s
η_a	eta_aria	viscosità dell'aria	$1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$
γ_w	gamma_w	tensione superficiale dell'acqua	0,0728 N/m
v_s	v_suono	velocità del suono (20 °C)	343 m/s
ρ_Hg	rho_Hg	densità del mercurio	13534 kg/m ³

Elettromagnetismo e ottica

Tasto	Nome	Che cos'è	Valore
e	q_e	carica elementare	$1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
ϵ_0	eps_0	permittività del vuoto	$8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
μ_0	mu_0	permeabilità del vuoto	$1,25664 \cdot 10^{-6} \text{ N/A}^2$
k	k_e	costante di Coulomb	$8,98755 \cdot 10^9 \text{ (N m}^2\text{)}/\text{C}^2$
c	c	velocità della luce	$2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Z_0	Z_0	impedenza del vuoto	$376,73 \text{ } \Omega$
μ_B	mu_B	magnetone di Bohr	$9,27401 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$
F	faraday	costante di Faraday	$96485,3 \text{ C/mol}$
h	h_P	costante di Planck	$6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
R_∞	R_inf	costante di Rydberg	$1,09737 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
a_0	a_0	raggio di Bohr	$5,29177 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
m_e	m_e	massa dell'elettrone	$9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
n_w	n_acqua	indice di rifrazione dell'acqua	1,333
n_v	n_vetro	indice di rifrazione del vetro	1,52
n_d	n_diam	indice di rifrazione del diamante	2,42
ρ_{Cu}	rho_Cu	resistività del rame	$1,68 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega \text{ m}$
ρ_{Al}	rho_Al	resistività dell'alluminio	$2,65 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega \text{ m}$
B_T	B_T	campo magnetico terrestre (ordine di grandezza)	$5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
λ_r	lambda_r	lunghezza d'onda del rosso	700 nm
λ_v	lambda_v	lunghezza d'onda del violetto	400 nm

Chimica e atomica

Tasto	Nome	Che cos'è	Valore
N_A	N_A	numero di Avogadro	$6,02214 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
u	u	unità di massa atomica	$1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
m_e	m_e	massa dell'elettrone	$9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
m_p	m_p	massa del protone	$1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
m_n	m_n	massa del neutrone	$1,67493 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
R	R	costante dei gas	$8,31446 \text{ J/(K mol)}$
F	faraday	costante di Faraday	$96485,3 \text{ C/mol}$
V_m	V_m	volume molare (STP)	$0,022414 \text{ m}^3/\text{mol}$
k_B	k_B	costante di Boltzmann	$1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
T_0	T_0	zero Celsius	273,15 K
p_0	p_0	pressione atmosferica	101325 Pa
M_H2O	M_H2O	massa molare dell'acqua	18,015 g/mol
M_aria	M_aria	massa molare dell'aria	28,97 g/mol
M_CO2	M_CO2	massa molare della CO ₂	44,01 g/mol
eV	eV_J	elettronvolt in joule	$1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

10 I comandi a lettere

Ogni funzione ha anche un **nome** che si può scrivere nella riga e confermare con **ENTER**: è il modo più rapido dalla tastiera del computer, e funziona anche sul telefono. Gli oggetti scritti prima del comando vanno in pila, poi il comando agisce:

Si scrive	Succede
30 sin ENTER	0.5 (in DEG)
2 3 pow ENTER	8
swap ENTER	scambia i livelli 1 e 2
5_km conv m ENTER	5000 m
32 m sto ENTER	salva 32 nella variabile m
[1,2] [3,4] dot ENTER	11

I nomi valgono anche in maiuscolo. Se si definisce una variabile con lo stesso nome di un comando, **vince la variabile**. Sul computer i nomi sono elencati nelle due colonne ai lati dello schermo e si possono anche cliccare; sul telefono il tasto **cmd** in alto apre lo stesso elenco: un tocco su un comando lo esegue e chiude l'elenco. Durante la raccolta di una tastiera personalizzata, il tocco aggiunge invece il comando come tasto.

Funzioni · sul livello 1 (x)

Comando	Che cosa fa
sin	seno
cos	coseno
tan	tangente
asin	arcoseno
acos	arcocoseno
atan	arcotangente
ln	logaritmo naturale
log	logaritmo in base 10
exp	e^x
alog	10^x
sqrt	radice quadrata
cbrt	radice cubica
sq	quadrato x^2
cube	cubo x^3
pow	potenza y^x
root	radice x-esima di y
inv	reciproco $1/x$; matrice: inversa
abs	valore assoluto, modulo
neg	cambia segno
pct	x per cento di y
pi	π
e	numero di Nepero

Pila

Comando	Che cosa fa
swap	scambia x e y
rot	ruota i primi tre livelli
rolld	ruota tutta la pila in giù
rollu	ruota tutta la pila in su
drop	toglie x
dup	duplica x
last	rimette l'ultimo argomento
undo	annulla
clear	svuota la pila

