Capitolo 5

Termologia: temperatura ed equilibrio termico

WEB (Materiali vari)

"Quando si è capaci di misurare ciò di cui si sta parlando ed esprimerlo in numeri, allora si conosce qualcosa al riguardo; ma quando non lo si può misurare, la conoscenza è scarsa e insoddisfacente."

— William Thomson (Lord Kelvin)

Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro

Ripassa con le flashcard

Esercizi auto-generati

Sorgente di questo capitolo

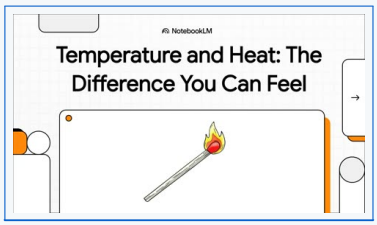
Esercizi del prof. De Capoa

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



12 Calore e Temperatura



12 fisica calorimetria video



fb12 termologia

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [IT] Calorimetria base
- [IT] Calorimetria
- [EN] Calorimetria
- [FR] Fisica calorimetria
- [ES] Calorimetria base

Introduzione

Tutti abbiamo familiarità con le sensazioni di "caldo" e "freddo": una tazza di tè appena versato è calda, un cubetto di ghiaccio è freddo. Ma queste impressioni soggettive non sono ancora fisica. Se metti la mano sinistra in una bacinella di acqua tiepida e la mano destra in una di acqua bollente per qualche secondo, e poi le immergi entrambe in una stessa bacinella di acqua a temperatura ambiente, la mano sinistra ti sembrerà calda e la destra fredda — eppure stanno toccando esattamente la stessa acqua. Le sensazioni ingannano.

Per fare scienza dei fenomeni termici dobbiamo passare dalla sensazione alla *misura*: associare a ogni stato di un corpo un numero, la temperatura, che rispetti l'evidenza sperimentale e ci permetta di confrontare oggettivamente situazioni diverse. La citazione di Kelvin all'inizio del capitolo coglie esattamente questo passaggio: la conoscenza qualitativa diventa scientifica solo quando si fa quantitativa.

Questo capitolo è la *termologia*: la fisica dei fenomeni termici descritta con le grandezze macroscopiche, senza ancora entrare nel meccanismo microscopico (che vedremo nel capitolo 20) né nei principi della termodinamica (capitolo 12). Partiremo dalla *temperatura*: che cosa significa, come si definisce in modo operativo, perché due corpi messi a contatto raggiungono uno stato comune (*equilibrio termico*), e quali scale numeriche si usano per esprimerla. Vedremo poi un primo effetto della temperatura sui corpi, la *dilatazione termica*, e daremo finalmente un nome e una misura a ciò che passa da un corpo caldo a uno freddo: il *calore*, con il calore specifico, la calorimetria e il calorimetro. Chiuderemo con i *passaggi di stato*, in cui un corpo riceve calore senza cambiare temperatura. Tutto il resto della termodinamica — gas perfetti, primo e secondo principio — poggerà su questi fondamenti.

5.1. Sistemi termici e interazioni

quiz e materiali con l'AI
flashcard del paragrafo

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

5.1.1. Interazioni fra sistemi fisici come cambiamento di stato

Cominciamo con un'osservazione semplice. Mettiamo un cubetto di ghiaccio in un bicchiere d'acqua a temperatura ambiente. Dopo qualche minuto il cubetto è completamente sciolto, e l'acqua del bicchiere è più fredda di prima. Qualcosa è successo, qualcosa è cambiato in entrambi i corpi. Diciamo che fra il cubetto e l'acqua c'è stata un'**interazione termica**.

Lo stesso linguaggio vale per altri esempi familiari:

- una pentola d'acqua sul fornello acceso si scalda fino a bollire;
- un caffè caldo lasciato sul tavolo si raffredda lentamente;
- due lastre di metallo, una calda e una fredda, messe a contatto raggiungono dopo un po' la stessa temperatura intermedia.

In tutti questi casi due corpi (o due parti dello stesso corpo) interagiscono fra loro, e il segnale dell'interazione è un *cambiamento di stato*: cambia la temperatura, cambia il volume, cambia l'aspetto fisico (il ghiaccio diventa acqua liquida, l'acqua bollente diventa vapore). La fisica dei fenomeni termici è la fisica di queste interazioni.

Definizione 5.1 — Sistema termodinamico

Un **sistema termodinamico** è una porzione finita di materia o di spazio scelta come oggetto di studio, separata dal resto dell'universo da un confine (reale o ideale). Tutto ciò che sta fuori dal sistema è detto *ambiente* o *esterno*.

A seconda di che cosa il confine lascia attraversare, distinguiamo:

- un sistema **aperto** scambia con l'esterno sia materia sia energia (un bicchiere senza coperchio);
- un sistema **chiuso** scambia energia ma non materia (una bottiglia tappata);
- un sistema **isolato** non scambia nulla con l'esterno (idealizzazione: un thermos perfetto si avvicina a questa condizione).

5.1.2. Stato macroscopico di un sistema

Un grammo d'acqua contiene un numero gigantesco di molecole: circa 3.3×10^{22}. Descrivere posizione e velocità di ognuna di esse, istante per istante, è impossibile in pratica e — come vedremo — anche inutile per gran parte delle domande che ci poniamo. Per fortuna, l'esperienza mostra che bastano poche grandezze macroscopiche a caratterizzare il comportamento osservabile del sistema.

Definizione 5.2 — Stato macroscopico

Lo **stato macroscopico** di un sistema termodinamico in equilibrio è l'insieme dei valori assunti da poche grandezze fisiche misurabili (volume, pressione, temperatura, massa, densità…) che ne descrivono completamente il comportamento osservabile, prescindendo dal dettaglio del moto delle singole molecole.

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

Nota

La descrizione *microscopica* — in termini di posizioni e velocità delle singole particelle — non è sbagliata, ma è impraticabile e quasi sempre inutile: se in una stanza vuoi sapere se fa caldo o freddo, ti basta un termometro, non l'elenco delle posizioni e velocità di 10^{25} molecole d'aria. Il legame fra descrizione macroscopica e microscopica è oggetto della *termodinamica statistica*, che studieremo nel capitolo 20.

Diciamo che un sistema è in uno **stato di equilibrio** (termico, meccanico, chimico) quando le grandezze macroscopiche che lo descrivono non variano nel tempo, in assenza di interazioni esterne. È solo per stati di equilibrio che ha senso assegnare un valore univoco a temperatura, pressione, volume — e di conseguenza è agli stati di equilibrio che si applicheranno le leggi della termodinamica classica.

5.1.3. Variabili di stato e loro misurabilità

Definizione 5.3 — Variabili di stato

Le grandezze fisiche che caratterizzano lo stato macroscopico di un sistema in equilibrio si chiamano **variabili di stato** (o coordinate termodinamiche). Esempi: volume V, pressione p, temperatura T, massa m, densità ρ.

Le variabili di stato si dividono in due grandi famiglie, di cui è importante avere chiara la distinzione.

- Le grandezze **estensive** dipendono dalla quantità di materia: raddoppiando il sistema, il loro valore raddoppia. Esempi: massa, volume, energia, numero di particelle.
- Le grandezze **intensive** non dipendono dalla quantità di materia: prendendo metà del sistema in equilibrio, il loro valore resta invariato. Esempi: temperatura, pressione, densità.

Nota

Il rapporto fra due grandezze estensive è una grandezza intensiva. Per esempio, la densità $\rho = m/V$ è intensiva: se prendi la metà di un blocco d'acqua, sia la massa sia il volume si dimezzano, ma il rapporto resta lo stesso. È una distinzione utile da tenere a mente in tutta la termodinamica.

Tutte le variabili di stato devono essere *misurabili*: per ognuna serve una procedura operativa che permette di assegnarle un valore numerico riproducibile (cfr. capitolo 1). Per volume e massa abbiamo già strumenti familiari (cilindri graduati, bilance); per la pressione vedremo il manometro nel capitolo 10; per la temperatura — che è la grandezza protagonista di questo capitolo — dobbiamo procedere con cura.

5.2. La temperatura

quiz e materiali con l'AI
flashcard del paragrafo

5.2.1. Definizione operativa di temperatura

Le sensazioni di caldo e freddo, come abbiamo visto, sono inaffidabili. Eppure suggeriscono qualcosa di reale: esiste una proprietà degli oggetti per cui possiamo metterli in ordine — più caldo, più freddo. Il problema è trasformare questa intuizione in una grandezza fisica misurabile.

L'idea, antica almeno quanto il termoscopio costruito da Galileo intorno al 1592, è di sfruttare il fatto che molte proprietà fisiche dei corpi (volume, lunghezza, pressione, resistenza elettrica, colore di un metallo incandescente...) cambiano in modo riproducibile quando il corpo si scalda o si raffredda. Una qualsiasi di queste proprietà può servire da *indicatore* della temperatura.

Definizione 5.4 — Definizione operativa di temperatura

La **temperatura** di un sistema in equilibrio è la grandezza fisica misurata da un *termometro* messo a contatto con il sistema, dopo che termometro e sistema hanno raggiunto a loro volta l'equilibrio reciproco.

Nota

È una definizione *operativa*: non spiega che cos'*è* la temperatura (lo capiremo nel capitolo 20: è una misura dell'energia cinetica media delle particelle), ma dice come misurarla. Per fare fisica quantitativa è esattamente ciò che serve. La definizione operativa è una strategia tipica della fisica: si rinuncia a dire "che cos'è" una grandezza e si specifica invece "come la si misura". Spesso il *come* chiarisce meglio del *che cos'è*.

5.2.2. Termometri e taratura

Definizione 5.5 — Termometro

Un **termometro** è un dispositivo che sfrutta una proprietà fisica di un corpo (detta *grandezza termometrica*) variabile con la temperatura, per fornire una misura numerica della temperatura stessa.

