

Problema: AL0003 - fattorizzazione di un polinomio tramite raccoglimenti**Testo** [AL0003] [1½★ 1🕒 2📖] Fattorizza la seguente somma utilizzando i raccoglimenti totali e parziali.

(a) $\xi = 3 + 2x + 6y + 4xy; \quad \epsilon = ax + 3x + 2a^2b + 6ab$

(b) $\xi = 2 + 3k + 6x + 9kx; \quad \epsilon = 3ax + 3ay + 3bx + 3by$

(c) $\xi = 14a^2b^2 - 7a^2b + 10b - 5; \quad \epsilon = 4axy - 4ay + 4bxy - 4by + 4cxy - 4cy$

(d) $\xi = 5 + 3k + 10x + 6kx; \quad \epsilon = x^2y + x^2k + axy + axk$

(e) $\xi = 12x^3 - 18x^2y + 8xz - 12yz; \quad \epsilon = 5m^2y^2 - 5mqy^2 - 5npy^2 + 5nqy^2$

(f) $\xi = x^2 + xk + by + xy + bx + bk; \quad \epsilon = ab^3x + 2b^3x + 3ab^3 + 6b^3$

(g) $\xi = p^5 + 2p^4 - p^3 - 2p^2; \quad \epsilon = 7ax^2y - 7ax^2 + 7ay - 7a$

(h) $\xi = 7ax - 14a - 12x + 6x^2; \quad \epsilon = 2ax^2y + 2bx^2y + 2axy^2 + 2bxy^2$

(i) $\xi = 4x^3 - 4x^2y - 9xy + 9y^2; \quad \epsilon = 2x^3y + 2x^3z - 2xy - 2xz$

(j) $\xi = bxy + b^2xz + aby + ab^2z; \quad \epsilon = c^3xy + ac^2y + c^4xz + ac^3z$

(k) $\xi = 25k^2 - 50k + 3k^3 - 6k^2; \quad \epsilon = 3m^2n - 3m^2 - 6mn + 6m$

(l) $\xi = 10p^4 + 15p^2q - 4p^2r - 6qr; \quad \epsilon = a^2x + abx + acx + a^2y + aby + acy$

(m) $\xi = 5 + 10y + 2k + 4ky; \quad \epsilon = 3akx^2 - 3bkx^2 - 3aky^2 + 3bky^2 + 3akz^2 - 3bkz^2$

(o) $\xi = \frac{3}{5}k^3 - \frac{9}{10}k^2 + \frac{2}{3}k - 1; \quad \epsilon = 5ac^2x - 5ac^2y - 5ac^2z + 5bc^2x - 5bc^2y - 5bc^2z$

(p) $\xi = 5a^4b - 15a^2b + 10a^2 - 30; \quad \epsilon = apxy + bpxy - aqxy - bqxy + ar^2xy + br^2xy$

(q) $\xi = 2x^2 - 3xz + 2xy - 3zy; \quad \epsilon = 6x^4 - 4x^2y^3 + 3x^2y - 2y^4;$

(r) $\xi = 21mn - 7m - 18n + 6; \quad \epsilon = 2a^2x^2 + 2a^2x + 2b^2x^2 + 2b^2x + 2c^2x^2 + 2c^2x$

(s) $\xi = 2xy + 3ky^2 + 2x^2 + 3kxy; \quad \epsilon = a^2b^3x^2 - a^2b^3y + b^3x^2 - b^3y$

(t) $\xi = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{4}ab - 2ac - bc; \quad \epsilon = 5amp^2 - 15ap^2 + 5amq - 15aq$

(u) $\xi = a^2b^3 + a^2c - 4b^3 - 4c; \quad \epsilon = 2akx + 2aky + 2bkx + 2bky$

(v) $\xi = a^3 - 2a^2b + 3a - 6b; \quad \epsilon = \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + x^2 - 3x$

(w) $\xi = 2ab - 3c - a + 6bc; \quad \epsilon = 15m^3 - 10m^2n + 3m^2 - 2mn$

(x) $\xi = 3a^2 + 6ab - a - 2b; \quad \epsilon = ax^3 + x^2a^2 + ax + a^2;$

(y) $\xi = ax + ay + bx + by; \quad \epsilon = 4y^2x^2 - 12xy^2 - 2xy^3 + 6y^3;$

Spiegazione Fattorizzare significa trasformare una somma di monomi in un prodotto di fattori. IN questo esercizio si utilizzano solo i raccoglimenti totali e parziali.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

