

CORSO DI FORMAZIONE PER INSEGNANTI (CORSO "A")

Torino, Istituto Majorana, Via Frattini 11

Anno Scolastico 2011/2012

ALLIEVO: **GIOVANNI NICCO**

CLASSE: **A049 Matematica e Fisica**

TITOLO ATTIVITA':

Il topo e l'elefante

Area di approfondimento generale: **APPROFONDIMENTI DISCIPLINARI**

Scuola secondaria di secondo grado

Matematica

Insegnare e apprendere per problemi

In questo lavoro mi propongo di ragionare in termini di competenze piuttosto che di conoscenze o abilità, lascerò pertanto aperte tutte le strade possibili verso la soluzione dei problemi proposti.

Una esperienza a me ben nota, dopo anni di insegnamento, è quella di scoprire che l'allievo arriva spesso in maniera intuitiva prima di me (che opero in maniera formale) al risultato.

Molte volte il tutto si verifica essere una mera casualità, altre volte l'allievo non è in grado di verbalizzare il pensiero (per quanto corretto) che lo ha portato al risultato.

E' molto, molto difficile operare sul campo di queste intuizioni anche se nella formalizzazione dei problemi spesso si perde la parte più interessante del pensiero matematico.

E' un poco come se a fronte di un gioco a chi tira più vicino la boccia ad un certo punto di un prato vincessero quello che usa delle rotaie, dei muretti e quant'altro, perché "la legge" glielo permette.

Affrontare una didattica per problemi, con l'idea preconcepita di arrivare ad una risoluzione algebrica con strumenti quali le equazioni o i sistemi di equazioni è in realtà una profonda mortificazione dello spirito matematico dell'allievo che opta per il formalismo solo quando, essendosi appassionato ad un problema e non essendolo riuscito a risolvere si arrende anch'egli alle rotaie ed al muretto, forse confondendo la bellezza del cercare con la banalità del trovare, usando la mappa.

Inoltre, spesso, in matematica, si presentano problemi fatti *apposta* per quel tipo di soluzione, presentata come *inevitabile* ed *eccezionalmente appropriata*. In realtà il maestro ha barato: ha impostato un problema del quale conosceva la soluzione e (ipotesi ancora peggiore) sapeva che il ragazzo non poteva arrivarci (se non con gli strumenti che lui gli avrebbe in seguito fornito).

Considererò pertanto opportuno trovare un problema *non da me generato* ma esterno sia a me che all'allievo e procederò verso la soluzione con strumenti che meglio si prestano a seguire l'intuizione che non la codificazione algebrica.

Il problema non è banale.

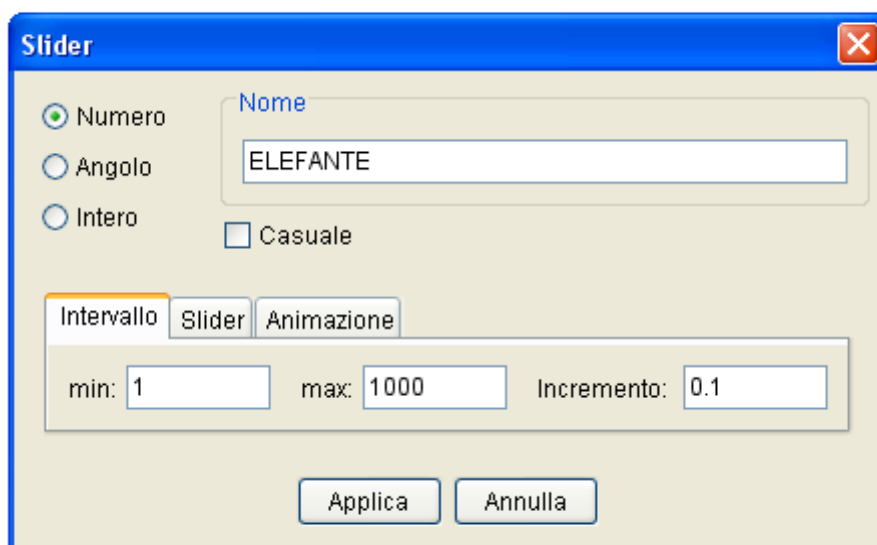
Consideriamo esempio il problema dato:

Un elefante ed un topo pesano assieme una tonnellata ed un etto. L'elefante pesa una tonnellata in più del topo. Quanto pesa il topo?