Esistono molti tipi di termometro, ciascuno basato su una diversa grandezza termometrica:

- termometri *a liquido*: sfruttano la dilatazione termica di un liquido (mercurio, alcol colorato) racchiuso in un capillare di vetro;
- termometri *a gas*: misurano la pressione di un gas a volume costante (o il volume a pressione costante);
- termometri *a resistenza*: sfruttano la variazione della resistenza elettrica di un metallo o di un semiconduttore con la temperatura;
- *termocoppie*: sfruttano la differenza di potenziale che si genera fra due metalli diversi a contatto, dipendente dalla temperatura;
- *pirometri ottici*: misurano l'intensità e il colore della luce emessa da un corpo molto caldo, senza contatto.

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

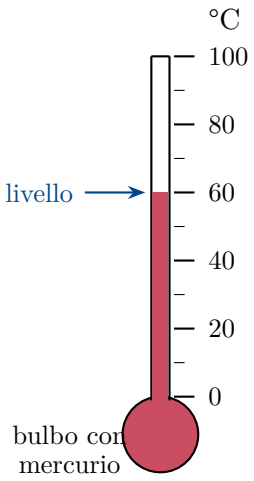


Figura 5.1: Schema di un termometro a mercurio con scala Celsius. Il bulbo contiene il liquido termometrico; il livello nel capillare cambia con la temperatura per dilatazione termica. La scala è incisa sul vetro con tacche numerate fra i due punti fissi.

Procedura — Costruire una scala termometrica

Per associare al termometro una scala di valori numerici si procede così:

1. si scelgono due **punti fissi**: stati riproducibili a cui assegnare per convenzione due valori numerici di temperatura. Tradizionalmente: la *temperatura del ghiaccio fondente* (acqua e ghiaccio in equilibrio a pressione atmosferica) e la *temperatura dell'acqua bollente* (acqua e vapore in equilibrio a pressione atmosferica);
2. si misura il valore della grandezza termometrica X ai due punti fissi, ottenendo X_0 e X_{100};
3. si suddivide l'intervallo $[X_0, X_{100}]$ in un numero stabilito di parti uguali, e si estende la suddivisione anche oltre i punti fissi.

La temperatura T corrispondente a un generico valore X della grandezza termometrica si ottiene per interpolazione lineare:

$$T = T_0 + \frac{X - X_0}{X_{100} - X_0}\,(T_{100} - T_0). \tag{5.1}$$

Attenzione!

Termometri costruiti con grandezze termometriche diverse possono *non concordare* alle temperature intermedie, anche se sono d'accordo ai punti fissi. Per esempio, un termometro a mercurio e uno ad alcol tarati entrambi a 0 °C e 100 °C possono dare letture leggermente diverse a 50 °C, perché le dilatazioni dei due liquidi non sono perfettamente lineari né uguali. Si è dunque concordato per convenzione internazionale di prendere come riferimento il *termometro a gas a volume costante*, le cui letture sono molto vicine alla temperatura "vera" definita teoricamente nel capitolo 20.

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

5.2.3. Equilibrio termico come processo di interazione

Quando due corpi a temperature diverse vengono messi a contatto, l'esperienza mostra che le loro temperature evolvono nel tempo: il più caldo si raffredda, il più freddo si riscalda, finché entrambi raggiungono una temperatura comune intermedia, dopodiché non cambiano più. Si dice che hanno raggiunto l'**equilibrio termico**.

Definizione 5.6 — Equilibrio termico

Due sistemi a contatto, in grado di interagire termicamente fra loro, sono in **equilibrio termico** quando le loro variabili di stato (in particolare la temperatura) non variano più nel tempo. Equivalentemente: due sistemi sono in equilibrio termico se, messi a contatto attraverso una parete che permette lo scambio di energia termica, non scambiano nulla.

L'equilibrio termico non è un fatto istantaneo: è il risultato di un'interazione (scambio di energia termica) che procede finché esiste una differenza di temperatura, e si arresta quando questa differenza si annulla. È esattamente questa proprietà a permettere a un termometro di funzionare: messo a contatto con un corpo, il termometro raggiunge l'equilibrio termico con esso, e a quel punto la sua lettura coincide con la temperatura del corpo.

5.2.4. Principio zero della termodinamica

Il fatto che "avere la stessa temperatura" sia una relazione *transitiva* — se A ha la stessa temperatura di B, e B ha la stessa temperatura di C, allora anche A e C hanno la stessa temperatura — sembra ovvio, ma logicamente non lo è affatto. Eppure è proprio quello che permette di usare i termometri: il termometro B misura la temperatura di un corpo A; se poi misura anche un corpo C e troviamo lo stesso valore, possiamo concludere che A e C, pur senza essersi mai toccati, hanno la stessa temperatura. Senza questa proprietà non avrebbe senso parlare di temperatura come grandezza universale.

L'evidenza sperimentale di questa transitività è così fondamentale da meritare il nome di *principio* (anche se è stato formalizzato dopo i principi primo e secondo della termodinamica, e per non rinumerarli si è scelto di chiamarlo "principio zero").

Legge 5.1 — Principio zero della termodinamica

Se due sistemi A e B sono in equilibrio termico con un terzo sistema C, allora A e B sono in equilibrio termico fra loro:

$$A \sim C \quad \text{e} \quad B \sim C \quad \Longrightarrow \quad A \sim B,$$

dove il simbolo $\sim$ denota equilibrio termico.

Nota — Perché "zero"?

Il primo e il secondo principio della termodinamica furono formulati nel XIX secolo da Clausius, Kelvin e altri. Solo nel 1931 Ralph H. Fowler riconobbe che dietro all'idea stessa di temperatura si nasconde un assioma logicamente più fondamentale, che andrebbe

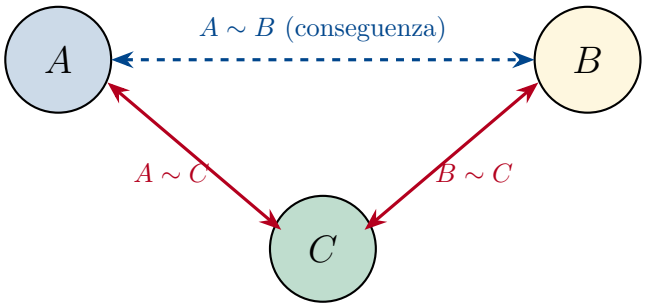


Figura 5.2: Principio zero della termodinamica. Se A è in equilibrio termico con C e B è in equilibrio termico con C, allora A e B sono in equilibrio termico fra loro, anche senza essersi mai toccati. È questa transitività a rendere possibile l'uso del termometro come standard di confronto.

enunciato *prima* degli altri due. Per non rinumerare leggi già famose, si scelse il nome "principio zero".

Il principio zero ha una conseguenza concettuale importante: poiché "essere in equilibrio termico" è una relazione di equivalenza (riflessiva, simmetrica e transitiva), si possono raggruppare tutti i sistemi del mondo in classi di sistemi mutuamente in equilibrio termico. Ad ogni classe si può associare un'*etichetta numerica* — la temperatura — comune a tutti i suoi membri. È questa la giustificazione logica del concetto di temperatura come grandezza fisica.

5.3. Scale termometriche

quiz e materiali con l'AI
flashcard del paragrafo

5.3.1. Scala Celsius

La scala più usata nella vita quotidiana in gran parte del mondo è la **scala Celsius**, proposta dall'astronomo svedese Anders Celsius nel 1742.

Legge 5.2 — Scala Celsius

La scala Celsius assegna i valori numerici:

- $0\,^\circ\mathrm{C}$ alla temperatura del ghiaccio fondente (acqua e ghiaccio in equilibrio a pressione atmosferica standard, $p = 1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$);
- $100\,^\circ\mathrm{C}$ alla temperatura dell'acqua bollente (acqua e vapore in equilibrio alla stessa pressione).

L'intervallo fra i due punti fissi è suddiviso in 100 gradi uguali.

L'unità di misura è il *grado Celsius*, simbolo °C. Differenze di temperatura nella scala Celsius si esprimono in °C.

Nota

Celsius nella sua proposta originaria del 1742 fissò 0 °C all'ebollizione e 100 °C alla fusione, in pratica al contrario di come oggi conosciamo la sua scala. Fu il botanico Carl von Linné a invertirla qualche anno dopo, dandole la forma attuale. Il nome "Celsius" è rimasto come riconoscimento storico.

5.3.2. Scala Kelvin temperatura assoluta

La scala Celsius è comoda nella vita quotidiana, ma il suo zero — la temperatura del ghiaccio fondente — è una scelta arbitraria, legata a una particolare sostanza (l'acqua) in particolari condizioni (pressione atmosferica). C'è uno zero più fondamentale?

L'analisi sperimentale del comportamento dei gas suggerì già nel XIX secolo che, raffreddando un gas, la sua pressione (a volume costante) o il suo volume (a pressione costante) decrescono linearmente con la temperatura. Estrapolando le rette ottenute fino a pressione zero o volume zero, tutte le rette si incontrano in uno stesso punto: $-273.15\,^{\circ}\mathrm{C}$. Sotto questa temperatura, una pressione o un volume positivi sono impossibili. Questo punto è uno **zero naturale**, indipendente dalla sostanza scelta: è lo **zero assoluto**.

Legge 5.3 — Scala Kelvin

La scala Kelvin (o *scala assoluta*) ha lo zero coincidente con lo zero assoluto e la stessa ampiezza di grado della scala Celsius. La temperatura espressa in kelvin si denota con T e si misura in *kelvin*, simbolo K (senza il simbolo di grado).

Nota

Il *kelvin* è un'unità di base del Sistema Internazionale (cfr. capitolo 1). Dal 2019 è definito a partire dalla costante di Boltzmann k_B, fissata per convenzione a $k_B = 1.380\,649 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ (esatto). Per il liceo basta sapere che storicamente fu definita imponendo $T = 273.16\,\mathrm{K}$ al punto triplo dell'acqua (lo stato in cui ghiaccio, acqua liquida e vapore coesistono in equilibrio).

Lo zero assoluto è un limite *irraggiungibile*: è possibile avvicinarvisi quanto si vuole, ma non toccarlo (il *terzo principio della termodinamica*, nel cap. 12, formalizza questa affermazione). I laboratori di fisica delle basse temperature riescono oggi a raggiungere temperature di pochi nanokelvin, ma mai zero.

