

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4n}$$

Per il nostro problema

- $\lambda = \lambda_c = 490 \text{ nm} = 490 \times 10^{-9} \text{ m}$
- $n = 1.33$

$$d_{min} = \frac{490 \text{ nm}}{4 \cdot 1.33} = \frac{490 \text{ nm}}{5.32} \approx 92.105 \text{ nm}$$

5.6 Doppler

Problema di: Onde - O0111

Testo [O0111] [1½★ 1⌚ 4a📖]

Un osservatore ed una sorgente sonora di frequenza $\nu = 440 \text{ Hz}$, si trovano distanti $L = 100 \text{ m}$ su di una linea orientata sulla direzione est-ovest. La sorgente si muove con una velocità $\mathcal{V} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ su di una direzione orientata a $\alpha = +90^\circ$ rispetto all'est. L'osservatore si muove con una velocità $\mathcal{V} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ orientata ad un angolo $\beta = +30^\circ$ rispetto all'est. Calcola la frequenza percepita dall'osservatore.

Spiegazione Nell'effetto doppler conta la velocità della sorgente e dell'osservatore rispetto alla retta congiungente i due attori.

Svolgimento [...]

Problema di: Onde - O0111a**Testo** [O0111a] [1½★ 2🕒 4a📖]

Un osservatore ed una sorgente sonora di frequenza $\nu = 440 \text{ Hz}$, si trovano distanti $L = 100 \text{ m}$ su di una linea orientata sulla direzione est-ovest. La sorgente si muove con una velocità $U = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ su di una direzione orientata a $\alpha = +90^\circ$ rispetto all'est. L'osservatore si muove con una velocità $U = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ orientata ad un angolo $\beta = +150^\circ$ rispetto all'est. Calcola la frequenza percepita dall'osservatore.

Spiegazione Nell'effetto doppler conta la velocità della sorgente e dell'osservatore rispetto alla retta congiungente i due attori.

Svolgimento [...]**Problema di: Onde - O0111b****Testo** [O0111b] [1½★ 2🕒 4a📖]

Un osservatore ed una sorgente sonora di frequenza $\nu = 440 \text{ Hz}$, si trovano distanti $L = 100 \text{ m}$ su di una linea orientata sulla direzione est-ovest. La sorgente si muove con una velocità $U = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ su di una direzione orientata a $\alpha = +30^\circ$ rispetto all'est. L'osservatore si muove con una velocità $U = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ orientata ad un angolo $\beta = +90^\circ$ rispetto all'est. Calcola la frequenza percepita dall'osservatore.

Spiegazione Nell'effetto doppler conta la velocità della sorgente e dell'osservatore rispetto alla retta congiungente i due attori.

Svolgimento [...]

Problema di: Onde - O0111c**Testo** [O0111c] [1½★ 2🕒 4a📖]

Un osservatore ed una sorgente sonora di frequenza $\nu = 440 \text{ Hz}$, si trovano distanti $L = 100 \text{ m}$ su di una linea orientata sulla direzione est-ovest. La sorgente si muove con una velocità $U = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ su di una direzione orientata a $\alpha = +150^\circ$ rispetto all'est. L'osservatore si muove con una velocità $U = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ orientata ad un angolo $\beta = +90^\circ$ rispetto all'est. Calcola la frequenza percepita dall'osservatore.

Spiegazione Nell'effetto doppler conta la velocità della sorgente e dell'osservatore rispetto alla retta congiungente i due attori.

Svolgimento [...]**Problema di: Onde - O0111d****Testo** [O0111d] [1½★ 2🕒 4a📖]

Un osservatore ed una sorgente sonora di frequenza $\nu = 440 \text{ Hz}$, si trovano distanti $L = 100 \text{ m}$ su di una linea orientata sulla direzione est-ovest. La sorgente si muove con una velocità $U = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ su di una direzione orientata a $\alpha = +150^\circ$ rispetto all'est. L'osservatore si muove con una velocità $U = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ orientata ad un angolo $\beta = +30^\circ$ rispetto all'est. Calcola la frequenza percepita dall'osservatore.

Spiegazione Nell'effetto doppler conta la velocità della sorgente e dell'osservatore rispetto alla retta congiungente i due attori.

Svolgimento [...]