A tutta prima, pensando che il problema fosse banale ho pensato “ma è semplicissimo! L'elefante pesa una tonnellata e il topo un etto”. Fiero della mia intuizione mi sono poi disposto ad aiutare l'allievo, dapprima con i sistemi di equazioni, ma man mano che procedevo, trovavo “brutto” l'uso della *artiglieria pesante* per un problema così semplice ed ho optato per uno strumento più raffinato quale la manipolazione numerica “live”.

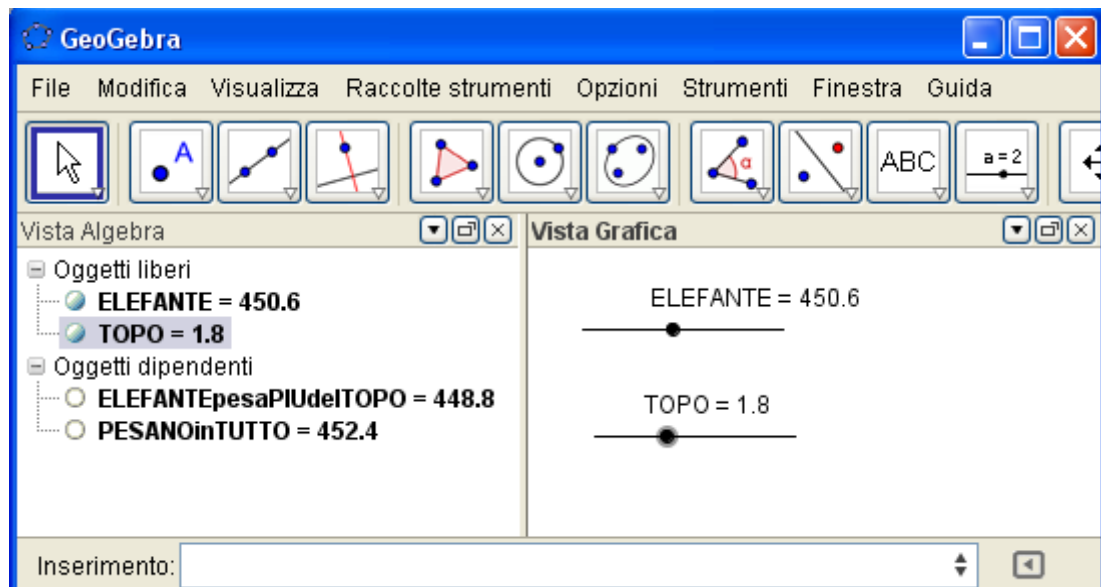
Mi spiego: abituato ad usare lo strumento “Slider” di GeoGebra, che consente di manipolare numeri ho realizzato una sorta di calcolatrice dinamica :

- 1) Creo lo slider per la quantità ELEFANTE che penso di fare andare a 1 a 1000 (kg):