5.3.3. Conversioni tra scale e zero assoluto

Poiché Celsius e Kelvin hanno la stessa ampiezza di grado e differiscono solo per l'origine, la conversione fra le due scale è una semplice traslazione.

$$T_{\mathrm{K}} = t_{^{\circ}\mathrm{C}} + 273.15, \qquad t_{^{\circ}\mathrm{C}} = T_{\mathrm{K}} - 273.15. \tag{5.2}$$

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

Attenzione!

- I *valori* di temperatura cambiano: $0\,°\text{C} = 273.15\,\text{K}$, $20\,°\text{C} = 293.15\,\text{K}$, ecc.
- Le *differenze* di temperatura sono invece le stesse: $\Delta T = 50\,\text{K} = 50\,°\text{C}$. Per questo nelle formule di termodinamica in cui compare ΔT è indifferente usare l'una o l'altra unità.
- Tutte le formule fondamentali della termodinamica (legge dei gas perfetti, energia cinetica media delle molecole, leggi della radiazione termica…) richiedono temperature in *kelvin*, mai in °C.

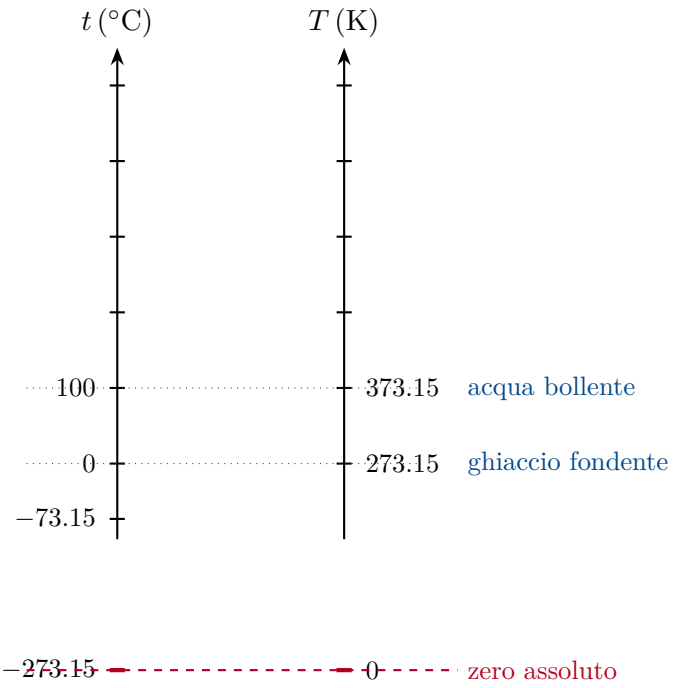


Figura 5.3: Confronto fra scala Celsius e scala Kelvin. Le due scale hanno la stessa ampiezza di grado e differiscono solo per la posizione dello zero. Lo zero assoluto, 0 K, corrisponde a $-273.15\,°\text{C}$: è un limite naturale al di sotto del quale nessun sistema fisico può esistere.

Esempio 5.1 — Conversioni di temperatura

Convertire le seguenti temperature: la temperatura corporea media umana (36.6 °C), l'azoto liquido (77 K), il punto di fusione del piombo (327 °C), il fondo cosmico a microonde (2.73 K).

Soluzione

Applichiamo la (5.2) caso per caso.
Temperatura corporea: $T = 36.6 + 273.15 = 309.75\,\text{K}$.
Azoto liquido: $t = 77 - 273.15 = -196.15\,°\text{C}$.
Punto di fusione del piombo: $T = 327 + 273.15 = 600.15\,\text{K}$.

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

Fondo cosmico: $t = 2.73 - 273.15 = -270.42\,^\circ\text{C}$.
Verifica di plausibilità: temperature "ordinarie" della scala Celsius (decine di gradi) corrispondono a kelvin attorno a 300; temperature criogeniche (poche centinaia di kelvin sopra lo zero) corrispondono a Celsius molto negativi; il fondo cosmico è quasi allo zero assoluto, a meno di pochi kelvin. Tutto coerente.

Esempio 5.2 — Taratura di un termometro a resistenza

Un termometro a resistenza ha le seguenti letture ai due punti fissi: $R_0 = 100.0\,\Omega$ al ghiaccio fondente, $R_{100} = 138.5\,\Omega$ all'acqua bollente. Determinare la temperatura corrispondente a una lettura di $R = 125.0\,\Omega$, sia in Celsius sia in kelvin, assumendo che la resistenza vari linearmente con la temperatura.

Soluzione

Algebricamente, per la (5.1) con $T_0 = 0\,^\circ\text{C}$, $T_{100} = 100\,^\circ\text{C}$ e grandezza termometrica $X = R$:

$$t = \frac{R - R_0}{R_{100} - R_0} \cdot 100\,^\circ\text{C}.$$

Sostituendo i valori:

$$t = \frac{125.0\,\Omega - 100.0\,\Omega}{138.5\,\Omega - 100.0\,\Omega} \cdot 100\,^\circ\text{C} = \frac{25.0\,\Omega}{38.5\,\Omega} \cdot 100\,^\circ\text{C} \approx 64.9\,^\circ\text{C}, \tag{5.3}$$

$$T = t + 273.15 \approx 338.0\,\text{K}. \tag{5.4}$$

Verifica di plausibilità: la lettura $125.0\,\Omega$ è a circa due terzi dell'intervallo $[100.0\,\Omega, 138.5\,\Omega]$, dunque ci si aspetta una temperatura a circa due terzi dell'intervallo $[0\,^\circ\text{C}, 100\,^\circ\text{C}]$, cioè attorno a $65\,^\circ\text{C}$ — coerente con il risultato.

5.4. Dilatazione termica

quiz e materiali con l'AI
flashcard del paragrafo

Quasi tutti i corpi, quando la loro temperatura aumenta, si *dilatano*: le loro dimensioni crescono. È un effetto piccolo, ma tutt'altro che trascurabile: i binari ferroviari, i ponti, i cavi dell'alta tensione, i tubi degli impianti di riscaldamento sono progettati tenendone conto, e il termometro a liquido del paragrafo precedente funziona proprio grazie a esso. Dal punto di vista microscopico, scaldare un corpo significa far vibrare più vigorosamente le sue molecole attorno alle posizioni di equilibrio: la distanza media fra molecole vicine aumenta leggermente, e con essa le dimensioni del corpo.

5.4.1. Dilatazione lineare

Consideriamo un solido in cui una dimensione prevale nettamente sulle altre: una sbarra, un filo, una rotaia. L'esperienza mostra che, per variazioni di temperatura non troppo grandi,

l'allungamento della sbarra è proporzionale sia alla lunghezza iniziale sia alla variazione di temperatura.

Legge 5.4 — Dilatazione lineare

Una sbarra di lunghezza L_0 alla temperatura T_0, portata alla temperatura $T = T_0 + \Delta T$, subisce un allungamento

$$\Delta L = \lambda\, L_0\, \Delta T, \qquad L = L_0\,(1 + \lambda\, \Delta T). \tag{5.5}$$

$$[\Delta L] = [L_0] = [\mathrm{m}],\ [\lambda] = \left[\frac{1}{\mathrm{K}}\right],\ [\Delta T] = [\mathrm{K}]$$

La costante λ si chiama **coefficiente di dilatazione lineare** e dipende dal materiale.

Il coefficiente λ rappresenta l'allungamento *relativo* ($\Delta L / L_0$) per ogni kelvin di aumento di temperatura: si misura in 1/K (o, equivalentemente, in 1/°C, perché nelle formule compare solo una differenza di temperatura). Per i solidi comuni è dell'ordine di 10^{-5} 1/K: un metro di acciaio si allunga di poco più di un centesimo di millimetro per ogni grado.

Tabella 5.1: Coefficienti di dilatazione lineare di alcuni solidi (valori indicativi a temperatura ambiente).

Materiale	λ (1/K)
Alluminio	2.4×10^{-5}
Rame	1.7×10^{-5}
Acciaio	1.2×10^{-5}
Vetro comune	9×10^{-6}
Vetro pirex	3.2×10^{-6}
Invar (lega Fe-Ni)	1.2×10^{-6}

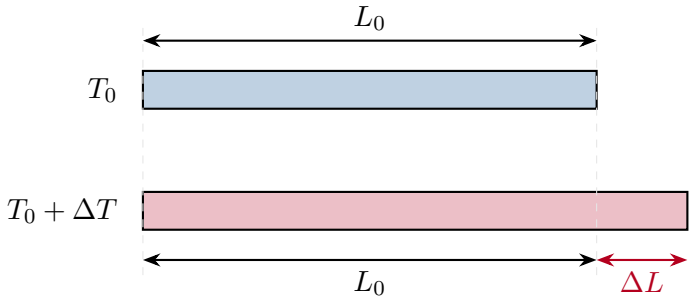


Figura 5.4: Dilatazione lineare di una sbarra: l'allungamento $\Delta L = \lambda L_0 \Delta T$ è proporzionale alla lunghezza iniziale e alla variazione di temperatura (nella figura è esagerato: in realtà è una frazione molto piccola di L_0).

Esempio 5.3 — Il binario al sole

Una rotaia d'acciaio ($\lambda = 1.2 \times 10^{-5}$/K) è lunga $L_0 = 30.0\,\mathrm{m}$ in una mattina d'inverno a $t_0 = -5\,^\circ\mathrm{C}$. Quanto è lunga in un pomeriggio d'estate a $t = 45\,^\circ\mathrm{C}$?

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

Soluzione

La variazione di temperatura è $\Delta T = 45\,^\circ\text{C} - (-5\,^\circ\text{C}) = 50\,\text{K}$ (le differenze sono uguali in kelvin e in gradi Celsius). Per la (5.5):

$$\Delta L = \lambda\, L_0\, \Delta T = 1.2 \times 10^{-5}/\text{K} \cdot 30.0\,\text{m} \cdot 50\,\text{K} = 1.8 \times 10^{-2}\,\text{m} = 1.8\,\text{cm}.$$

La rotaia misura dunque $L = L_0 + \Delta L = 30.018\,\text{m}$. Meno di due centimetri su trenta metri: una frazione minuscola, ma se le rotaie fossero saldate senza alcun gioco, la spinta che esse eserciterebbero l'una sull'altra sarebbe enorme e deformerebbe il binario. Per questo, tra una rotaia e l'altra, si lasciano i *giunti di dilatazione*.

