

Problema di: Elettrostatica - E0011**Testo** [E0011] [1★ 1⌚ 4a📖]

Tre sfere conduttrici identiche hanno carica elettrica rispettivamente $Q_1 = 12 \mu C$ e $Q_2 = Q_3 = 0$. La prima sfera sarà messa a contatto con la seconda e poi da essa separata. La seconda sfera sarà infine messa a contatto con la terza e poi separata. Quale sarà la carica elettrica della terza sfera?

Spiegazione Elettrizzazione per contatto. La prima sfera carica la seconda e poi la seconda carica la terza.

Svolgimento Quando le prime due sfere si toccano, essendo conduttori identici, si dividono la carica elettrica, quindi:

$$Q_{1'} = Q_{2'} = 6 \mu C$$

Quando la seconda sfera tocca la terza, essendo conduttori identici, si dividono la carica elettrica, quindi:

$$Q_{2''} = Q_{3''} = 3 \mu C$$

Problema di: Elettrostatica - E0002**Testo** [E0002] [1★ 2⌚ 4a📖]

Strofinando due oggetti si sviluppa tra loro una forza attrattiva $F = 10 \mu N$ se posti alla distanza $r = 10 \text{ cm}$. Quanti elettroni sono passati da un oggetto all'altro?

Spiegazione Un esercizio sull'elettrizzazione per strofinio. Dovete sapere esattamente cosa accade.

Svolgimento L'elettrizzazione per strofinio avviene in quanto tra i due corpo strofinati si verifica un passaggio di elettroni. Il valore della carica tra i due corpi è quindi in modulo uguale. Chiamato Q tale valore avremo

$$F = K \frac{Q^2}{r^2}$$

$$Q = \sqrt{4\pi\epsilon_0 F r^2} = 1,1 \cdot 10^{-17} C$$

Per avere il numero di elettroni è sufficiente dividere per la carica del singolo elettrone.

$$n = \frac{Q}{e} \sim 69$$

Problema di: Elettrostatica E0059**Testo** [E0059] [2★ 3🕒 4a📖]

Due sfere conduttrici di raggio rispettivamente $r_1 = 3\text{ cm}$, $r_2 = 4\text{ cm}$, sono cariche con la stessa carica $Q = 7\text{ }\mu\text{C}$. Si mettono a contatto e poi le si allontana. Quale carica finale avranno le due sfere?

Spiegazione Un esercizio di elettrostatica sull'elettrizzazione per contatto. In punto chiave è ricordarsi che le cariche sulle sfere a contatto si troveranno allo stesso potenziale. Le due sfere devono essere trattate come condensatori in parallelo; la capacità complessiva sarà la somma delle capacità delle due sfere.

Svolgimento Mettendo a contatto le sfere, di fatto si realizza un collegamento in parallelo, in quanto la superficie delle sfere avrà lo stesso potenziale.

La capacità della sfera conduttrice è data da

$$C = 4\pi\epsilon r$$

La capacità delle prime due sfere collegate sarà

$$C_{12} = 4\pi\epsilon (r_1 + r_2)$$

Il potenziale a cui si dispongono sarà

$$V_{12} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon (r_1 + r_2)}$$

Il valore della carica sulla seconda sfera è quindi

$$Q_2 = C_2 V_{12} = 2Q \frac{4\pi\epsilon r_2}{4\pi\epsilon (r_1 + r_2)} = 2Q \frac{r_2}{r_1 + r_2} = 8\text{ }\mu\text{C}$$

La prima per lo stesso motivo avrà carica

$$Q_1 = C_1 V_{12} = 2Q \frac{4\pi\epsilon r_1}{4\pi\epsilon (r_1 + r_2)} = 2Q \frac{r_1}{r_1 + r_2} = 6\text{ }\mu\text{C}$$

Problema di: Elettrostatica E0059a**Testo** [E0059a] [2★ 3🕒 4a📖]

Due sfere conduttrici, la prima di raggio $r_1 = 3\text{ cm}$ sono cariche con la stessa carica $Q = 12\text{ }\mu\text{C}$. Si mettono a contatto e poi le si allontana. Il rapporto tra le cariche delle due sfere è adesso pari a $\frac{2}{3}$. Quanto vale il raggio della seconda sfera?

Spiegazione Un esercizio di elettrostatica sull'elettrizzazione per contatto. In punto chiave è ricordarsi che le cariche sulle sfere a contatto si troveranno allo stesso potenziale. Le due sfere devono essere trattate come condensatori in parallelo; la capacità complessiva sarà la somma delle capacità delle due sfere.

Svolgimento Mettendo a contatto le sfere, di fatto si realizza un collegamento in parallelo, in quanto la superficie delle sfere avrà lo stesso potenziale.

La capacità della sfera conduttrice è data da

$$C = 4\pi\epsilon r$$

Detto V_{12} il valore del potenziale a cui si dispongono le cariche, avremo che tali cariche varranno

$$Q_1 = C_1 V_{12}$$

$$Q_2 = C_2 V_{12}$$

e quindi

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$$

da cui otteniamo

$$r_2 = \frac{3}{2}r_1 = 4,5\text{ cm}$$

Problema di: Elettrostatica - E0037**Testo** [E0037] [2★ 2⌚ 4a📖]

Due condensatori di capacità $C_1 = 3 \mu F$ e $C_2 = 5 \mu F$ sono caricati con potenziali $\Delta V_1 = 200 V$ e $\Delta V_2 = 100 V$. Una volta collegati in parallelo, quale potenziale sarà presente ai loro estremi?

Spiegazione Una volta collegati in parallelo, i differenti potenziali determinano una redistribuzione di cariche che porta entrambi i condensatori ad essere caricati con lo stesso potenziale. L'esercizio si risolve con la legge di conservazione della carica elettrica.

Svolgimento La carica sui due condensatori è

$$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 600 \mu C$$

$$Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_2 = 500 \mu C$$

La carica complessiva è

$$Q_{tot} = 1100 \mu C$$

I due condensatori collegati in parallelo hanno una capacità complessiva

$$C_{tot} = C_1 + C_2 = 8 \mu F$$

La differenza di potenziale con cui sono caricati i condensatori è quindi

$$\Delta V_f = \frac{Q_{tot}}{C_{tot}} = \frac{1100}{8} V = 137,5 V$$

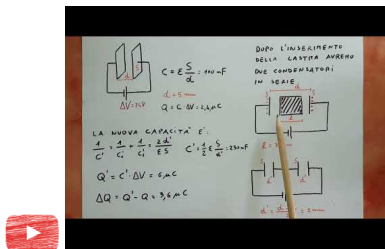
Griglia di valutazione

- 10% - Disegnare il sistema fisico nella situazione iniziale e finale, indicando nel disegno le grandezze fisiche del problema
- 30% - Trovare le cariche sui due condensatori
- 30% - Trovare la capacità complessiva dei condensatori in parallelo
- 30% - Trovare il potenziale finale raggiunto dai due condensatori

Problema di: Elettrostatica - E0038**Testo** [E0038] [2★ 3🕒 4a📖]

Un condensatore piano di capacità $C = 100 \text{ nF}$, con le armature distanti tra loro $d = 5 \text{ mm}$, è mantenuto carico con una differenza di potenziale $\Delta V = 24 \text{ Volt}$. Successivamente viene inserita in un punto centrale tra le due piastre, una lastra metallica dello spessore $l = 3 \text{ mm}$. Calcola la nuova capacità del condensatore e la carica elettrica fornita dal generatore per mantenerlo allo stesso valore di potenziale.

Spiegazione La difficoltà proposta da questo esercizio è la comprensione che il nuovo condensatore è realizzato dall'aver montato in serie due condensatori.

Fig. 3.1: Guarda il video youtu.be/vl2V1eBztgA

Svolgimento La carica presente sul condensatore è

$$Q = C \cdot \Delta V = 2,4 \mu C$$

L'introduzione della lastra lascia uno spazio

$$x = \frac{d - l}{2} = 1 \text{ mm}$$

tra le piastre dei due nuovi condensatori. La loro capacità risulta quindi maggiore, infatti

$$C' = \epsilon_0 \frac{S}{x} = \epsilon_0 \frac{S}{d} \cdot \frac{d}{x} = C \frac{d}{x} = 500 \text{ nF}$$

I condensatori sono però due, montati in serie. Quindi $C'_{eq} = \frac{C' \cdot C'}{C' + C'} = 250 \text{ nF}$

La carica presente sul nuovo condensatore è

$$Q' = C'_{eq} \cdot \Delta V = 6 \mu C$$

quindi la carica fornita dal generatore è

$$\Delta Q = Q' - Q = 3,6 \mu C$$

Problema di: Elettrostatica - E0039**Testo** [E0039] [3★ 3⌚ 4a📖]

Tra le armature di un condensatore piano sotto vuoto, si sviluppa una forza attrattiva $F = 1 \text{ mN}$. Sapendo che il condensatore è realizzato con due piastre poste alla distanza $d = 5 \text{ mm}$, e sapendo che un generatore carica il condensatore con una differenza di potenziale $\Delta V = 12 \text{ V}$, calcola la carica presente sul condensatore.

Spiegazione In questo esercizio è necessario conoscere il condensatore piano in ogni suo aspetto.

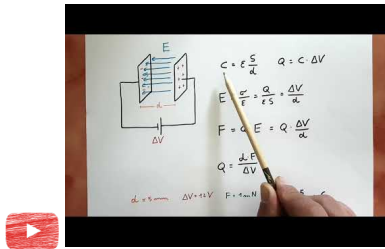


Fig. 3.2: Guarda il video youtu.be/reBC0w9z2dg

Svolgimento La capacità del condensatore è $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$ La carica con il quale è stato caricato è $Q = C \cdot \Delta V$

Sappiamo che in un condensatore piano il campo elettrico al suo interno è dato da

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

La forza con cui le piastre si attraggono è quindi

$$F = Q \cdot E = C \cdot \Delta V \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$F = \epsilon_0 \frac{S \Delta V Q}{S d} = \frac{\Delta V Q}{d}$$

Quindi

$$Q = \frac{F \cdot d}{\Delta V} = \frac{5}{12} \mu\text{C}$$

3.2 Forza e campo elettrostatico

Problema di: Elettrostatica - E0053

Testo [E0053] [2★ 3🕒 4a📖]

Due corpi conduttori sferici di eguale raggio r e carica elettrica Q , sono posti a distanza d e tra loro si misura una forza $F = 80 \text{ N}$. Un terzo corpo conduttore neutro, uguale ai precedenti, viene prima messo a contatto con una delle sfere e successivamente con l'altro. Il terzo corpo viene poi allontanato all'infinito. Quanto vale adesso la forza tra i due corpi iniziali?

Spiegazione I corpi si caricano per contatto e quindi dopo le operazioni indicate non hanno la stessa carica che avevano in precedenza.

Svolgimento Per prima cosa osserviamo che i corpi sono sfere identiche, e quindi avendo lo stesso raggio hanno la stessa capacità. Il terzo corpo a contatto con in primo acquista una carica

$$Q_{3i} = \frac{Q}{2}$$

e di conseguenza la prima carica avrà adesso carica

$$Q_{1f} = \frac{Q}{2}$$

Ora il terzo corpo è a contatto con il secondo, quindi

$$Q_{2f} = \frac{Q + \frac{Q}{2}}{2} = \frac{Q}{2} + \frac{Q}{4}$$

Dal momento che la distanza tra le prime due sfere non cambia, possiamo scrivere

$$\frac{F_f}{F_i} = \frac{\frac{Q}{2} \cdot \left(\frac{Q}{2} + \frac{Q}{4}\right)}{Q^2} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = \frac{3}{8}$$

$$F_f = \frac{3}{8}F_i = 30 \text{ N}$$

Problema di: Elettrostatica - E0053a**Testo** [E0053a] [2★ 3🔑 4a📖]

Due corpi conduttori uguali, di carica $Q_1 = 2\mu C$ e $Q_2 = 6\mu C$ sono inizialmente posti a distanza d . Tra loro si misura una forza $F = 80 N$. Essi sono poi messi a contatto e riportati a distanza $2d$. Quale forza subiscono adesso?

Spiegazione Un esercizio di elettrostatica sull'elettrizzazione per contatto**Svolgimento** L'informazione sulla forza iniziale tra le due sfere permette di avere un'informazione sulla loro distanza.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

$$d^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{F} = 1,35 \cdot 10^{-3} m^2$$

Una volta a contatto, le due sfere sono poste allo stesso potenziale, quindi possiamo avere informazioni sulla nuova distribuzione di carica.

$$V_1 = C_1 Q'_1 = C_2 Q'_2 = V_2$$

Avendo le due sfere la stessa capacità in quanto sono uguali, allora i nuovi valori della carica sulle sfere saranno anch'essi uguali.

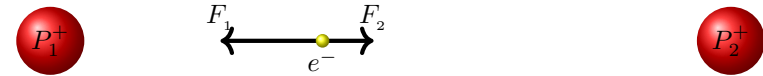
$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = 4\mu C$$

La nuova forza, quando vengono allontanate a distanza $d' = 2d$ sarà quindi

$$F' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q'_1 Q'_2}{d'^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q'^2}{4d^2} = \frac{80}{3} N$$

Problema di: Elettrostatica - E0003**Testo** [E0003] [1★ 2🔑 4a📖]

Due protoni si trovano alla distanza $d = 2 \cdot 10^{-9} m$; tra loro si trova un elettrone posto alla distanza $r_1 = 8 \cdot 10^{-10} m$ da uno dei protoni. Quanto vale la forza complessiva che agisce sull'elettrone?

Spiegazione La forza che agisce su due cariche elettriche è la forza di Coulomb. In questo esercizio ognuno dei due protoni esercita una forza sull'elettrone. Queste due forze sono tra loro parallele e opposte e tendono quindi a cancellarsi.**Svolgimento** Tenendo presente che il protone e l'elettrone hanno la stessa carica, indicata con e , la forza che il primo protone esercita sull'elettrone vale.

$$F_1 = K \frac{e^2}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C}{64 \cdot 10^{-20} m^2} = 3,6 \cdot 10^{-10} N$$

Tenendo conto che la distanza tra il secondo protone e l'elettrone vale

$$r_2 = d - r_1 = 12 \cdot 10^{-10} m$$

la forza che il secondo protone esercita sull'elettrone vale

$$F_2 = K \frac{e^2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C}{144 \cdot 10^{-20} m^2} = 1,6 \cdot 10^{-10} N$$

La forza complessiva sull'elettrone, diretta verso il primo protone, vale quindi

$$F_{tot} = F_1 - F_2 = 2 \cdot 10^{-10} N$$



Griglia di valutazione

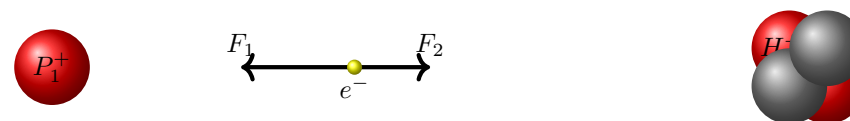
- 35% Disegnare il sistema fisico ed i vettori forza sull'elettrone
- 35% Calcolare le due forze
- 30% Calcolare e disegnare la forza complessiva

Problema di: Elettrostatica - E0003a

Testo [E0003a] [1 ★ 2 🏆 4a 📖]

Un protone ed un nucleo di elio si trovano alla distanza $d = 2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$; tra loro si trova un elettrone posto alla distanza $r_1 = 8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ dal protone. Quanto vale la forza complessiva che agisce sull'elettrone?

Spiegazione La forza che agisce su due cariche elettriche è la forza di Coulomb. In questo esercizio il protone esercita una forza attrattiva sull'elettrone esattamente come il nucleo di elio. Queste due forze sono tra loro parallele e opposte e tendono quindi a cancellarsi.



Svolgimento Tenendo presente che il protone e l'elettrone hanno la stessa carica, indicata con e , la forza che il protone esercita sull'elettrone vale.

$$F_1 = K \frac{e^2}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{64 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2} = 3,6 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

La carica elettrica del nucleo di elio è doppia rispetto a quella del protone, perché il nucleo di elio ha due protoni, quindi, tenendo conto che la distanza tra il nucleo di elio e l'elettrone vale

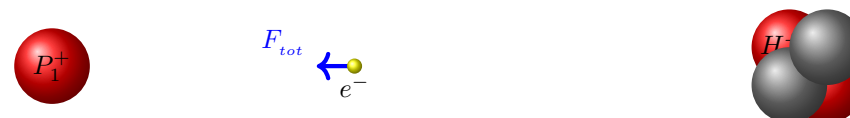
$$r_2 = d - r_1 = 12 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

la forza che il nucleo di elio esercita sull'elettrone vale

$$F_2 = K \frac{e \cdot (2e)}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{144 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2} = 3,2 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

La forza complessiva sull'elettrone, diretta verso il primo protone, vale quindi

$$F_{tot} = F_1 - F_2 = 0,4 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$



Griglia di valutazione

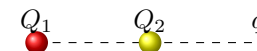
- 35% Disegnare il sistema fisico ed i vettori forza sull'elettrone
- 35% Calcolare le due forze
- 30% Calcolare e disegnare la forza complessiva

Problema di: Elettromagnetismo - E0009

Testo [E0009] [1 ★ 3 📖 4a 📖]

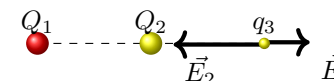
Due cariche elettriche $Q_1 = 4\mu C$ e $Q_2 = -4\mu C$ si trovano su di una linea orizzontale alla distanza $d = 2\text{ m}$.

Sulla stessa linea, ad altri due metri dalla carica negativa, una carica di prova $q_3 = -2\mu C$. Quanto vale il campo elettrico totale sulla carica q_3 ? Quanto vale la forza che subisce la carica q_3 ?



Spiegazione Ogni carica elettrica emette un campo elettrico; una carica elettrica immersa in un campo elettrico subisce una forza. In questo esercizio dobbiamo calcolare il campo elettrico emesso dalle due cariche nel punto in cui metto la carica di prova. Successivamente ci calcoliamo la forza esercitata sulla carica di prova.