Vettori e matrici

Comando	Che cosa fa
dot	prodotto scalare
cross	prodotto vettoriale (3D)
norm	modulo $ v $
versor	versore
angle	angolo tra due vettori
anglex	angolo con l'asse x
polar	vettore da modulo (y) e angolo (x)
topolar	vettore $\rightarrow$ modulo e angolo
comp	componente x-esima di y
split	spacchetta le componenti
vec	riunisce x scalari in un vettore
transp	trasposta
det	determinante
solve	risolve $Ax = b$ (A in y, b in x)
ident	matrice identità di ordine x

Unità e variabili

Comando	Che cosa fa
conv	converte: 5_km conv m
si	unità fondamentali SI
num	toglie l'unità
sto	salva: 32 m sto
clvar	cancella tutte le variabili

11 La tastiera del computer

Tasto	Che cosa fa
cifre, lettere, _ ^ () [] = , ;	si scrivono nella riga
Invio	ENTER
barra spaziatrice	SPC : separa gli oggetti; a riga vuota vale ENTER
+ - * /	operano subito sulla pila
numero, spazio, unità	20 m, 3 km/h, 9.81 m/s ² : l'unità si attacca al numero (sezione 6); dopo 3 km la barra / continua l'unità
← →	spostano il cursore nella riga, per correggere in mezzo
Inizio, Fine	cursore ai capi della riga
⌫, Canc	cancella a sinistra, a destra; ⌫ a riga vuota toglie il livello 1

I quattro operatori **si scrivono** nella riga, invece di operare, quando si sta scrivendo un'espressione: dopo un = o dentro una parentesi aperta ($x = 3 - 1$, $[4, -6]$), dentro un'unità (9.81 m/s^2), dopo un esponente ($1e-3$) e, per il meno, a riga vuota quando in pila non ci sono due valori da sottrarre (-5). Anche dopo «numero spazio unità» / e * si scrivono, così 3 km/h e 3 N*m si battono tali e quali; per *dividere* per 4 s si scrive 4 s **Invio** / (alla maniera HP), oppure 4 s / **Invio**: una riga che finisce con / o * viene eseguita come operazione. Dentro la griglia di un vettore le frecce passano da una cella all'altra.

12 Copiare, modificare, eliminare un valore

Tenendo premuto un livello della pila (sul computer: clic destro) si apre il suo menu:

- **Copia come testo**: per esempio 9.81 m/s^2 oppure $[4, 6]\text{ m}$;
- **Copia LaTeX**: $9.81\backslash, \mathrm{m/s^2}$; un vettore diventa una pmatrix;
- **Copia LaTeX siunitx**: $\qty{9.81}{m/s^2}$;
- **Modifica**: riporta il valore nella riga (un vettore nella griglia) per correggerlo;
- **Duplica in cima ed Elimina questo livello**.

13 I dati di un problema da gees

Negli esercizi di fisica di gees (<https://giovanninicco.com/gees.html>) il pulsante **Pila** apre la calcolatrice con i **dati del problema già in memoria**, come variabili, e con il testo in vista sotto la barra di stato.

- I dati che nel testo hanno un nome lo conservano: « $k_1 = 191\text{ N/m}$ » diventa k_1 .
- Agli altri il nome viene dalla parola che li precede («raggio 1.8 m» → r) oppure dall'unità («un'auto di 1368 kg» → m). I dopponi si numerano: m_1, m_2 .
- I nomi ricavati sono una proposta: il valore è quello del testo, il nome a volte va cambiato (si richiama il valore e lo si salva con **STO**).
- Arrivando da gees la pila e le variabili del problema precedente vengono tolte; **SHIFT** **⌫** le rimette.

14 Messaggi di errore

Quando un'operazione non riesce, la pila e la riga restano com'erano e in alto compare il motivo.

Messaggio	Significato
Serve un valore nella pila · Servono 2 valori nella pila	l'operazione vuole più valori di quanti ce ne sono
Unità non compatibili	somma, differenza o conversione tra grandezze diverse
Unità sconosciuta	l'unità scritta non esiste (controllare maiuscole e prefissi)
Non definito: <i>nome</i>	nell'espressione c'è un nome che non è una variabile né una costante
Espressione non valida	parentesi non chiuse, operatore in più, scrittura non riconosciuta
Dimensioni diverse · Dimensioni incompatibili	vettori o matrici che non si possono sommare o moltiplicare
Tra vettori: · scalare, × solo in 3D	 tra due vettori che non hanno tre componenti
Non si somma un vettore a uno scalare · Non si divide per un vettore	operazione non definita
Serve un vettore · Serve un vettore 2D · Serve una matrice quadrata	l'argomento non è del tipo richiesto
Matrice singolare · Sistema senza soluzione unica	determinante nullo
Completa tutte le celle · Celle con e senza unità	la griglia del vettore non è pronta
<i>nome</i> ha la freccia: serve un vettore	si è cercato di salvare uno scalare in un nome con la freccia
Nome non valido: lettere, cifre e _	il nome della variabile non è accettabile
Il valore non ha unità	 o  su un numero puro

15 Esempi svolti per la classe

1. Energia cinetica. Un'auto di 1200 kg viaggia a 90 km/h.

`1200` `kg` `ENTER` `90` `km/h` `x²` `x` `2` `÷` → 375000 J. I km/h vengono convertiti da soli.

