

Problema: PR0008 - Esercizi sulla probabilità condizionata.

Testo [PR0008] [2★ 3👤 2📖] Calcola quanto richiesto esponendo brevemente la logica dei conti svolti.

- | | |
|--|---|
| <p>(a) Estraggo una carta da un mazzo di 52 carte; sapendo che la carta estratta è nera, è più probabile che sia una figura o che sia di picche?</p> <p>(b) Estraggo una carta da un mazzo di 52 carte; sapendo che la carta estratta è rossa, è più probabile che sia un numero o che sia di cuori?</p> <p>(c) Lanciando una coppia di dadi a sei facce, calcola la probabilità che i due dadi abbiano un valore differente</p> <p>(d) Qual'è la probabilità che estraendo tre carte da un mazzo di 52 (senza rimetterle nel mazzo) escano tre carte di cuori?</p> <p>(e) Calcola la probabilità che estraendo due carte da un mazzo di 52 carte, senza reinserirle nel mazzo, si estraggano due figure.</p> <p>(f) Calcola la probabilità che estraendo due carte da un mazzo di 52 carte, senza rimetterle nel mazzo, si estraggano due numeri.</p> <p>(g) Calcola la probabilità che, estraendo tre carte da un mazzo di 52 senza reintrodurle nel mazzo, si estraggano tre assi.</p> <p>(h) Calcola la probabilità che, estraendo quattro carte da un mazzo di 52 senza rimetterle nel mazzo, si estraggano quattro assi.</p> <p>(i) Qual'è la probabilità che estraendo due carte da un mazzo di 52 (senza rimetterle nel mazzo) escano due figure?</p> <p>(j) In tasca ho 10 monete da un euro e 5 monete da 1 dollaro. Qual'è la probabilità di estrarre nell'ordine, e senza rimetterle in tasca, prima una moneta da un euro e poi una moneta da un dollaro?</p> <p>(k) In tasca ho 20 monete da un euro, 5 monete da 1 dollaro e 2 monete da una sterlina. Qual'è la probabilità di estrarre nell'ordine, e senza rimetterle in ta-</p> | <p>sca, prima una moneta da un euro, poi una moneta da un dollaro ed infine una moneta da una sterlina?</p> <p>(l) Qual'è la probabilità che non esca due volte un numero pari lanciando due volte un dado?</p> <p>(m) Qual'è la probabilità che non esca due volte il numero 5 lanciando due volte un dado?</p> <p>(n) Calcola la probabilità di non estrarre due carte dello stesso seme, prendendole da un mazzo di 52 carte e senza rimetterle nel mazzo.</p> <p>(o) Calcola la probabilità di non estrarre due carte di picche, prendendole da un mazzo di 52 carte e senza rimetterle nel mazzo.</p> <p>(p) In un'urna ci sono 12 palline rosse e 8 blu. Calcola la probabilità di estrarre, senza reinserirle nell'urna, prima una pallina rossa e dopo una pallina blu.</p> <p>(q) In un'urna ci sono 10 palline bianche e 5 nere. Calcola la probabilità di estrarre tre palline bianche una dopo l'altra senza reinserimento.</p> <p>(r) Da un mazzo di 40 carte si estraggono due carte senza reinserimento. Calcola la probabilità che siano entrambi re.</p> <p>(s) In un sacchetto ci sono 6 caramelle alla fragola e 4 al limone. Qual è la probabilità di estrarne due al limone consecutivamente senza rimettere la prima nel sacchetto?</p> <p>(t) Da un mazzo di 52 carte si estraggono due carte. Qual è la probabilità che la prima sia un asso e la seconda sia un re (senza reinserimento)?</p> <p>(u) In un cassetto ci sono 8 calzini blu e 6 calzini neri. Calcola la probabilità di estrarre due calzini dello stesso colore (nero) senza reinserimento.</p> |
|--|---|

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">(v) Si lanciano due dadi. Calcola la probabilità che la somma sia 10 sapendo che il primo dado ha mostrato un valore superiore a 4.(w) In una scatola ci sono 10 lampadine di cui 3 difettose. Calcola la probabilità di estrarne due funzionanti senza reinserimento.(x) Qual è la probabilità di estrarre tre carte di picche da un mazzo di 52 senza reinserimento? | <ul style="list-style-type: none">(y) Un'urna contiene 5 palline rosse, 3 verdi e 2 gialle. Calcola la probabilità di estrarre in ordine una rossa, una verde e una gialla senza reinserimento.(z) Estraendo due carte da un mazzo di 52 senza rimetterle, calcola la probabilità che la seconda sia un asso sapendo che la prima non lo era. |
|--|--|

Spiegazione La probabilità richiesta è da calcolare sapendo che precedentemente è successo qualcosa che ha fatto cambiare il numero di casi favorevoli ed il numero di casi possibili.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

- (a) La probabilità che la carta estratta sia una figura è $P_f = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$. La probabilità che la carta estratta sia di picche è $P_p = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$. Quindi è più probabile che sia di picche..

- (b) Sapendo che la carta estratta è rossa, la probabilità che sia un numero è $P_n = \frac{20}{26}$ e la probabilità che sia di cuori è $P_c = \frac{13}{26}$. Quindi è più probabile sia un numero..