Nota — Il bilama

Se si saldano fra loro due lamine di metalli diversi (per esempio ottone e acciaio), scaldando la coppia il metallo che si dilata di più costringe l'altra lamina a curvarsi. È il *bilama*, usato nei termostati meccanici: la curvatura apre o chiude un contatto elettrico a una temperatura prefissata.

5.4.2. Dilatazione superficiale e volumica

Se il corpo si dilata in tutte le direzioni (si dice che è *isotropo*), anche le sue superfici e il suo volume crescono con la temperatura. Il risultato si ricava direttamente dalla dilatazione lineare.

Consideriamo una lastra quadrata di lato L_0, quindi di area $S_0 = L_0^2$. Dopo un aumento di temperatura ΔT il lato diventa $L = L_0(1 + \lambda\Delta T)$ e l'area

$$S = L^2 = L_0^2\,(1 + \lambda\Delta T)^2 = S_0\,(1 + 2\lambda\Delta T + \lambda^2\Delta T^2).$$

Poiché $\lambda\Delta T$ è un numero molto piccolo (per l'acciaio, con $\Delta T = 100\,\text{K}$, vale 1.2×10^{-3}), il suo quadrato è trascurabile e resta $S \approx S_0(1 + 2\lambda\Delta T)$. Lo stesso ragionamento, con un cubo, dà $V \approx V_0(1 + 3\lambda\Delta T)$.

Legge 5.5 — Dilatazione superficiale e volumica

Per un solido isotropo di coefficiente di dilatazione lineare λ,

$$\Delta S = 2\lambda\, S_0\, \Delta T, \qquad \Delta V = \alpha\, V_0\, \Delta T \quad \text{con } \alpha = 3\lambda. \tag{5.6}$$

$$[\Delta S] = [S_0] = [\text{m}^2],\ [\Delta V] = [V_0] = [\text{m}^3],\ [\lambda] = [\alpha] = \left[\frac{1}{\text{K}}\right],\ [\Delta T] = [\text{K}]$$

La costante α si chiama **coefficiente di dilatazione volumica** (o *cubica*).

Attenzione!

- Un foro in una lastra di metallo, scaldando, *si allarga*, non si restringe: il materiale si dilata come se il foro fosse pieno. È per questo che un coperchio metallico che non si svita si sblocca mettendolo sotto l'acqua calda.

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

- La relazione $\alpha = 3\lambda$ vale solo per i *solidi* isotropi. Per i liquidi e i gas non ha senso parlare di dilatazione lineare (prendono la forma del recipiente): si misura direttamente α.

Per i liquidi il coefficiente α è in genere molto maggiore che per i solidi: per il mercurio $\alpha = 1.8 \times 10^{-4}/\mathrm{K}$, per l'alcol etilico $\alpha = 1.1 \times 10^{-3}/\mathrm{K}$, mentre per il vetro del bulbo è circa $2.7 \times 10^{-5}/\mathrm{K}$. È questa differenza a far funzionare il termometro a liquido: il liquido si dilata molto più del contenitore e la differenza di volume viene resa visibile dal capillare sottile. Per i gas, come vedremo nel capitolo 12, a pressione costante $\alpha \approx 3.66 \times 10^{-3}\,1/\mathrm{K} = 1/273\,\mathrm{K}$, uguale per tutti i gas: proprio da questa regolarità nasce l'idea di zero assoluto.

Esempio 5.4 — Una sfera di alluminio

Una sfera di alluminio ($\lambda = 2.4 \times 10^{-5}/\mathrm{K}$) ha volume $V_0 = 500\,\mathrm{cm}^3$ a $20\,^\circ\mathrm{C}$. Di quanto aumenta il suo volume, e di quanto la sua superficie, se viene portata a $220\,^\circ\mathrm{C}$?

Soluzione

Il coefficiente volumico è $\alpha = 3\lambda = 7.2 \times 10^{-5}/\mathrm{K}$ e $\Delta T = 200\,\mathrm{K}$. Per la (5.6):

$$\Delta V = \alpha\, V_0\, \Delta T = 7.2 \times 10^{-5}/\mathrm{K} \cdot 500\,\mathrm{cm}^3 \cdot 200\,\mathrm{K} = 7.2\,\mathrm{cm}^3.$$

Per la superficie serve prima il raggio: da $V_0 = \tfrac{4}{3}\pi r_0^3$ si ricava $r_0 = \sqrt[3]{3V_0/(4\pi)} = 4.92\,\mathrm{cm}$, dunque $S_0 = 4\pi r_0^2 = 304\,\mathrm{cm}^2$, e

$$\Delta S = 2\lambda\, S_0\, \Delta T = 2 \cdot 2.4 \times 10^{-5}/\mathrm{K} \cdot 304\,\mathrm{cm}^2 \cdot 200\,\mathrm{K} = 2.9\,\mathrm{cm}^2.$$

Verifica di plausibilità: le variazioni relative sono $\Delta V/V_0 = 1.4 \times 10^{-2}$ e $\Delta S/S_0 = 9.6 \times 10^{-3}$, cioè nel rapporto $3:2$, come deve essere.

5.4.3. Il comportamento anomalo dell'acqua

L'acqua fa eccezione alla regola "più caldo, più grande", e lo fa proprio nell'intervallo di temperature in cui vive gran parte degli esseri viventi. Scaldando l'acqua da $0\,^\circ\mathrm{C}$ a $4\,^\circ\mathrm{C}$ il suo volume *diminuisce*; solo al di sopra di $4\,^\circ\mathrm{C}$ l'acqua si comporta come gli altri liquidi e si dilata. Di conseguenza la densità dell'acqua è massima a circa $4\,^\circ\mathrm{C}$ ($\rho = 999.97\,\mathrm{kg/m}^3$) e diminuisce sia riscaldando sia raffreddando. Inoltre, solidificando, l'acqua *aumenta* di volume di circa il $9\,\%$: il ghiaccio ($\rho \approx 917\,\mathrm{kg/m}^3$) galleggia sull'acqua.

La spiegazione sta nella struttura della molecola d'acqua: i legami a idrogeno fra molecole vicine tendono a disporle in una struttura aperta, "a gabbia", meno compatta di quella disordinata del liquido. Nel ghiaccio la gabbia è completa (ecco perché occupa più volume); fra $0\,^\circ\mathrm{C}$ e $4\,^\circ\mathrm{C}$ i frammenti di gabbia che sopravvivono nel liquido si rompono progressivamente e l'acqua si *compatta*, vincendo la normale dilatazione termica; oltre i $4\,^\circ\mathrm{C}$ prevale quest'ultima.

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

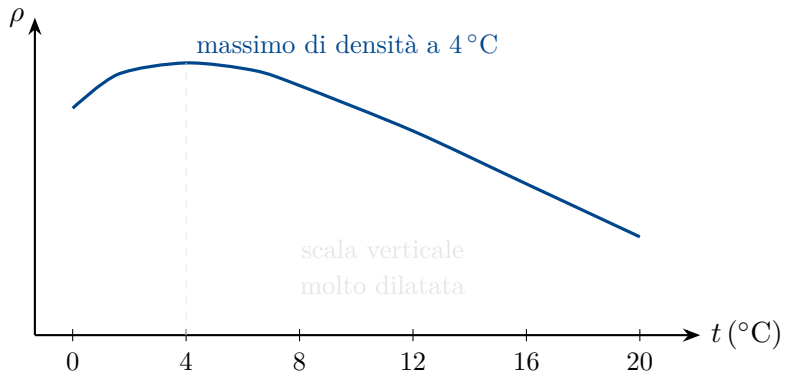


Figura 5.5: Densità dell'acqua in funzione della temperatura (andamento qualitativo). Fra 0 °C e 4 °C l'acqua si contrae scaldandosi; oltre i 4 °C si dilata come gli altri liquidi.

Nota — Perché i laghi gelano dalla superficie

In autunno l'acqua superficiale di un lago si raffredda e, diventando più densa, scende sul fondo; questa circolazione prosegue finché tutto il lago arriva a 4 °C. Raffreddandosi ulteriormente, l'acqua in superficie diventa *meno* densa e resta in alto, dove gela; il ghiaccio, meno denso ancora, galleggia e isola l'acqua sottostante, che rimane a 4 °C per tutto l'inverno. Senza l'anomalia dell'acqua i laghi gelerebbero dal fondo e la vita acquatica delle regioni fredde non sarebbe possibile. La stessa anomalia spiega perché una bottiglia piena d'acqua messa nel congelatore si rompe e perché il gelo spacca le rocce e l'asfalto.

5.5. Il calore

quiz e materiali con l'AI
flashcard del paragrafo

Nel paragrafo 5.2.3 abbiamo visto che due corpi a temperature diverse, messi a contatto, evolvono verso l'equilibrio termico: "qualcosa" passa dal corpo caldo al corpo freddo finché le temperature si eguagliano. Diamo ora un nome e una misura a questo qualcosa.

5.5.1. Calore come energia in transito

Storicamente il calore è stato a lungo confuso con una sostanza materiale (il *calorico*), un fluido invisibile che passava dai corpi caldi ai corpi freddi. Gli esperimenti di Benjamin Thompson (conte Rumford) sulla foratura dei cannoni, nel 1798, e quelli di James Prescott Joule sull'equivalente meccanico del calore, intorno al 1845, mostrarono definitivamente che il calore non è una sostanza, ma una *forma di energia in transito*: si può produrre calore senza limiti con il solo attrito, e una quantità ben definita di lavoro meccanico produce sempre la stessa quantità di calore.

Definizione 5.7 — Calore

Il *calore* Q è l'energia che viene scambiata fra un sistema e l'ambiente (o fra due sistemi) a causa di una differenza di temperatura. Si misura in joule (J); un'unità tradizionale

ancora in uso in alcuni contesti è la *caloria*, con $1\,\text{cal} = 4.186\,\text{J}$.