- (a) Per prima cosa puoi osservare che nei termini della somma non compare alcun elemento comune e tutti i termini. Non posso quindi fare un raccoglimento totale. Potrei però il termine $2y$ negli ultimi due addendi. Quindi otterrei

$$3 + 2x + 2y(3 + 2x)$$

A questo punto posso fare un ulteriore raccoglimento. Solo per motivi didattici, per farvi capire meglio ciò che si sta facendo, lasciate che prima di raccogliere vi riscriva quello che avevamo ottenuto in forma più esplicita:

$$1 \cdot (3 + 2x) + 2y \cdot (3 + 2x)$$

Raccolgo adesso a fattore comune la parentesi e ottengo

$$(1 + 2y)(3 + 2x)$$

Per la seconda si ottiene

$$x(a + 3) + 2ab(a + 3) = (a + 3)(x + 2ab)$$

- (b) $\xi = 3k(1 + 2x) + 2(1 + 3k) = (2 + 3k)(1 + 3x);$
 $\epsilon = 3ax + 3ay + 3bx + 3by = 3(ax + ay + bx + by) = \epsilon = 3[a(x + y) + b(x + y)] = 3(a + b)(x + y).$

- (c) $\xi = 14a^2b^2 - 7a^2b + 10b - 5 = 7a^2b(2b - 1) + 5(2b - 1) = (7a^2b + 5)(2b - 1)$
 $\epsilon = 4axy - 4ay + 4bxy - 4by + 4cxy - 4cy = 4y(ax - a + bx - b + cx - c)$
 $\epsilon = 4y[a(x - 1) + b(x - 1) + c(x - 1)] = 4y(a + b + c)(x - 1).$

- (d) $\xi = (5 + 3k)(1 + 2x); \quad \epsilon = x(x + a)(y + k).$

- (e) $\xi = 12x^3 - 18x^2y + 8xz - 12yz = 6x^2(2x - 3y) + 4z(2x - 3y) = (6x^2 + 4z)(2x - 3y) = 2(3x^2 + 2z)(2x - 3y)$
 $\epsilon = 5m^2py^2 - 5mqy^2 - 5npy^2 + 5nqy^2 = 5y^2(mp - mq - np + nq) = \epsilon = 5y^2[m(p - q) - n(p - q)] = 5y^2(m - n)(p - q).$

- (f) $\xi = (x + b)(x + y + k)$
 $\epsilon = ab^3x + 2b^3x + 3ab^3 + 6b^3 = b^3(ax + 2x + 3a + 6) = \epsilon = b^3[x(a + 2) + 3(a + 2)] = b^3(x + 3)(a + 2).$

- (g) $\xi = p^5 + 2p^4 - p^3 - 2p^2 = p^4(p + 2) - p^2(p + 2) = (p^4 - p^2)(p + 2) = p^2(p^2 - 1)(p + 2)$
 $\epsilon = 7ax^2y - 7ax^2 + 7ay - 7a = 7a(x^2y - x^2 + y - 1) \epsilon = 7a[x^2(y - 1) + 1(y - 1)] = 7a(x^2 + 1)(y - 1).$

- (h) $\xi = (7a + 6x)(x - 2)$
 $\epsilon = 2ax^2y + 2bx^2y + 2axy^2 + 2bxy^2 = 2xy(ax + bx + ay + by) \epsilon = 2xy[x(a + b) + y(a + b)] = 2xy(x + y)(a + b).$

- (i) $\xi = 4x^3 - 4x^2y - 9xy + 9y^2 = 4x^2(x - y) - 9y(x - y) = (4x^2 - 9y)(x - y)$
 $\epsilon = 2x^3y + 2x^3z - 2xy - 2xz = 2(x^3y + x^3z - xy - xz) \epsilon = 2[x^3(y + z) - x(y + z)] = 2(x^3 - x)(y + z) = \epsilon = 2x(x^2 - 1)(y + z) = 2x(x - 1)(x + 1)(y + z).$

- (j) $\xi = b(y + bz)(x + a) \epsilon = c^2(y + cz)(cx + a).$

- (k) $\xi = 25k^2 - 50k + 3k^3 - 6k^2 = 25k(k - 2) + 3k^2(k - 2) = (25k + 3k^2)(k - 2) = k(25 + 3k)(k - 2)$

$$\epsilon = 3m^2n - 3m^2 - 6mn + 6m = 3m^2(n-1) - 6m(n-1) = (3m^2 - 6m)(n-1) = 3m(m-2)(n-1).$$

(l) $\xi = 10p^4 + 15p^2q - 4p^2r - 6qr = 5p^2(2p^2 + 3q) - 2r(2p^2 + 3q) = (5p^2 - 2r)(2p^2 + 3q)$
 $\epsilon = a^2x + abx + acx + a^2y + aby + acy = a(ax + bx + cx + ay + by + cy)$
 $\epsilon = a[x(a+b+c) + y(a+b+c)] = a(x+y)(a+b+c).$

(m) .