Svolgimento Lo schema dei campi elettrici è il seguente:



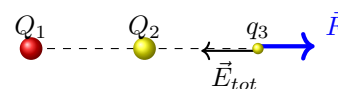
I moduli dei campi delle due cariche sulla carica di prova, e la loro somma vettoriale, valgono:

$$E_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{4 \cdot 10^{-6}C}{16 m^2} = 2,25 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = K \frac{Q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{4 \cdot 10^{-6}C}{4 m^2} = 9 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_{tot} = E_2 - E_1 = 6,75 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

Lo schema per la forza è il seguente:



La forza che la carica di prova subisce vale

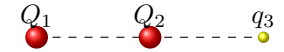
$$F = q_3 E_{tot} = 2 \cdot 10^{-6}C \cdot 6,75 \cdot 10^3 \frac{N}{C} = 13,5 \cdot 10^{-3} N$$

Griglia di valutazione

- 30% - Disegnare il sistema fisico indicando i vettori campo sulla carica di prova.
- 40% - Disegnare e calcolare il modulo del vettore campo totale sulla carica di prova
- 30% - Disegnare e calcolare il modulo della forza elettrostatica

Problema di: Elettromagnetismo - E0009a**Testo** [E0009a] [1★ 3🔑 4a📖]

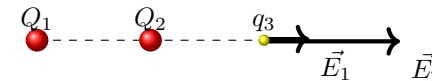
Due cariche elettriche $Q_1 = 4\mu C$ e $Q_2 = 2Q_1$ si trovano su di una linea orizzontale alla distanza $d = 2m$.



Sulla stessa linea, ad altri due metri dalla carica maggiore, una carica di prova $q_3 = -2\mu C$. Quanto vale il campo elettrico totale sulla carica q_3 ? Quanto vale la forza che subisce la carica q_3 ?

Spiegazione Ogni carica elettrica emette un campo elettrico; una carica elettrica immersa in un campo elettrico subisce una forza. In questo esercizio dobbiamo calcolare il campo elettrico emesso dalle due cariche nel punto in cui metto la carica di prova. Successivamente ci calcoliamo la forza esercitata sulla carica di prova.

Svolgimento Lo schema dei campi elettrici è il seguente:



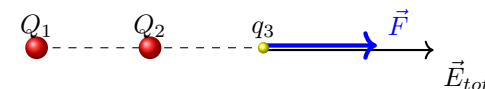
I moduli dei campi delle due cariche sulla carica di prova, e la loro somma vettoriale, valgono:

$$E_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{4 \cdot 10^{-6}C}{16m^2} = 2,25 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = K \frac{Q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{4 \cdot 10^{-6}C}{4m^2} = 9 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_{tot} = E_2 - E_1 = 11,25 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

Lo schema per la forza è il seguente:



La forza che la carica di prova subisce vale

$$F = q_3 E_{tot} = 2 \cdot 10^{-6}C \cdot 11,25 \cdot 10^3 \frac{N}{C} = 22,5 \cdot 10^{-3} N = 13 mN$$

Griglia di valutazione

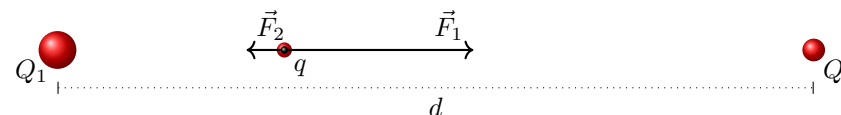
- 30% - Disegnare il sistema fisico indicando i vettori campo sulla carica di prova.
- 40% - Disegnare e calcolare il modulo del vettore campo totale sulla carica di prova
- 30% - Disegnare e calcolare il modulo della forza elettrostatica

Problema di: Elettrostatica - E0023**Testo** [E0023] [1½★ 3🕒 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_1 = +5\mu C$ e $Q_2 = +2\mu C$ sono poste a distanza $d = 1\text{ m}$. Calcola l'accelerazione subita da una terza carica $q = 1\mu C$, di massa $m = 4\text{ g}$, posta sulla stessa linea delle altre due, alla distanza $r = 30\text{ cm}$ da una delle due cariche.

Spiegazione Le due cariche esercitano una forza sulla terza carica, e quindi un'accelerazione. Le due cariche sono entrambe positive, quindi sulla terza carica, vista la sua posizione, le forze sono opposte.

Svolgimento Questo problema presenta due configurazioni possibili, a seconda che la terza carica sia posizionata più vicina alla prima od alla seconda. Analizziamo uno dei due casi.



Le due forze esercitate sulla terza carica sono:

$$F_1 = K \frac{Q_1 q}{r_1^2}$$

$$F_2 = K \frac{Q_2 q}{(d - r_1)^2}$$

La forza complessiva sarà

$$F_{tot} = F_1 - F_2 = Kq \left(\frac{Q_1}{r_1^2} - \frac{Q_2}{(d - r_1)^2} \right)$$

L'accelerazione sarà

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Kq}{m} \left(\frac{Q_1}{r_1^2} - \frac{Q_2}{(d - r_1)^2} \right)$$

Griglia di valutazione

- 35% - Disegnare il sistema fisico evidenziando dal disegno qual è l'una zona del piano in cui la forza elettrica può essere nulla.
- 35% - Costruire l'equazione che permette di trovare la posizione del punto
- 15% - Trovare la posizione del punto
- 15% - Calcolare e disegnare il vettore accelerazione

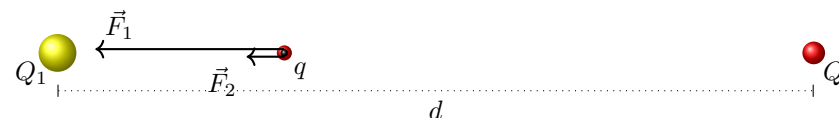
Problema di: Elettrostatica - E0023a

Testo [E0023a] [1½★ 3🔑 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_1 = -5\mu C$ e $Q_2 = +2\mu C$ sono poste a distanza $d = 1\text{ m}$. Calcola l'accelerazione subita da una terza carica $q = 1\mu C$, di massa $m = 4\text{ g}$, posta sulla stessa linea delle altre due, alla distanza $r = 30\text{ cm}$ da una delle due cariche.

Spiegazione Le due cariche esercitano una forza sulla terza carica, e quindi un'accelerazione. Le due cariche sono di segno opposto, quindi sulla terza carica, vista la sua posizione, le forze sono concordi.

Svolgimento Questo problema presenta due configurazioni possibili, a seconda che la terza carica sia posizionata più vicina alla prima od alla seconda. Analizziamo uno dei due casi.



Le due forze esercitate sulla terza carica sono:

$$F_1 = K \frac{Q_1 q}{r_1^2}$$

$$F_2 = K \frac{Q_2 q}{(d - r_1)^2}$$

La forza complessiva sarà

$$F_{tot} = F_1 + F_2 = Kq \left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{(d - r_1)^2} \right)$$

L'accelerazione sarà

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Kq}{m} \left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{(d - r_1)^2} \right)$$

Griglia di valutazione

- 35% - Disegnare il sistema fisico evidenziando dal disegno qual è l'una zona del piano in cui la forza elettrica può essere nulla.
- 35% - Costruire l'equazione che permette di trovare la posizione del punto
- 15% - Trovare la posizione del punto
- 15% - Calcolare e disegnare il vettore accelerazione

Problema di: Elettrostatica - E0027**Testo** [E0027] [1★ 3🕒 4a📖]

Tre cariche, una negativa e due positive, sono poste su una linea verticale a distanza r di un metro una dall'altra. Assegna dei valori alle cariche. Dopo aver disegnato sulla carica posta più in basso i vettori campo elettrico generati su di essa, calcola e disegna la forza che subisce.

Spiegazione Dopo aver assegnato i valori come richiesto dal problema, in questo esercizio si devono disegnare le forze sulla carica più in basso e poi le si devono sommare.

Svolgimento Ipotizziamo di avere le cariche $Q_1 = 1 \mu C$, $Q_2 = 2 \mu C$ e $Q_3 = -3 \mu C$ posizionate nell'ordine dal basso verso l'alto.

Sulla carica più in basso agiscono quindi due forze F_2 verso il basso e F_3 verso l'alto.

$$F_2 = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$F_3 = K \frac{Q_1 Q_3}{4r^2}$$

Quindi

$$F_{tot} = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} - K \frac{Q_1 Q_3}{4r^2}$$

$$F_{tot} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{2 \mu^2 C^2}{1 m^2} - 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{3 \mu^2 C^2}{4 m^2}$$

$$F_{tot} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5}{4} \mu^2 N$$

$$F_{tot} = 1,125 \cdot 10^{-2} N$$

Tale forza è verso il basso.

Problema di: Elettrostatica - E0027a**Testo** [E0027a] [1★ 3⌚ 4a📖]

Tre cariche, una positiva e due negative, sono poste su una linea verticale a distanza di un metro una dall'altra. Assegna dei valori alle cariche. Dopo aver disegnato sulla carica posta più in basso i vettori campo elettrico generati su di essa, calcola e disegna la forza che subisce.

Spiegazione Dopo aver assegnato i valori come richiesto dal problema, in questo esercizio si devono disegnare le forze sulla carica più in basso e poi le si devono sommare.

Svolgimento Ipotizziamo di avere le cariche $Q_1 = -1 \mu C$, $Q_2 = -2 \mu C$ e $Q_3 = 3 \mu C$ posizionate nell'ordine dal basso verso l'alto.

Sulla carica più in basso agiscono quindi due forze F_2 verso il basso e F_3 verso l'alto.

$$F_2 = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$F_3 = K \frac{Q_1 Q_3}{4r^2}$$

Quindi

$$F_{tot} = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} - K \frac{Q_1 Q_3}{4r^2}$$

$$F_{tot} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{2 \mu^2 C^2}{1 m^2} - 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{3 \mu^2 C^2}{4 m^2}$$

$$F_{tot} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5}{4} \mu^2 N$$

$$F_{tot} = 1,125 \cdot 10^{-2} N$$

Tale forza è verso l'alto.

Problema di: Elettrostatica - E0061**Testo** [E0061] [2½★ 3⌚ 4a📖]

Tre cariche elettriche $Q_1 = 2 \mu C$, $Q_2 = 2 \mu C$ e $Q_3 = -2 \mu C$ sono posizionate ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L = 24 cm$. Calcola il campo elettrico generato dalle tre cariche nel punto medio tra le due cariche uguali, ed il campo elettrico nel baricentro del triangolo. Disegna il sistema fisico in entrambi i casi.

Spiegazione In questo problema di elettrostatica abbiamo la posizione ed il valore di tre cariche elettriche e ci viene richiesto di calcolare il campo elettrico in due punti specifici. viene quindi richiesto di utilizzare il principio di sovrapposizione e sommare i campi elettrici delle singole cariche.

Svolgimento Cominciamo a calcolare il campo nel punto medio tra le due cariche positive.

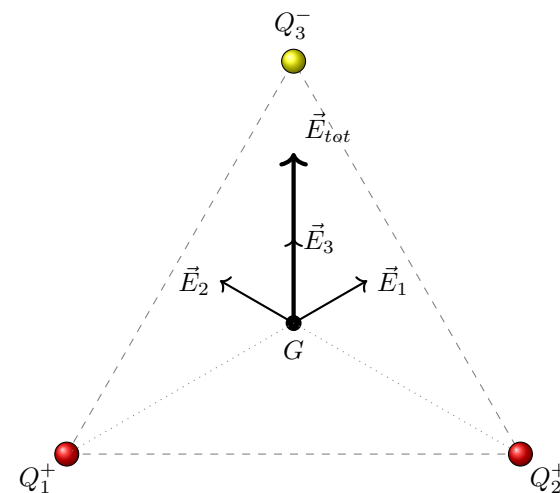
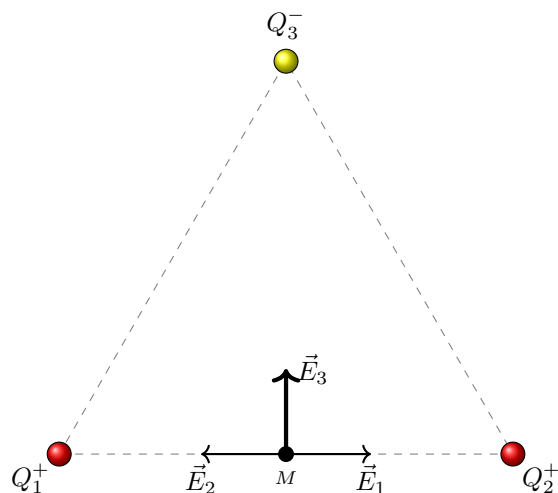
Sappiamo che le due cariche sono uguali ($Q_1 = Q_2$) e che il punto medio del segmento che le congiunge è equidistante tra loro. I campi elettrici delle due cariche positive sono quindi in modulo uguali $\vec{E}_1$ ed $\vec{E}_2$, ma con versi opposti nel punto M . La loro somma è quindi nulla. ($\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$).

Il campo totale in M è dato unicamente dal contributo di Q_3 . La distanza tra M e Q_3 è l'altezza del triangolo equilatero:

$$h = L \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Poiché Q_3 è negativa, il campo in M punta verso Q_3 . Il modulo vale:

$$E_M = k \frac{Q_3}{h^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{M m^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 2 \mu C}{(0,12 m)^2} \approx 4,16 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$$



Consideriamo adesso il campo elettrico nel baricentro del triangolo.

Il baricentro G dista dai vertici $r = \frac{L}{\sqrt{3}}$. Poiché i valori assoluti delle cariche sono uguali, i tre campi elettrici generati nel baricentro hanno lo stesso modulo:

$$E_0 = k \frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{M m^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 2 \mu C}{(0,24 m)^2} \approx 9,36 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$$

Per simmetria, scomponiamo i vettori considerando G sull'asse verticale. Le componenti sull'asse x di $\vec{E}_1$ ed $\vec{E}_2$ si annullano. Le loro componenti sull'asse y (verso l'alto) si sommano:

$$E_{1y} + E_{2y} = E_0 \sin(30^\circ) + E_0 \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}E_0 + \frac{1}{2}E_0 = E_0$$

Il vettore $\vec{E}_3$, essendo Q_3 negativa, punta verso l'alto (lungo l'asse y). Anch'esso ha modulo E_0 . Il campo totale punta tutto verso Q_3 :

$$E_{tot,G} = E_0 + E_0 = 2E_0 = 2 \cdot 9,36 \cdot 10^5 \frac{N}{C} \approx 1,87 \cdot 10^6 \frac{N}{C}$$

Problema di: Elettrostatica - E0061a**Testo** [E0061a] [2½★ 3⌚ 4a📖]

Tre cariche elettriche $Q_1 = -2\mu C$, $Q_2 = -2\mu C$ e $Q_3 = 2\mu C$ sono posizionate ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L = 12\text{ cm}$. Calcola il campo elettrico generato dalle tre cariche nel punto medio tra le due cariche uguali, ed il campo elettrico nel baricentro del triangolo. Disegna il sistema fisico in entrambi i casi.

Spiegazione In questo problema di elettrostatica abbiamo la posizione ed il valore di tre cariche elettriche e ci viene richiesto di calcolare il campo elettrico in due punti specifici. viene quindi richiesto di utilizzare il principio di sovrapposizione e sommare i campi elettrici delle singole cariche.

Svolgimento [...]**Problema di: Elettrostatica - E0061b****Testo** [E0061b] [2★ 2⌚ 4a📖]

Tre cariche di valore $Q = 2\mu C$ sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L = 3\text{ m}$. Calcola il campo elettrico presente nel punto medio di uno dei lati, e nel baricentro del triangolo.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]

Problema di: Elettrostatica - E0015**Testo** [E0015] [2★ 3🕒 4a📖]

Quattro cariche elettriche si trovano ai vertici di un quadrato di lato $L = 2\text{ m}$. Esse valgono $Q_1 = +2\mu\text{C}$, $Q_2 = +3\mu\text{C}$, $Q_3 = -5\mu\text{C}$ e $Q_4 = +7\mu\text{C}$. Quanto vale il campo elettrico nel centro del quadrato? Quanto vale la forza che agirebbe su di una carica $q = 1\mu\text{C}$ posta nel centro del quadrato? Disegna con precisione le cariche, i campi elettrici e la forza.

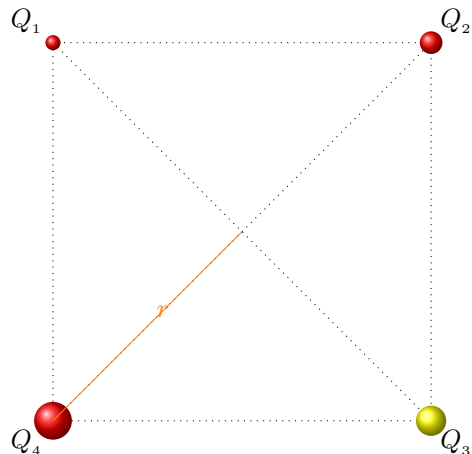
Spiegazione In questo esercizio per prima cosa si fa un disegno posizionando tutte le cariche, poi si disegna il campo elettrico generato dalle cariche nel punto indicato dal testo, quindi si calcola il campo elettrico totale e si trova la forza sulla carica in questione.