Attenzione!

Calore e temperatura sono grandezze diverse, che il linguaggio comune confonde di continuo.

- La *temperatura* è una variabile di stato: un corpo *ha* una temperatura.
- Il *calore* è energia scambiata durante un processo: non ha senso dire quanto calore *contiene* un corpo, così come non ha senso chiedere quanta pioggia contiene un lago. La grandezza posseduta dal sistema è l'*energia interna*, che incontreremo nel capitolo 12.
- Un corpo può ricevere calore senza cambiare temperatura: è ciò che accade durante i passaggi di stato (§5.7).

5.5.2. Capacità termica e calore specifico

Sperimentalmente si osserva che, per riscaldare un corpo da una temperatura T_i a una temperatura T_f, la quantità di calore necessaria è proporzionale alla variazione di temperatura $\Delta T = T_f - T_i$ (purché non si verifichino passaggi di stato).

Definizione 5.8 — Capacità termica

Si chiama *capacità termica* C di un corpo il rapporto fra il calore Q scambiato e la conseguente variazione di temperatura ΔT:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}, \qquad [C] = \text{J/K}. \tag{5.7}$$

La capacità termica dipende dalla quantità di materia: una pentola d'acqua ha capacità termica maggiore di un bicchiere della stessa acqua. Per ottenere una grandezza intrinseca del materiale si introduce il calore specifico:

Definizione 5.9 — Calore specifico

Il *calore specifico* c di una sostanza è la capacità termica per unità di massa:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m\,\Delta T}, \qquad [c] = \text{J/(kg K)}. \tag{5.8}$$

Da cui si ricava la *equazione fondamentale della calorimetria*:

$$Q = m\,c\,\Delta T. \tag{5.9}$$

$$[Q] = [\text{J}],\ [m] = [\text{kg}],\ [c] = \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right],\ [\Delta T] = [\text{K}]$$

$$\textit{SI base: } [Q] = \left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2}\right],\ [c] = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2\cdot\text{K}}\right]$$

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

Il segno di Q segue quello di ΔT: $Q > 0$ se il corpo *assorbe* calore e si scalda, $Q < 0$ se lo *cede* e si raffredda.

Tabella 5.2: Calori specifici di alcune sostanze (valori indicativi a pressione atmosferica).

Sostanza	c (J/(kg K))
Acqua liquida	4186
Ghiaccio (a $-10\,^\circ$C)	2090
Vapore acqueo (a $110\,^\circ$C)	2010
Alcol etilico	2430
Olio d'oliva	≈ 2000
Aria (a pressione costante)	1005
Alluminio	897
Vetro	≈ 840
Ferro, acciaio	450
Rame	385
Piombo	128

Il calore specifico dell'acqua, $c_{\mathrm{H_2O}} = 4186\,\mathrm{J/(kg\,K)}$, è fra i più alti di tutte le sostanze comuni: per scaldare di un grado un chilogrammo d'acqua serve dieci volte l'energia necessaria a un chilogrammo di rame. Questo spiega perché l'acqua è un ottimo *regolatore termico*: gli oceani mitigano il clima delle coste, il corpo umano (per due terzi acqua) mantiene la sua temperatura con relativa facilità, e l'acqua è il fluido più usato negli impianti di riscaldamento e raffreddamento.

Esempio 5.5 — Scaldare l'acqua per la pasta

Quanto calore serve per portare $m = 1.5\,\mathrm{kg}$ di acqua da $18\,^\circ$C a $100\,^\circ$C? Se il fornello trasferisce all'acqua una potenza utile di $1.2\,\mathrm{kW}$, quanto tempo occorre?

Soluzione

Dalla (5.9), con $\Delta T = 82\,\mathrm{K}$:

$$Q = m\,c\,\Delta T = 1.5\,\mathrm{kg}\cdot 4186\,\mathrm{J/(kg\,K)}\cdot 82\,\mathrm{K} = 5.1\times 10^{5}\,\mathrm{J} = 510\,\mathrm{kJ}.$$

Poiché la potenza è energia per unità di tempo ($P = Q/\Delta t$), il tempo necessario è

$$\Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{5.1\times 10^{5}\,\mathrm{J}}{1.2\times 10^{3}\,\mathrm{W}} = 4.3\times 10^{2}\,\mathrm{s} \approx 7\,\mathrm{min}.$$

Verifica di plausibilità: circa sette minuti per portare a bollore un litro e mezzo d'acqua su un fornello domestico è un tempo del tutto realistico.

5.6. Calorimetria

quiz e materiali con l'AI
flashcard del paragrafo

La *calorimetria* è la misura degli scambi di calore. Il suo strumento è il bilancio energetico: in un sistema isolato il calore ceduto da un corpo è tutto assorbito dagli altri.

5.6.1. Temperatura di equilibrio

Quando due corpi a temperature diverse sono posti in contatto termico in un sistema isolato, scambiano calore fino a raggiungere una temperatura comune T_e di equilibrio. Per il principio di conservazione dell'energia, il calore ceduto dal corpo caldo è uguale e opposto a quello assorbito dal corpo freddo:

$$Q_1 + Q_2 = 0. \tag{5.10}$$

Sostituendo l'equazione fondamentale della calorimetria:

$$m_1 c_1 (T_e - T_1) + m_2 c_2 (T_e - T_2) = 0, \tag{5.11}$$

da cui si ricava la *temperatura di equilibrio*:

$$T_e = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}. \tag{5.12}$$

$$[T_e] = [T_1] = [T_2] = [\mathrm{K}],\ [m_i] = [\mathrm{kg}],\ [c_i] = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}\right]$$

$$\textit{SI base: } [c_i] = \left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2\cdot\mathrm{K}}\right] \text{ (le altre grandezze sono già SI base)}$$

La temperatura di equilibrio è una *media pesata* delle temperature iniziali, con pesi le capacità termiche $m_1 c_1$ e $m_2 c_2$: il corpo con capacità termica maggiore "tira" di più l'equilibrio verso la propria temperatura.

Esempio 5.6 — Mescolamento di acqua a temperature diverse

In un recipiente termicamente isolato si versano $m_1 = 0.30\,\mathrm{kg}$ di acqua a $T_1 = 80\,^\circ\mathrm{C}$ e $m_2 = 0.20\,\mathrm{kg}$ di acqua a $T_2 = 20\,^\circ\mathrm{C}$. Determinare la temperatura di equilibrio.

Soluzione

Trattandosi della stessa sostanza, $c_1 = c_2 = c$ si semplifica nella (5.12):

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}. \tag{5.13}$$

Sostituendo (lavorando in °C, dato che le differenze sono uguali in scala Kelvin):

$$T_e = \frac{0.30\,\mathrm{kg}\cdot 80\,^\circ\mathrm{C} + 0.20\,\mathrm{kg}\cdot 20\,^\circ\mathrm{C}}{0.30\,\mathrm{kg} + 0.20\,\mathrm{kg}} = \frac{28\,\mathrm{kg}\,^\circ\mathrm{C}}{0.50\,\mathrm{kg}} = 56\,^\circ\mathrm{C}.$$

La temperatura finale è più vicina a quella iniziale dell'acqua calda, perché ne abbiamo una massa maggiore.

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

5.6.2. Il calorimetro

Per misurare davvero gli scambi di calore serve un recipiente che isoli il sistema dall'ambiente: il **calorimetro**. Nella versione da laboratorio scolastico (*calorimetro delle mescolanze*) è un vaso a doppia parete con il vuoto nell'intercapedine e pareti argentate (il *vaso di Dewar*, lo stesso principio del thermos), chiuso da un coperchio isolante attraversato da un termometro e da un agitatore, che serve a rendere uniforme la temperatura.

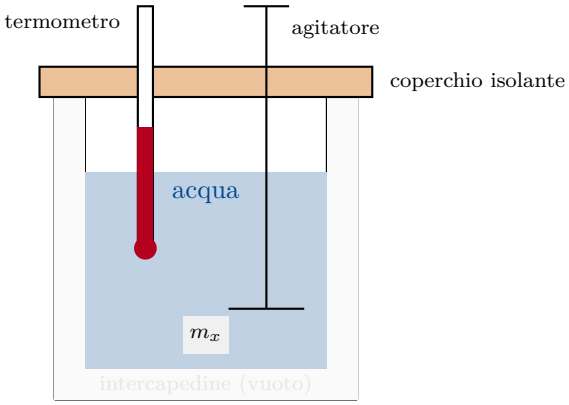


Figura 5.6: Schema del calorimetro delle mescolanze: un vaso di Dewar (doppia parete con intercapedine vuota) chiuso da un coperchio isolante, con termometro e agitatore. Il corpo di cui si vuole misurare il calore specifico (m_x) viene immerso nell'acqua del calorimetro.

Il calorimetro non è mai perfettamente "invisibile": le sue parti interne (vaso, termometro, agitatore) assorbono calore insieme all'acqua. Se ne tiene conto con la **capacità termica del calorimetro** C_{cal}, misurata una volta per tutte e spesso espressa come *equivalente in acqua* $m_e = C_{\text{cal}}/c_{\text{H}_2\text{O}}$: la massa d'acqua che assorbirebbe lo stesso calore del calorimetro. Il bilancio della (5.11) si scrive allora

$$m_1 c_1 (T_e - T_1) + (m_2 c_2 + C_{\text{cal}})(T_e - T_2) = 0, \tag{5.14}$$

dove il corpo 2 è l'acqua che già si trova nel calorimetro, alla sua stessa temperatura T_2.

Nota

Il calorimetro è un sistema *quasi* isolato: in tempi lunghi scambia comunque calore con l'ambiente. Per questo le misure si fanno rapidamente, si legge la temperatura di equilibrio appena l'agitazione l'ha resa uniforme, e si preferiscono temperature iniziali "a cavallo" di quella ambiente, così che le perdite verso l'esterno e i guadagni dall'esterno si compensino in parte.