2. Caduta libera con le variabili. Da quale velocità arriva al suolo un corpo che cade da 20 m?

`h = 20 m` `ENTER` `sqrt(2*g_0*h)` `ENTER` → 19.81 m/s (`g_0` è la gravità standard delle costanti).

3. Risultante di due forze. $\vec{F}_1 = (30, 0)$ N e $\vec{F}_2 = (0, 40)$ N.

`F_1 = [30_N, 0_N]` `ENTER` `F_2 = [0_N, 40_N]` `ENTER` `+` → il vettore (30, 40) N; `|v|` → 50 N. Con `LAST` si riprende il vettore e `∠x` dà l'angolo con l'asse x : 53.13 (gradi, in DEG).

4. Componenti da modulo e angolo. Una velocità di 12 m/s inclinata di 30°.

`12` `m/s` `ENTER` `30` `ρ∠θ` → il vettore (10.39, 6) m/s.

5. Lavoro come prodotto scalare. $\vec{F} = (3, 4)$ N, $\vec{s} = (5, 0)$ m.

`[3_N, 4_N]` `ENTER` `[5_m, 0_m]` `⋅` → 15 J.

6. Sistema lineare. $2x + y = 5$, $x - y = 1$.

`[2, 1; 1, -1]` `ENTER` `[5, 1]` `SHIFT` `A⁻¹` → il vettore (2, 1).

7. Legge dei gas. Quante moli in 10 L a 300 K e 1 atm?

`p = 1 atm` `ENTER` `V = 10 L` `ENTER` `T = 300 K` `ENTER` `p*V/(R*T)` `ENTER` `→` `mol` `ENTER` → 0.4062 mol.

16 Limiti noti

- Serve la connessione all'avvio (math.js si carica da Internet).
- I dati non si sincronizzano tra dispositivi e spariscono se si cancellano i dati del sito nel browser.
- Un vettore ha **una sola unità** per tutte le componenti.
- I risultati con unità composte escono sempre nel SI (un'area in m², un volume in m³): le altre unità si ottengono con la conversione.
- Le temperature in °C sono trattate da math.js come temperature assolute con uno scarto: per le *differenze* di temperatura conviene usare i kelvin.
- Sulla tastiera del computer + - * / operano subito sulla pila: per scrivere un'espressione si comincia con nome = o con una parentesi, oppure si usano i tasti `⊗` `÷` della sezione `abc`.
- Gli angoli dei risultati vettoriali sono numeri puri (in gradi o radianti secondo DEG/RAD), senza unità.
- Niente calcolo simbolico: le espressioni vengono valutate con i valori delle variabili.

17 Domande frequenti

Ho sbagliato, come torno indietro? **[SHIFT] [↶] (UNDO)** annulla l'ultima operazione, anche più volte.

Come svuoto tutto? **[SHIFT] [STO] (CLR)** svuota la pila; **[x tutte]** nella sezione variabili cancella le variabili.

Come scrivo un numero negativo? Si scrive il numero e si preme **[±]**; in un'espressione o in un vettore si scrive il meno (**[4, -6]**).

Perché v mi dà un numero se ho definito un vettore? Perché **v** senza freccia è il modulo di **$\vec{v}$** . Il vettore si richiama toccando la sua etichetta o scrivendo **vvv**.

Il risultato è in m² e io lo voglio in cm². **[→] [cm] [2] [ENTER]**. Lo stesso per passare da m/s a km/h, da J a kWh, da m³ a L.

I tasti sono troppo grandi (o troppo piccoli). **[⚙] → slider** o **[A-]/[A+]**; più i tasti sono piccoli, più righe si affiancano e più tasti si vedono (**[Piccoli]** o **[Compatti]** sul computer: righe affiancate e sezioni in colonne, tutta la tastiera in vista).

Vorrei solo i tasti che uso in questo capitolo. **[⚙] → [+ Crea]** una tastiera personalizzata, si toccano i tasti, **[Fine]**; poi **[Fissa in alto]** per averla sempre in vista (sezione 4.4).

Sul telefono non vedo le colonne dei comandi. Il tasto **[cmd]** in alto le apre come elenco.

Dove trovo la spiegazione di un tasto? Tenendolo premuto; la guida rapida è il **[?]** in alto a destra.