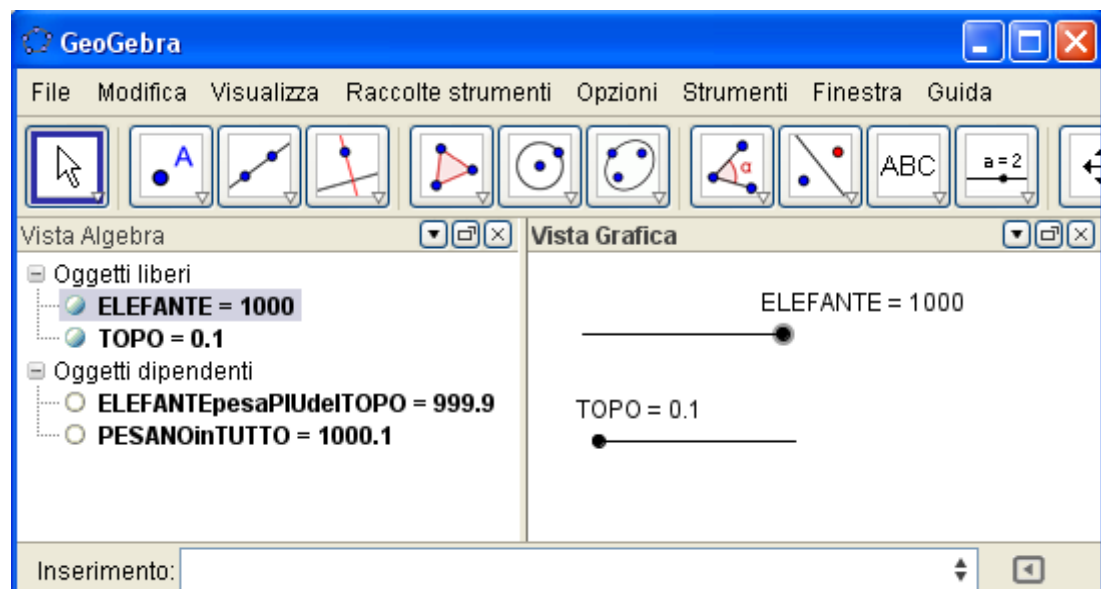


Analogamente creo uno slider per la quantità TOPO che può variare da 1 a 5 (kg), diventa significativo anche l'incremento possibile che al momento è per entrambi 0,1 cioè un etto.

- 2) Creo la variabile $PESANO_{inTUTTO} = ELEFANTE + TOPO$ e quella $ELEFANTE_{pesaPIUdelTOPO} = ELEFANTE - TOPO$ e comincio a muovere gli slider

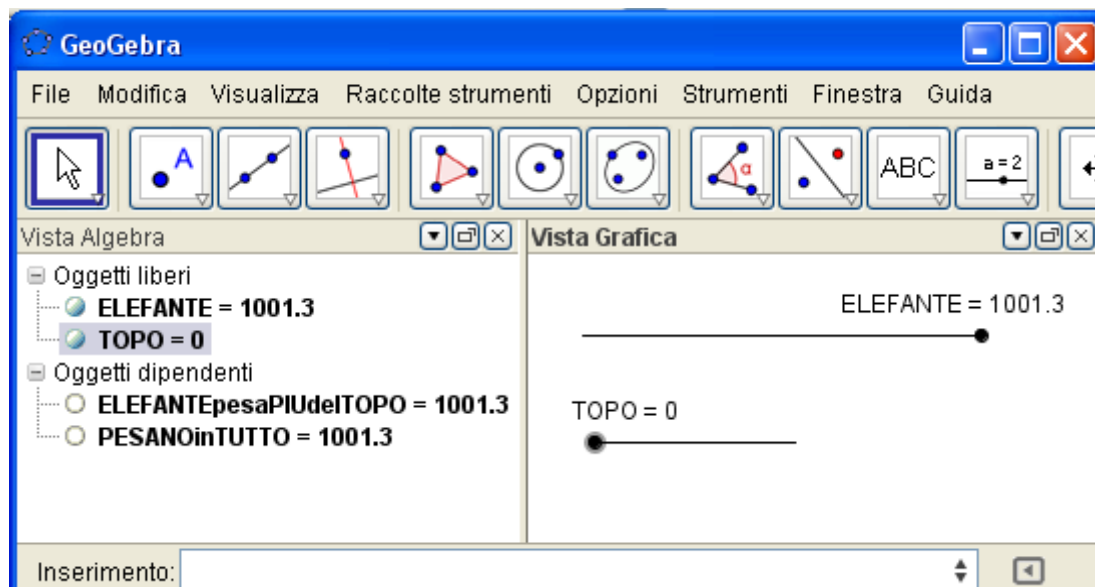


Mi rendo conto che:

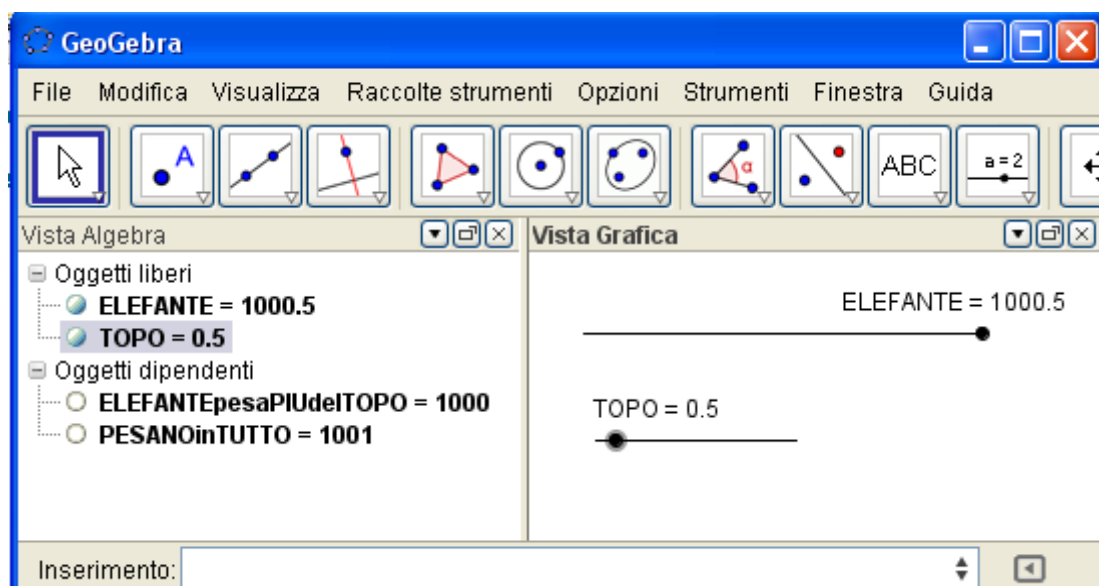


la mia idea iniziale era sbagliata infatti l'elefante non pesa una tonnellata in più del topo, capisco inoltre che se voglio che l'elefante pesi una tonnellata più del topo deve quanto meno pesare più di una tonnellata: modifico allora lo slider per arrivare fino a 1005 kg (mi fermo a topi da 5 kg e mi sembra ragionevole).

Riesco finalmente ad ottenere che l'elefante pesi una tonnellata più del topo ma in compenso la somma dei pesi non è più una tonnellata ed un etto: diminuisco il peso del topo



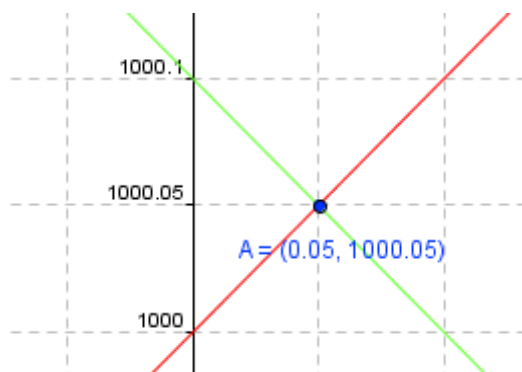
Anche arrivando a TOPO peso zero non riesco ad ottenere un peso totale di 1000.1 kg
Dovrei scendere con il peso dell'elefante ed aumentare quello del topo , trovo infine:



La cosa interessante però sarebbe trovare un modo di disegnare la quantità SOMMA e la quantità DIFFERENZA al variare dei singoli pesi e vedere dove entrambe le richieste sono modificate, dovrei fare

- 1) un grafico di tutte le coppie ELEFANTE, TOPO che hanno per somma 1000 cioè $ELEFANTE + TOPO = 1000.1$ e quindi $ELEFANTE = 1000.1 - TOPO$ ovvero $y = 1000.1 - x$ e
- 2) un grafico di tutte le coppie ELEFANTE, TOPO che hanno per differenza 1000 cioè $ELEFANTE - TOPO = 1000$, cioè $ELEFANTE = TOPO + 1000$ ovvero $y = x + 1000$

L'intersezione tra tutte le coppie che soddisfano la prima richiesta e quelle che soddisfano la seconda è quindi così rappresentata:



Nella curva verde ci sono tutti i pesi dell'elefante al variare del peso del topo ma fermo restando che la somma faccia 1000.1

Nella curva rossa ci sono tutti i pesi dell'elefante al variare del peso del topo ma fermo restando che la differenza faccia 1000

