

 Esercizio 1: Calcolo del campo gravitazionale sulla superficie terrestre

Problema:
Calcola il campo gravitazionale sulla superficie della Terra, sapendo che la massa della Terra è $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ e il raggio terrestre è $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

F4:
Campo g
$$= \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$
$$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}$$
$$= \frac{6,67 \cdot 5,97}{6,37^2} \cdot 10^{-11+24-12} \cdot \frac{kg \cdot m^2}{kg^2 \cdot m^2} = 9,8 \frac{m}{s^2} = 9,8 \cdot 10^0 \frac{m}{s^2}$$

 Esercizio 2: Forza gravitazionale tra due masse

Problema:
Due masse $m_1 = 2 \text{ kg}$ e $m_2 = 5 \text{ kg}$ sono distanti $r = 0,5 \text{ m}$.
Calcola la forza gravitazionale tra di loro.

F4:
Forza F
$$= \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2}$$
$$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot 5 \text{ kg}}{(0,5 \text{ m})^2}$$
$$= \frac{6,67 \cdot 10}{0,25} \cdot 10^{-11} = 2,668 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

 Esercizio 3: Accelerazione gravitazionale sulla Luna

Problema:
Calcola il valore del campo gravitazionale sulla superficie della Luna, sapendo che $M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, $R_L = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$

F4:
Campo g_L
$$= \frac{G \cdot M_L}{R_L^2}$$
$$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{(1,74 \cdot 10^6)^2}$$
$$= \frac{6,67 \cdot 7,35}{3,03} \cdot 10^{-11+22-12} = 1,62 \frac{m}{s^2}$$

 Esercizio 4: Determina la massa della Terra

Problema:
Supponendo che il campo gravitazionale sulla superficie terrestre sia $g = 9,8 \frac{m}{s^2}$, e che il raggio terrestre sia $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$, trova la massa della Terra.

F4:
Massa M_T
$$= \frac{g \cdot R_T^2}{G}$$
$$= \frac{9,8 \frac{m}{s^2} \cdot (6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}}$$
$$= \frac{9,8 \cdot 40,6}{6,67} \cdot 10^{12+11} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Perfetto! Ora ti propongo altri **6 esercizi** basati sulle **leggi di Keplero**, sempre con **testo completo del problema** e risolti con il **formato F4** e le **frazioni su due piani**.

 Esercizio 5: Legge di Keplero - Periodo di rivoluzione di un satellite

Problema:
Un satellite orbita attorno alla Terra a una distanza di $r = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m}$ dal centro del pianeta. Calcola il periodo orbitale usando la **terza legge di Keplero**.

F4:
Periodo T
$$= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_T}}$$
$$= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(4,22 \cdot 10^7 \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}}$$
$$= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{7,52 \cdot 10^{22} \frac{m^3}{s^2}}{3,98 \cdot 10^{14} \frac{m^3}{s^2}}} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s} = 1 \text{ giorno}$$

 Esercizio 6: Verifica della terza legge di Keplero per Marte

Problema:
Il semiasse maggiore dell'orbita di Marte è $a_M = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ m}$, e il periodo orbitale è $T_M = 5,93 \cdot 10^7 \text{ s}$.
Verifica che $\frac{T^2}{a^3}$ è costante come previsto dalla terza legge di Keplero.

F4:
Costante k
$$= \frac{T^2}{a^3}$$
$$= \frac{(5,93 \cdot 10^7 \text{ s})^2}{(2,28 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}$$
$$= \frac{3,52 \cdot 10^{15}}{1,18 \cdot 10^{34}} = 2,98 \cdot 10^{-19} \frac{s^2}{m^3}$$

 Esercizio 7: Calcolo del raggio dell'orbita di un pianeta

Problema:
Un pianeta ha un periodo di rivoluzione di $T = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$ (1 anno). Trova il semiasse maggiore della sua orbita ellittica.

F4:
Semiasse maggiore a
$$= \left(\frac{G \cdot M_S \cdot T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$
$$= \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \cdot (3,16 \cdot 10^7)^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$
$$= 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

 Esercizio 8: Seconda legge di Keplero – velocità in perielio e afelio

Problema:
Un pianeta ha distanza al perielio $r_p = 1,3 \cdot 10^{11} \text{ m}$ e all'afelio $r_a = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ m}$.
Se la velocità al perielio è $v_p = 30 \frac{km}{s}$, calcola la velocità all'afelio.

F4:
Velocità all'afelio v_a
$$= \frac{r_p \cdot v_p}{r_a}$$
$$= \frac{1,3 \cdot 10^{11} \text{ m} \cdot 30 \cdot 10^3 \frac{m}{s}}{1,7 \cdot 10^{11} \text{ m}}$$
$$= \frac{39 \cdot 10^{14}}{1,7 \cdot 10^{11}} = 22,9 \frac{km}{s} = 2,29 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$$

 Esercizio 9: Prima legge di Keplero – tipo di orbita

Problema:
Un pianeta ha un'orbita con semiasse maggiore $a = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ e distanza focale $c = 2,5 \cdot 10^{10} \text{ m}$. Determina l'eccentricità dell'orbita e commenta se è molto ellittica o quasi circolare.

F4:
Eccentricità e
$$= \frac{c}{a}$$
$$= \frac{2,5 \cdot 10^{10}}{1,5 \cdot 10^{11}}$$
$$= 0,167$$

 È un'orbita **poco eccentrica**, quasi circolare.

 Esercizio 10: Confronto tra periodi di due pianeti

Problema:
Il semiasse maggiore di Giove è $a_J = 7,78 \cdot 10^{11} \text{ m}$, quello della Terra è $a_T = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.
Trova il rapporto dei periodi $\frac{T_J}{T_T}$ usando la terza legge di Keplero.

F4:
Rapporto dei periodi
$$= \left(\frac{a_J}{a_T} \right)^{3/2}$$
$$= \left(\frac{7,78 \cdot 10^{11}}{1,5 \cdot 10^{11}} \right)^{3/2}$$
$$= (5,19)^{3/2} = 11,8$$

 Il periodo di rivoluzione di Giove è circa **12 volte** quello della Terra.

Se vuoi li posso impaginare in PDF o preparare anche degli esercizi **non risolti** per verifica o allenamento. Fammi sapere!