5.6.3. Misura di un calore specifico: il metodo delle mescolanze

Il calorimetro permette di misurare il calore specifico di un solido con il *metodo delle mescolanze*: si scalda il corpo in un bagno d'acqua bollente, se ne misura la temperatura T_x, poi lo si immerge rapidamente nel calorimetro che contiene una massa nota m_a di acqua a temperatura T_a, e si legge la temperatura di equilibrio T_e. Dal bilancio (5.14), con il corpo come "1" e l'acqua come "2":

$$c_x = \frac{(m_a c_{\mathrm{H_2O}} + C_{\mathrm{cal}})\,(T_e - T_a)}{m_x\,(T_x - T_e)}. \tag{5.15}$$

$$[c_x] = [c_{\mathrm{H_2O}}] = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}\right],\ [m_a] = [m_x] = [\mathrm{kg}],\ [C_{\mathrm{cal}}] = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\right],\ [T] = [\mathrm{K}]$$

Esempio 5.7 — Di che metallo è fatto?

Un cilindretto di metallo di massa $m_x = 150\,\mathrm{g}$ viene tenuto a lungo in acqua bollente ($T_x = 100.0\,^\circ\mathrm{C}$) e poi immerso in un calorimetro ($C_{\mathrm{cal}} = 40\,\mathrm{J/K}$) contenente $m_a = 250\,\mathrm{g}$ di acqua a $T_a = 18.0\,^\circ\mathrm{C}$. La temperatura di equilibrio è $T_e = 22.0\,^\circ\mathrm{C}$. Determinare il calore specifico del metallo e identificarlo con l'aiuto della tabella 5.2.

Soluzione

Convertiamo le masse in chilogrammi ($m_x = 0.150\,\mathrm{kg}$, $m_a = 0.250\,\mathrm{kg}$) e applichiamo la (5.15); le differenze di temperatura valgono $T_e - T_a = 4.0\,\mathrm{K}$ e $T_x - T_e = 78.0\,\mathrm{K}$:

$$m_a c_{\mathrm{H_2O}} + C_{\mathrm{cal}} = 0.250\,\mathrm{kg}\cdot 4186\,\mathrm{J/(kg\,K)} + 40\,\mathrm{J/K} = 1087\,\mathrm{J/K},$$
$$c_x = \frac{1087\,\mathrm{J/K}\cdot 4.0\,\mathrm{K}}{0.150\,\mathrm{kg}\cdot 78.0\,\mathrm{K}} = \frac{4348\,\mathrm{J}}{11.7\,\mathrm{kg\,K}} = 3.7\times 10^2\,\mathrm{J/(kg\,K)}.$$

Il valore è compatibile, entro le incertezze di una misura scolastica (il termometro legge al mezzo grado, e 0.5 K su 4.0 K è già un 12 %), con il calore specifico del *rame*, $385\,\mathrm{J/(kg\,K)}$. Verifica di plausibilità: il metallo caldo ha ceduto $Q = m_x c_x (T_x - T_e) \approx 4.3\times 10^3\,\mathrm{J}$; la stessa energia ha scaldato di soli 4 K un quarto di litro d'acqua. È proprio la grande differenza fra i calori specifici a rendere il metodo poco preciso: conviene usare molto metallo e poca acqua.

5.7. Passaggi di stato

quiz e materiali con l'AI
flashcard del paragrafo

Finora abbiamo supposto che il calore fornito a un corpo ne faccia sempre aumentare la temperatura. Non è sempre così: un cubetto di ghiaccio che si scioglie in un bicchiere resta a 0 °C finché non è completamente fuso, e l'acqua che bolle in pentola resta a 100 °C per quanto si alzi la fiamma. In questi casi il calore serve a cambiare lo *stato di aggregazione* della sostanza.

5.7.1. Stati di aggregazione e passaggi di stato

La materia si presenta in tre stati di aggregazione principali.

- Nello stato **solido** le molecole occupano posizioni fisse (spesso ordinate in un reticolo cristallino) e vibrano attorno a esse: il solido ha forma e volume propri.
- Nello stato **liquido** le molecole restano a contatto ma possono scorrere le une sulle altre: il liquido ha volume proprio ma prende la forma del recipiente.

- Nello stato **aeriforme** (gas o vapore) le molecole sono lontane fra loro e si muovono liberamente: l'aeriforme non ha né forma né volume propri e occupa tutto lo spazio disponibile.

Definizione 5.10 — Passaggio di stato

Si chiama *passaggio di stato* (o *cambiamento di stato*, o *transizione di fase*) la trasformazione di una sostanza da uno stato di aggregazione a un altro. I passaggi di stato hanno nomi propri: **fusione** (solido → liquido) e **solidificazione** (liquido → solido); **vaporizzazione** (liquido → aeriforme) e **condensazione** (aeriforme → liquido); **sublimazione** (solido → aeriforme) e **brinamento** (aeriforme → solido).

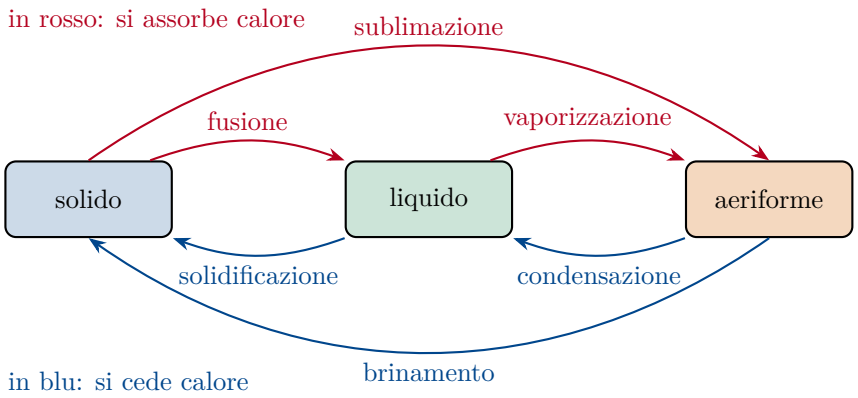


Figura 5.7: I tre stati di aggregazione e i sei passaggi di stato. I passaggi verso stati meno ordinati (fusione, vaporizzazione, sublimazione) richiedono calore; quelli inversi lo restituiscono.

Nota — Evaporazione ed ebollizione

La vaporizzazione può avvenire in due modi. L'*evaporazione* interessa solo la superficie del liquido e avviene a qualsiasi temperatura: le molecole più veloci sfuggono dalla superficie (per questo una pozzanghera si asciuga anche d'inverno, e per questo il sudore raffredda la pelle: se ne vanno le molecole più energetiche). L'*ebollizione* interessa tutta la massa del liquido, con formazione di bolle di vapore, e avviene a una temperatura ben definita, la *temperatura di ebollizione*, che dipende dalla pressione: per l'acqua è 100 °C a pressione atmosferica, circa 90 °C a 3000 m di quota (dove la pasta cuoce male) e circa 120 °C nella pentola a pressione (dove cuoce in fretta).

5.7.2. Calore latente

Durante un passaggio di stato accade qualcosa di apparentemente paradossale: la sostanza assorbe (o cede) calore, ma la sua temperatura non cambia.

Legge 5.6 — Temperatura costante nei passaggi di stato

A pressione fissata, ogni sostanza pura cambia stato a una temperatura ben definita (temperatura di fusione, di ebollizione…), che resta *costante* per tutta la durata del

passaggio di stato. Il calore scambiato è proporzionale alla massa che cambia stato:

$$Q = \lambda\, m, \tag{5.16}$$

$$[Q] = [\mathrm{J}],\ [\lambda] = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right],\ [m] = [\mathrm{kg}]$$

La costante λ si chiama **calore latente** (di fusione λ_f, di vaporizzazione λ_v) ed è caratteristica della sostanza e del passaggio di stato.

L'aggettivo *latente* ("nascosto") ricorda che questo calore non si manifesta come aumento di temperatura: dal punto di vista microscopico, l'energia fornita non va ad aumentare l'agitazione delle molecole ma a *rompere i legami* che le tengono vincolate nel reticolo (fusione) o a contatto fra loro (vaporizzazione). Nel passaggio inverso la stessa energia viene restituita: solidificando, un chilogrammo d'acqua cede λ_f all'ambiente, e condensando un chilogrammo di vapore cede λ_v: per questo una scottatura da vapore a 100 °C è molto più grave di una da acqua alla stessa temperatura.

Tabella 5.3: Temperature di passaggio di stato e calori latenti a pressione atmosferica (valori indicativi).

Sostanza	t_f (°C)	λ_f (J/kg)	t_{eb} (°C)	λ_v (J/kg)
Acqua	0	3.34×10^5	100	2.26×10^6
Alcol etilico	−114	1.04×10^5	78	8.5×10^5
Mercurio	−39	1.1×10^4	357	2.9×10^5
Piombo	327	2.3×10^4	1750	8.6×10^5
Alluminio	660	3.97×10^5	2470	1.05×10^7
Ferro	1538	2.7×10^5	2860	6.3×10^6
Azoto	−210	2.6×10^4	−196	2.0×10^5

I numeri della tabella meritano un confronto con il calore specifico. Per fondere un chilogrammo di ghiaccio a 0 °C servono 3.34×10^5 J: la stessa energia porterebbe quel chilogrammo d'acqua liquida da 0 °C a 80 °C. Per far evaporare un chilogrammo d'acqua a 100 °C servono 2.26×10^6 J, più di cinque volte l'energia necessaria a scaldarlo da 0 °C a 100 °C. Ecco perché una pentola impiega qualche minuto per arrivare a bollore, ma più di mezz'ora per evaporare del tutto.

5.7.3. La curva di riscaldamento dell'acqua

Mettiamo insieme calore specifico e calore latente seguendo un chilogrammo di ghiaccio, inizialmente a −20 °C, a cui forniamo calore in modo continuo a pressione atmosferica.