Svolgimento Le cariche sono ai vertici di un quadrato; la distanza delle cariche dal centro del quadrato è quindi

$$r = \frac{L\sqrt{2}}{2}$$

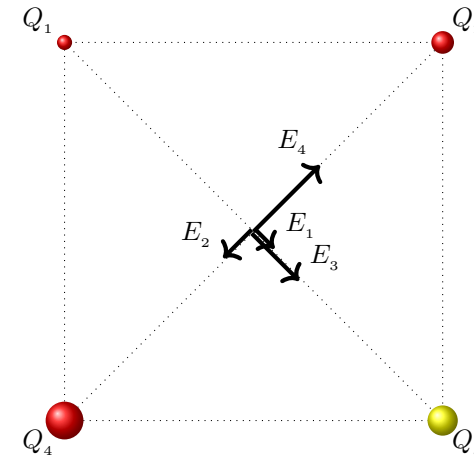
da cui

$$r^2 = \frac{L^2}{2}$$



I moduli dei campi elettrici, indicati in figura, valgono quindi

$$E_i = K \frac{|Q_i|}{r^2} \quad \forall i \in 1, 2, 3, 4$$



Sommando i campi che si trovano sulla stessa direzione avremo

$$E_{13} = \frac{K}{r^2} (|Q_3| + |Q_1|)$$

$$E_{24} = \frac{K}{r^2} (|Q_4| - |Q_2|)$$

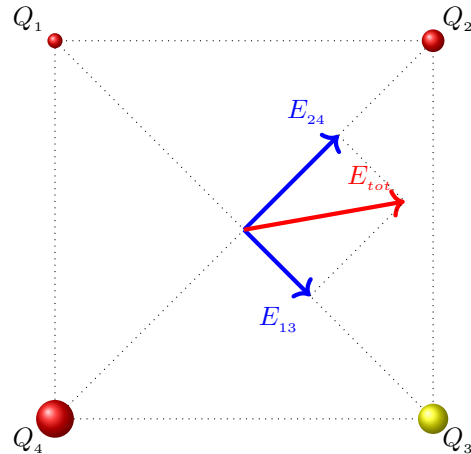
Questi due campi sono perpendicolari tra loro, quindi la loro somma sarà

$$E_{tot} = \sqrt{E_{13}^2 + E_{24}^2} = \frac{2K}{L^2} \sqrt{(|Q_3| + |Q_1|)^2 + (|Q_4| - |Q_2|)^2}$$

$$E_{tot} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}{4 \text{ m}^2} \sqrt{(7\mu\text{C})^2 + (4\mu\text{C})^2}$$

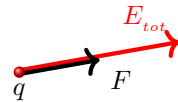
$$E_{tot} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}^2}}{2} \sqrt{(65 \cdot 10^{-12} \text{C}^2)}$$

$$E_{tot} = \frac{9 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{2} \sqrt{65} = 36,28 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$



La forza su di una carica di prova sarà quindi

$$F = qE_{tot} = 1 \mu C \cdot 36,28 \frac{kN}{C} = 0,03628 N$$



Problema di: Elettrostatica - E0016

Testo [E0016] [2★ 3👤 5a📖]

Un nucleo di elio ($A=4, Z=2$) ed un nucleo di ossigeno ($A=16, Z=8$) distano tra loro $d = 3 \cdot 10^{-8} m$. In quale punto il campo elettrico da loro generato è nullo? Dimostra che tale punto può essere solo sul segmento congiungente le due cariche.

Spiegazione Due cariche elettriche entrambe positive poste ad una certa distanza. Nei punti sul segmento che le unisce i due campi elettrici sono ovviamente opposti. Nei punti arbitrariamente vicini ad una delle due cariche, il campo elettrico da essa generato sarà in modulo maggiore del campo generato dall'altra carica. Ci sarà quindi un punto su quel segmento in cui i due campi sono uguali e quindi il campo totale è nullo.

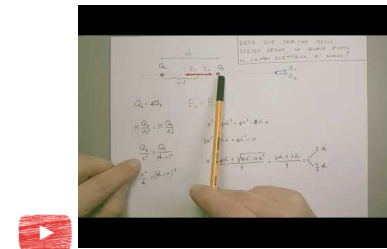


Fig. 3.3: Guarda il video youtu.be/jROsf8F7qDM

Svolgimento Il problema si risolve trovando, sul segmento che congiunge le due cariche, il punto in cui i due campi sono in modulo uguali. Sappiamo infatti che sui punti di tale segmento i due vettori campo sono ovviamente opposti. Chiamiamo x la distanza dal nucleo di elio (identificato dall'indice 1)

$$E_1 = E_2$$

$$2K \frac{e}{x^2} = 8K \frac{e}{(d-x)^2}$$

$$\frac{1}{x^2} = 4 \frac{1}{(d-x)^2}$$

$$4x^2 = (d - x)^2$$

$$4x^2 = d^2 - 2dx + x^2$$

$$3x^2 + 2dx - d^2 = 0$$

Da questa equazione derivano due soluzioni corrispondenti all'affermazione "I moduli dei due vettori sono uguali". Delle due andrà accettata solo quella con $0 < x < d$ che corrisponde ai punti sul segmento che congiunge le due cariche. fuori da quel segmento i vettori campo sono paralleli e concordi, quindi anche se di modulo uguale il campo elettrico complessivo non è nullo.

$$x_{1,2} = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 + 3d^2}}{3} = \frac{-d \pm 2d}{3} \begin{cases} x_1 = \frac{d}{3} \\ x_2 = -d \end{cases}$$

Considerati i vincoli sopra indicati l'unica soluzione accettabile è

$$x = \frac{d}{3} = 10^{-8} \text{ m}$$

Griglia di valutazione

- 40% - Disegnare il sistema fisico evidenziando dal disegno qual è l'una zona del piano in cui il campo elettrico può essere nullo.
- 40% - Costruire l'equazione che permette di trovare la posizione del punto
- 20% - Trovare la posizione del punto

Problema di: Elettrostatica - E0005

Testo [E0005] [2★ 3🕒 4a📖]

Quattro cariche elettriche si trovano ai vertici di un quadrato di lato $l = 2 \text{ m}$. tre di queste valgono $Q_+ = +8 \mu\text{C}$ ed una $Q_- = -8 \mu\text{C}$. Quanto vale il campo elettrico nel centro del quadrato? Quanto vale la forza che agirebbe su di una carica $q = -2 \mu\text{C}$ posta nel centro del quadrato?

Spiegazione La forza che agisce sulle cariche elettriche è la forza di Coulomb. in questo esercizio ognuna delle quattro cariche emette nel centro del quadrato un campo elettrico. I vettori campo delle cariche si sommano tra loro con le regole dei vettori per avere il campo elettrico complessivo nel centro del quadrato. Calcoliamo prima il campo elettrico complessivo nel centro del quadrato e poi la forza che agisce sulla carica posta nel centro.

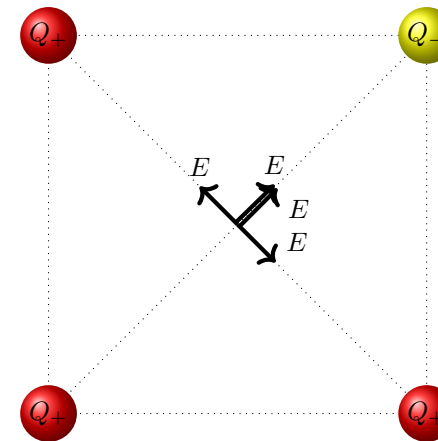


Fig. 3.4: Schema delle forze in gioco.

Svolgimento Cominciamo con l'osservare che, a meno del segno, tutte le cariche elettriche hanno lo stesso valore numerico e la stessa distanza dal centro. Tale

distanza corrisponde a metà della diagonale del quadrato per cui

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{l^2 + l^2} = \frac{l}{\sqrt{2}}$$

I moduli dei vettori campo elettrico nel centro del quadrato saranno quindi identici e varranno

$$E = K \frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{8 \mu C}{2 m^2} = 36 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

Le direzioni ed i versi dei vettori sono mostrati in figura 3.4

Appare evidente che due dei vettori si cancella tra loro ed altri due si sommano perfettamente, per cui

$$E_{tot} = 2E = 72 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

La forza che subisce la carica negativa nel centro è opposta al vettore campo elettrico e vale

$$F = qE = 2 \mu C \cdot 72 \cdot 10^3 \frac{N}{C} = 0,144 N$$

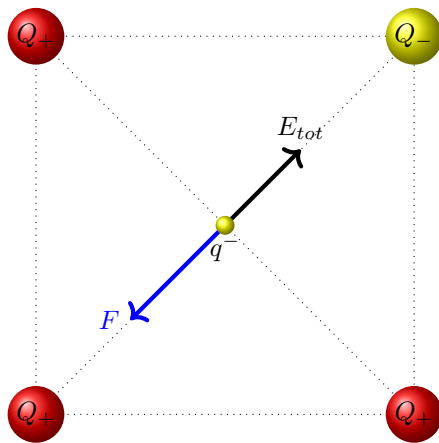


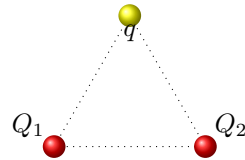
Fig. 3.5: Schema delle forze in gioco.

Griglia di valutazione

- 35% - Disegnare il sistema fisico indicando i vettori campo elettrico di ognuna delle cariche e calcolare i valori dei campi elettrici.
- 35% - Calcolare e disegnare il campo elettrico complessivo
- 30% - Calcolare e disegnare il vettore forza sulla carica di prova

Problema di: Elettrostatica - E0006**Testo** [E0006] [2★ 3🕒 4a📖]

Tre cariche elettriche si trovano ai vertici di un triangolo equilatero di lato $l = 2\text{ m}$. Esse valgono $Q_1 = +8\text{ }\mu\text{C}$, $Q_2 = +8\text{ }\mu\text{C}$ e $q = -8\text{ }\mu\text{C}$. Quanto vale il campo elettrico generato dalle due cariche positive sulla carica negativa? Quanto vale la forza che agisce sulla carica negativa?



Spiegazione La forza che agisce sulle cariche elettriche è la forza di Coulomb. In questo esercizio ognuna delle due cariche positive emette sulla carica negativa un campo elettrico. I vettori campo delle cariche si sommano tra loro con le regole dei vettori per avere il campo elettrico complessivo. Calcoliamo prima il campo elettrico complessivo sulla carica negativa e poi la forza che agisce su di essa.

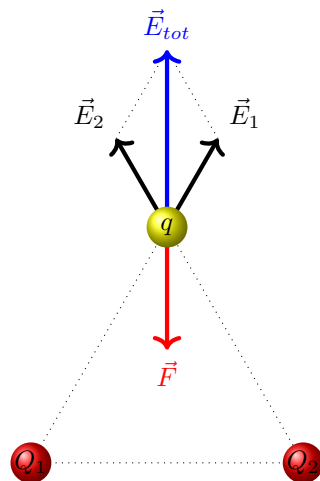


Fig. 3.6: Le tre cariche ed i vettori campo e forza coinvolti in questo problema.

Svolgimento Il campo elettrico generato dalle cariche positive vale

$$E = K \frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{8\text{ }\mu\text{C}}{4\text{ m}^2} = 18 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

I due vettori campo generati dalle due cariche positive sono messi a $\alpha = 60^\circ$ essendo le tre cariche ai vertici di un triangolo equilatero. Per sommare i due vettori utilizziamo quindi un po' di geometria considerando che il campo elettrico totale è bisettrice dell'angolo tra i due vettori.

Il campo elettrico totale è quindi

$$E_{tot} = 2 \cdot E_1 \cos \frac{\alpha}{2} = 31 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

La forza subita dalla carica negativa è quindi

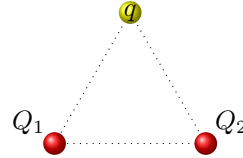
$$F = qE = 8\text{ }\mu\text{C} \cdot 31 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 249,4 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Griglia di valutazione

- 30% - Disegnare il sistema fisico indicando i vettori campo elettrico di ognuna delle cariche sulla carica di prova e calcolare i valori dei campi elettrici.
- 40% - Calcolare e disegnare il campo elettrico complessivo
- 30% - Calcolare e disegnare il vettore forza sulla carica di prova

Problema di: Elettrostatica - E0004
Testo [E0004] [3★ 4⌚ 4a📖]

Tre cariche elettriche si trovano ai vertici di un triangolo equilatero di lato $l = 2\text{ m}$. Due di queste valgono $Q_1 = +16\text{ }\mu\text{C}$ e $Q_2 = +24\text{ }\mu\text{C}$. Disegna e calcola quanto vale il campo elettrico $\vec{E}_{tot}$ generato da queste due cariche sulla terza. Calcola l'angolo che $\vec{E}_{tot}$ forma con il segmento identificato dalle due cariche positive.



Spiegazione In questo esercizio ognuna delle due cariche positive emette sulla terza carica un campo elettrico. I vettori campo delle cariche si sommano tra loro con le regole dei vettori per avere il campo elettrico complessivo. Il calcolo del campo elettrico è un problema geometrico, che come tale fornisce pure l'informazione sull'inclinazione del campo stesso.

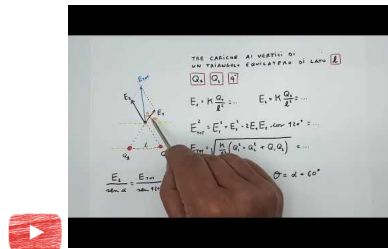
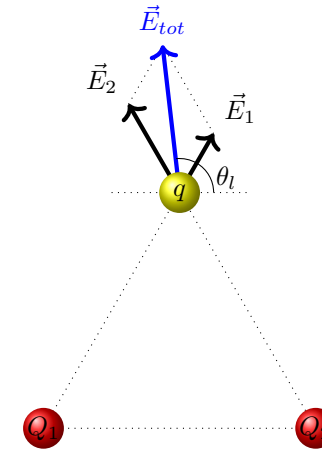


Fig. 3.7: Guarda il video youtu.be/XKqBfF7cJtc

Svolgimento


Il campo elettrico generato dalla carica positiva Q_1 vale

$$E_1 = K \frac{Q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{16\text{ }\mu\text{C}}{4\text{ m}^2} = 3,6 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Il campo elettrico generato dalla carica positiva Q_2 vale

$$E_2 = K \frac{Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{24\text{ }\mu\text{C}}{4\text{ m}^2} = 5,2 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

I due vettori campo generati dalle due cariche positive sono messi a $\alpha = 60^\circ$ essendo le tre cariche ai vertici di un triangolo equilatero. Per sommare i due vettori utilizziamo quindi un po' di geometria considerando che il campo elettrico totale è una delle due diagonali del parallelogramma formato dai due vettori campo. Utilizzando il teorema di Carnot sul triangolo i cui lati sono i due campi elettrici E_1 , E_2 ed E_{tot} avremo

$$E_{tot} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos(180^\circ - \alpha)}$$

$$E_{tot} = K \frac{1}{r^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 + Q_1Q_2}$$

$$E_{tot} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}{4\text{ m}^2} \sqrt{1216\text{ }\mu^2\text{C}^2} = 78,46 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

L'angolo che il campo forma con la verticale posso calcolarlo sempre utilizzando un po' di geometria. Il parallelogramma ha due angoli di 60° e due angoli di 120° . Nei due triangoli in cui $\vec{E}_{tot}$ divide il parallelogramma gli angoli opposti ai vettori campo delle singole cariche posso trovarli con il teorema dei seni

$$\frac{E_{tot}}{\sin(120^\circ)} = \frac{E_i}{\sin(\alpha_i)}$$

da cui

$$\sin \alpha_1 = \frac{2E_1}{\sqrt{3} \cdot E_{tot}} = 0,530$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{2E_1}{\sqrt{3} \cdot E_{tot}} = 0,765$$

L'angolo richiesto dal problema a seconda di come orientiamo il segmento identificato dalle due cariche risulta essere

$$\theta_l = 60^\circ + \arcsin 0,765$$

oppure

$$\theta_r = 60^\circ + \arcsin 0,53$$

Un modo alternativo per poter arrivare allo stesso risultato per la somma dei due campi elettrici è quello di scomporre i due vettori nelle loro componenti orizzontali e verticali e successivamente effettuare la somma. Nella figura vedete i due vettori in nero $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ che sono quelli che precedentemente abbiamo calcolato con l'opportuna formula per il campo elettrico.

I passaggi che ci portano al calcolo della somma sono i seguenti:

1. I due vettori neri sono stati scomposti nelle loro due componenti orizzontale e verticale rappresentate nel disegno dai quattro vettori arancioni. Sappiamo calcolare il modulo dei vettori arancioni in quanto sappiamo dal problema che l'inclinazione dei campi elettrici rispetto all'orizzontale è di 60° , informazione che deduciamo dalla geometria del problema.

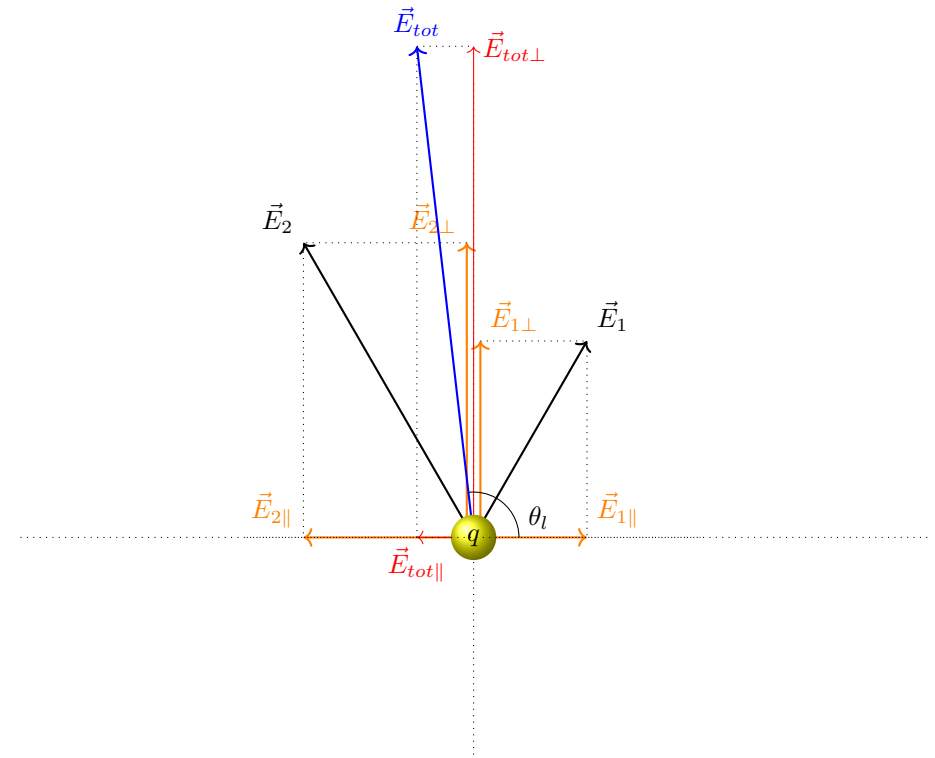
$$\begin{cases} E_{i\parallel} = E_i \cos(60^\circ) \\ E_{i\perp} = E_i \sin(60^\circ) \end{cases}$$

2. I due vettori in rosso sono la somma delle componenti arancioni, sommati a due a due i vettori verticali ed i vettori orizzontali.

$$\begin{cases} E_{tot\perp} = E_{2\perp} + E_{1\perp} \\ E_{tot\parallel} = E_{2\parallel} - E_{1\parallel} \end{cases}$$

3. Il campo elettrico totale sulla carica di prova è quindi la somma dei due vettori disegnati in rosso

$$E_{tot} = \sqrt{E_{tot\perp}^2 + E_{tot\parallel}^2}$$



Per calcolare l'angolo richiesto, esso si otterrà dal triangolo formato con i tre vettori E_{tot} , cioè il campo complessivo e le sue due componenti orizzontale e verticale

$$\tan \theta_r = \frac{\vec{E}_{tot\perp}}{\vec{E}_{tot\parallel}}$$

od in modo alternativo $\theta_l = 180^\circ - \theta_r$ a seconda di quale orientazione scegliamo per il segmento tra le due cariche elettriche conosciute.

