

**Problema: CC0008 - Piano cartesiano: trovare rette****Testo** [CC0008] [2★ 2📖 2📖] Rette nel piano cartesiano.

- (a) Dati i punti  $A(1, 1)$  e  $B(3, 2)$ , e la retta  $r: y = -2x + 3$ , trova la retta che passa per il punto medio del segmento  $\overline{AB}$  e che sia parallela a  $r$
- (b) Dati i punti  $A(1, -1)$  e  $B(-3, 2)$ , e la retta  $r: y = 2x - 3$ , trova la retta che passa per il punto medio del segmento  $\overline{AB}$  e che sia perpendicolare a  $r$
- (c) Dati i punti  $A(1, -1)$ ,  $B(-3, 2)$ ,  $C(2, 4)$ ,  $D(4, -2)$ , trova la retta che passa per i punti medi dei segmenti  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$
- (d) Dati i punti  $A(-2, -1)$  e  $B(3, 2)$ , trova l'asse del segmento  $\overline{AB}$ .
- (e) Dati i punti  $A(1, 2)$  e  $B(-3, 4)$  trova la retta  $r$  che passa da entrambi i punti, e la retta passante per  $A$  e perpendicolare a  $r$ .
- (f) Quanto dista il punto di intersezione delle rette  $x + y + 1 = 0$  e  $-2x + 2y - 3 = 0$  dal punto  $C(-1; 1)$
- (g) Dati i punti  $A(2, 2)$  e  $B(-3, 4)$  trova la retta  $r$  che passa per il loro punto medio e parallela alla retta  $y = 3x - 1$ .
- (h) Quanto dista il punto di intersezione delle rette  $x + 2y + 1 = 0$  e  $-2x + y - 3 = 0$  dall'origine degli assi?
- (i) Trova la retta che passa per il punto di intersezione delle rette  $y = 2x + 2$  e  $y = -x + 4$  e che sia perpendicolare alla retta  $y = -3x + 2$
- (j) Trova il punto medio  $M$  delle intersezioni tra la retta  $y = 3x + 6$  e gli assi cartesiani, e la sua distanza dall'origine.
- (k) Trova la retta che passa dal punto  $A(3, 2)$  e parallela alla retta  $x - 2y + 6 = 0$ . Quali sono le sue intersezioni con gli assi cartesiani?
- (l) Dati i punti  $A(1, 2)$  e  $B(2, 0)$  trova la retta che passa dal loro punto medio e parallela alla retta  $3 - x - y = 0$
- (m) Trova la retta che passa per  $A(0, 1)$  e per il punto di intersezione delle rette  $y = 2x + 2$  e  $y = -x + 4$
- (n) Trova il punto medio  $M$  e la distanza  $d$  delle intersezioni tra la retta  $y = -2x + 4$  e gli assi cartesiani.
- (o) Dati i punti  $A(0, 0)$  e  $B(4, -2)$ , trova l'asse del segmento  $\overline{AB}$ .
- (p) Trova la retta che passa per il punto  $A(3, 0)$  e per il punto di intersezione delle rette  $y = x$  e  $y = -x + 2$ .
- (q) Calcola la distanza tra l'origine e il punto medio del segmento di estremi  $A(-2, 2)$  e  $B(4, 6)$ .
- (r) Trova la retta passante per  $A(-1, 3)$  e parallela alla retta  $2x + y - 5 = 0$ .
- (s) Trova la retta perpendicolare alla retta  $y = \frac{1}{2}x$  passante per l'intersezione delle rette  $x = 2$  e  $y = 3$ .
- (t) Calcola l'area del triangolo formato dalle rette  $y = x$ ,  $y = -x + 4$  e l'asse delle  $x$ .
- (u) La retta  $y = x + 1$  interseca le rette verticali  $x = -1$  e  $x = 2$  nei punti  $A$  e  $B$ . Trova la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .
- (v) Trova la retta parallela all'asse delle  $x$  passante per l'intersezione delle rette  $y = 2x - 1$  e  $y = x + 1$ .
- (w) Dati i punti  $A(1, 4)$  e  $B(1, -2)$ , trova l'asse del segmento  $\overline{AB}$ .
- (x) Trova la retta che passa per l'origine e per il punto medio del segmento di estremi  $A(2, 5)$  e  $B(4, 1)$ .
- (y) Trova la distanza dell'origine dalla retta passante per  $A(0, 3)$  e  $B(4, 0)$ .

(z) Scrivi l’equazione della retta passante per  $P(-2, -1)$  e perpendicolare alla retta  $2x + 3y - 1 = 0$ .

**Spiegazione** Una retta è identificata da una coppia di parametri e quindi la si può trovare applicando due condizioni. Trovate, applicate ed avrai la retta cercata.

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) Punto medio  $M(2; \frac{3}{2})$ . Coefficiente angolare parallelo  $m = -2$ . Equazione:  
 $y - \frac{3}{2} = -2(x - 2) \Rightarrow y = -2x + \frac{11}{2}$ ..

---

(b) Punto medio  $M(-1; \frac{1}{2})$ .  $m_r = 2 \Rightarrow m_{\perp} = -\frac{1}{2}$ . Equazione:  $y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x$ ..