Problema di: Onde - O0111e**Testo** [O0111c] [1½★ 2🕒 4a📖]

Un osservatore ed una sorgente sonora di frequenza $\nu = 440 \text{ Hz}$, si trovano distanti $L = 100 \text{ m}$ su di una linea orientata sulla direzione est-ovest. La sorgente si muove con una velocità $\mathcal{V} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ su di una direzione orientata a $\alpha = +30^\circ$ rispetto all'est. L'osservatore si muove con una velocità $\mathcal{V} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ orientata ad un angolo $\beta = +150^\circ$ rispetto all'est. Calcola la frequenza percepita dall'osservatore.

Spiegazione Nell'effetto doppler conta la velocità della sorgente e dell'osservatore rispetto alla retta congiungente i due attori.

Svolgimento [...]**Problema di: Effetto doppler - O0037****Testo** [O0037] [2★ 2🕒 4a📖]

Una sirena emette un suono di frequenza $\nu = 900 \text{ Hz}$. Essa si sta allontanando da un osservatore, partendo da ferma, con accelerazione $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Dopo quanto tempo il suono verrà percepito con frequenza dimezzata?

Spiegazione Un semplice problema sull'effetto Doppler combinato con un problema di cinematica sul moto uniformemente accelerato. La sirena si sta allontanando con velocità crescente e quindi la frequenza percepita diminuisce.

Svolgimento La formula generale per l'effetto doppler è

$$\nu' = \nu \left(\frac{\mathcal{V} - \mathcal{V}_{oss}}{\mathcal{V} - \mathcal{V}_{sorg}} \right)$$

dove le velocità della sorgente e dell'osservatore sono indicate rispetto alla velocità di propagazione dell'onda.

La velocità della sirena è data da

$$\mathcal{V}_{sorg} = a\Delta t + \mathcal{V}_i = a\Delta t$$

L'accelerazione è però opposta alla direzione del suono, quindi dovremo tenerne conto quando inseriamo i valori numerici. Questo significa che possiamo mantenere i segni nelle equazioni così come sono, ma al momento dell'inserimento dei dati al posto delle velocità inseriremo i valori con il segno positi-

vo o negativo a seconda del verso del vettore.

La frequenza percepita sarà quindi

$$\nu' = \nu \left(\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{V} - \mathcal{V}_{sorg}} \right)$$

$$\frac{\nu'}{\nu} = \left(\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{V} - a\Delta t} \right)$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{V} - a\Delta t} \right)$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{V} - a\Delta t} \right)$$

$$\mathcal{V} - a\Delta t = 2\mathcal{V}$$

$$\Delta t = \frac{\mathcal{V}}{-a} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-1 \cdot (-1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})} = 340 \text{ s}$$

Problema di: Effetto doppler - O0037a**Testo** [O0037a] [2★ 2🕒 4a📖]

Una sirena emette un suono di frequenza $\nu = 900 \text{ Hz}$. All'istante iniziale, essa si sta avvicinando ad un osservatore con velocità iniziale $U_i = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, con accelerazione $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ opposta alla velocità iniziale. Dopo quanto tempo il suono verrà percepito con frequenza dimezzata?

Spiegazione Un semplice problema sull'effetto Doppler combinato con un problema di cinematica sul moto uniformemente accelerato. La sirena si sta allontanando con velocità crescente e quindi la frequenza percepita diminuisce.

Svolgimento La formula generale per l'effetto doppler è

$$\nu' = \nu \left(\frac{U - U_{oss}}{U - U_{sorg}} \right)$$

dove le velocità della sorgente e dell'osservatore sono indicate rispetto alla velocità di propagazione dell'onda.

La velocità della sirena è data da

$$U_{sorg} = a\Delta t + U_i$$

Tale velocità è però opposta alla direzione del suono, quindi dovremo tenerne conto quando inseriamo i valori numerici.

La frequenza percepita sarà quindi

$$\nu' = \nu \left(\frac{U}{U - U_{sorg}} \right)$$

$$\frac{\nu'}{\nu} = \left(\frac{U}{U - U_i - a\Delta t} \right)$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{U}{U - U_i - a\Delta t} \right)$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{U}{U - U_i - a\Delta t} \right)$$

$$U - U_i - a\Delta t = 2U$$

$$\Delta t = \frac{U + U_i}{-a}$$

Consideriamo positivo il verso della velocità concorde con la velocità del suono. La velocità iniziale ha lo stesso verso, e l'accelerazione ha verso opposto. Quindi

$$\Delta t = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-1 \cdot \left(-1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 344 \text{ s}$$

Problema di: Onde - Effetto Doppler O0034**Testo** [O0034] [2★ 2🕒 4a📖]

Quando un'ambulanza viene nella tua direzione percepisci un suono di frequenza $\nu_1 = 2,2 \text{ kHz}$, mentre quando si allontana il suono percepito ha una frequenza $\nu_2 = 2 \text{ kHz}$. Con quale velocità viaggia l'ambulanza?