Griglia di valutazione

- 35% Disegnare il sistema fisico ed i vettori campo elettrico sull'elettrome. Disegnare inoltre il campo elettrico totale.
- 35% Calcolare il modulo del campo elettrico totale
- 30% Calcolare l'angolo richiesto

Problema di: Elettrostatica - E0022

Testo [E0022] [2★ 3🔑 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_A = Q_B = 2 \mu C$ sono poste in un diagramma cartesiano nei punti $A(0,0)$ e $B(3,0)$ con le unità di misura in metri. Quanto vale il campo elettrico nel punto $C(0,3)$? Quanto vale la forza che agirebbe su di una carica $q = -5 \mu C$ posta nel punto C ? Disegna con precisione le cariche, i campi elettrici e la forza.

Spiegazione In questo esercizio semplicemente si trovano i campi elettrici generati nel punto C e si sommano. La forza sulla carica di prova viene di conseguenza.

Svolgimento Il campo della carica in A nel punto C è verticale

$$E_A = E_{Ay} = K \frac{Q_1}{r_{A-C}^2} = 2000 \frac{N}{C}$$

Il campo della carica in B nel punto C è

$$E_B = K \frac{Q_1}{r_{A-C}^2} = 1000 \frac{N}{C}$$

Visto che i punti A , B e C formano un triangolo rettangolo isoscele, l'angolo tra i due vettori campo è

$$\gamma = 45^\circ$$

Il modulo del campo in C è quindi

$$E_C = \sqrt{E_A^2 + E_B^2 - 2E_A E_B \cos(180 - \gamma)} = 2798 \frac{N}{C}$$

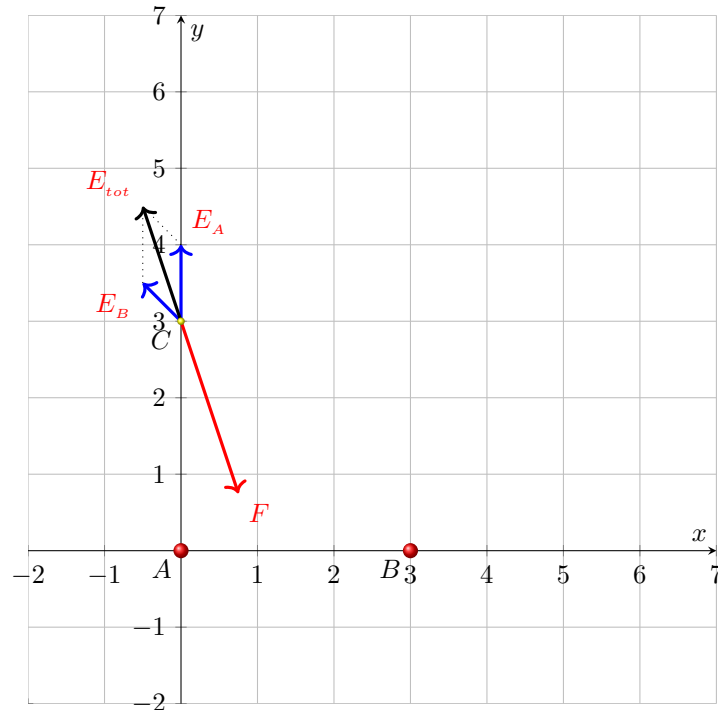
Per conoscere le sue componenti è necessario scomporre i vettori $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$ per trovare i moduli delle loro componenti. Il primo non necessita di alcun calcolo; per il secondo

$$\begin{cases} E_{Bx} = E_B \cdot \frac{|x_B - x_C|}{r_{B-C}} = \frac{1000}{\sqrt{2}} \frac{N}{C} = 707 \frac{N}{C} \\ E_{By} = E_B \cdot \frac{|y_C - y_A|}{r_{B-C}} = \frac{1000}{\sqrt{2}} \frac{N}{C} = 707 \frac{N}{C} \end{cases}$$

Sommando le componenti (tenendo ovviamente conto dei versi dei vettori)

$$E_{tot-y} = E_{Ay} + E_{By} = 2707 \frac{N}{C}$$

$$E_{tot-x} = E_{Bx} = 707 \frac{N}{C}$$



Il campo elettrico complessivo è quindi

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 2798 \frac{N}{C}$$

La forza agente sulla carica nel punto C è infine

$$F = qE = 14 \text{ nN}$$

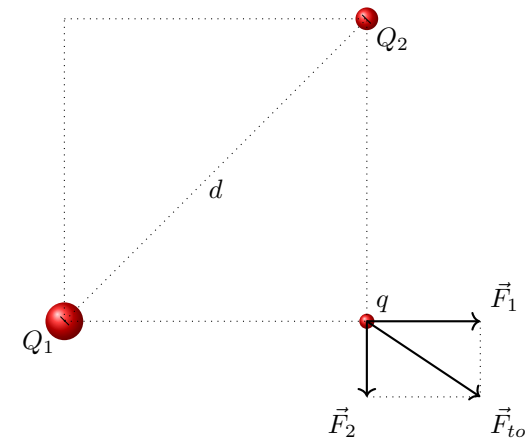
Problema di: Elettrostatica - E0024

Testo [E0024] [2★ 2🔧 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_1 = +5 \mu C$ e $Q_2 = +2 \mu C$ sono poste a distanza $d = 1 \text{ m}$ corrispondente alla diagonale di un quadrato. Calcola l'accelerazione subita da una terza carica $q = 1 \mu C$, di massa $m = 4 \text{ g}$, posta su uno dei vertici rimanenti del quadrato.

Spiegazione Le due cariche esercitano una forza sulla terza carica, e quindi un'accelerazione. Sulla terza carica, vista la sua posizione, le forze sono perpendicolari tra loro.

Svolgimento



La distanza tra le cariche e la carica di prova è

$$r = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Le due forze esercitate sulla terza carica sono quindi:

$$F_1 = K \frac{2Q_1q}{d^2}$$

$$F_2 = K \frac{2Q_2 q}{d^2}$$

La forza complessiva è quindi

$$F_{tot} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = K \frac{2q}{d^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$F_{tot} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \cdot \frac{2 \mu C}{1 m^2} \cdot \sqrt{29} \mu C$$

$$F_{tot} = 0,097 N$$

L'accelerazione sarà

$$a = \frac{F}{m} = K \frac{2q}{md^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$a = 24 \frac{m}{s^2}$$

Griglia di valutazione

- 30% - Disegnare il sistema fisico disegnando i vettori forza e la forza totale
- 40% - Calcolare la forza totale
- 30% - Calcolare e disegnare l'accelerazione subita

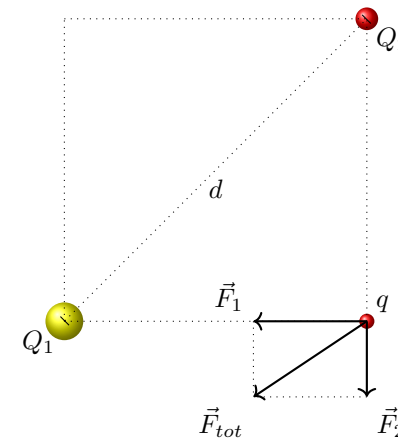
Problema di: Elettrostatica - E0024a

Testo [E0024a] [2★ 2⌚ 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_1 = -5 \mu C$ e $Q_2 = +2 \mu C$ sono poste a distanza $d = 1 m$ corrispondente alla diagonale di un quadrato. Calcola l'accelerazione subita da una terza carica $q = 1 \mu C$, di massa $m = 4 g$, posta su uno dei vertici rimanenti del quadrato.

Spiegazione Le due cariche esercitano una forza sulla terza carica, e quindi un'accelerazione. Sulla terza carica, vista la sua posizione, le forze sono perpendicolari tra loro.

Svolgimento



La distanza tra le cariche e la carica di prova è

$$r = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Le due forze esercitate sulla terza carica sono quindi:

$$F_1 = K \frac{2Q_1 q}{d^2}$$

$$F_2 = K \frac{2Q_2q}{d^2}$$

La forza complessiva è quindi

$$F_{tot} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = K \frac{2q}{d^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$F_{tot} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \cdot 2 \mu C \cdot \sqrt{29} \mu C$$

$$F_{tot} = 9,7 \cdot 10^{-4} N$$

L'accelerazione sarà

$$a = \frac{F}{m} = K \frac{2q}{md^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$a = 2,4 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s^2}$$

Griglia di valutazione

- 30% - Disegnare il sistema fisico disegnando i vettori forza e la forza totale
- 40% - Calcolare la forza totale
- 30% - Calcolare e disegnare l'accelerazione subita

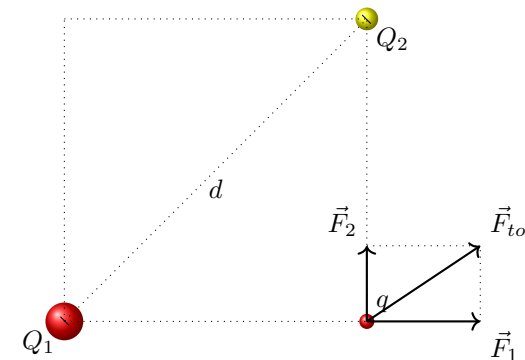
Problema di: Elettrostatica - E0024b

Testo [E0024b] [2★ 2🔑 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_1 = +5 \mu C$ e $Q_2 = -2 \mu C$ sono poste a distanza $d = 1 m$ corrispondente alla diagonale di un quadrato. Calcola l'accelerazione subita da una terza carica $q = 1 \mu C$, di massa $m = 4 g$, posta in un vertice libero del quadrato.

Spiegazione Le due cariche del sistema esercitano una forza sulla carica di prova. E' importante tenere in considerazione l'orientamento delle due forze.

Svolgimento



La distanza tra le cariche e la carica di prova è

$$r = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Le due forze esercitate sulla terza carica sono quindi:

$$F_1 = K \frac{2Q_1q}{d^2}$$

$$F_2 = K \frac{2Q_2q}{d^2}$$

La forza complessiva è quindi

$$F_{tot} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = K \frac{2q}{d^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$F_{tot} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \cdot 4 \mu C \cdot \sqrt{29} \mu C$$

$$F_{tot} = 1,9 \cdot 10^{11} N$$

L'accelerazione sarà

$$a = \frac{F}{m} = K \frac{2q}{md^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$a = 0,48 \frac{m}{s^2}$$

Griglia di valutazione

- 30% - Disegnare il sistema fisico disegnando i vettori forza e la forza totale
- 40% - Calcolare la forza totale
- 30% - Calcolare e disegnare l'accelerazione subita

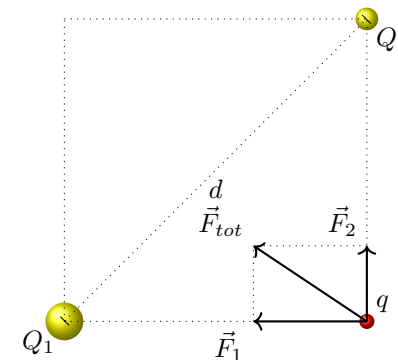
Problema di: Elettrostatica - E0024c

Testo [E0024c] [2★ 2⌚ 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_1 = -5 \mu C$ e $Q_2 = -2 \mu C$ sono poste a distanza $d = 1 m$ corrispondente alla diagonale di un quadrato. Calcola l'accelerazione subita da una terza carica $q = 1 \mu C$, di massa $m = 4 g$, posta in un vertice libero del quadrato.

Spiegazione Le due cariche del sistema esercitano una forza sulla carica di prova. E' importante tenere in considerazione l'orientamento delle due forze.

Svolgimento



La distanza tra le cariche e la carica di prova è

$$r = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Le due forze esercitate sulla terza carica sono quindi:

$$F_1 = K \frac{2Q_1 q}{d^2}$$

$$F_2 = K \frac{2Q_2 q}{d^2}$$

La forza complessiva è quindi

$$F_{tot} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = K \frac{2q}{d^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$F_{tot} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \cdot 4 \mu C \cdot \sqrt{29} \mu C$$

$$F_{tot} = 1,9 \cdot 10^{11} N$$

L'accelerazione sarà

$$a = \frac{F}{m} = K \frac{2q}{md^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$a = 0,48 \frac{m}{s^2}$$

Griglia di valutazione

- 30% - Disegnare il sistema fisico disegnando i vettori forza e la forza totale
- 40% - Calcolare la forza totale
- 30% - Calcolare e disegnare l'accelerazione subita

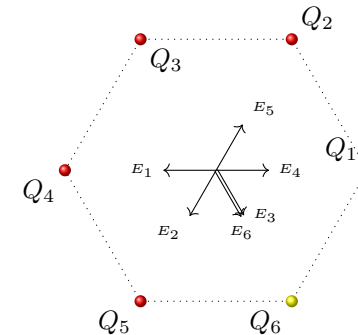
Problema di: Elettrostatica - E0021

Testo [E0021] [2★ 2⌚ 4a📖]

Cinque cariche $Q = 3 \mu C$ sono disposte ai vertici di un esagono regolare di lato $a = 1 m$. La sesta, nel vertice rimanente, ha valore $Q = -3 \mu C$. Calcola Il campo elettrico nel centro dell'esagono.

Spiegazione Per trovare il campo elettrico in un punto è sufficiente sommare i vettori campo elettrico generati, in quel punto, dalle cariche del sistema.

Svolgimento Cominciamo con il considerare che in un esagono regolare tutti i vertici sono equidistanti dal centro e tale distanza è uguale al lato dell'esagono.



Analizziamo per prima cosa la configurazione geometrica di questo sistema di cariche: a parte la carica negativa e la sua opposta, tutte le cariche generano nel centro dell'esagono un vettore campo elettrico che è annullato dal corrispondente vettore generato dalla carica opposta.

Per la carica negativa e la sua opposta, avremo invece due campi che si sommano costruttivamente ottenendo:

$$E_{tot} = 2 \frac{Kq}{a^2} = 5,4 \cdot 10^4 \frac{N}{C}$$

Problema di: Elettrostatica - E0066**Testo** [E0066] [1★ 2🕒 4a📖]

A quale distanza da un filo infinito uniformemente carico, con $(\lambda = 5 \frac{C}{m})$, devo posizionarmi per sentire un campo elettrico pari a quello generato da un conduttore carico con densità di carica $\sigma = 2 \frac{C}{m^2}$ in prossimità della sua superficie?

Spiegazione In questo problema semplicemente bisogna conoscere le formule dei campi elettrici generati da un filo conduttore carico ed un conduttore sulla sua superficie.

Svolgimento Per risolvere il problema, dobbiamo uguagliare l'espressione del campo elettrico generato da un filo infinito uniformemente carico a quella del campo elettrico in prossimità della superficie di un conduttore carico.

Il campo elettrico generato da un filo infinito a una distanza r è dato dalla legge di Gauss:

$$E_{filo} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Il campo elettrico in prossimità della superficie di un conduttore (Teorema di Coulomb) è:

$$E_{conduttore} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Imponendo la condizione richiesta dal problema, ovvero $E_{filo} = E_{conduttore}$, otteniamo:

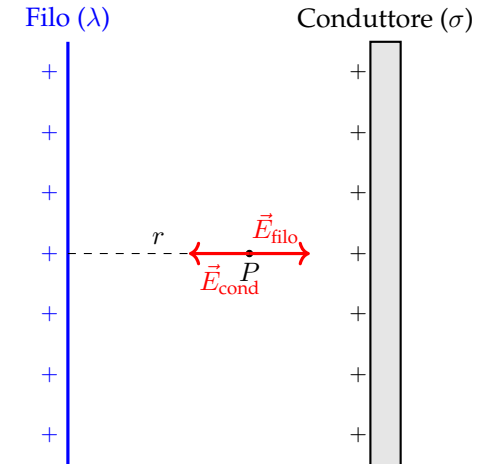
$$\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Semplificando la costante dielettrica nel vuoto ϵ_0 da entrambi i lati e isolando la distanza r :

$$\frac{\lambda}{2\pi r} = \sigma \implies r = \frac{\lambda}{2\pi\sigma}$$

Sostituendo i valori numerici forniti dal problema ($\lambda = 5 \frac{C}{m}$ e $\sigma = 2 \frac{C}{m^2}$):

$$r = \frac{5}{2\pi \cdot 2} m = \frac{5}{4\pi} m = 0,4 m$$



Problema di: Elettrostatica - E0065**Testo** [E0065] [1★ 1⌚ 4a📖]

Un pannello circolare di diametro $L = 10\text{ cm}$ e spessore trascurabile è carico positivamente con $Q = 5\text{ }\mu\text{C}$. Determina intensità, direzione e verso del campo elettrico generato in un punto fuori dal pannello a 2 mm dal suo centro.

Spiegazione Visto che il punto indagato è molto vicino al pannello, tale pannello è assimilabile ad una lastra infinita che genera un campo elettrico dipendente dalla densità di carica.

Svolgimento Il raggio del pannello risulta essere $R = 5\text{ cm} = 0,05\text{ m}$. La distanza dal centro è $z = 2\text{ mm} = 0,002\text{ m}$ e la carica totale, distribuita uniformemente e di segno positivo, è $Q = 5 \cdot 10^{-6}\text{ C}$.

