

Problema: EQ0045 - Problemi risolvibili con sistemi di due equazioni in due incognite relativamente ai polinomi.

Testo [EQ0045] [2★ 2½🕒 2📖] Trova i valori dei parametri A e B che rendono vera l'eguaglianza per ogni valore di x

$$(a) \frac{2x+3}{x^2-3x+2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$$

$$(b) \frac{5x-1}{x^2+x-6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+3}$$

$$(c) \frac{3x-5}{(x-3)^2} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{(x-3)^2}$$

$$(d) \frac{x+10}{x^2+5x+4} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+4}$$

$$(e) \frac{4}{3x^2-6x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2}$$

$$(f) \frac{x+1}{x^2-9} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+3}$$

$$(g) \frac{x+5}{(x+2)^2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2}$$

$$(h) \frac{6x-1}{(2x-1)^2} = \frac{A}{2x-1} + \frac{B}{(2x-1)^2}$$

$$(i) \frac{x}{x^3-x^2-6x} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2}$$

$$(j) \frac{5x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1}$$

$$(k) \frac{5x+2}{2x^2+3x+1} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{2x+1}$$

Spiegazione Una frazione algebrica può essere scomposta come somma di frazioni purché i coefficienti a numeratore siano valori opportuni. Se svolgiamo la somma indicata, confrontando il polinomio che otteniamo a numeratore con il polinomio presente nel primo numeratore, possiamo trovare i valori dei parametri.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a)

$$\frac{2x+3}{x^2-3x+2} = \frac{A(x-2)+B(x-1)}{(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{2x+3}{x^2-3x+2} = \frac{(A+B)x-2A-B}{x^2-3x+2}$$

A questo punto confrontando i due polinomi a numeratore possiamo costruirci un sistema

$$\begin{cases} A+B=2 \\ -2A-B=3 \end{cases}$$

da cui si ottiene, utilizzando il metodo di riduzione, il seguente sistema

$$\begin{cases} -A=5 & \Rightarrow A=-5 \\ -5+B=2 & \Rightarrow B=7 \end{cases}$$

Il risultato finale è $A = -5$; $B = 7$.

(b) $A = \frac{16}{5}$; $B = \frac{9}{5}$.

(c) $A = 3$; $B = 4$.

(d) $A = 3$; $B = -2$.

(e) $A = -\frac{2}{3}$; $B = \frac{2}{3}$.

(f) $A = \frac{2}{3}$; $B = \frac{1}{3}$.

(g) $A = 1$; $B = 3$.

(h) $A = 3$; $B = 2$.

(i) $A = \frac{1}{5}$; $B = -\frac{1}{5}$.

(j) $A = 3$; $B = 2$.

(k) $A = 3$; $B = -1$.