Spiegazione La differenza di frequenza è dovuta all'effetto doppler relativo al moto della sorgente rispetto al mezzo di propagazione. L'osservatore è invece in quiete.

Svolgimento La velocità del suono è $\mathcal{V}_s = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Chiamiamo ν_{sor} la frequenza del suono emesso dalla sirena dell'ambulanza. La frequenza ν_1 percepita dall'osservatore quando l'ambulanza si avvicina, e la frequenza ν_2 percepita dall'osservatore quando l'ambulanza si allontana saranno

$$\begin{cases} \nu_1 = \nu_{\text{sor}} \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_s - \mathcal{V}_{\text{sor}}} \\ \nu_2 = \nu_{\text{sor}} \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_s + \mathcal{V}_{\text{sor}}} \end{cases}$$

Da cui otteniamo

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\mathcal{V}_s + \mathcal{V}_{\text{sor}}}{\mathcal{V}_s - \mathcal{V}_{\text{sor}}}$$

Chiamati per comodità $\alpha = \frac{\nu_1}{\nu_2}$ e $x = \frac{\mathcal{V}_{\text{sor}}}{\mathcal{V}_s}$ avremo che l'equazione diventa

$$\alpha = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\alpha - 1 = x(\alpha + 1)$$

$$x = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = 0,04762$$

$$\mathcal{V}_{\text{sor}} = x \cdot \mathcal{V}_s = 0,04762 \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 16,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 58,3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Problema di: Effetto doppler - O0036**Testo** [O0036] [2★ 2🕒 4a📖]

Una persona vede passare un'auto della polizia con la sirena accesa. La persona ferma ascolta il suono della sirena in avvicinamento ad una frequenza $\nu_1 = 1100 \text{ Hz}$ ed il suono della sirena in allontanamento ad una frequenza $\nu_2 = 900 \text{ Hz}$. Assumendo la velocità del suono nell'aria pari a $\mathcal{V} = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, calcolare la velocità della macchina della polizia e la frequenza della sirena.

Spiegazione Un problema sull'effetto Doppler. Due informazioni: una sulla sirena in avvicinamento e l'altra sulla sirena in allontanamento. Nel primo caso le velocità del suono e della sirena sono concordi; viceversa nell'altro caso.

Svolgimento La formula generale per l'effetto doppler è

$$\nu' = \nu \left(\frac{\mathcal{V} - \mathcal{V}_{\text{oss}}}{\mathcal{V} - \mathcal{V}_{\text{sorg}}} \right)$$

dove le velocità della sorgente e dell'osservatore sono indicate rispetto alla velocità di propagazione dell'onda. In questo problema indichiamo con gli indici 1 e 2 rispettivamente il caso in cui l'auto si avvicina all'osservatore, ed il caso in cui si allontana dall'osservatore. Le velocità della sorgente sono quindi

$$\mathcal{V}_{\text{sorg1}} = -\mathcal{V}_{\text{sorg2}} = \mathcal{V}_{\text{sorg}}$$

Il problema ci offre due equazioni, relative a prima e dopo il passaggio dell'auto, che scriviamo nel seguente sistema.

$$\begin{cases} \nu_1 = \nu \left(\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{V} - \mathcal{V}_{\text{sorg}}} \right) \\ \nu_2 = \nu \left(\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{V} + \mathcal{V}_{\text{sorg}}} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\nu_1}{\nu_2} = \left(\frac{\mathcal{V} + \mathcal{V}_{\text{sorg}}}{\mathcal{V} - \mathcal{V}_{\text{sorg}}} \right) \\ \nu = \nu_2 \left(\frac{\mathcal{V} + \mathcal{V}_{\text{sorg}}}{\mathcal{V}} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nu_1 (U - U_{sorg}) = \nu_2 (U + U_{sorg}) \\ \nu = \nu_2 \left(\frac{U + U_{sorg}}{U} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} \right) U = U_{sorg} \\ \nu = \nu_2 \left(\frac{U + U_{sorg}}{U} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_{sorg} = 0,1 \cdot 340 \frac{m}{s} = 34 \frac{m}{s} \\ \nu = 900 \text{ Hz} \left(\frac{374}{340} \right) = 990 \text{ Hz} \end{cases}$$