Essendo lo spessore trascurabile, calcoliamo la densità superficiale di carica σ :

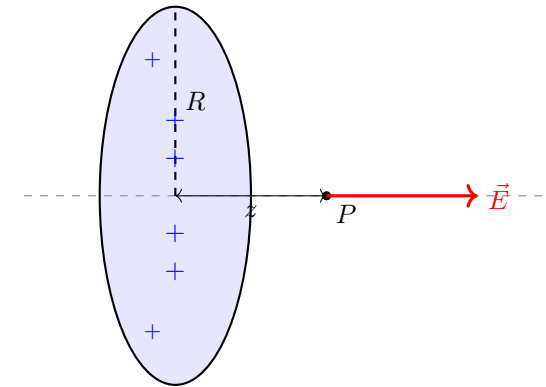
$$\sigma = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{\pi (0,05)^2} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \approx 6,366 \cdot 10^{-4} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

Il campo elettrico generato da un disco uniformemente carico lungo il suo asse centrale, a una distanza z , è:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Sostituendo i valori numerici (con $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2\text{m}^2}{\text{N}}$):

Poiché la distribuzione di carica ha simmetria circolare, le componenti perpendicolari all'asse si annullano. Pertanto, la **direzione** è lungo l'asse centrale, perpendicolare al pannello. Il verso è uscente (si allontana dal pannello) in quanto la carica Q è positiva.

Pannello circolare ($\sigma > 0$)

Problema di: Elettrostatica - E0065a**Testo** [E0065a] [1★ 2⌚ 4a📖]

Un pannello circolare di diametro $L = 10\text{ cm}$ e spessore trascurabile è carico positivamente con $Q = 5\text{ }\mu\text{C}$. Una carica di prova $q = -1\text{ }\mu\text{C}$ è posta alla distanza $d = 1\text{ mm}$ dalla lastra. Quale forza subisce? Mostra lo schema del sistema fisico.

Spiegazione Visto che il punto indagato è molto vicino al pannello, tale pannello è assimilabile ad una lastra infinita che genera un campo elettrico dipendente dalla densità di carica.

Svolgimento [...]**Problema di: Elettrostatica - E0065b****Testo** [E0065b] [1★ 2⌚ 4a📖]

Un filo lungo $L = 2\text{ m}$ e spessore trascurabile è carico positivamente con $Q = 10\text{ }\mu\text{C}$. Una carica di prova $q = -1\text{ }\mu\text{C}$ è posta alla distanza $d = 1\text{ cm}$ dal filo. Quale forza subisce? Mostra lo schema del sistema fisico.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]

Problema di: Elettrostatica - E0065c**Testo** [\[E0065c\]](#) [1★ 2🕒 4a📖]

Una sfera conduttrice di raggio $r = 1\text{ m}$ è carica positivamente con $Q = 8\text{ }\mu\text{C}$. Una carica di prova $q = -1\text{ }\mu\text{C}$ è posta alla distanza $d = 1\text{ mm}$ dalla superficie. Quale forza subisce? Mostra lo schema del sistema fisico.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Elettrostatica - E0065d****Testo** [\[E0065d\]](#) [1★ 2🕒 4a📖]

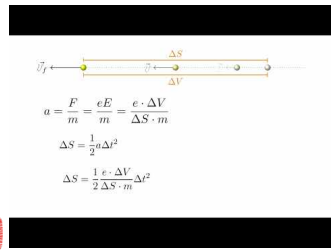
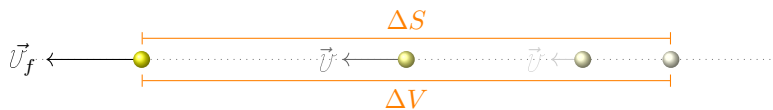
Una piastra di un condensatore di superficie $S = 400\text{ cm}^2$ è carica positivamente con $Q = 9\text{ }\mu\text{C}$. Una carica di prova $q = -1\text{ }\mu\text{C}$ è posta alla distanza $d = 1\text{ mm}$ dalla superficie. Quale forza subisce? Mostra lo schema del sistema fisico.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]

Problema di: Elettrostatica - E0041**Testo** [E0041] [2½★ 3👍 4a📖]

Un elettrone inizialmente fermo si muove all'interno di un campo elettrico uniforme per una distanza $\Delta S = 1 \text{ mm}$. Sapendo che la differenza di potenziale tra i punti di partenza e di arrivo è $\Delta V = 24 \text{ V}$, calcola quanto tempo ci impiega.

Spiegazione Una particella carica in un campo elettrico uniforme, partendo da ferma, si muove di moto uniformemente accelerato.

Fig. 3.8: Guarda il video youtu.be/xgEcjvDIMWE**Svolgimento**

Un campo elettrico costante genera su di un elettrone una forza costante e quindi un'accelerazione costante. Conoscendo inoltre la relazione tra campo elettrico e differenza di potenziale, avremo

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e \cdot \Delta V}{\Delta S \cdot m}$$

Per il moto uniformemente accelerato avremo

$$\Delta S = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_i \Delta t$$

e considerato che la particella parte da ferma

$$\Delta S = \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$\Delta S = \frac{1}{2} \frac{e \cdot \Delta V}{\Delta S \cdot m} \Delta t^2$$

$$\Delta S^2 = \frac{e \Delta V}{2m} \Delta t^2$$

$$\Delta t = \Delta S \cdot \sqrt{\frac{2m}{e \Delta V}}$$

$$\Delta t = 0,001 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 24 \text{ V}}} = 6,9 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

Griglia di valutazione

- 10% - Disegnare il sistema fisico mostrando il moto della particella (per esempio mostrando posizione e velocità in tre istanti differenti)
- 45% - Calcolare l'accelerazione della particella
- 45% - Scrivere l'equazione del moto della particella calcolando Δt

Problema di: Elettrostatica - E0028**Testo** [E0028] [3★ 7⌚ 4a📖]

Disponi a piacere su di un piano cartesiano due cariche elettriche opposte di valore a tua scelta. Scegli un terzo punto del piano cartesiano non allineato con i primi due.

1. Disegna e calcola i vettori capo elettrico generati in quel punto dalle due cariche.
2. Disegna e calcola il campo elettrico complessivo in quel punto.
3. Calcola il valore del potenziale in quel punto.
4. Metti poi in quel punto una carica di prova di valore a tua scelta.
5. Disegna e calcola la forza elettrostatica su quella carica.
6. Calcola l'energia potenziale elettrostatica di quella sola carica
7. Calcola l'energia potenziale elettrostatica del sistema di tre cariche.

Spiegazione In questo esercizio, le distanze tra le cariche, necessarie per calcolare le distanze nelle formule necessarie, le si calcolano a partire dalle coordinate dei punti.

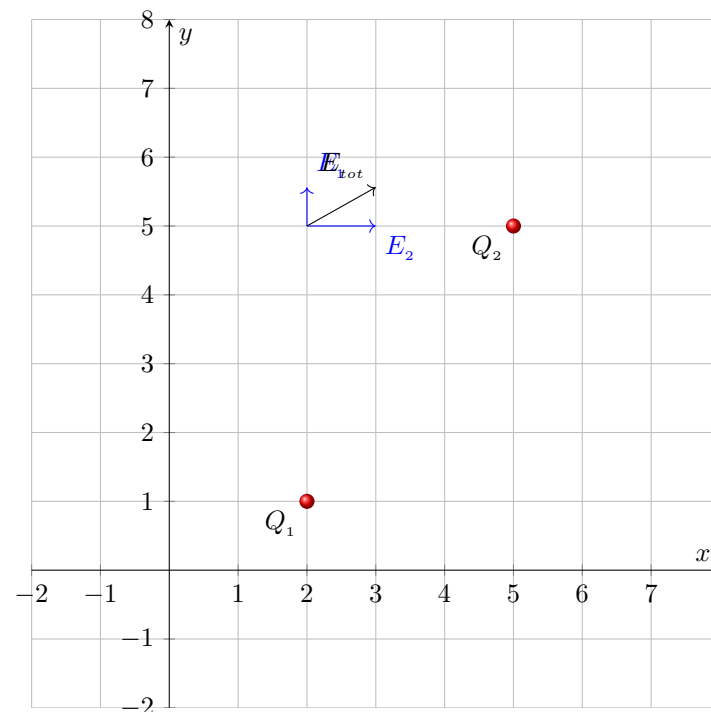
Svolgimento Ipotizziamo per le due cariche i valori $Q_1 = 1 \mu C$ e $Q_2 = -2 \mu C$ poste nei punti di coordinate $A_1(2,1)$ e $A_2(6,5)$ in un sistema di assi cartesiani espresso in metri. Consideriamo un terzo punto di coordinate $B(2,5)$. I valori dei segmenti tra le cariche ed il punto scelto sono: $\overline{A_1B} = 4 m$ e $\overline{A_2B} = 3 m$. Possiamo adesso disegnare i due campi elettrici generati dalle due cariche e quindi il campo elettrico totale in quel punto.

$$E_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \frac{1 \mu C}{16 m^2} = \frac{9}{16} \frac{kN}{C}$$

$$E_2 = K \frac{Q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \frac{-2 \mu C}{9 m^2} = 1 \frac{kN}{C}$$

Con le scelte fatte per la posizione delle cariche e del punto di prova, questi due vettori risultano perpendicolari tra loro, e quindi

$$E_{tot} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 1,15 \frac{kN}{C}$$



Se ipotizziamo di mettere nel punto B una carica di prova $q = 1 \mu C$ possiamo calcolare il valore dell'energia potenziale del sistema e quindi del potenziale nel punto B

$$U = K \frac{Q_1 q}{r_1} + K \frac{Q_2 q}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \cdot 1 \mu C \cdot \left(\frac{1 \mu C}{4 m} - \frac{2 \mu C}{3 m} \right)$$

$$U = -\frac{15}{4} \cdot 10^{-3} J$$

ed il potenziale

$$U = K \frac{Q_1}{r_1} + K \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \cdot \left(\frac{1 \mu C}{4 m} - \frac{2 \mu C}{3 m} \right)$$

$$U = -\frac{15}{4} \cdot 10^3 V$$

La forza elettrostatica sulla carica di prova la trovo con

$$\vec{F} = q \vec{E}_{tot}$$

per cui

$$F = 1 \mu C \cdot 1,15 \frac{kN}{C} = 1,15 mN$$

Abbiamo calcolato l'energia potenziale elettrostatica della carica di prova. Il sistema di tre cariche ha un'energia potenziale totale differente, in quanto dobbiamo tenere conto anche dell'energia potenziale delle due cariche iniziali:

$$U_{12} = K \frac{Q_1 Q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \frac{-2 \mu^2 C^2}{25 m^2} = -\frac{18}{25} \cdot 10^{-3} J$$

$$U_{tot} = -\left(\frac{15}{4} + \frac{18}{25} \right) mJ = -4,47 mJ$$

Problema di: Elettrostatica - E0056

Testo [E0056] [2½★ 4⌚ 4a📖]

Due protoni Q_1 e Q_2 sono posti in un sistema di riferimento cartesiano in metri nei punti $A(-3,0)$ e $B(3,0)$. Un terzo protone è posto fermo nel punto $C(0,4)$. Calcola il campo elettrico e la forza subiti dalla terza carica.

Spiegazione In questo esercizio, le distanze tra le cariche, necessarie per calcolare le distanze nelle formule necessarie, le si calcolano a partire dalle coordinate dei punti.

Svolgimento Il terzo protone sente i campi elettrici degli altri due. La distanza del terzo protone da entrambi gli altri due è $r = \sqrt{3^2 + 4^2} m = 5 m$

Il campo elettrico che agisce sul terzo protone dovuto ad ognuna delle due cariche vale

$$E = K \frac{e}{r^2}$$

e forma con l'asse verticale un angolo definito da

$$\sin(\theta) = \frac{3}{5}$$

e di conseguenza da

$$\cos(\theta) = \frac{4}{5}$$

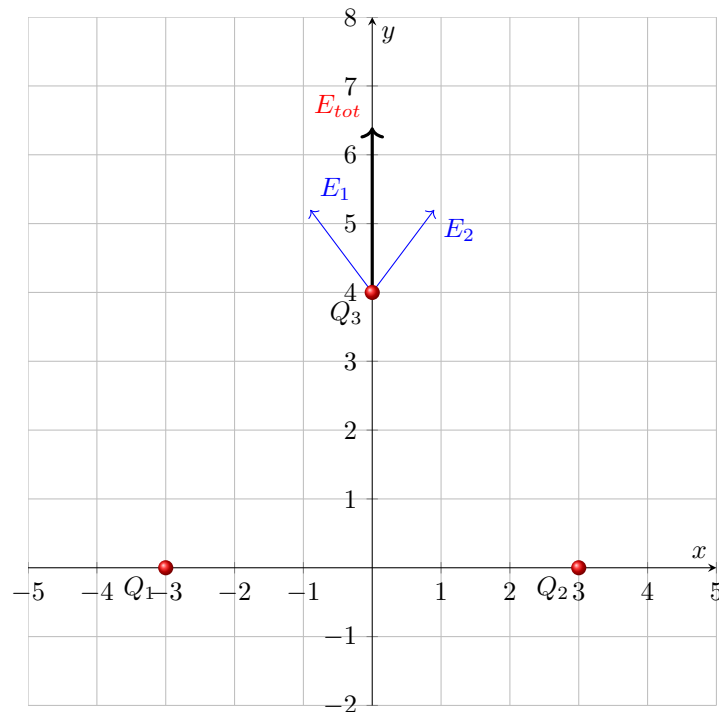
Il campo elettrico totale è quindi la somma dei due campi elettrici. Le loro componenti orizzontali si cancellano e quelle verticali si sommano.

$$E_{tot} = 2K \frac{e}{r^2} \cdot \cos(\theta) = \frac{8}{5} K \frac{e}{r^2}$$

La forza subita è quindi

$$F = \frac{8}{5} K \frac{e^2}{r^2}$$

diretta nello stesso verso del campo elettrico.



Problema di: Elettrostatica - E0063

Testo [E0063] [2★ 3🔧 4a📖]

Due cariche $Q_1 = 2 \mu C$ e $Q_2 = 3 \mu C$ sono poste a distanza $L = 2 m$. Una terza carica di prova q è posta tra le due cariche nel punto di equilibrio. Dove si trova? [Visto che il calcolo è algebricamente complesso, in via eccezionale, hai il permesso di mettere le unità di misura solo alla fine del calcolo.]

Spiegazione La definizione del punto di equilibrio prevede che la somma delle forze sulla carica di prova si annulla. Posizionate il punto, disegnate le forze delle due cariche e fate in modo che sia nulla la loro somma.

Svolgimento Orientiamo un asse di riferimento verso destra centrato nella prima carica Q_1 e diretto verso la carica Q_2 . Il punto cercato deve necessariamente essere tra le due cariche. E' infatti solo tra le due cariche che le due forze elettrostatiche sono opposte.

Identifichiamo un punto P nella coordinata x limitando le soluzioni che troveremo all'intervallo

$$0 < x < L$$

cioè

$$0 < \frac{x}{L} < 1$$

Imponiamo adesso che le due forze siano uguali

$$K \frac{q Q_1}{x^2} = K \frac{q Q_2}{(L - x)^2}$$

$$\frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(L - x)^2}$$

Per comodità rendiamo adimensionale la nostra variabile introducendo $a = \frac{x}{L}$

$$\frac{2 L^2}{x^2} = \frac{3 L^2}{(L - x)^2}$$

$$\frac{2}{a^2} = \frac{3}{(1-a)^2}$$

$$\frac{a^2}{2} = \frac{(1-a)^2}{3}$$

$$\frac{a^2}{2} = \frac{1+a^2-2a}{3}$$

$$\frac{1}{6}a^2 + \frac{2}{3}a - \frac{1}{3} = 0$$

$$a^2 + 4a - 2 = 0$$

$$a = -2 \pm \sqrt{6}$$

la sola soluzione accettabile è quindi $a = -2 + \sqrt{6}$

Problema di: Elettrostatica - E0029

Testo [E0029] [3★ 6👤 4a📖]

Due protoni Q_1 e Q_2 sono posti in un sistema di riferimento cartesiano in metri nei punti $A(-3,0)$ e $B(3,0)$. Un terzo protone è posto fermo nel punto $C(0,4)$. Calcola il campo elettrico e la forza subiti dalla terza carica. Calcola il potenziale a cui si trova la terza carica e il lavoro da compiere per portarlo nell'origine degli assi.

Spiegazione In questo esercizio, le distanze tra le cariche, necessarie per calcolare le distanze nelle formule necessarie, le si calcolano a partire dalle coordinate dei punti.

Svolgimento Il terzo protone sente i campi elettrici degli altri due. La distanza del terzo protone da entrambi gli altri due è $r = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ m} = 5 \text{ m}$

Il campo elettrico che agisce sul terzo protone dovuto ad ognuna delle due cariche vale

$$E = K \frac{e}{r^2}$$

e forma con l'asse verticale un angolo definito da

$$\sin(\theta) = \frac{3}{5}$$

e di conseguenza da

$$\cos(\theta) = \frac{4}{5}$$

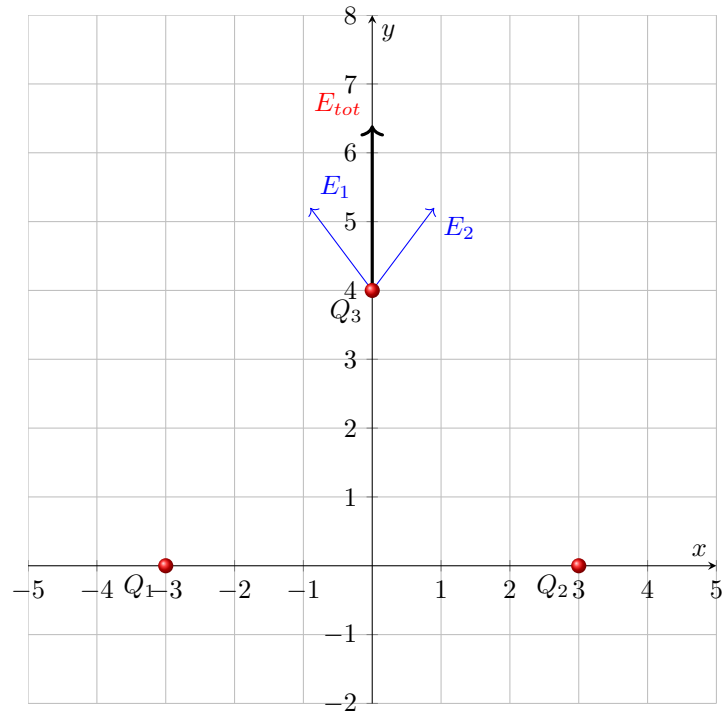
Il campo elettrico totale è quindi la somma dei due campi elettrici. Le loro componenti orizzontali si cancellano e quelle verticali si sommano.

$$E_{tot} = 2K \frac{e}{r^2} \cdot \cos(\theta) = \frac{8}{5} K \frac{e}{r^2}$$

La forza subita è quindi

$$F = \frac{8}{5} K \frac{e^2}{r^2}$$

diretta nello stesso verso del campo elettrico.



