

Problema: EU0005 - Geometria euclidea - dimostrazioni - angoli e segmenti.

Testo [EU0005] [2★ 2🕒 1📖] Svolgi la seguente dimostrazione che coinvolge angoli e/o segmenti.

- | | | |
|---|---|---|
| <p>(a) Presi due segmenti congruenti $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ sulla stessa retta, dimostra che anche i segmenti $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ sono congruenti</p> <p>(b) Dimostra che le bisettrici di due angoli consecutivi supplementari sono tra loro perpendicolari.</p> <p>(c) Dimostra che le bisettrici di due angoli consecutivi esplementari formano un angolo piatto.</p> <p>(d) Dimostra che se due bisettrici di due angoli consecutivi sono tra loro perpendicolari, allora quei due angoli sono tra loro supplementari.</p> | <p>(e) Disegna su di una retta quattro punti A, B, C, D, in modo tale che i segmenti $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ abbiano lo stesso punto medio. Dimostra che i segmenti $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ sono congruenti</p> <p>(f) Dimostra che due angoli opposti al vertice sono congruenti.</p> <p>(g) Considera tre semirette a, b, c tutte con origine nel punto O, e considera due qualunque punti A e C rispettivamente sulle semirette a e c. Dimostra che se le bisettrici degli angoli aOb e bOc</p> | <p>sono perpendicolari, allora i punti A, O e C sono allineati.</p> <p>(h) Considera tre semirette a, b, c, con origine O tali per cui $a \perp b \wedge b \perp c$. Considera poi altre due semirette d ed e, sempre con origine O e tali per cui $d \perp e$ che dividono gli angoli aOb e bOc. Dimostra che i quattro angoli che si sono formati sono a coppie congruenti.</p> <p>(i) Dato un segmento $\overline{AB}$ di punto medio M, si prenda su $\overline{AM}$ un punto P. Si dimostri che $\overline{PB} - \overline{AP} \cong 2\overline{PM}$</p> |
|---|---|---|

Spiegazione Per svolgere una dimostrazione, pere prima cosa devi indicare bene le ipotesi e la tesi. Solo dopo, a partire dalle ipotesi, svolgi il ragionamento che ti porterà a dimostrare la tesi. In questo esercizio parliamo di angoli e segmenti. Presto aggiungerò anche i disegni alle spiegazioni. Voi però **dovete** fare il disegno prima di leggere la spiegazione. **Dovete** poi indicare chiaramente le ipotesi e la tesi.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) Sappiamo per ipotesi che

$$Ip : \overline{AB} \cong \overline{CD}$$

Dobbiamo dimostrare che

$$Th : \overline{AC} \cong \overline{BD}$$

Se a segmenti congruenti sommiamo lo stesso segmento otteniamo segmenti congruenti.

$$\overline{AB} + \overline{BC} \cong \overline{BC} + \overline{CD}$$

I segmenti $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ sono adiacenti e la loro somma da il segmento $\overline{AC}$. I segmenti $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ sono adiacenti e la loro somma da il segmento $\overline{BD}$. Quindi otteniamo

$$\overline{AC} \cong \overline{BD}$$

come volevasi dimostrare.

(b) (a) Chiamiamo α e β i due angoli tali per cui

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

.

(b) Chiamiamo

$$\gamma = \frac{\alpha}{2} \qquad \delta = \frac{\beta}{2}$$

gli angoli che si formano tracciando le bisettrici di α e β .

Dobbiamo dimostrare che l’angolo ϵ tra le due bisettrici è un angolo retto, e sappiamo per costruzione che

$$\epsilon = \gamma + \delta$$

. Avremo per ipotesi che

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

e quindi

$$2\gamma + 2\delta = 180^\circ$$

$$\gamma + \delta = 90^\circ$$

$$\epsilon = 90^\circ$$

.

(c) Per costruzione (relativamente al punto medio dei segmenti) avremo le seguenti relazioni di congruenza:

$$\overline{AM} \cong \overline{MD} \qquad \overline{BM} \cong \overline{MC}$$

Visto che differenze di segmenti congruenti sono tra loro congruenti, possiamo scrivere:

$$\overline{AM} - \overline{BM} \cong \overline{MD} - \overline{MC}$$

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

Che è la tesi che volevamo dimostrare. .

(d) [...].

(e) [...].

(f) [...].

(g) .

(h) .

(i) Per la definizione di punto medio avremo

$$\overline{AM} \cong \overline{MB}$$

Tali segmenti possono essere riscritti come

$$\overline{AP} + \overline{PM} \cong \overline{PB} - \overline{PM}$$

da cui si ottiene

$$\overline{PM} + \overline{PM} \cong \overline{PB} - \overline{AP}$$

$$2\overline{PM} \cong \overline{PB} - \overline{AP}$$

Che corrisponde alla tesi che si voleva dimostrare..

Triangoli e semplici figure piane

Scheda 10

10.1 calcolo