- (c) La probabilità che i due dadi abbiano un valore differente si può calcolare osservando che per qualunque uscita del primo dado, ci sono sempre 5 casi su 6 che verificano l'evento, quindi

$$P_4 = \frac{5}{6}$$

- (d) La probabilità di estrarre un cuori da un mazzo di 52 carte è facilmente calcolabile. Alla seconda estrazione le carte sono in totale una in meno, esattamente come accade per le carte di cuori. La terza estrazione non fa differenza. Quindi:

$$P = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50}$$

- (e) La probabilità di estrarre una figura come prima carta è $P_{1f} = \frac{12}{52}$. La probabilità di estrarre una figura come seconda carta è $P_{2f} = \frac{11}{51}$. Quindi la probabilità richiesta è

$$P_{ff} = P_{1f} \cdot P_{2f} = \frac{12 \cdot 11}{52 \cdot 51}$$

- (f) La probabilità di estrarre un numero come prima carta è $P_1 = \frac{40}{52}$; la probabilità di estrarre un numero come seconda carta è $P_2 = \frac{39}{51}$. Quindi la probabilità richiesta è

$$P = P_1 \cdot P_2 = \frac{40 \cdot 39}{52 \cdot 51}$$

- (g) La probabilità di estrarre un asso rispettivamente nella prima, nella seconda e nella terza estrazione è $P_1 = \frac{4}{52}$, $P_2 = \frac{3}{51}$ e $P_3 = \frac{2}{50}$. Quindi la probabilità richiesta è

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{52 \cdot 51 \cdot 50}$$

- (h) La probabilità di estrarre un asso rispettivamente nella prima, nella seconda, nella terza e nella quarta estrazione è $P_1 = \frac{4}{52}$, $P_2 = \frac{3}{51}$, $P_3 = \frac{2}{50}$ e $P_4 = \frac{1}{49}$. Quindi la probabilità richiesta è

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49}$$

- (i) La probabilità di estrarre una figura come prima carta è $P_1 = \frac{12}{52}$; la probabilità di estrarre una figura come seconda carta, essendo uscita una figura come prima carta, è $P_2 = \frac{11}{51}$. Quindi la probabilità richiesta è

$$P = P_1 \cdot P_2 = \frac{12 \cdot 11}{52 \cdot 51}$$

- (j) La probabilità di estrarre un euro è $P_1 = \frac{10}{15}$. Rimangono 14 monete, di cui 5 dollari, quindi $P_2 = \frac{5}{14}$. La probabilità totale è $P = \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{50}{210} = \frac{5}{21}$.

- (k) Il totale iniziale è 27 monete. $P_1() = \frac{20}{27}$, $P_2(\$) = \frac{5}{26}$ e $P_3() = \frac{2}{25}$. Moltiplicando le probabilità: $P = \frac{20}{27} \cdot \frac{5}{26} \cdot \frac{2}{25} = \frac{200}{17550} = \frac{4}{351}$.

- (l) La probabilità che esca un numero pari al primo ed anche al secondo lancio è

$$P_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

. La probabilità che la stessa cosa NON capiti è quindi $P = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

(m) $\left[P = 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{35}{36} \right]$.

- (n) Qualunque sia il seme della carta inizialmente estratta, la probabilità che la seconda sia di un seme differente è $P = \frac{39}{51}$.

- (o) La probabilità di estrarre due carte di picche è $P_{2p} = \frac{13 \cdot 12}{52 \cdot 51}$. La probabilità che questo non avvenga è quindi

$$P = 1 - \frac{13 \cdot 12}{52 \cdot 51}$$

.

- (p) La probabilità di estrarre una pallina rossa alla prima estrazione è $P_1 = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$; quella di estrarre una pallina blu alla seconda estrazione è $P_2 = \frac{8}{19}$. La probabilità richiesta è quindi

$$P = P_1 \cdot P_2 = \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 19}$$

.

- (q) Si tratta di tre eventi dipendenti: $P_1 = \frac{10}{15}$, $P_2 = \frac{9}{14}$, $P_3 = \frac{8}{13}$. Quindi $P = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{15 \cdot 14 \cdot 13} = \frac{720}{2730} = \frac{24}{91}$.

- (r) Nel mazzo ci sono 4 re. $P_1 = \frac{4}{40}$ e $P_2 = \frac{3}{39}$. La probabilità è $P = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{12}{1560} = \frac{1}{130}$.

- (s) Totale 10 caramelle. $P_1(L) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$. $P_2(L) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. La probabilità è $P = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$.

- (t) Ci sono 4 assi e 4 re. $P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$. $P(R|A) = \frac{4}{51}$. La probabilità totale è $P = \frac{4}{52 \cdot 51} = \frac{4}{2652} = \frac{1}{663}$.

- (u) Il totale è 14. Per il colore nero: $P_1 = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$, $P_2 = \frac{5}{13}$. Quindi $P = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{13} = \frac{15}{91}$.

- (v) Lo spazio campionario ridotto per il primo dado > 4 è di 12 coppie: (5, 1)...(5, 6) e (6, 1)...(6, 6). Le coppie con somma 10 sono (4, 6) [non inclusa], (5, 5) e (6, 4). Quindi $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

(w) Lampadine funzionanti = 7. $P_1 = \frac{7}{10}$, $P_2 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. La probabilità è $P = \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$.

(x) Simile al caso dei cuori: $P = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} = \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} = \frac{33}{2550} = \frac{11}{850}$.

(y) Totale 10 palline. $P(R) = \frac{5}{10}$, $P(V|R) = \frac{3}{9}$, $P(G|R, V) = \frac{2}{8}$. Moltiplicando:
 $P = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2}{10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{30}{720} = \frac{1}{24}$.

(z) Se la prima non è un asso (48 carte), nel mazzo rimangono 51 carte di cui ancora 4 sono assi. La probabilità è $P = \frac{4}{51}$.
