

Problema: IN0003 - Insiemistica

Testo [IN0003] [1½★ 2🕒 1📖] Sono dati gli insiemi A, B, C . Calcola; $A \cup B \cup C$, $A \cap B \cap C$, $(A \cup B) \cap C$, $A \cup (B \cap C)$.

(a) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : -6 < x \leq -1\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : -3 \leq x < 2\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : -8 \leq x \leq -4 \vee 0 \leq x \leq 3\}$

(b) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 1\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 4\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x < -2 \vee x > 3\}$

(c) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : x < -4 \vee x \geq 0\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 3\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x > 2\}$

(d) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : -5 < x \leq 2\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 4\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x \leq 1 \vee x > 5\}$

(e) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 5\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : 3 < x \leq 7\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < 6\}$

(f) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : x \leq 1\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : x > 0\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x < -2 \vee x \geq 4\}$

(g) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : x < -5\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 0\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x \leq -4 \vee x \geq 2\}$

(h) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : -1 < x < 3\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 5\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x \leq 0 \vee x > 4\}$

(i) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : x \geq -1\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : x < 3\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x < 0 \vee x \geq 5\}$

(j) $A = \{\forall x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 2\}$
 $B = \{\forall x \in \mathbb{R} : 1 < x < 4\}$
 $C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x \leq 1 \vee x \geq 3\}$

Spiegazione**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

- (a) (a) $A \cup B \cup C = [-8, 3]$ o in notazione a intervalli: $[-8, 3]$ (Infatti $A \cup B = (-6, 2)$; l'unione con C riempie gli estremi e va fino a 3)
- (b) $A \cap B \cap C = \emptyset$ (Insieme vuoto) (Infatti $A \cap B = [-3, -1]$, che non interseca C in $[-8, -4] \cup [0, 3]$)
- (c) $(A \cup B) \cap C = (-6, 2) \cap ([-8, -4] \cup [0, 3]) = (-6, -4] \cup [0, 2)$
- (d) $A \cup (B \cap C) = A \cup ([0, 2)) = (-6, -1] \cup [0, 2)$ o in notazione a intervalli: $(-6, -1] \cup [0, 2)$

- (b) (a) $A \cup B \cup C = \mathbb{R}$
- (b) $A \cap B \cap C = \emptyset$ (Insieme vuoto)
- (c) $(A \cup B) \cap C = \{\forall x \in \mathbb{R} : -3 \leq x < -2 \vee 3 < x \leq 4\}$ o in notazione a intervalli: $[-3, -2) \cup (3, 4]$
- (d) $A \cup (B \cap C) = \{\forall x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 1 \vee 3 < x \leq 4\}$ o in notazione a intervalli: $[-3, 1] \cup (3, 4]$

- (c) (a) $A \cup B \cup C = \mathbb{R}$
- (b) $A \cap B \cap C = \{\forall x \in \mathbb{R} : 2 < x < 3\}$ o in notazione a intervalli: $(2, 3)$
- (c) $(A \cup B) \cap C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x > 2\}$ o in notazione a intervalli: $(2, +\infty)$
- (d) $A \cup (B \cap C) = \{\forall x \in \mathbb{R} : x < -4 \vee x \geq 0\}$ o in notazione a intervalli: $(-\infty, -4) \cup [0, +\infty)$

- (d) (a) $A \cup B \cup C = \{\forall x \in \mathbb{R} : x < 4 \vee x > 5\}$ o in notazione a intervalli: $(-\infty, 4) \cup (5, +\infty)$
- (b) $A \cap B \cap C = \{1\}$ (Insieme contenente solo l'elemento 1)
- (c) $(A \cup B) \cap C = \{\forall x \in \mathbb{R} : -5 < x \leq 1\}$ o in notazione a intervalli: $(-5, 1]$
- (d) $A \cup (B \cap C) = \{\forall x \in \mathbb{R} : -5 < x \leq 2\}$ o in notazione a intervalli: $(-5, 2]$

- (e) (a) $A \cup B \cup C = [0, 7]$
- (b) $A \cap B \cap C = (3, 5)$ o in notazione a intervalli: $(3, 5)$
- (c) $(A \cup B) \cap C = [1, 7] \cap [0, 6) = [1, 6)$ o in notazione a intervalli: $[1, 6)$
- (d) $A \cup (B \cap C) = [1, 5) \cup (3, 6) = [1, 6)$ o in notazione a intervalli: $[1, 6)$

- (f) (a) $A \cup B \cup C = \mathbb{R}$
- (b) $A \cap B \cap C = \emptyset$ (Insieme vuoto) (Infatti $A \cap B = (0, 1]$, che è disgiunto da C)
- (c) $(A \cup B) \cap C = \mathbb{R} \cap C = C$ o in notazione a intervalli: $(-\infty, -2) \cup [4, +\infty)$
- (d) $A \cup (B \cap C) = (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$ o in notazione a intervalli: $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

- (g) (a) $A \cup B \cup C = (-\infty, -4] \cup [-3, 0] \cup [2, +\infty)$ o in notazione a intervalli: $(-\infty, -4] \cup [-3, 0] \cup [2, +\infty)$
- (b) $A \cap B \cap C = \emptyset$ (Insieme vuoto) (Infatti $A \cap B = \emptyset$)
- (c) $(A \cup B) \cap C = (-\infty, -5)$

(d) $A \cup (B \cap C) = (-\infty, -5)$

.

(h) (a) $A \cup B \cup C = (-\infty, 0] \cup (-1, 5] \cup (4, +\infty) = (-\infty, 5] \cup (4, +\infty) = (-\infty, 5] \cup (4, +\infty)$ è errato; La correttezza è: $(-\infty, 0] \cup (-1, 5] = (-\infty, 5]$. La C era già parzialmente inclusa. Dunque: $(-\infty, 5]$

(b) $A \cap B \cap C = \emptyset$ (Insieme vuoto) (Infatti $A \cap B = [2, 3]$, che non ha elementi in comune con C)

(c) $(A \cup B) \cap C = ((-1, 5] \cap ((-\infty, 0] \cup (4, +\infty))) = ((-1, 5] \cap (-\infty, 0]) \cup ((-1, 5] \cap (4, +\infty)) = (-1, 0] \cup (4, 5]$

(d) $A \cup (B \cap C) = (-1, 3) \cup (4, 5]$ o in notazione a intervalli: $(-1, 3) \cup (4, 5]$

.

(i) (a) $A \cup B \cup C = \mathbb{R}$ (Infatti $A \cup B = \mathbb{R}$, quindi l'unione con C è $\mathbb{R}$)

(b) $A \cap B \cap C = ([-1, 3]) \cap ((-\infty, 0] \cup [5, +\infty)) = [-1, 0]$ o in notazione a intervalli: $[-1, 0]$

(c) $(A \cup B) \cap C = \mathbb{R} \cap C = C$ o in notazione a intervalli: $(-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$

(d) $A \cup (B \cap C) = [-1, +\infty) \cup ((-\infty, 0]) = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$

.

(j) (a) $A \cup B \cup C = (-\infty, 4)$ o in notazione a intervalli: $(-\infty, 4)$

(b) $A \cap B \cap C = \emptyset$ (Insieme vuoto) (Infatti $A \cap B = (1, 2]$, che non ha intersezioni con C)

(c) $(A \cup B) \cap C = (0, 4) \cap ((-\infty, 1] \cup [3, +\infty)) = (0, 1] \cup [3, 4)$

(d) $A \cup (B \cap C) = (0, 2] \cup [3, 4)$ o in notazione a intervalli: $(0, 2] \cup [3, 4)$

.