

Problema: EU0014 - Geometria euclidea - dimostrazioni con i teoremi sulle rette.

Testo [EU0014] [3★ 3🕒 1📖]

- (a) Per il vertice di un triangolo $\triangle ABC$ scaleno, traccia la parallela ad $\overline{AB}$. Considera su tale parallela il punto D , appartenente al semipiano che ha come origine la retta $r_{\overline{AC}}$ a cui non appartiene B , tale che $\overline{CD} \simeq \overline{AB}$. Dimostra che la retta $r_{\overline{AD}}$ è parallela alla retta $r_{\overline{BC}}$.
- (b) Sia un triangolo $\triangle ABC$ scaleno. Traccia la retta r , passante per B e parallela ad $\overline{AC}$, e la retta s , passante per A e parallela a $\overline{BC}$, indicando con D il loro punto di intersezione. Dimostra che i triangoli $\triangle ABC$ e $\triangle ABD$ sono congruenti,

e che la mediana $\overline{AM}$ del triangolo $\triangle ABC$ è parallela alla mediana $\overline{BN}$ del triangolo $\triangle ABD$.

- (c) Dato un triangolo $\triangle ABC$, sia M il punto medio del lato BC . Prolunga la mediana AM di un segmento $MD \cong AM$. Dimostra che il segmento CD è congruente al segmento AB e che il lato AC è parallelo al segmento BD .
- (d) Sia ABC un triangolo. Si prolunghi la mediana AM di un segmento $ME \cong AM$. Si dimostri che il segmento CE è parallelo al lato AB .

Spiegazione Per svolgere una dimostrazione devi per prima cosa segnarti in modo chiaro quali sono le ipotesi e quale la tesi. Utilizzando teoremi noti, devi partire dalle affermazioni che hai come ipotesi per arrivare, passaggio dopo passaggio, ad affermare la tesi. In questo esercizio sono raccolte dimostrazioni che per essere svolte devi applicare i teoremi sulle rette parallele e perpendicolari.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) ..

(b) ..

(c) ..

(d) Consideriamo i triangoli $\triangle ABM$ e $\triangle ECM$. Essi hanno:

(a) $AM \cong ME$ per costruzione;

(b) $BM \cong MC$ per ipotesi (M è mediano);

(c) $\angle AMB \cong \angle EMC$ perché opposti al vertice.

I triangoli sono congruenti per il primo criterio (LAL). Dalla congruenza segue che $\angle MBA \cong \angle MCE$. Considerando le rette AB e CE tagliate dalla trasversale BC , gli angoli citati sono alterni interni. Poiché sono congruenti, le rette sono parallele ($AB \parallel CE$).