1. *Riscaldamento del ghiaccio* da −20 °C a 0 °C: $Q_1 = m\, c_{\mathrm{gh}}\, \Delta T = 1\,\mathrm{kg} \cdot 2090\,\mathrm{J/(kg\,K)} \cdot 20\,\mathrm{K} = 4.2 \times 10^4\,\mathrm{J}$.
2. *Fusione* a 0 °C, temperatura costante: $Q_2 = \lambda_f\, m = 3.34 \times 10^5\,\mathrm{J}$.
3. *Riscaldamento dell'acqua* da 0 °C a 100 °C: $Q_3 = m\, c_{\mathrm{H_2O}}\, \Delta T = 4.19 \times 10^5\,\mathrm{J}$.

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

4. *Ebollizione* a 100 °C, temperatura costante: $Q_4 = \lambda_v\, m = 2.26 \times 10^6$ J.
5. *Riscaldamento del vapore* da 100 °C a 120 °C: $Q_5 = m\, c_{\text{vap}}\, \Delta T = 1\,\text{kg}\cdot 2010\,\text{J/(kg K)}\cdot 20\,\text{K} = 4.0 \times 10^4$ J.

In totale $Q = 3.1 \times 10^6$ J, di cui quasi tre quarti spesi nella sola ebollizione. Il grafico della temperatura in funzione del calore fornito (figura 5.8) è una spezzata: tratti in salita, con pendenza $1/(mc)$ tanto minore quanto maggiore è il calore specifico, alternati a tratti orizzontali (i *pianerottoli*) in corrispondenza dei passaggi di stato, di lunghezza λm.

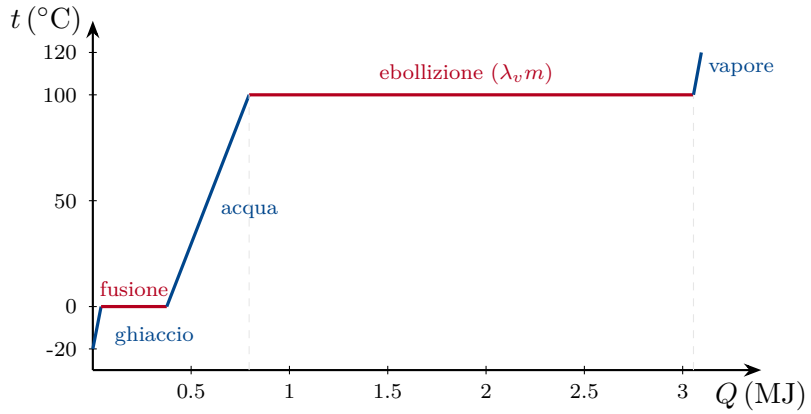


Figura 5.8: Curva di riscaldamento di 1 kg di acqua a pressione atmosferica, da ghiaccio a −20 °C a vapore a 120 °C. Nei tratti rossi (pianerottoli) la temperatura resta costante mentre avviene il passaggio di stato; il pianerottolo dell'ebollizione è lungo quasi tre quarti dell'intero grafico.

Esempio 5.8 — Ghiaccio nell'acqua

In un recipiente termicamente isolato, di capacità termica trascurabile, si mettono $m_g = 100$ g di ghiaccio a 0 °C in $m_a = 500$ g di acqua a $t_a = 40$ °C. Il ghiaccio si scioglie tutto? Qual è la temperatura finale?

Soluzione

Prima domanda: c'è abbastanza calore per fondere tutto il ghiaccio? Il calore che l'acqua può cedere raffreddandosi fino a 0 °C è

$$Q_{\text{disp}} = m_a\, c\,(t_a - 0\,°\text{C}) = 0.500\,\text{kg}\cdot 4186\,\text{J/(kg K)}\cdot 40\,\text{K} = 8.4 \times 10^4\,\text{J},$$

mentre per fondere tutto il ghiaccio serve

$$Q_f = \lambda_f\, m_g = 3.34 \times 10^5\,\text{J/kg}\cdot 0.100\,\text{kg} = 3.3 \times 10^4\,\text{J}.$$

Poiché $Q_{\text{disp}} > Q_f$, il ghiaccio fonde completamente e la temperatura finale t_e è maggiore di 0 °C.
Seconda domanda: il bilancio energetico comprende tre termini. L'acqua di fusione

(massa m_g, da 0 °C a t_e) e il ghiaccio che fonde assorbono calore; l'acqua calda lo cede:

$$\lambda_f\, m_g + m_g\, c\,(t_e - 0\,^\circ\mathrm{C}) + m_a\, c\,(t_e - t_a) = 0.$$

Risolvendo rispetto a t_e:

$$t_e = \frac{m_a\, c\, t_a - \lambda_f\, m_g}{(m_a + m_g)\, c} = \frac{8.37 \times 10^4\,\mathrm{J} - 3.34 \times 10^4\,\mathrm{J}}{0.600\,\mathrm{kg} \cdot 4186\,\mathrm{J/(kg\,K)}} = \frac{5.03 \times 10^4\,\mathrm{J}}{2512\,\mathrm{J/K}} = 20\,^\circ\mathrm{C}.$$

Verifica di plausibilità: senza il calore latente, mescolare 100 g a 0 °C con 500 g a 40 °C darebbe $t_e = 33\,^\circ$C; la fusione "costa" altri 3.3×10^4 J, che abbassano la temperatura finale di 13 K. Un solo cubetto raffredda molto più di quanto farebbe la stessa massa d'acqua fredda: è il motivo per cui mettiamo ghiaccio, e non acqua a 0 °C, nelle bibite.

Attenzione!

Negli esercizi con il ghiaccio controlla *sempre* prima se il calore disponibile basta a fondere tutto il ghiaccio (o a far evaporare tutta l'acqua). Se non basta, la temperatura finale è quella del passaggio di stato (0 °C) e l'incognita diventa la massa di ghiaccio che si è sciolta: $m_{\text{fusa}} = Q_{\text{disp}}/\lambda_f$.

Riepilogo

- Un **sistema termodinamico** è una porzione di materia (o di spazio) scelta come oggetto di studio, separata dall'ambiente da un confine. Si dice aperto, chiuso o isolato a seconda di che cosa il confine lascia attraversare.
- Lo **stato macroscopico** di un sistema in equilibrio è descritto da poche **variabili di stato** (volume, pressione, temperatura, massa, densità). Si dividono in *estensive* (proporzionali alla quantità di materia) e *intensive* (indipendenti).
- La **temperatura** è definita operativamente attraverso un termometro: un dispositivo che sfrutta una *grandezza termometrica*, cioè una grandezza che varia in modo regolare al variare della temperatura (la lunghezza di una colonna di liquido, la pressione di un gas, una resistenza elettrica).
- La **taratura** di una scala termometrica usa due punti fissi e interpolazione lineare: $T = T_0 + \dfrac{X - X_0}{X_{100} - X_0}\,(T_{100} - T_0)$.
- Due sistemi a contatto raggiungono spontaneamente un **equilibrio termico** caratterizzato da una temperatura comune, dopo il quale non scambiano più energia termica.
- Il **principio zero della termodinamica** afferma la transitività dell'equilibrio termico: $A \sim C$ e $B \sim C$ implicano $A \sim B$. È la giustificazione logica del concetto stesso di temperatura.
- La **scala Celsius** assegna 0 °C al ghiaccio fondente e 100 °C all'acqua bollente a pressione atmosferica, con grado uguale a un centesimo dell'intervallo.

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

- La **scala Kelvin** ha la stessa ampiezza di grado della Celsius ma origine nello *zero assoluto*, limite irraggiungibile per ogni sistema fisico. Conversione: $T_{\mathrm{K}} = t_{\circ\mathrm{C}} + 273.15$.
- Le *differenze* di temperatura sono uguali nelle due scale; i valori invece differiscono di 273.15. Le formule fondamentali della termodinamica richiedono temperature in kelvin.
- La **dilatazione termica**: una sbarra si allunga di $\Delta L = \lambda L_0 \Delta T$; per un solido isotropo $\Delta S = 2\lambda S_0 \Delta T$ e $\Delta V = \alpha V_0 \Delta T$ con $\alpha = 3\lambda$. I liquidi si dilatano molto più dei solidi (è il principio del termometro a liquido). L'**acqua** è anomala: fra 0 °C e 4 °C si contrae scaldandosi, ha densità massima a 4 °C e aumenta di volume solidificando (il ghiaccio galleggia).
- Il **calore** Q è energia in transito fra corpi a temperatura diversa; si misura in joule ($1\,\mathrm{cal} = 4.186\,\mathrm{J}$). Non è una proprietà del corpo: un corpo *ha* una temperatura, *scambia* calore.
- **Capacità termica** $C = Q/\Delta T$ e **calore specifico** $c = C/m$; equazione fondamentale della calorimetria $Q = m\,c\,\Delta T$. L'acqua ha $c = 4186\,\mathrm{J/(kg\,K)}$, fra i più alti: è un ottimo regolatore termico.
- **Calorimetria**: in un sistema isolato $Q_1 + Q_2 = 0$, da cui la temperatura di equilibrio $T_e = \dfrac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$ (media pesata con le capacità termiche). Il **calorimetro** è un vaso di Dewar con termometro e agitatore; la sua capacità termica C_{cal} entra nel bilancio. Con il *metodo delle mescolanze* si misura il calore specifico di un solido.
- Nei **passaggi di stato** (fusione/solidificazione, vaporizzazione/condensazione, sublimazione/brinamento) la temperatura resta costante e il calore scambiato è $Q = \lambda m$, con λ il **calore latente**. Per l'acqua $\lambda_f = 3.34 \times 10^5\,\mathrm{J/kg}$ e $\lambda_v = 2.26 \times 10^6\,\mathrm{J/kg}$. La curva di riscaldamento alterna tratti in salita (pendenza $1/mc$) e pianerottoli (lunghezza λm).

Esercizio 5.1

1. Classifica le seguenti grandezze come estensive o intensive: massa, volume, densità, temperatura, pressione, numero di particelle, energia, concentrazione di un soluto in soluzione.
2. Spiega perché la sensazione delle "tre bacinelle" (mano in acqua calda, mano in acqua fredda, poi entrambe in acqua tiepida) non costituisce una misura affidabile della temperatura. Quale principio fisico viene violato dalla nostra percezione?
3. Una persona afferma di aver inventato una nuova scala termometrica, "X", in cui il ghiaccio fondente sta a 20 X e l'acqua bollente a 120 X. Determinare la formula di conversione fra gradi X e gradi Celsius. A quanti gradi X corrisponde la temperatura ambiente di 20 °C?
4. Convertire in kelvin: la temperatura del Sole in superficie (5500 °C), la temperatura

di liquefazione dell'elio ($-269\,^\circ\text{C}$), una notte invernale a Torino ($-5\,^\circ\text{C}$).