Problema di: Effetto doppler - O0036

Testo [O0036a] [3★ 3⌚ 4a📖]

Una sirena è montata sul bordo di una piattaforma girevole che ruota con frequenza $\nu_p = 10 \text{ Hz}$, ed emette un suono di frequenza sconosciuta. Un osservatore percepisce un suono di frequenza variabile da un minimo $\nu_1 = 840 \text{ Hz}$ ad un massimo $\nu_2 = 860 \text{ Hz}$. Determinate la frequenza del suono emesso e il raggio della piattaforma.

Spiegazione L'osservatore percepisce una frequenza variabile in quanto la sirena, girando con la piattaforma, alterna momenti in cui si avvicina ed altri in cui si allontana.

Svolgimento [...]

Problema di: Effetto doppler - 00038**Testo** [00038] [3★ 4👍 4a📖]

Una sirena è montata sul bordo di una piattaforma girevole mobile che ruota con frequenza $\nu_p = 10 \text{ Hz}$, ed emette un suono di frequenza $\nu = 900 \text{ Hz}$. Un osservatore percepisce un suono di frequenza variabile da un minimo $\nu_1 = 840 \text{ Hz}$ ad un massimo $\nu_2 = 860 \text{ Hz}$. Determinate la velocità di allontanamento della piattaforma ed il suo raggio.

Spiegazione L'osservatore percepisce una frequenza variabile in quanto la sirena, girando con la piattaforma, alterna momenti in cui si allontana a velocità maggiore ed altri in cui si allontana a velocità minore dall'osservatore.

Svolgimento La formula generale per l'effetto doppler è

$$\nu' = \nu \left(\frac{U - U_{oss}}{U - U_{sorg}} \right)$$

dove le velocità della sorgente e dell'osservatore sono indicate rispetto alla velocità di propagazione dell'onda.

Chiamando $U_r = \omega r$ la velocità con cui la sirena effettua la sua rotazione, e U_p la velocità della piattaforma, avremo che la massima velocità di allontanamento sarà $U_{s1} = U_p + U_r$, mentre la minima sarà $U_{s2} = U_p - U_r$. Alla massima velocità sarà associata la minima frequenza percepita e viceversa. Avremo quindi il seguente sistema di equazioni

$$\begin{cases} \frac{\nu_1}{\nu} = \frac{U_{suono}}{U_{suono} - U_{s1}} \\ \frac{\nu_2}{\nu} = \frac{U_{suono}}{U_{suono} - U_{s2}} \end{cases}$$

Considerando un sistema di riferimento allineato con la velocità della piattaforma, avremo che il suono viaggia nella direzione opposta e quindi utilizzeremo per esso un valore $U_{suono} = -340 \frac{m}{s}$

$$\begin{cases} \frac{\nu_1}{\nu} = \frac{U_{suono}}{U_{suono} - U_{s1}} \\ \frac{\nu_2}{\nu} = \frac{U_{suono}}{U_{suono} - U_{s2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\nu}{\nu_1} = \frac{U_{suono} - U_{s1}}{U_{suono}} = 1 - \frac{U_{s1}}{U_{suono}} \\ \frac{\nu}{\nu_2} = \frac{U_{suono} - U_{s2}}{U_{suono}} = 1 - \frac{U_{s2}}{U_{suono}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - \frac{\nu}{\nu_1} = \frac{U_{s1}}{U_{suono}} \\ 1 - \frac{\nu}{\nu_2} = \frac{U_{s2}}{U_{suono}} \end{cases}$$

Da qui otteniamo

$$\begin{cases} U_{s1} = 24,29 \frac{m}{s} \\ U_{s2} = 15,81 \frac{m}{s} \end{cases}$$

Adesso possiamo passare alla seconda parte.

$$\begin{cases} U_{s1} = U_p + \omega r \\ U_{s2} = U_p - \omega r \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_{s1} + U_{s2} = 2U_p \\ U_{s1} - U_{s2} = 2\omega r \end{cases}$$