(n) $\xi = 5(1+2y) + 2k(1+2y) = (5+2k)(1+2y)$
 $\epsilon = 3akx^2 - 3bkx^2 - 3aky^2 + 3bky^2 + 3akz^2 - 3bkz^2 = 3k(ax^2 - bx^2 - ay^2 + by^2 + az^2 - bz^2)$
 $\epsilon = 3k[x^2(a-b) - y^2(a-b) + z^2(a-b)] = 3k(x^2 - y^2 + z^2)(a-b).$

(o) $\xi = \frac{3}{5}k^3 - \frac{9}{10}k^2 + \frac{2}{3}k - 1 = \frac{3}{5}k^2(k - \frac{3}{2}) + \frac{2}{3}(k - \frac{3}{2}) = (\frac{3}{5}k^2 + \frac{2}{3})(k - \frac{3}{2})$
 $\epsilon = 5ac^2x - 5ac^2y - 5ac^2z + 5bc^2x - 5bc^2y - 5bc^2z = 5c^2(ax - ay - az + bx - by - bz)$
 $\epsilon = 5c^2[x(a+b) - y(a+b) - z(a+b)] = 5c^2(a+b)(x-y-z).$

(p) $\xi = 5a^4b - 15a^2b + 10a^2 - 30 = 5a^2b(a^2 - 3) + 10(a^2 - 3) = (5a^2b + 10)(a^2 - 3) = 5(ab + 2)(a^2 - 3)$
 $\epsilon = apxy + bpxy - aqxy - bqxy + ar^2xy + br^2xy = xy(ap + bp - aq - bq + ar^2 + br^2)$
 $\epsilon = xy[p(a+b) - q(a+b) + r^2(a+b)] = xy(p - q + r^2)(a+b).$

(q) $\xi = (2x - 3z)(x + y); x(2x + y)(3x^2 - 2y^3).$

(r) $\xi = 21mn - 7m - 18n + 6 = 7m(3n - 1) - 6(3n - 1) = (7m - 6)(3n - 1)$
 $\epsilon = 2a^2x^2 + 2a^2x + 2b^2x^2 + 2b^2x + 2c^2x^2 + 2c^2x = 2x(a^2x + a^2 + b^2x + b^2 + c^2x + c^2)$
 $\epsilon = 2x[a^2(x+1) + b^2(x+1) + c^2(x+1)] = 2x(a^2 + b^2 + c^2)(x+1).$

(s) $\xi = (2x + 3ky)(x + y)$
 $\epsilon = a^2b^3x^2 - a^2b^3y + b^3x^2 - b^3y = b^3(a^2x^2 - a^2y + x^2 - y) = \epsilon = b^3[a^2(x^2 - y) + 1(x^2 - y)]$
 $b^3(a^2 + 1)(x^2 - y).$

(t) $\xi = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{4}ab - 2ac - bc = \frac{1}{4}a(2a + b) - c(2a + b) = (\frac{1}{4}a - c)(2a + b)$
 $\epsilon = 5amp^2 - 15ap^2 + 5amq - 15aq = 5a(mp^2 - 3p^2 + mq - 3q) = \epsilon = 5a[p^2(m-3) + q(m-3)]$
 $5a(p^2 + q)(m-3).$

(u) $\xi = a^2b^3 + a^2c - 4b^3 - 4c = a^2(b^3 + c) - 4(b^3 + c) = (a^2 - 4)(b^3 + c)$
 $\epsilon = 2akx + 2aky + 2bkx + 2bky = 2k(ax + ay + bx + by)$
 $\epsilon = 2k[a(x+y) + b(x+y)] = 2k(a+b)(x+y).$

(v) $\xi = (a^2 + 3)(a - 2b)$
 $\epsilon = x(\frac{1}{2}x^2 + 1)(x - 3).$

(w) $\xi = (a + 3c)(2b - 1); \epsilon = m(5m + 1)(3m - 2n).$

(x) $\xi = (3a - 1)(a + 2b);$

(y) $\xi = (a + b)(x + y); \epsilon = 2y^2(x - 3)(2x - y); \epsilon = a(x^2 + 1)(x + a);$