

Problema: *EQ0040* - **Algebra letterale**

Testo [*EQ0040*] [3★ 3🕒 2📖] Discuti il numero di soluzioni dell’equazione di secondo grado in funzione del parametro indicato.

(a) $kx^2 + (k + 1)x - k = 0$

|

(b) $mx^2 - 4\sqrt{2}x + (m + 2) = 0$

Spiegazione A seconda del valore che diamo al parametro, l'equazione cambia, così come cambia il numero di soluzioni che ha: due distinte, due coincidenti (una), due immaginarie (nessuna). Il segno del Δ è ciò che determina il numero di soluzioni, quindi per rispondere alla domanda bisogna capire, in funzione del parametro, il segno del discriminante dell'equazione.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a)

$$\begin{cases} \text{Caso lineare } (k = 0) : & x = 0 \implies \text{Una soluzione unica} \\ \text{Caso quadratico } (k \neq 0) : & \Delta = (k + 1)^2 - 4k(-k) = 5k^2 + 2k + 1 \end{cases}$$

Analizziamo il segno del Δ per $k \neq 0$

$$\Delta_{\Delta} = 2^2 - 4(5)(1) = -16$$

Poiché $\Delta_{\Delta} < 0$ e $a > 0$, si ha $\Delta > 0$ per ogni $k \in \mathbb{R}$

Riassunto: Due soluzioni se $k \neq 0$; una soluzione se $k = 0$.

$$\begin{cases} \text{Due soluzioni distinte:} & 8 - m^2 - 2m > 0 \implies -4 < m < 2 \wedge m \neq 0 \\ \text{Una soluzione doppia:} & 8 - m^2 - 2m = 0 \implies m = -4 \vee m = 2 \\ \text{Nessuna soluzione:} & 8 - m^2 - 2m < 0 \implies m < -4 \vee m > 2 \end{cases}$$

.

(b) Se $m = 0$ l'equazione diventa lineare $-4\sqrt{2}x + 2 = 0$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{4} \implies \text{Una soluzione unica}$$

Se $m \neq 0$ studiamo il segno del Delta

$$\frac{\Delta}{4} = (-2\sqrt{2})^2 - m(m + 2) = 8 - m^2 - 2m$$

Radici del discriminante:

$$8 - m^2 - 2m = 0 \implies m^2 + 2m - 8 = 0 \implies m = -4 \vee m = 2$$