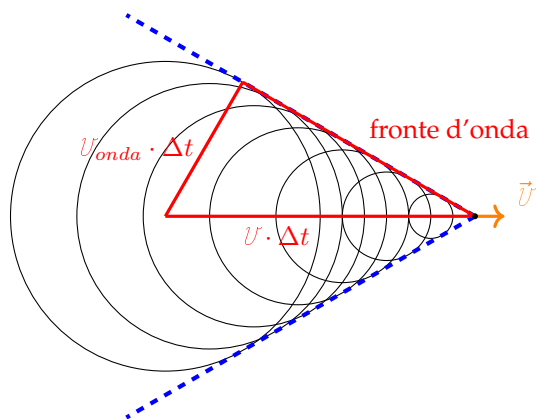
$$\begin{cases} U_p = 20,05 \frac{m}{s} \\ \omega r = 4,24 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_p = 20,05 \frac{m}{s} \\ r = \frac{U_{s1} - U_{s2}}{4\pi\nu_p} = 0,0675 \text{ m} = 6,75 \text{ cm} \end{cases}$$

Problema di: Onde - O0083**Testo** [O0083] [2★ 3🕒 4a📖]

Mostra come puoi calcolare la velocità di una sorgente sonora supersonica conoscendo l'angolo $\alpha = 20^\circ$ tra i due fronti dell'onda d'urto e sapendo che la velocità del suono è $U_s = 340 \frac{m}{s}$.

Spiegazione Qui si parla dell'effetto doppler relativo al suono emesso da una sorgente che, rispetto all'aria, si muove ad una velocità maggiore di quella del suono. Per rispondere alla consegna è necessario disegnare lo schema della situazione fisica.

**Svolgimento**

Dallo schema che analizza la formazione delle onde d'urto avremo

$$U \Delta t \sin \frac{\alpha}{2} = U_s \Delta t$$

$$U = \frac{U_s}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$U = \frac{340 \frac{m}{s}}{\sin 10^\circ} = 1958 \frac{m}{s}$$

Problema di: Onde - O0030**Testo** [O0030] [2★ 2🕒 4a📖]

Nell'immagine è raffigurato un aeroplano che supera la barriera del suono. Si vede chiaramente il cono di vapore acqueo condensato corrispondente alla superficie dell'onda d'urto. Dopo aver disegnato la geometria del problema, calcola la velocità dell'aereo sapendo che il cono dell'onda d'urto ha un angolo al vertice $\alpha = 120^\circ$.



Spiegazione L'onda d'urto si genera quando la sorgente si muove ad una velocità superiore a quella del suono che emette. La forma dell'onda d'urto è quella di un cono il cui angolo al vertice dipende dalle velocità del suono e dell'aereo.

Svolgimento In un certo intervallo di tempo Δt l'aereo ed il suono percorrono una distanza

$$L = U_{aereo} \cdot \Delta t$$

$$D = U_{suono} \cdot \Delta t$$

Queste due distanze sono rispettivamente l'ipotenusa e un cateto di un triangolo rettangolo il cui angolo opposto al cateto è

$$\sin \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{D}{L} = \frac{U_{suono}}{U_{aereo}}$$

Quindi

$$U_{aereo} = \frac{U_{suono}}{\sin \left(\frac{\alpha}{2} \right)} = \frac{340 \frac{m}{s}}{\sin 60^\circ} = 393 \frac{m}{s}$$

Griglia di valutazione

- 45% - Disegnare il sistema fisico mostrando il cono dell'onda d'urto del suono dell'aereo, ed indicando il triangolo su cui si lavora per risolvere il problema

- 55% - calcolare l'angolo di apertura al vertice del cono e ricavare la velocità dell'aereo

Problema di: Onde - O0030a

Testo [O0030a] [2★ 2🕒 4a📖]

Una pallottola viene sparata a velocità $U = 800 \frac{m}{s}$. Disegna il cono che l'onda d'urto forma con la direzione del moto della pallottola e calcolane l'angolo al vertice.

Spiegazione La pallottola viaggia in aria ad una velocità maggiore di quella del suono, quindi si forma un'onda d'urto conica.

Svolgimento La soluzione del problema la si raggiunge analizzando la geometria dei percorsi della pallottola e del suono. La distanza percorsa dalla pallottola, la distanza percorsa dal suono e il fronte dell'onda d'urto formano un triangolo rettangolo. Le due distanze le calcoliamo per un generico tempo Δt , in base alle velocità U_s del suono e U_p della pallottola.