Il potenziale a cui si trova la terza carica è dato da

$$V = 2K \frac{e}{r}$$

Il potenziale a cui si troverebbe se fosse nell'origine (cioè a distanza $x = 3\text{ m}$ dalle altre cariche) è dato da

$$V = 2K \frac{e}{x}$$

Per cui

$$L = e\Delta V = -2Ke^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{r} \right)$$

è il lavoro che dobbiamo fare per portare la carica nell'origine degli assi

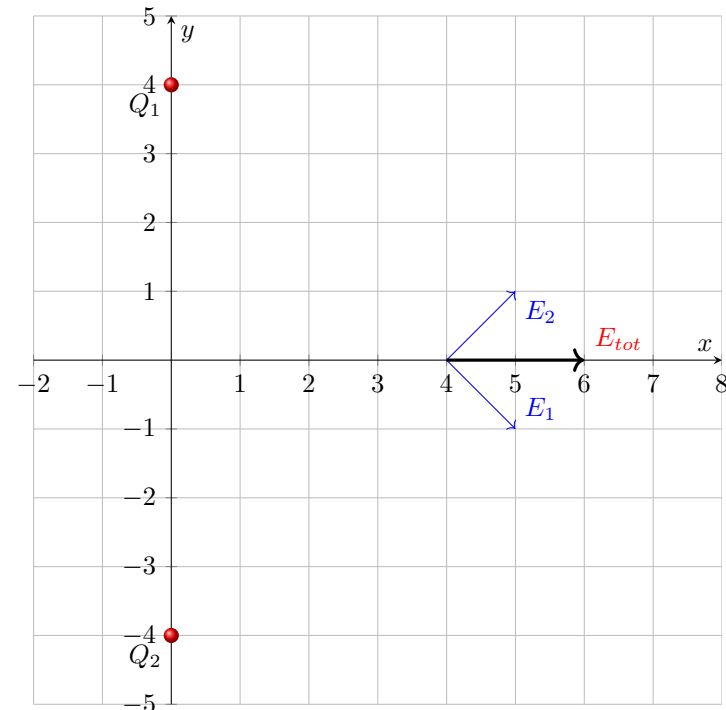
Problema di: Elettrostatica - E0029a

Testo [E0029a] [3★ 6🕒 4a📖]

Due protoni sono posti in un sistema di riferimento cartesiano in metri nei punti $A(0,4)$ e $B(0,-4)$. Un nucleo di elio è posto fermo nel punto $C(4,0)$. Calcola il campo elettrico e la forza subiti dalla terza carica. Calcola il potenziale a cui si trova la terza carica e il lavoro da compiere per portarlo nell'origine degli assi.

Spiegazione In questo esercizio, le distanze tra le cariche, necessarie per calcolare le distanze nelle formule necessarie, le si calcolano a partire dalle coordinate dei punti.

Svolgimento Il terzo protone sente i campi elettrici degli altri due.



Le tre cariche sono disposte sui vertici di un quadrato. I campi elettrici sono quindi perpendicolari tra loro. I campi elettrici sono anche uguali (stesso valore delle cariche e stessa distanza $r = 4\sqrt{2}m$ della terza carica dalle prime due) e quindi

$$E_1 = E_2 = K \frac{e}{r^2}$$

$$E_{tot} = \sqrt{2}K \frac{e}{r^2}$$

Considerando che la terza carica è un nucleo di elio, il quale contiene due protoni, la forza su tale nucleo è

$$F = 2\sqrt{2}K \frac{e^2}{r^2}$$

nella stessa direzione e verso del campo elettrico totale.

Il potenziale a cui si trova la terza carica è dato da

$$V = 2K \frac{e}{r}$$

Il potenziale a cui si troverebbe il nucleo di elio se si trovasse nell'origine degli assi, cioè a distanza $x = \frac{r}{\sqrt{2}}$, è

$$V = 2K \frac{e}{x} = 2\sqrt{2}K \frac{e}{r}$$

Il lavoro che una forza esterna dovrebbe fare sarebbe quindi

$$L = \Delta U = e\Delta V = 2K \frac{e}{r} (\sqrt{2} - 1)$$

Problema di: Elettrostatica - E0033

Testo [E0033] [3★ 3🕒 4a📖]

Un filo verticale, infinito, uniformemente carico, con densità lineare di carica $\lambda = -2 \frac{\mu C}{m}$, genera un campo elettrico con simmetria cilindrica di modulo

$$E = 2K \frac{\lambda}{r}$$

Una carica positiva $q = 4\mu C$ e di massa $m = 10^{-3} kg$ si muove di moto circolare attorno ad esso con raggio $r = 0,5 m$. Determina la velocità della carica ed il raggio dell'orbita.

Spiegazione In questo problema la particella si muove di moto circolare uniforme sotto l'azione di una forza centrale generata sulla carica dal campo elettrico.

Svolgimento Affermando che la forza elettrostatica è una forza di tipo centripeto, avremo:

$$m \frac{v^2}{r} = qE$$

$$m \frac{v^2}{r} = 2Kq \frac{\lambda}{r}$$

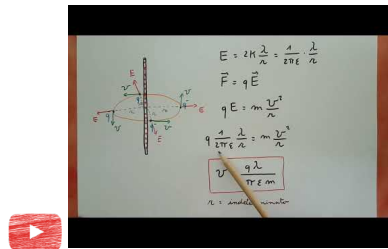
In questa equazione, trattandosi del modulo del vettore forza, le grandezze λ e q sono da intendersi in valore assoluto.

$$v = \sqrt{\frac{2Kq\lambda}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot 4\mu C \cdot 2 \frac{\mu C}{m}}{10^{-3} kg}} = 12 \frac{m}{s}$$

Come si vede dai calcoli, il raggio dell'orbita si semplifica e viene cancellato dall'equazione. Ne segue che esso non influisce sulla velocità della particella.

La risposta al problema è che il raggio dell'orbita è indeterminato (ogni valore è soluzione del problema).

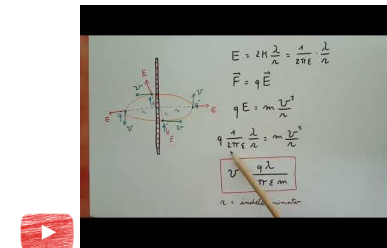
Fig. 3.9: Guarda il video youtu.be/YDVGcqczMlw**Problema di: Elettrostatica - E0033a****Testo** [E0033a] [3★ 3🕒 4a📖]

Un filo verticale infinito, con densità di carica lineare uniforme $\lambda = +2 \frac{\mu C}{m}$, genera un campo elettrico con simmetria cilindrica di modulo

$$E = 2K \frac{\lambda}{r}$$

Una carica $q = -8 \mu C$ e massa $m = 0,2 kg$ si muove di moto circolare attorno ad esso. Determina la velocità della carica ed il raggio dell'orbita.

Spiegazione In questo problema la particella si muove di moto circolare uniforme sotto l'azione di una forza centrale generata sulla carica dal campo elettrico.

Fig. 3.10: Guarda il video youtu.be/YDVGcqczMlw

Svolgimento Affermando che la forza elettrostatica è una forza di tipo centripeto, avremo:

$$m \frac{v^2}{r} = qE$$

$$m \frac{v^2}{r} = 2Kq \frac{\lambda}{r}$$

In questa equazione, trattandosi del modulo del vettore forza, le grandezze λ e q sono da intendersi in valore assoluto.

$$v = \sqrt{\frac{2Kq\lambda}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot 8\mu C \cdot 2 \frac{\mu C}{m}}{0,2 kg}} = 1,2 \frac{m}{s}$$

Come si vede dai calcoli, il raggio dell'orbita si semplifica e viene cancellato dall'equazione. Ne segue che esso non influisce sulla velocità della particella.

La risposta al problema è che il raggio dell'orbita è indeterminato (ogni valore è soluzione del problema).

Problema di: Elettrostatica - CE0066

Testo [CE0066] [1 ★ 2 ⚡ 4a 📖]

Una carica elettrica $Q = 1 \mu C$ è posta ferma alla distanza $d = 1 mm$ da una lastra infinita carica con densità superficiale di carica $\sigma = 4 \frac{C}{m^2}$. lasciata libera, quanto si troverà distante dopo un tempo $\Delta t = 1 s$?

Spiegazione [...]

Svolgimento [...]

Problema di: Cinematica - Elettromagnetismo - CE0002**Testo** [CE0002] [3★ 2⌚ 4a📖]

Quanto vale la velocità con cui si muove un elettrone all'interno di un atomo di idrogeno? Ipotizza che il raggio dell'orbita sia $r = 1 \text{ \AA}$.

Spiegazione Assumendo che l'elettrone compia un'orbita circolare intorno al nucleo, visto che la forza di tipo centripeto che subisce l'elettrone è la forza di Coulomb, il problema si risolve eguagliando la formula della forza centripeta con la formula della forza di Coulomb

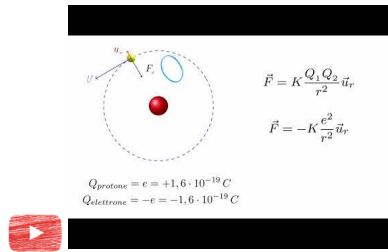
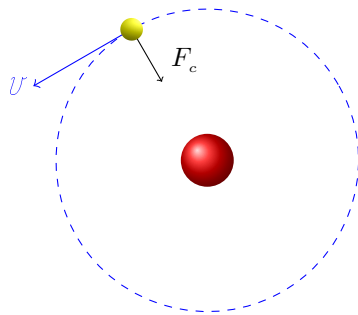


Fig. 3.11: Guarda il video youtu.be/NrfSChY7wIw

Svolgimento

Indicando con

$$Q_{\text{protone}} = e = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$Q_{\text{elettrone}} = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

i valori delle cariche elettriche del protone e dell'elettrone, con m_e la massa dell'elettrone, con U la sua velocità, e con r il raggio dell'atomo, avremo, affermando che la forza di Coulomb è la forza di tipo centripeto che tiene in orbita l'elettrone, che¹:

$$\frac{m_e U^2}{r} = \frac{K e^2}{r^2}$$

da cui, stimando il raggio dell'orbita $r = 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$, pari all'ordine di grandezza delle dimensioni di un atomo

$$U = \sqrt{\frac{K e^2}{m_e r}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10^{-10} \text{ m}}}$$

$$U = 1,59 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Griglia di valutazione

- 10% - Disegno del sistema fisico indicando velocità ed accelerazione dell'elettrone
- 60% - Impostazione dell'equazione (indicando i valori delle cariche)
- 30% - Soluzione dell'equazione e calcolo della velocità

¹La forza di Coulomb è nella sua forma vettoriale

$$\vec{F} = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

Che in questo caso diventa, applicata all'atomo di idrogeno

$$\vec{F} = -K \frac{e^2}{r^2} \vec{u}_r$$

Il modulo della forza vale quindi

$$F = \frac{K e^2}{r^2}$$

in quanto il meno ed il versore servono solo a determinarne direzione e verso. In questo esercizio avremo solo bisogno del modulo della forza.

Problema di: Elettrostatica - CE0003**Testo** [CE0003] [3★ 4👍 4a📖]

Un elettrone si muove lungo l'asse x di un sistema di riferimento, con velocità $v_{ix} = 10 \frac{m}{s}$. Ad un certo punto entra in un condensatore in cui si trova un campo elettrico uniforme $E = 1 \frac{N}{C}$ rivolto lungo l'asse delle y e in verso opposto. Percorre in esso una distanza in orizzontale $d = 10 \text{ cm}$ per poi uscirne e dirigersi verso uno schermo posto alla distanza $L = 1 \text{ m}$ dal punto di uscita dal condensatore. In quale posizione sull'asse delle y si trova lo schermo?

Spiegazione La particella quando si muove nel condensatore subisce una forza costante verso l'alto, quindi si muove di moto uniformemente accelerato in verticale e rettilineo uniforme in orizzontale. Uscita dal condensatore si muove di moto rettilineo uniforme.

Svolgimento Cominciamo a calcolare quanto tempo passa nel condensatore

$$\Delta t = \frac{\Delta S_x}{v_x} = \frac{d}{v_{ix}}$$

La velocità cambia di un vettore verso l'alto il cui modulo è

$$\Delta v_y = a \cdot \Delta t = \frac{eEd}{m_e v_{ix}}$$

La componente verticale della velocità sarà quindi

$$v_{fy} = v_{iy} + \Delta v_y = 0 + \frac{eEd}{m_e v_{ix}}$$

Lo spostamento verso l'alto sarà

$$\Delta S_{1y} = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{eEd^2}{2m_e v_{ix}^2}$$

L'elettrone raggiunge lo schermo dopo un tempo

$$\Delta t_2 = \frac{L}{v_{ix}}$$

In questo intervallo di tempo si è spostata verso l'alto di

$$\Delta S_{2y} = v_{fy} \Delta t_2 = \frac{eEdL}{m_e v_{ix}^2}$$

Il punto di impatto sullo schermo sarà in un punto all'altezza

$$S_y = 0 + \Delta S_{1y} + \Delta S_{2y} = \frac{eEd^2}{2m_e v_{ix}^2} + \frac{eEdL}{m_e v_{ix}^2} = \frac{eEd}{m_e v_{ix}^2} \left(\frac{d}{2} + L \right)$$

Problema di: Elettrostatica - CE0004**Testo** [CE0004] [3★ 2🕒 4a📖]

Un elettrone si muove con velocità $v_{ix} = 1000 \frac{m}{s}$ lungo l'asse x di un sistema di riferimento. Ad un certo punto entra in un condensatore in cui si trova un campo elettrico $E = 10^{-3} \frac{N}{C}$ uniforme rivolto lungo l'asse delle y e in verso opposto. Percorre in esso una distanza in orizzontale $d = 1 \text{ cm}$ per poi uscirne. In quale posizione sull'asse delle y esce dal condensatore?

Spiegazione La particella, in questo caso un elettrone, quando si muove nel condensatore subisce una forza costante, quindi si muove di moto uniformemente accelerato in verticale e rettilineo uniforme in orizzontale. Tale forza è verso l'alto in quanto la carica è negativa ed il campo elettrico è verso il basso. Uscita dal condensatore si muoverà di moto rettilineo uniforme. Il problema è quindi un problema di cinematica, nel quale la parte di elettrostatica si riduce al calcolo della forza elettrica.

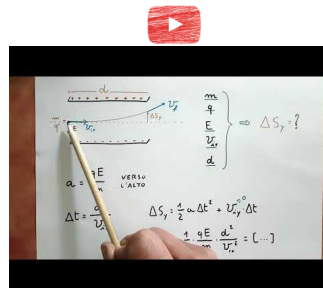
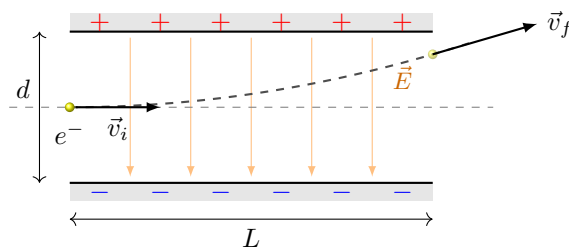


Fig. 3.12: Guarda il video youtu.be/awtMbWTGChA

Svolgimento Questo è lo schema del sistema fisico:



Cominciamo a calcolare quanto tempo passa nel condensatore

$$\Delta t = \frac{\Delta S_x}{v_x} = \frac{d}{v_{ix}} = 10^{-5} \text{ s}$$

L'accelerazione dell'elettrone sarà data dal rapporto tra la forza che subisce e la sua massa.

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 0,176 \cdot 10^9 \frac{m}{s^2}$$

Lo spostamento verso l'alto sarà

$$\Delta S_{1y} = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{eEd^2}{2m_e v_{ix}^2} = 0,5 \cdot 0,176 \cdot 10^9 \frac{m}{s^2} \cdot 10^{-10} s^2 = 9 \cdot 10^{-3} m$$

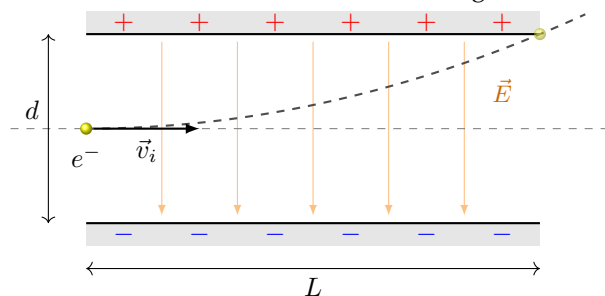
Problema di: Elettrostatica - CE0061**Testo** [CE0061] [3★ 3🕒 4a📖]

Un condensatore piano, con piastre quadrate, è attraversato da un elettrone che entra in esso con velocità $U_i = 50 \frac{m}{s}$ parallela all'asse del condensatore, in un punto equidistante dalle due piastre. Il condensatore ha capacità $C = 3 nF$ e superficie delle piastre $S = 1 dm^2$. Tra le piastre non è presente alcun dielettrico. Indica il valore della differenza di potenziale massima applicabile affinché l'elettrone esca dal condensatore. Disegna uno schema del sistema fisico che includa il percorso dell'elettrone.

Spiegazione Questo esercizio è concettualmente identico all'esercizio CE0004 con la differenza che il valore del campo elettrico tra le piastre, e quindi della forza elettrostatica sull'elettrone, devono essere desunti dal valore della capacità del condensatore piano. Inoltre il problema chiede di applicare una *condizione*: quella di uscire dal condensatore. Quindi l'elettrone non deve urtare le piastre.