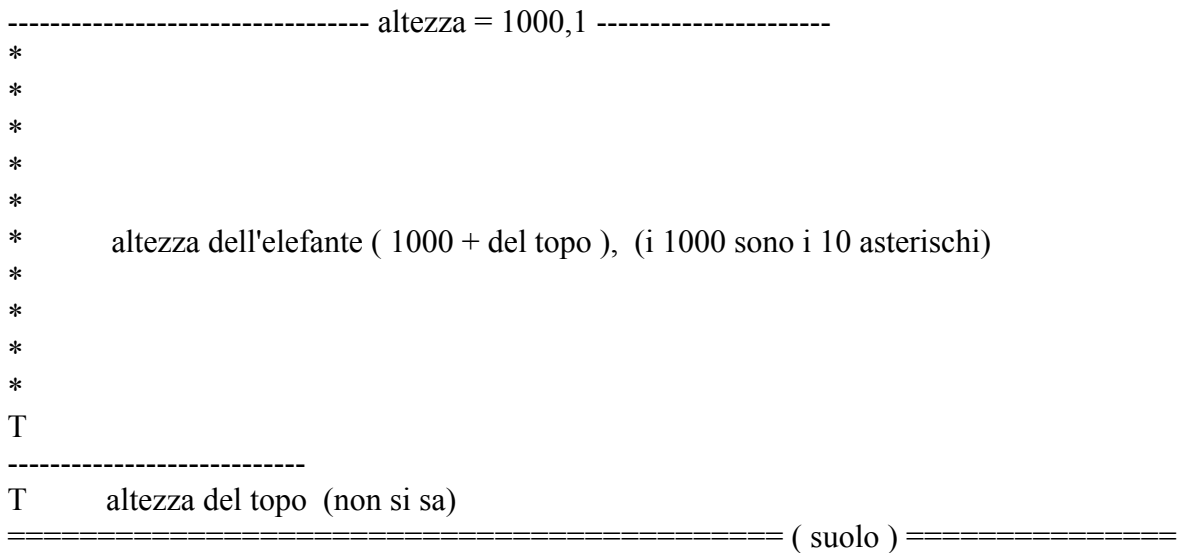
Nel punto di intersezione sono verificate entrambe le proprietà.

Questo tipo di risoluzione richiede che l'allievo individui i grafici come collezioni di combinazioni possibili di valori, cioè di *soluzioni*, la cosa non è banale e si può fare solo al secondo anno dopo che gli allievi hanno studiato i grafici quanto meno della retta.

Il metodo però non è particolarmente intuitivo, sarebbe molto meglio usare un grafico con due variabili libere.

[...]

Continuando a pensare al problema ho finalmente intravisto come l'assunzione che l'elefante pesi una tonnellata più del topo vincola, inesorabilmente, il peso dell'elefante a quello del topo, quindi, in pratica è solo il peso del topo a dovere essere determinato. A questo punto ho pensato di visualizzare il problema in termini di altezza:



Beh... così rappresentata la soluzione appare evidente: due volte l'altezza del topo deve dare lo 0,1 che manca perché l'altezza complessiva sia 1000,1. E quindi 0,05, cioè i 50 grammi della soluzione per il topo e 1000,050 per l'elefante.

Questo tipo di soluzione mi sembra più intuitiva e più bella di quella algebrica.

Per arrivare a risolvere con analogie simili svariati problemi è ovvio che bisognerebbe lasciare più tempo a fare esperimenti di questo tipo e non richiudere troppo in fretta il pensiero matematico nella gabbia dell'algebra.

Con gli strumenti INTERSEZIONE DEI GRAFICI e lo strumento CALCOLATRICE DINAMICA (cioè quella creata con gli slider di geogebra ho pensato di proporre il seguente problema:

PROBLEMA 1:

Mario parte alle 8 di mattina dalla città TAURINO ed arriva alla città MALANO procedendo lungo una strada di 100 km facendo 10 km ogni ora.

Il giorno dopo Mario riparte, sempre alle 8 di mattina da MALANO e procede verso TAURINO ma questa percorrendo 20 km ogni ora:

Esiste una ora del giorno in cui Mario è esattamente nello stesso posto del giorno precedente?

PROBLEMA 2:

Franca parte alle 8 di mattina da casa sua, che è a fondo valle e si porta ad un rifugio di montagna posto ad una altezza che non sa nemmeno lui qual è. Sta di fatto che ci impiega 5 ore.

Il giorno dopo, sempre partendo alle 8 torna a casa sua, mettendoci un tempo che non sa, perchè nel frattempo gli si è rotto l'orologio.

Esiste una ora del giorno in cui Franca è esattamente nello stesso posto del giorno precedente?

Entrambi i problemi si risolvono bene con i grafici (si capisce che una intersezione “stesso tempo-stesso luogo” deve esserci mettendo in ascissa il tempo ed in ordinata la distanza da casa.

Una soluzione però ancora più bella è pensare che Franca/andata e Franca/ritorno partano in realtà nello stesso giorno alle 8 di mattina: si chiudano fuori dalle rispettive case e, mettendoci tutto il tempo che vogliono ,percorrano **un unico sentiero estremamente stretto**: necessariamente si incontreranno!