L'angolo cercato lo troviamo utiliz-

zando la trigonometria

$$\sin \alpha = \frac{U_s \Delta t}{U_p \Delta t} = \frac{U_s}{U_p}$$

$$\sin \alpha = \frac{330 \frac{m}{s}}{800 \frac{m}{s}} = 0,4125$$

$$\alpha = 24,36^\circ$$

La sezione del cono dell'onda d'urto ha quindi un'ampiezza in gradi

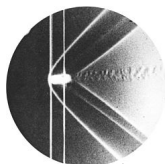
$$\theta = 2\alpha = 48,72^\circ$$

Griglia di valutazione

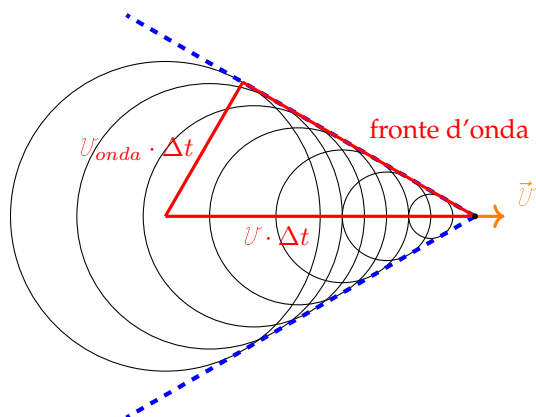
- 45% - Disegnare il sistema fisico mostrando il cono dell'onda d'urto del suono dell'aereo, ed indicando il triangolo su cui si lavora per risolvere il problema
- 55% - calcolare l'angolo di apertura al vertice del cono e ricavare la velocità dell'aereo

Problema di: Onde - O0030b**Testo** [O0030b] [2★ 2⌚ 4a📖]

Nel 1887 Ernst Mach scattò la prima fotografia (mostrata qui a lato) di un'onda d'urto dovuta al moto di un proiettile supersonico in aria. Assumendo che l'angolo tra i due fronti d'onda sia $\alpha = 90^\circ$, determina la velocità del proiettile. Disegna il sistema fisico in modo che i calcoli che fai siano giustificati.



Spiegazione In questa situazione la sorgente delle onde viaggia nel materiale più rapidamente di quanto viaggino le onde sonore nello stesso materiale, quindi si forma un'onda d'urto.

**Svolgimento**

Dallo schema che analizza la formazione delle onde d'urto avremo

$$U \Delta t \sin \frac{\alpha}{2} = U_s \Delta t$$

$$U \sin \frac{\alpha}{2} = U_s$$

$$U = \frac{U_s}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \sqrt{2} \cdot 340 \frac{m}{s} = 481 \frac{m}{s}$$

Griglia di valutazione

- 45% - Disegnare il sistema fisico mostrando il cono dell'onda d'urto del suono dell'aereo, ed indicando il triangolo su cui si lavora per risolvere il problema
- 55% - calcolare l'angolo di apertura al vertice del cono e ricavare la velocità dell'aereo

Problema di: Onde - O0064**Testo** [O0064] [3★ 3🕒 4a📖]

Un tubo di lunghezza L , chiuso ad un estremo, ruota con velocità angolare ω intorno all'estremo chiuso. Ipotizzando che il tubo risuoni con la sua frequenza fondamentale, determinare la massima e la minima frequenza del suono percepito da un osservatore posto lontano dal tubo, sullo stesso piano di rotazione.

Spiegazione A causa della rotazione del tubo l'aria nell'estremità aperta si muove rispetto al tubo con una certa velocità ed innesca il fenomeno della risonanza del tubo stesso. La sorgente del suono, cioè l'estremità aperta del tubo, si muove allontanandosi ed avvicinandosi all'osservatore, determinando un effetto Doppler per l'osservatore.

Svolgimento La velocità dell'estremità aperta del tubo, rispetto all'osservatore, è

$$U_{sorg} = \pm \omega L$$

Considerato che il tubo risuona con la sua frequenza fondamentale, la frequenza del suono emesso è

$$\nu_s = \frac{U_{suono}}{4L}$$

La frequenza del suono percepito dall'osservatore è quindi

$$\nu_o = \nu_s \frac{U_{suono} - U_{oss}}{U_{suono} - U_{sorg}}$$

L'osservatore è fermo, quindi

$$\nu_o = \nu_s \frac{U_{suono}}{U_{suono} - U_{sorg}}$$

Consideriamo nella formula successiva tutte le grandezze indicate in valore assoluto; le due frequenze percepite saranno quindi

$$\nu_o = \frac{U_{suono}}{4L} \frac{U_{suono}}{U_{suono} \pm \omega L}$$

$$\nu_o = \nu_s \frac{1}{1 \pm \frac{\omega L}{U_{suono}}}$$

Problema di: Onde - O0096**Testo** [O0096] [3★ 3👍 4a📖]

Due altoparlanti entrambi di potenza $P = 1 \text{ kW}$ si trovano alla distanza $d = 60 \text{ m}$. In quali punti sulla retta che li congiunge l'intensità sonora percepita è $I_{tot} = \frac{5}{9\pi} \frac{W}{m^2}$?