Svolgimento

Lo schema del sistema fisico è il seguente:

**1. Analisi Geometrica**

Sappiamo che le piastre sono di forma quadrata, per cui possiamo determinare la lunghezza L del percorso orizzontale:

$$L = \sqrt{S} = \sqrt{1,0 \cdot 10^{-2} m^2} = 1,0 \cdot 10^{-1} m = 10 cm$$

Determiniamo la distanza d tra le armature utilizzando la formula della capacità per un condensatore piano:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \implies d = \epsilon_0 \frac{S}{C}$$

Sostituendo i valori numerici:

$$d = \frac{(8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}) \cdot (1,0 \cdot 10^{-2} m)}{3,0 \cdot 10^{-12} F}$$

$$d = \frac{8,85}{3,0} \cdot 10^{-2} m \approx 2,95 \cdot 10^{-2} m = 2,95 cm$$

2. Dinamica dell'elettrone

L'elettrone entra a metà altezza ($y = 0$) e si muove verso la piastra positiva (posta in alto, a $y = d/2$). Affinché l'elettrone riesca a uscire dal condensatore, la sua deviazione verticale massima Δy alla fine del percorso ($\Delta x = L$) non deve superare la metà della distanza tra le piastre. La condizione limite per la tensione massima ΔV_{max} si ha quando l'elettrone sfiora il bordo di uscita:

$$y(L) = \frac{d}{2}$$

Le equazioni del moto sono già utilizzando la distanza percorsa in orizzontale ed in verticale nella condizione limite:

$$1. \text{ Lungo l'asse } x \text{ (moto rettilineo uniforme): } L = U_i \cdot \Delta t \implies \Delta t = \frac{L}{U_i}$$

$$2. \text{ Lungo l'asse } y \text{ (moto uniformemente accelerato con } U_{iy} = 0): \frac{d}{2} = \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

L'accelerazione a è data dalla forza elettrica:

$$F = m_e \cdot a = e \cdot E = e \frac{\Delta V}{d} \implies a = \frac{e \Delta V}{m_e d}$$

Combinando le equazioni:

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{e \Delta V_{max}}{m_e d} \right) \left(\frac{L}{U_i} \right)^2$$

Isoliamo ΔV_{max} :

$$d = \frac{e\Delta V_{max}L^2}{m_e d v_i^2} \Rightarrow d^2 = \frac{e\Delta V_{max}L^2}{m_e v_i^2}$$

$$\Delta V_{max} = \frac{m_e v_i^2 d^2}{eL^2}$$

3. Calcolo Numerico

Sostituiamo i valori (utilizzando le unità SI):

$$\Delta V_{max} = \frac{(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}) \cdot (10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \cdot (2,95 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (10^{-1} \text{ m})^2} = 4,95 \text{ mV}$$

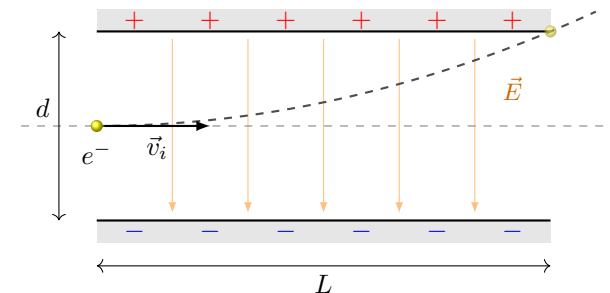
Problema di: Elettrostatica - CE0061a

Testo [CE0061a] [3★ 3🕒 4a📖]

Un condensatore piano, con piastre quadrate, è attraversato da un elettrone che entra in esso con velocità v_i parallela all'asse del condensatore, in un punto equidistante dalle due piastre. Il condensatore ha capacità $C = 3 \text{ nF}$, superficie delle piastre $S = 1 \text{ dm}^2$ ed è caricato con una differenza di potenziale di $\Delta V = 5 \text{ mV}$. Tra le piastre non è presente alcun dielettrico. Indica il valore della minima velocità dell'elettrone affinché esso esca dal condensatore. Disegna uno schema del sistema fisico che includa il percorso dell'elettrone.

Spiegazione Questo esercizio è concettualmente identico all'esercizio CE0004 con la differenza che il valore del campo elettrico tra le piastre, e quindi della forza elettrostatica sull'elettrone, devono essere desunti dal valore della capacità del condensatore piano. Inoltre il problema chiede di applicare una *condizione*: quella di uscire dal condensatore. Quindi l'elettrone non deve urtare le piastre.

Svolgimento Lo schema del sistema fisico è il seguente:



1. Analisi Geometrica

Sappiamo che le piastre sono di forma quadrata, per cui possiamo determinare la lunghezza L del percorso orizzontale:

$$L = \sqrt{S} = \sqrt{1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Determiniamo la distanza d tra le armature utilizzando la formula della capacità per un condensatore piano:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \implies d = \varepsilon_0 \frac{S}{C}$$

Sostituendo i valori numerici:

$$d = \frac{(8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}) \cdot (1,0 \cdot 10^{-2} m)}{3,0 \cdot 10^{-12} F}$$

$$d = \frac{8,85}{3,0} \cdot 10^{-2} m \approx 2,95 \cdot 10^{-2} m = 2,95 \text{ cm}$$

2. Dinamica dell'elettrone

L'elettrone entra a metà altezza ($y = 0$) e si muove verso la piastra positiva (posta in alto, a $y = d/2$). Affinché l'elettrone riesca a uscire dal condensatore, la sua deviazione verticale massima Δy alla fine del percorso ($\Delta x = L$) non deve superare la metà della distanza tra le piastre. La condizione limite per la tensione massima ΔV_{max} si ha quando l'elettrone sfiora il bordo di uscita:

$$y(L) = \frac{d}{2}$$

Le equazioni del moto sono già utilizzando la distanza percorsa in orizzontale ed in verticale nella condizione limite:

1. Lungo l'asse x (moto rettilineo uniforme): $L = v_i \cdot \Delta t \implies \Delta t = \frac{L}{v_i}$
2. Lungo l'asse y (moto uniformemente accelerato con $v_{iy} = 0$): $\frac{d}{2} = \frac{1}{2} a \Delta t^2$

L'accelerazione a è data dalla forza elettrica:

$$F = m_e \cdot a = e \cdot E = e \frac{\Delta V}{d} \implies a = \frac{e \Delta V}{m_e d}$$

Combinando le equazioni:

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{e \Delta V_{max}}{m_e d} \right) \left(\frac{L}{v_i} \right)^2$$

Isoliamo v_i

$$v_i^2 = \left(\frac{e \Delta V_{max}}{m_e} \right) \left(\frac{L}{d} \right)^2$$

$$v_i = \frac{L}{d} \sqrt{\frac{e \Delta V_{max}}{m_e}}$$

3. Calcolo Numerico

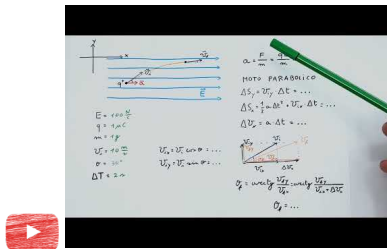
Sostituiamo i valori (utilizzando le unità SI):

$$v_i = \frac{10^{-1} m}{2,95 \cdot 10^{-2} m} \sqrt{\frac{1,60 \cdot 10^{-19} C \cdot 0,005 V}{9,11 \cdot 10^{-31} kg}} = 100,3 \frac{km}{s}$$

Problema di: Elettrostatica - CE0005**Testo** [CE0005] [3★ 5🕒 4a📖]

Una carica $C = 1 \mu C$ di massa $m = 10^{-3} kg$ si muove in un campo elettrico uniforme parallelo all'asse orizzontale $\vec{E} = 100 \frac{N}{C} \vec{u}_x$ con velocità iniziale $\vec{v}_i = 10 \frac{m}{s}$ lungo una direzione inclinata di $\alpha = 60^\circ$ con le linee del campo elettrico. Dove si trova la carica dopo un tempo $\Delta t = 2 s$? Che angolo forma alla fine la velocità della carica con il campo elettrico?

Spiegazione La carica elettrica si muove in un campo elettrico costante e quindi subisce una forza elettrica costante. Essa si muove di moto rettilineo uniforme nella direzione perpendicolare alla forza e quindi al campo elettrico, e di moto uniformemente accelerato nella direzione parallela al campo elettrico.

Fig. 3.13: Guarda il video youtu.be/rJ17kd1FmjY

Svolgimento Scomponendo la velocità iniziale della carica lungo le direzioni parallela e perpendicolare al campo elettrico

$$\begin{cases} v_{ix} = v_i \cos \alpha = 2,5 \frac{m}{s} \\ v_{iy} = v_i \sin \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{2} \frac{m}{s} \end{cases}$$

Considerando l'asse verticale, la carica si muove di moto rettilineo uniforme, quindi la velocità in verticale è costante

$$v_{fy} = v_{iy}$$

$$\Delta S_y = v_{iy} \cdot \Delta t = 5\sqrt{3} m \simeq 8,66 m$$

Considerando l'asse orizzontale la carica si muove di moto uniformemente accelerato

$$\Delta S_x = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} \Delta t^2 + v_{ix} \cdot \Delta t = 0,2 m + 1,25 m = 1,45 m$$

La carica si trova quindi 8,66 m più in alto e 1,45 m più a destra

La velocità finale della carica sull'asse orizzontale sarà

$$v_{fx} = v_{ix} + a \Delta t = v_{ix} + \frac{qE}{m} \Delta t = 2,7 \frac{m}{s}$$

L'angolo che la carica forma con l'asse orizzontale sarà quindi

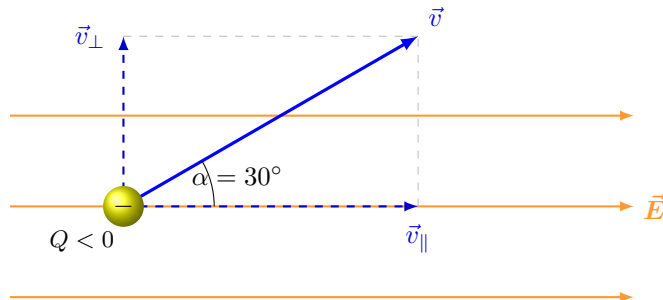
$$\beta = \arctan \frac{v_{fy}}{v_{fx}} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2,7} = 58,1^\circ$$

Problema di: Cinematica - Elettromagnetismo - CE0001**Testo** [CE0001] [3★ 3🕒 4a📖]

Una carica elettrica negativa di valore $Q = -3\mu C$ e di massa $m = 1g$, in un determinato istante, si muove con una velocità $U = 10 \frac{m}{s}$ in un campo elettrico uniforme $E = 5 \frac{N}{C}$. Tale velocità forma con il campo elettrico un angolo $\alpha = 30^\circ$. Dopo quanto tempo il campo elettrico ha fatto un lavoro nullo?

Spiegazione Per prima cosa è opportuno identificare il tipo di movimento. Il teorema dell'energia cinetica ci permette di capire come tradurre il termini cinematici il concetto di lavoro nullo. A quel punto lo studio del moto ci fa capire in quanto tempo si verifica la condizione data

Svolgimento Lo schema del sistema fisico è il seguente:



La carica elettrica si muove di moto uniformemente accelerato. la componente della velocità perpendicolare al campo non verrà mai modificata in quanto la forza è ad essa perpendicolare. La componente parallela al campo subisce un'accelerazione inizialmente ad essa opposta. Infatti la componente della velocità parallela al campo è con esso concorde, ma la carica elettrica è negativa. Il lavoro è nullo quando tale componente della velocità assume lo stesso modulo ma si inverte di verso. Quindi

$$a = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\frac{Q \cdot E}{m} = \frac{2U_{\parallel}}{\Delta t}$$

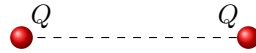
$$\Delta t = \frac{2mU_{\parallel}}{Q \cdot E}$$

In questo calcolo tutte le grandezze sono da intendersi in valore assoluto, in quanto i versi dei vettori sono stati ben indicati ed utilizzati nel ragionamento sullo schema del sistema fisico.

$$\Delta t = 1155 s$$

Problema di: Dinamica - Elettromagnetismo - DE0010**Testo** [DE0010] [1★ 1🕒 4a📖]

Due cariche elettriche uguali, con eguale carica elettrica e massa, di carica $Q = 4\mu C$ si trovano alla distanza $d = 2m$. Quale massa devono avere affinché l'attrazione gravitazionale tra loro equilibri la repulsione elettrostatica? [$K = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$]



Spiegazione Tra le due cariche elettriche agiscono due forze: la repulsione dovuta alla forza di Coulomb e l'attrazione gravitazionale dovuta alla loro massa. Si tratta di stabilire quanto deve valere la massa delle due particelle affinché le due forze, che ovviamente sono opposte, siano anche uguali.

Svolgimento Eguagliando le due forze avremo

$$G \frac{M_1 M_2}{d^2} = K \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

Le particelle hanno stessa massa e carica elettrica, quindi $M_1 = M_2 = M$ e $Q_1 = Q_2 = Q$ da cui

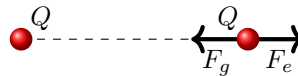
$$M^2 = \frac{K \cdot Q^2}{G}$$

$$M = \sqrt{\frac{K \cdot Q^2}{G}} = Q \sqrt{\frac{K}{G}}$$

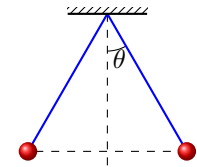
Mettiamo adesso i valori numerici all'interno della formula

$$M = 4 \cdot 10^{-6} C \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}}} = 4,65 \cdot 10^4 kg$$

Il fatto che il valore delle masse sia risultato molto grande è dovuto al fatto che l'interazione gravitazionale è estremamente più debole dell'interazione elettromagnetica.

**Problema di: Elettromagnetismo - DE0022****Testo** [DE0022] [3★ 4🕒 4a📖]

Due sfere di massa $m = 15g$, elettrizzate con la stessa carica Q , sono appese con due fili entrambi lunghi $l = 20cm$. Nella condizione di equilibrio tali fili formano un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto alla verticale. Quanto vale la carica elettrica sulle due sfere?



Spiegazione Le due sfere si respingono. Nella posizione di equilibrio ogni sfera è soggetta ad una forza elettrostatica che genera un momento antiorario ed un momento orario è invece generato dalla forza di gravità. Nella condizione di equilibrio i due momenti si equivalgono.

Svolgimento Consideriamo il filo sulla destra nel disegno. Il momento della forza di gravità rispetto al punto in cui i due fili sono attaccati è orario e vale

$$M_g = F_g \cdot l \cdot \sin \theta$$

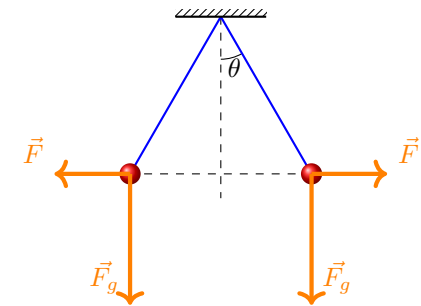
Il momento della forza di Coulomb rispetto al punto in cui i due fili sono attaccati è antiorario e vale

$$M_c = F_c \cdot l \cdot \sin(90 - \theta) = F_c \cdot l \cdot \cos \theta$$

Quindi la condizione di equilibrio è

$$F_c \cdot l \cdot \cos \theta = F_g \cdot l \cdot \sin \theta$$

$$K \frac{Q^2}{(r)^2} \cdot \cos \theta = m \cdot g \cdot \sin \theta$$



La distanza tra le due cariche è

$$r = 2 \cdot l \sin \theta$$

$$K \frac{Q^2}{(2 \cdot l \sin \theta)^2} \cdot \cos \theta = m \cdot g \cdot \sin \theta$$

$$Q^2 = \frac{4 \cdot l^2 \cdot m \cdot g \cdot \sin^3 \theta}{K \cdot \cos \theta}$$

$$Q = \sqrt{\frac{4 \cdot l^2 \cdot m \cdot g \cdot \sin^3 \theta}{K \cdot \cos \theta}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,04 \text{ m}^2 \cdot 0,015 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{8}}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}}$$

$$Q = 6,1 \mu\text{C}$$

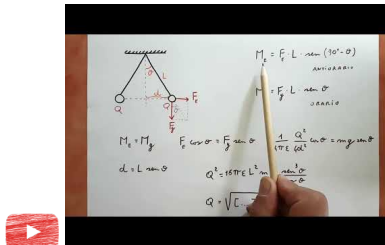


Fig. 3.14: Guarda il video youtu.be/x8o634xF34c

Problema di: Elettrostatica - E0067

Testo [E0067] [1½★ 2⌚ 4a📖]

Una piccola carica elettrica $q = +1 \mu\text{C}$ è posta vicino ad una lastra conduttrice carica con densità superficiale di carica $\sigma = 10 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$ e sorretta da una molla di costante elastica $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$. All'equilibrio la carica si trova a 5 mm dalla lastra. Di quanto si è allungata la molla?

Spiegazione [...]

Svolgimento [...]

3.3 Potenziale elettrostatico ed energia

Problema di: Elettrostatica - E0068

Testo [\[E0068\]](#) [2★ 2⌚ 4a📖]

Un protone inizialmente in moto alla velocità $U_i = 100 \frac{m}{s}$ viene accelerato da una differenza di potenziale $\Delta V = 100 V$ nella stessa direzione e verso del moto. Calcola la sua velocità finale.

Spiegazione [...]

Svolgimento [...]

Problema di: Elettrostatica - E0068a**Testo** [E0068a] [2★ 2⌚ 4a📖]

Un protone inizialmente in moto alla velocità $U_i = 100 \frac{m}{s}$ viene accelerato da una differenza di potenziale $\Delta V = 100 V$ nella stessa direzione e verso opposto al moto. Calcola la sua velocità finale.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Elettrostatica - E0017****Testo** [E0017] [1★ 2⌚ 4a📖]

Calcola l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di tre protoni allineati a distanza $d = 10^{-8} m$.

Spiegazione In questo esercizio semplicemente applichiamo la formula per l'energia potenziale elettrostatica.