5. Convertire in gradi Celsius: la temperatura della corona solare ($10^6\,\text{K}$), una stanza riscaldata ($293\,\text{K}$), il punto di fusione del tungsteno ($3695\,\text{K}$).

6. Un termometro a gas a volume costante misura una pressione $p_0 = 1.000 \times 10^5\,\text{Pa}$ al ghiaccio fondente e $p_{100} = 1.366 \times 10^5\,\text{Pa}$ all'acqua bollente. Quanto vale la temperatura, in °C e in K, quando la pressione misurata è $p = 1.150 \times 10^5\,\text{Pa}$?

7. Estrapolando la retta della pressione di un gas in funzione della temperatura misurata in Celsius, si trova che $p \to 0$ per $t \to -273.15\,^\circ\text{C}$. Spiega in che senso questo fatto giustifica l'esistenza di uno zero assoluto e perché la sua posizione non dipende dal gas usato.

8. Tre corpi A, B, C sono messi alla prova: posti a contatto A e B raggiungono l'equilibrio termico, poi B messo a contatto con C raggiunge anche con esso l'equilibrio termico. Senza ulteriori esperimenti, possiamo prevedere il comportamento di A e C messi a contatto? Quale principio della termodinamica giustifica la previsione?

9. In un termometro a mercurio il bulbo ha sezione 50 volte maggiore della sezione del capillare. Se il mercurio si dilata di una frazione 1.8×10^{-4} per ogni grado Celsius (relativamente al volume del bulbo), e il bulbo contiene un volume $V_0 = 0.20\,\text{cm}^3$ di mercurio, calcolare di quanti millimetri si alza il livello nel capillare per ogni grado Celsius (assumendo la sezione del capillare $S = 4.0 \times 10^{-3}\,\text{cm}^2$).

10. Un astrofisico afferma che la temperatura misurata sulla superficie di una stella di neutroni è "circa $10^6\,\text{K}$". È accettabile in questo contesto trascurare la differenza fra Celsius e kelvin? Discuti.

11. Un ponte in acciaio ($\lambda = 1.2 \times 10^{-5}/\text{K}$) è lungo $400\,\text{m}$. Fra la notte più fredda dell'anno ($-12\,^\circ\text{C}$) e il pomeriggio più caldo ($38\,^\circ\text{C}$) di quanto varia la sua lunghezza? Che cosa succederebbe se fosse vincolato rigidamente alle due estremità?

12. Un anello di rame ($\lambda = 1.7 \times 10^{-5}/\text{K}$) ha diametro interno $49.95\,\text{mm}$ a $20\,^\circ\text{C}$ e deve essere infilato su un albero d'acciaio di diametro $50.00\,\text{mm}$. A quale temperatura va portato l'anello perché entri? (Ricorda: un foro si dilata come se fosse pieno.)

13. Un serbatoio d'acciaio da $50.0\,\text{L}$ viene riempito fino all'orlo di benzina ($\alpha = 9.5 \times 10^{-4}/\text{K}$) a $15\,^\circ\text{C}$. Quanta benzina trabocca se la temperatura sale a $35\,^\circ\text{C}$? Tieni conto anche della dilatazione del serbatoio ($\lambda_{\text{acciaio}} = 1.2 \times 10^{-5}/\text{K}$).

14. Spiega, usando la figura 5.5, perché in un lago ghiacciato l'acqua del fondo si trova a circa $4\,^\circ\text{C}$ e non a $0\,^\circ\text{C}$.

15. Un blocco di alluminio di massa $2.0\,\text{kg}$ riceve $36\,\text{kJ}$ di calore. Di quanto aumenta la sua temperatura? Quanto aumenterebbe quella di un blocco di piombo della stessa massa?

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

16. Una doccia di 8 min consuma 60 L d'acqua, scaldata da 14 °C a 38 °C. Quanta energia serve? Se lo scaldabagno elettrico ha una potenza di 1.5 kW, quanto tempo deve lavorare per prepararla?

17. In un calorimetro adiabatico si versano $m_1 = 0.50\,\text{kg}$ di acqua a 60 °C e $m_2 = 0.30\,\text{kg}$ di acqua a 15 °C. Determinare la temperatura di equilibrio.

18. Un pezzo di ferro ($c = 450\,\text{J/(kg K)}$) di massa 300 g a 250 °C viene immerso in 1.0 kg d'acqua a 20 °C contenuta in un calorimetro di capacità termica $C_{\text{cal}} = 80\,\text{J/K}$. Calcola la temperatura di equilibrio. Quale errore relativo si commette trascurando C_{cal}?

19. Con il metodo delle mescolanze uno studente ottiene, per un cilindretto di 200 g portato a 100.0 °C e immerso in 200 g d'acqua a 20.0 °C (calorimetro di capacità termica trascurabile), una temperatura di equilibrio di 28.0 °C. Di quale metallo della tabella 5.2 potrebbe trattarsi?

20. Quanto calore occorre per trasformare 250 g di ghiaccio a -10 °C in vapore a 100 °C? Quale frazione di questo calore è spesa nell'ebollizione?

21. In 200 g di acqua a 20 °C si mettono 80 g di ghiaccio a 0 °C (recipiente isolato, capacità termica trascurabile). Verifica se il ghiaccio fonde completamente e, in caso contrario, calcola quanto ghiaccio resta.

22. Un cubetto di ghiaccio di 30 g a -18 °C viene messo in 300 g di tè a 70 °C (stesso calore specifico dell'acqua). Calcola la temperatura finale.

23. Una pentola contiene 2.0 kg d'acqua in ebollizione. Il fornello cede all'acqua 1.5 kW. Dopo quanto tempo la pentola è vuota? Perché, finché c'è acqua, la temperatura resta a 100 °C anche aumentando la fiamma?

24. Perché il vapore a 100 °C provoca ustioni molto più gravi dell'acqua bollente alla stessa temperatura? Quantifica: quanta energia cede alla pelle 1 g di vapore condensando e raffreddandosi fino a 37 °C, rispetto a 1 g di acqua a 100 °C che si raffredda fino alla stessa temperatura?

Formulario di termologia

In questa pagina sono raccolte le formule principali del capitolo. Accanto a ciascuna formula sono elencate le variabili che vi compaiono con le rispettive unità di misura nel Sistema Internazionale; fra parentesi tonde è indicato il numero dell'equazione di riferimento all'interno del capitolo.

Temperatura

(5.2) Conversione Celsius–Kelvin.

$$T_{\text{K}} = t_{\circ\text{C}} + 273.15$$

- T — temperatura assoluta [K]
- t — temperatura Celsius [°C]; le *differenze* di temperatura sono uguali nelle due scale

Dilatazione termica

(5.5) Dilatazione lineare.

$$\Delta L = \lambda\, L_0\, \Delta T$$

- ΔL — allungamento [m]
- λ — coefficiente di dilatazione lineare [1/K]
- L_0 — lunghezza iniziale [m]
- ΔT — variazione di temperatura [K]

(5.6) Dilatazione superficiale e volumica.

$$\Delta S = 2\lambda\, S_0\, \Delta T, \qquad \Delta V = \alpha\, V_0\, \Delta T, \qquad \alpha = 3\lambda$$

- ΔS, S_0 — variazione di area e area iniziale [m^2]
- ΔV, V_0 — variazione di volume e volume iniziale [m^3]
- α — coefficiente di dilatazione volumica [1/K] ($\alpha = 3\lambda$ solo per i solidi isotropi)

Calorimetria

(5.7) Capacità termica.

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

- C — capacità termica del corpo [J/K]
- Q — calore scambiato [J]
- $\Delta T = T_f - T_i$ — variazione di temperatura [K]

(5.8) Calore specifico.

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m\,\Delta T}$$

- c — calore specifico [J/(kg K)]
- m — massa del corpo [kg]
- C, Q, ΔT come sopra

(5.9) Equazione fondamentale della calorimetria.

$$Q = m\, c\, \Delta T$$

- Q [J], m [kg], c [J/(kg K)], ΔT [K]

(5.12) Temperatura di equilibrio (due corpi in contatto termico).

$$T_e = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco

- T_e — temperatura di equilibrio [K]
- m_1, m_2 — masse dei due corpi [kg]
- c_1, c_2 — calori specifici [J/(kg K)]
- T_1, T_2 — temperature iniziali [K]

(5.14) Bilancio con il calorimetro.

$$m_1 c_1 (T_e - T_1) + (m_2 c_2 + C_{\text{cal}})(T_e - T_2) = 0$$

- C_{cal} — capacità termica del calorimetro [J/K] (equivalente in acqua $m_e = C_{\text{cal}}/c_{\text{H}_2\text{O}}$ [kg])
- il corpo 2 è l'acqua già contenuta nel calorimetro, alla temperatura T_2

(5.15) Metodo delle mescolanze.

$$c_x = \frac{(m_a c_{\text{H}_2\text{O}} + C_{\text{cal}})\,(T_e - T_a)}{m_x\,(T_x - T_e)}$$

- c_x, m_x, T_x — calore specifico, massa e temperatura iniziale del corpo in esame
- m_a, T_a — massa e temperatura iniziale dell'acqua del calorimetro

Passaggi di stato

(5.16) Calore latente.

$$Q = \lambda\, m$$

- Q — calore scambiato a temperatura costante [J]
- λ — calore latente (di fusione λ_f, di vaporizzazione λ_v) [J/kg]
- m — massa che cambia stato [kg]
- acqua: $\lambda_f = 3.34 \times 10^5$ J/kg a 0 °C, $\lambda_v = 2.26 \times 10^6$ J/kg a 100 °C

CC BY-NC-SA 4.0 · a cura di Giovanni Nicco