Spiegazione Conosciuta la potenza, e conosciuta la distanza dell'osservatore, è possibile determinare l'intensità sonora percepita. L'intensità è una grandezza additiva, quindi l'intensità in un certo punto sarà la somma delle intensità generate dai due altoparlanti.

Svolgimento Posizioniamo un sistema di riferimento a metà tra i due altoparlanti, orientato verso il secondo. Il secondo altoparlante sarà in posizione $A(30 \text{ m} = \frac{d}{2}, 0)$; il primo in $A(-30 \text{ m} = -\frac{d}{2}, 0)$. Definiamo un punto $P(r, 0)$ che si trova sul segmento che congiunge i due altoparlanti.

Le intensità dei due altoparlanti saranno

$$I_1 = \frac{P}{4\pi \left(r + \frac{d}{2}\right)^2}$$

$$I_2 = \frac{P}{4\pi \left(\frac{d}{2} - r\right)^2}$$

L'intensità totale sarà quindi

$$I_{tot} = \frac{P}{4\pi} \left(\frac{1}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{d}{2} - r\right)^2} \right)$$

Introduciamo la variabile $x = \frac{2r}{d}$ raccogliendo nelle parentesi il termine $\frac{d}{2}$

$$I_{tot} = \frac{P}{\pi d^2} \left(\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1-x)^2} \right)$$

Il problema ci fornisce il valore dell'intensità totale, della potenza delle sorgenti e della loro distanza, per cui

$$\frac{5}{9\pi} \frac{W}{m^2} = \frac{1000 \text{ W}}{\pi 3600 m^2} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} \right)$$

$$2 = \left(\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1-x)^2} \right)$$

$$2(1+2x+x^2)(1-2x+x^2) = (1-x)^2 + (1+x)^2$$

$$2(1-2x+x^2+2x-4x^2+2x^3+x^2-2x^3+x^4) = 1-2x+x^2+1+2x+x^2$$

$$2(1+x^2-4x^2+x^2+x^4) = 1+x^2+1+x^2$$

Come mi aspettavo, vista la simmetria del problema, i termini con esponente dispari si cancellano.

$$2(1-2x^2+x^4) = 2(x^2+1)$$

$$1-2x^2+x^4 = x^2+1$$

$$-3x^2+x^4 = 0$$

$$x^2(x^2-3) = 0$$

Da qui si ricava $x = 0$ come prima soluzione e $x = \pm\sqrt{3}$ come seconda e terza soluzione. Questi punti corrispondono a $r = 0$ (punto medio tra gli altoparlanti) e $r = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}d$, punti che si trovano esterni al segmento tra i due altoparlanti.

Problema di: Onde - O0110**Testo** [O0110] [2½★ 3🕒 4a📖]

Una sorgente sonora emette un suono di frequenza $\nu_s = 440 \text{ Hz}$ di potenza $P = 3 \text{ kW}$. Un osservatore in quiete, distante da essa $L = 100 \text{ m}$, percepisce una frequenza $\nu_o = 460 \text{ Hz}$. Calcola l'intensità percepita inizialmente dall'osservatore, e l'intensità da esso percepita dopo $\Delta t = 4 \text{ s}$

Spiegazione Questo problema combina l'effetto Doppler con la misura dell'intensità sonora ad una certa distanza.

Svolgimento Possiamo calcolare immediatamente l'intensità sonora percepita all'istante iniziale:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{3 \text{ kW}}{4\pi \cdot 10^4 \text{ m}^2} = 0,024 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Tramite l'effetto doppler è possibile conoscere la velocità della sorgente

$$\frac{\nu_{oss}}{\nu_{sorg}} = \frac{U_s}{U_s - U_{sorg}}$$

$$\frac{\nu_{sorg}}{\nu_{oss}} = \frac{U_s - U_{sorg}}{U_s}$$

$$\frac{\nu_{sorg}}{\nu_{oss}} = 1 - \frac{U_{sorg}}{U_s}$$

$$\frac{U_{sorg}}{U_s} = 1 - \frac{\nu_{sorg}}{\nu_{oss}}$$

$$\frac{U_{sorg}}{U_s} = 1 - \frac{\nu_{sorg}}{\nu_{oss}}$$

$$U_{sorg} = 0,04347826 \cdot U_s = 0,04347826 \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 14,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La sorgente si sta muovendo verso l'osservatore, visto che la frequenza percepita è maggiore.

