

Problema: *DS0002* - Algebra letterale

Testo *[DS0002]* [1 ★ 2 ⌚ 1 📖] Risolvi la seguente disequazione fratta.

(a) $\frac{x-2}{x+3} < 2$

(b) $\frac{x-2}{x+3} < 3$

(c) $\frac{x-3}{x+2} > 3$

(d) $\frac{x-5}{x+1} > 2$

(e) $\frac{x-1}{2x+1} < 3$

(f) $\frac{3x+2}{2x-5} < 1$

(g) $\frac{x^2+2}{x-2} < x$

(h) $2x < \frac{6x^2+1}{3x-2}$

(i) $\frac{2x-6}{x^2-4} \leq 0$

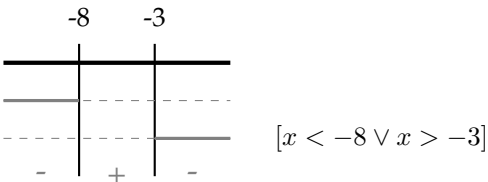
Spiegazione In una disequazione fratta ci si chiede per quali valori dell'incognita la frazione risulta positiva o negativa. Si studiano quindi i segni del numeratore e del denominatore per capire il segno della frazione.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

- (a) Per prima cosa portiamo a sinistra dell'uguale il termine che si trova a destra. Successivamente uniamo tutto in un'unica frazione.

$$\begin{aligned}\frac{x-2}{x+3} - 2 &< 0 \\ \frac{x-2-2 \cdot (x+3)}{x+3} &< 0 \\ \frac{x-2-2x-6}{x+3} &< 0 \\ \frac{-x-8}{x+3} &< 0\end{aligned}$$

Adesso studiamo il segno di questa frazione analizzando il numeratore ed il denominatore separatamente.

$$\begin{aligned}-x-8 > 0 &\Rightarrow x < -8 \\ x+3 > 0 &\Rightarrow x > -3\end{aligned}$$


- (b) Cominciamo con il portare il numero a sinistra

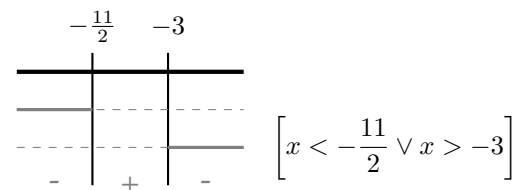
$$\frac{x-2}{x+3} - 3 < 0$$

Adesso eseguiamo la sottrazione

$$\begin{aligned}\frac{x-2-3x-9}{x+3} &< 0 \\ \frac{-2x-11}{x+3} &< 0\end{aligned}$$

Studiamo adesso il segno della disequazione

$$\begin{aligned}-2x-11 > 0 &\Rightarrow x < -\frac{11}{2} \\ x+3 > 0 &\Rightarrow x > -3\end{aligned}$$



(c) $\left[-\frac{9}{2} < x < -2\right]$.

(d) $[-7 < x < -1]$.

(e) $\left[x < -\frac{4}{5} \vee x > -\frac{1}{2}\right]$.

(f) $\left[-7 < x < \frac{5}{2}\right].$

(g) $[-1 < x < 2].$

(h) Cominciamo con il portare tutto a sinistra

$$2x - \frac{6x^2 + 1}{3x - 2} < 0$$

Adesso eseguiamo la sottrazione

$$\frac{x - 2 - 3x - 9}{3x - 2} < 0$$

$$\frac{6x^2 - 4x - 6x^2 - 1}{3x - 2} < 0$$

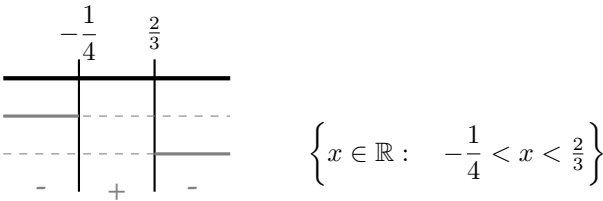
$$\frac{\cancel{6x^2} - 4x - \cancel{6x^2} - 1}{3x - 2} < 0$$

$$\frac{-4x - 1}{3x - 2} < 0$$

Studiamo adesso il segno della disequazione

$$-4x - 1 > 0 \quad \Rightarrow \quad x < -\frac{1}{4}$$

$$3x - 2 > 0 \quad \Rightarrow \quad x > \frac{2}{3}$$



(i) $x < -2 \quad \vee \quad 2 < x \leq 3.$