---

(c)  $M_{AB}(-1; \frac{1}{2})$ ,  $M_{CD}(3; 1)$ . Coefficiente angolare  $m = \frac{1-0.5}{3-(-1)} = \frac{1}{8}$ . Equazione:  
 $y = \frac{1}{8}x + \frac{5}{8}$ ..

---

(d) Punto medio  $M(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ .  $m_{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow m_{\perp} = -\frac{5}{3}$ . Asse:  $y - \frac{1}{2} = -\frac{5}{3}(x - \frac{1}{2}) \Rightarrow y = -\frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$ ..

---

(e) Retta  $AB$ :  $m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ . Perpendicolare per  $A$ :  $m_{\perp} = 2 \Rightarrow y - 2 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x$ ..

---

(f) Intersezione  $P(-\frac{5}{4}; \frac{1}{4})$ . Distanza  $PC = \sqrt{(-1 + \frac{5}{4})^2 + (1 - \frac{1}{4})^2} = \frac{\sqrt{10}}{4}$ ..

---

(g) Punto medio  $M(-\frac{1}{2}; 3)$ . Parallela  $m = 3$ . Equazione:  $y - 3 = 3(x + \frac{1}{2}) \Rightarrow y = 3x + \frac{9}{2}$ ..

---

(h) Intersezione  $P(-\frac{7}{5}; \frac{1}{5})$ . Distanza dall'origine  $d = \sqrt{\frac{49}{25} + \frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{50}{25}} = \sqrt{2}$ ..

---

(i) Intersezione  $P(\frac{2}{3}; \frac{10}{3})$ .  $m_{\perp} = \frac{1}{3}$ . Equazione:  $y - \frac{10}{3} = \frac{1}{3}(x - \frac{2}{3}) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{28}{9}$ ..

---

(j) Intersezioni:  $A(0; 6)$  e  $B(-2; 0)$ . Punto medio  $M(-1; 3)$ . Distanza  $MO = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$ ..

---

(k) Retta data  $y = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$ . Parallela:  $y - 2 = \frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ . Intersezioni:  $(0; \frac{1}{2})$  e  $(-1; 0)$ ..

---

(l) Punto medio  $M(\frac{3}{2}; 1)$ . Retta data  $y = -x + 3 \Rightarrow m = -1$ . Parallela:  $y - 1 = -1(x - \frac{3}{2}) \Rightarrow y = -x + \frac{5}{2}$ ..

---

(m) Intersezione  $P(\frac{2}{3}; \frac{10}{3})$ . Retta per  $A$  e  $P$ :  $m = \frac{10/3-1}{2/3} = \frac{7}{2}$ . Equazione:  $y = \frac{7}{2}x + 1$ ..

---

(n) Intersezioni  $A(0; 4)$  e  $B(2; 0)$ . Punto medio  $M(1; 2)$ . Distanza  $d = \sqrt{(2-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ..

---

(o) Punto medio  $M(2; -1)$ .  $m_{AB} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{\perp} = 2$ . Asse:  $y - (-1) = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 5$ ..

---

(p) Intersezione  $y = x \cap y = -x + 2 \Rightarrow P(1; 1)$ . Retta per  $A(3; 0)$  e  $P(1; 1)$ :  $m = -\frac{1}{2}$ . Equazione:  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ..

---

(q) Punto medio  $M(1; 4)$ . Distanza dall'origine  $d = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ ..

---

(r) Retta data  $y = -2x + 5 \Rightarrow m = -2$ . Parallela per  $A$ :  $y - 3 = -2(x + 1) \Rightarrow y = -2x + 1$ ..

---

(s) Intersezione  $P(2; 3)$ .  $m_{\perp} = -2$ . Equazione:  $y - 3 = -2(x - 2) \Rightarrow y = -2x + 7$ ..

---

(t) Vertici:  $O(0; 0)$ ,  $B(4; 0)$  (intersezioni con asse x),  $C(2; 2)$  (intersezione tra le rette). Base  $b = 4$ , Altezza  $h = 2$ . Area =  $\frac{4 \cdot 2}{2} = 4$ ..

---

(u) Punti:  $A(-1; 0)$  e  $B(2; 3)$ . Distanza:  $d = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$ ..

---

(v) Intersezione:  $2x - 1 = x + 1 \Rightarrow x = 2, y = 3 \Rightarrow P(2; 3)$ . Parallela asse x:  $y = 3$ ..

---

(w) Il segmento è verticale. Punto medio  $M(1; 1)$ . L'asse è la retta orizzontale passante per M:  $y = 1$ ..

---

(x) Punto medio  $M(3; 3)$ . Retta per  $O(0; 0)$  e  $M(3; 3)$  è la bisettrice  $y = x$ ..

---

(y) Retta implicita:  $3x + 4y - 12 = 0$ . Distanza punto-retta:  $d = \frac{|3(0) + 4(0) - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{12}{5}$ ..

---

(z) Coefficiente angolare data  $m = -\frac{2}{3} \Rightarrow m_{\perp} = \frac{3}{2}$ . Equazione:  $y + 1 = \frac{3}{2}(x + 2) \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 2$ ..

---