Dopo il tempo indicato dal testo, la sorgente si trova dall'osservatore, alla distanza

$$r_2 = L - U_{sorg} \cdot \Delta t = 40,8 \text{ m}$$

La nuova intensità percepita sarà

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{3 \text{ kW}}{4\pi \cdot (40,8)^2 \text{ m}^2} = 0,14 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Problema di: Onde - O0110a**Testo** [O0110a] [2½★ 1👍 4a📖]

Una sorgente sonora emette un suono di frequenza $\nu_s = 440 \text{ Hz}$ di potenza $P = 3 \text{ kW}$. Un osservatore in quiete, distante da essa $L = 100 \text{ m}$, percepisce una frequenza $\nu_o = 420 \text{ Hz}$. Calcola l'intensità percepita inizialmente dall'osservatore, e l'intensità da esso percepita dopo $\Delta t = 4 \text{ s}$

Spiegazione Questo problema combina l'effetto Doppler con la misura dell'intensità sonora ad una certa distanza.

Svolgimento Possiamo calcolare immediatamente l'intensità sonora percepita all'istante iniziale:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{3 \text{ kW}}{4\pi \cdot 10^4 \text{ m}^2} = 0,024 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Tramite l'effetto doppler è possibile conoscere la velocità della sorgente

$$\frac{\nu_{oss}}{\nu_{sorg}} = \frac{U_s}{U_s - U_{sorg}}$$

$$\frac{\nu_{sorg}}{\nu_{oss}} = \frac{U_s - U_{sorg}}{U_s}$$

$$\frac{\nu_{sorg}}{\nu_{oss}} = 1 - \frac{U_{sorg}}{U_s}$$

$$\frac{U_{sorg}}{U_s} = 1 - \frac{\nu_{sorg}}{\nu_{oss}}$$

$$\frac{U_{sorg}}{U_s} = 1 - \frac{\nu_{sorg}}{\nu_{oss}}$$

$$U_{sorg} = -0,04762 \cdot U_s = -0,04762 \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 16,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La sorgente si sta allontanando dall'osservatore, visto che la frequenza percepita è minore.

Dopo il tempo indicato dal testo, la sorgente si trova dall'osservatore, alla distanza

$$r_2 = L + U_{sorg} \cdot \Delta t = 116,2 \text{ m}$$

La nuova intensità percepita sarà

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{3 \text{ kW}}{4\pi \cdot (116,2)^2 \text{ m}^2} = 0,0177 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Problema di: Onde - O0110b**Testo** [O0110b] [2½★ 1⌚ 4a📖]

Una sorgente sonora in quiete emette un suono di frequenza $\nu_s = 440 \text{ Hz}$ di potenza $P = 3 \text{ kW}$. Un osservatore in moto rispetto ad essa, e distante da essa $L = 100 \text{ m}$, percepisce una frequenza $\nu_o = 460 \text{ Hz}$. Calcola l'intensità percepita inizialmente dall'osservatore, e l'intensità da esso percepita dopo $\Delta t = 4 \text{ s}$

Spiegazione Questo problema combina l'effetto Doppler con la misura dell'intensità sonora ad una certa distanza.

Svolgimento [...]**Problema di: Onde - O0110c****Testo** [O0110b] [2½★ 1⌚ 4a📖]

Una sorgente sonora in quiete emette un suono di frequenza $\nu_s = 440 \text{ Hz}$ di potenza $P = 3 \text{ kW}$. Un osservatore in moto rispetto ad essa, e distante da essa $L = 100 \text{ m}$, percepisce una frequenza $\nu_o = 420 \text{ Hz}$. Calcola l'intensità percepita inizialmente dall'osservatore, e l'intensità da esso percepita dopo $\Delta t = 4 \text{ s}$

Spiegazione Questo problema combina l'effetto Doppler con la misura dell'intensità sonora ad una certa distanza.

Svolgimento [...]