Svolgimento Le tre cariche sono allineate e sono alla distanza d , quindi

$$U = U_{12} + U_{23} + U_{13} = K \frac{e^2}{d} + K \frac{e^2}{d} + K \frac{e^2}{2d} = \frac{5Ke^2}{2d}$$

$$U = 22,5 \cdot 10^{17} \frac{Nm^2}{C^2} \cdot 2,56 \cdot 10^{-38} C^2 = 5,76 \cdot 10^{-20} J$$

Problema di: Elettrostatica - E0017a**Testo** [E0017a] [1★ 2⌚ 4a📖]

Calcola l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di tre protoni disposti su di un triangolo equilatero di lato $d = 10^{-8} \text{ m}$.

Spiegazione In questo esercizio semplicemente si applica la formula per l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche

Svolgimento Indicando le tre cariche con gli indici 1, 2, e 3, avremo

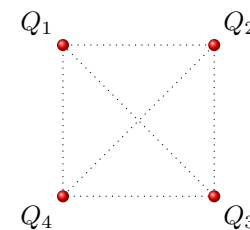
$$U = U_{12} + U_{23} + U_{13} = \frac{3Ke^2}{d} = 27 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 10^8 \text{ J} = 7 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

Problema di: Elettrostatica - E0017b**Testo** [E0017b] [1½★ 3⌚ 4a📖]

Calcola l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di quattro protoni disposti sui vertici di un quadrato di lato $d = 10^{-8} \text{ m}$.

Spiegazione In questo esercizio applichiamo semplicemente la formula per l'energia potenziale elettrostatica, facendo attenzione ad identificare in modo corretto tutte le coppie di cariche presenti.

Svolgimento Disegnando le quattro cariche è evidente per ognuna di esse, le altre non sono tutte alla stessa distanza.



Indicando le quattro cariche con indici numerici, avremo:

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{23} + U_{24} + U_{34}$$

Riordiniamole in base alle distanze tra le cariche

$$U = (U_{12} + U_{23} + U_{34} + U_{14}) + (U_{24} + U_{13})$$

$$U = \frac{Ke^2}{d} \cdot \left(\frac{4}{1} + \frac{2}{\sqrt{2}} \right)$$

$$U = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \text{ C}^2}{10^{-8} \text{ m}} \cdot (5,414) = 125 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

Problema di: Elettrostatica - E0017c**Testo** [E0017c] [2★ 2🕒 4a📖]

Calcola l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di tre cariche allineate, a distanza $d = 2 \text{ cm}$, di valore $Q_1 = Q_2 = 2 \mu\text{C}$ e $Q_3 = -2 \mu\text{C}$ con Q_3 posta esternamente alle prime due.

Spiegazione Per calcolare l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche bisogna sommare le energie potenziali elettrostatiche di tutte le coppie di cariche presenti nel sistema.

Svolgimento Essendoci qui tre cariche avremo

$$U_{tot} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = K \left(\frac{Q_1 Q_2}{d} + \frac{Q_1 Q_3}{2d} + \frac{Q_2 Q_3}{d} \right)$$

$$U_{tot} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \left(\frac{4 \cdot 10^{-12} \text{C}^2}{0,02 \text{ m}} - \frac{4 \cdot 10^{-12} \text{C}^2}{0,04 \text{ m}} - \frac{4 \cdot 10^{-12} \text{C}^2}{0,02 \text{ m}} \right)$$

$$U_{tot} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \left(\frac{-4 \cdot 10^{-12} \text{C}^2}{0,04 \text{ m}} \right) = -0,9 \text{ J}$$

Problema di: Elettrostatica - E0017e**Testo** [E0017e] [2★ 2🕒 4a📖]

Due protoni ed un elettrone si trovano ai vertici di un triangolo rettangolo di cateti $a = 5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ e $b = 12 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. L'elettrone si trova nel vertice corrispondente all'angolo retto. Calcola l'energia potenziale elettrostatica del sistema.

Spiegazione Per calcolare l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche bisogna sommare le energie potenziali elettrostatiche di tutte le differenti coppie di cariche presenti nel sistema.

Svolgimento Indichiamo con Q_1 l'elettrone.

Essendoci qui tre cariche avremo

$$U_{tot} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = K \left(\frac{Q_1 Q_2}{a} + \frac{Q_1 Q_3}{b} + \frac{Q_2 Q_3}{c} \right)$$

$$U_{tot} = K \left(-\frac{e^2}{a} - \frac{e^2}{b} + \frac{e^2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

$$U_{tot} = K e^2 \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Problema di: Elettrostatica - E0017d**Testo** [E0017d] [2★ 2🕒 4a📖]

Calcola l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di tre cariche allineate, le prime due a distanza $d = 2\text{ cm}$, di valore $Q_1 = Q_2 = 2\mu\text{C}$ e $Q_3 = -2\mu\text{C}$ con Q_3 posta nel punto medio tra le prime due.

Spiegazione Per calcolare l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche bisogna sommare le energie potenziali elettrostatiche di tutte le coppie di cariche presenti nel sistema

Svolgimento Essendoci qui tre cariche avremo

$$U_{tot} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = K \left(\frac{Q_1 Q_2}{d} + \frac{2Q_1 Q_3}{d} + \frac{2Q_2 Q_3}{d} \right)$$

$$U_{tot} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \left(\frac{4 \cdot 10^{-12} \text{C}^2}{0,02 \text{ m}} - \frac{8 \cdot 10^{-12} \text{C}^2}{0,02 \text{ m}} - \frac{8 \cdot 10^{-12} \text{C}^2}{0,02 \text{ m}} \right)$$

$$U_{tot} = -9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \left(\frac{12 \cdot 10^{-12} \text{C}^2}{0,02 \text{ m}} \right) = -5,4 \text{ J}$$

Problema di: Elettrostatica - E0017f**Testo** [E0017f] [2★ 2🕒 4a📖]

Due elettroni ed un protone si trovano ai vertici di un triangolo rettangolo di cateti $a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ e $b = 4 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Il protone si trova nel vertice corrispondente all'angolo retto. Calcola l'energia potenziale elettrostatica del sistema.

Spiegazione Per calcolare l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche bisogna sommare le energie potenziali elettrostatiche di tutte le differenti coppie di cariche presenti nel sistema.

Svolgimento Indichiamo con Q_1 il protone. Il cateto del triangolo rettangolo è lungo

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Essendoci qui tre cariche avremo

$$U_{tot} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = K \left(\frac{Q_1 Q_2}{a} + \frac{Q_1 Q_3}{b} + \frac{Q_2 Q_3}{c} \right)$$

$$U_{tot} = K \left(-\frac{e^2}{a} - \frac{e^2}{b} + \frac{e^2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

$$U_{tot} = K e^2 \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Problema di: Elettrostatica - E0017g**Testo** [E0017g] [2★ 2🕒 4a📖]

Due elettroni e due protoni si trovano ai vertici di un quadrato di lato $d = 4 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Posiziona le particelle a tuo piacimento e calcola l'energia potenziale elettrostatica del sistema.

Spiegazione L'energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche è data dalla somma dell'energia potenziale elettrostatica di tutte le possibili coppie di cariche elettriche.

Svolgimento Immaginiamo di mettere le cariche elettriche di eguale segno su vertici opposti. Identifichiamo le cariche elettriche con un numero pari per il protone e dispari per l'elettrone. Questa è solo una convenzione per poter interpretare la formula successiva. Con questa convenzione le cariche di segno uguale distano $D = d\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-10} \text{ m}$ e quelle di segno differente distano d .

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{23} + U_{24} + U_{34}$$

$$U = Ke^2 \left(-\frac{1}{d^2} + \frac{1}{D^2} - \frac{1}{d^2} - \frac{1}{d^2} + \frac{1}{D^2} - \frac{1}{d^2} \right)$$

$$U = Ke^2 \left(-\frac{4}{d^2} + \frac{2}{2d^2} \right)$$

$$U = Ke^2 \left(-\frac{3}{d^2} \right)$$

$$U = -3K \frac{e^2}{d^2}$$

Problema di: Elettrostatica - E0017h**Testo** [E0017h] [2★ 2🕒 4a📖]

Tre elettroni si trovano ai vertici di un triangolo equilatero di lato $d = 4 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Un protone si trova nel centro del triangolo. Calcola l'energia potenziale elettrostatica del sistema.

Spiegazione L'energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche è data dalla somma dell'energia potenziale elettrostatica di tutte le possibili coppie di cariche elettriche. Per questo esercizio ricorda che in un triangolo equilatero il suo baricentro taglia la mediana in due parti una doppia dell'altra.

Svolgimento Chiamata carica 1 il protone, avremo che la sua distanza da uno dei vertici è

$$D = \frac{2}{3} \frac{d\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{\sqrt{3}}$$

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{23} + U_{24} + U_{34} = 3U_{12} + 3U_{23}$$

$$U = Ke^2 \left(3\frac{1}{d^2} - 3\frac{1}{D^2} \right) = Ke^2 \left(3\frac{1}{d^2} - 3\frac{3}{d^2} \right) = -6K \frac{e^2}{d^2}$$

Problema di: Elettrostatica - E0040**Testo** [E0040] [2★ 2⌚ 4a📖]

Un protone viene lanciato con un'energia cinetica E , da molto distante, contro un secondo protone sempre in quiete (è quindi mantenuto fermo). Determinare la minima distanza tra le due particelle in funzione dell'energia E

Spiegazione Questo problema si risolve con la legge di conservazione dell'energia.

Svolgimento Per la legge di conservazione dell'energia avremo

$$E + U_i = U_f$$

Essendo le due particelle inizialmente molto distanti allora $U_i = 0$ e quindi

$$E = \frac{K e^2}{r}$$

$$r = \frac{K e^2}{E}$$

dove $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ è la carica (positiva) del protone.

Griglia di valutazione

- 10% - Disegnare il sistema fisico facendo due disegni: il primo indicando le due particelle e le velocità nello stato iniziale; il secondo indicando le stesse informazioni nello stato finale
- 60% - Scrivere l'equazione di conservazione dell'energia
- 30% - Calcolare la distanza minima raggiunta

Problema di: Elettrostatica - E0045**Testo** [E0045] [2★ 4⌚ 4a📖]

In un condensatore piano al cui interno si trova un campo elettrico $E = 4 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$, un protone inizialmente fermo si sposta di $\Delta S = 10 \text{ cm}$. Calcolare la variazione di potenziale lungo il percorso fatto, la variazione di energia potenziale del protone e la sua velocità finale.

Spiegazione In questo esercizio semplicemente si allena la capacità di utilizzare le formule studiate.

Svolgimento Lo spostamento della carica positiva inizialmente ferma è parallelo e nello stesso verso delle linee di campo. La differenza di potenziale è quindi data da

$$\Delta V = -\vec{E} \times \vec{\Delta S} = -E \cdot \Delta S \cdot \cos(0) = -400 \text{ V}$$

La variazione di energia potenziale è quindi

$$\Delta U = q\Delta V = -6,4 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Per la legge di conservazione dell'energia, l'energia potenziale persa si è convertita in energia cinetica. Quindi

$$\Delta E_c + \Delta U = 0$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = -\Delta U$$

$$v = \sqrt{\frac{-2\Delta U}{m}} = \sqrt{\frac{12,8 \cdot 10^{-17}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 277 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Problema di: Elettrostatica - E0046**Testo** [E0046] [3½★ 4🕒 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_1 = +1 \text{ mC}$ e $Q_2 = +2 \text{ mC}$, entrambe di massa $m = 1 \text{ g}$ e inizialmente ferme, sono poste alla distanza iniziale $r_i = 2 \text{ m}$. Quale velocità avranno quando si troveranno alla distanza finale $r_f = 10 \text{ m}$?

Spiegazione In questo problema semplicemente applichiamo la legge di conservazione dell'energia e della quantità di moto.

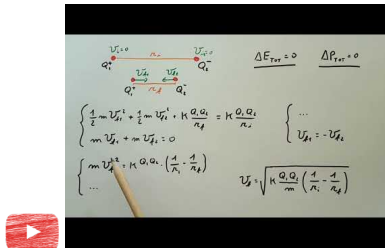


Fig. 3.15: Guarda il video youtu.be/hPjn8lh8JWM

Svolgimento Le cariche elettriche si respingono. La forza che le spinge converte l'energia potenziale elettrostatica in energia cinetica. Vale inoltre la legge di conservazione della quantità di moto.

Indicando le due particelle con gli indici 1 e 2, per la legge di conservazione dell'energia possiamo scrivere:

$$E_{ci1} + E_{ci2} + U_i = E_{cf1} + E_{cf2} + U_f$$

Per la legge di conservazione della quantità di moto

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Essendo uguali le masse, allora saranno uguali, anche se di segno opposto, le due velocità.

$$v_1 = -v_2$$

Quindi

$$E_{cf1} + E_{cf2} = U_i - U_f$$

$$2E_{cf} = U_i - U_f$$

$$m v_f^2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

$$v_f = \sqrt{\frac{Q_1 Q_2}{4\pi m \epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)}$$

Problema di: Elettrostatica - E0046a**Testo** [E0046a] [3½★ 4👍 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_1 = +1\text{ mC}$ e $Q_2 = +2\text{ mC}$, inizialmente ferme, la prima di massa $m_1 = 1\text{ g}$ e la seconda di massa doppia, sono state poste alla distanza iniziale $r_i = 2\text{ m}$. Quale velocità avranno quando si troveranno alla distanza finale $r_f = 10\text{ m}$?

Spiegazione In questo problema semplicemente applichiamo la legge di conservazione dell'energia e della quantità di moto.

Svolgimento Le cariche elettriche si respingono. La forza che le spinge converte l'energia potenziale elettrostatica in energia cinetica. Vale inoltre la legge di conservazione della quantità di moto.

Indicando le due particelle con gli indici 1 e 2, per la legge di conservazione dell'energia possiamo scrivere:

$$E_{c1i} + E_{c2i} + U_i = E_{c1f} + E_{c2f} + U_f$$

Per la legge di conservazione della quantità di moto

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Essendo la massa $m_2 = 2m_1$, allora per le due velocità, di segno opposto, varrà

$$v_{1f} = -2v_{2f}$$

$$v_{2f} = -\frac{1}{2}v_{1f}$$

Quindi

$$E_{c1f} + E_{c2f} = U_i - U_f$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{8}m_1 v_{1f}^2 = U_i - U_f$$

$$\frac{5}{8}m_1 v_{1f}^2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

$$v_{1f} = \sqrt{\frac{2Q_1 Q_2}{5\pi m_1 \epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)}$$

Si può capire che è più facile dare energia cinetica alle particelle di minore massa.

Problema di: Elettrostatica - E0046b**Testo** [E0046b] [3½★ 4🕒 4a📖]

Due cariche elettriche $Q_1 = +1\text{ mC}$ e $Q_2 = -2\text{ mC}$, entrambe di massa $m = 1\text{ g}$ e inizialmente ferme, sono poste alla distanza iniziale $r_i = 15\text{ m}$. Quale velocità avranno quando si troveranno alla distanza finale $r_f = 5\text{ m}$?

Spiegazione In questo problema semplicemente applichiamo la legge di conservazione dell'energia e della quantità di moto.

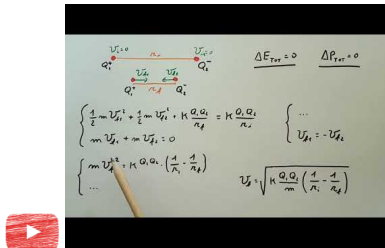


Fig. 3.16: Guarda il video youtu.be/hPjn8lh8JWM

Svolgimento Le cariche elettriche si attraggono. La forza che le spinge converte l'energia potenziale elettrostatica in energia cinetica. Vale inoltre la legge di conservazione della quantità di moto.

Indicando le due particelle con gli indici 1 e 2, per la legge di conservazione dell'energia possiamo scrivere:

$$E_{ci1} + E_{ci2} + U_i = E_{cf1} + E_{cf2} + U_f$$

Per la legge di conservazione della quantità di moto

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Essendo uguali le masse, allora saranno uguali, anche se di segno opposto, le due velocità.

$$v_1 = -v_2$$

Quindi

$$E_{cf1} + E_{cf2} = U_i - U_f$$

$$2E_{cf} = U_i - U_f$$

$$m v_f^2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

$$v_f = \sqrt{\frac{Q_1 Q_2}{4\pi m \epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)}$$

Problema di: Elettrostatica - E0046c**Testo** [E0046c] [3½★ 4🕒 4a📖]

Due cariche elettriche Q_1 e Q_2 , di massa m_1 ed m_2 , inizialmente ferme, sono poste alla distanza iniziale r_i . Quale velocità avranno quando si troveranno alla distanza finale r_f ? [Esegui solo il calcolo letterale.]

Spiegazione In questo problema semplicemente applichiamo la legge di conservazione dell'energia e della quantità di moto.

Svolgimento Indipendentemente dal fatto che le cariche elettriche si attraggano o respingano, aumenteranno la loro velocità a causa della forza elettrostatica. La forza che le spinge converte l'energia potenziale elettrostatica in energia cinetica. Vale inoltre la legge di conservazione della quantità di moto visto che la forza elettrostatica in questo caso è una forza interna.

Indicando le due particelle con gli indici 1 e 2, per la legge di conservazione dell'energia possiamo scrivere:

$$E_{ci1} + E_{ci2} + U_i = E_{cf1} + E_{cf2} + U_f$$

Per la legge di conservazione della quantità di moto

$$0 = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$v_{f1} = -\frac{m_2}{m_1} v_{f2}$$

Quindi

$$E_{cf1} + E_{cf2} = U_i - U_f$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{f1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{f2}^2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

$$\frac{m_2}{2m_1} (m_1 + m_2) v_{f2}^2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

$$v_{f2}^2 = \frac{2m_1}{m_2(m_1 + m_2)} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

ed infine

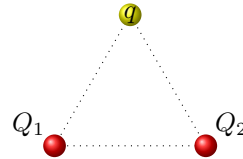
$$v_{f2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2(m_1 + m_2)} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)}$$

$$v_{f1} = -\sqrt{\frac{m_2}{m_1(m_1 + m_2)} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)}$$

Considerato che qui si sta parlando di energie e non di moduli di vettori, le grandezze sono considerate con segno. Indipendentemente dai segni delle due cariche è possibile verificare che sotto radice avremo sempre un numero positivo.

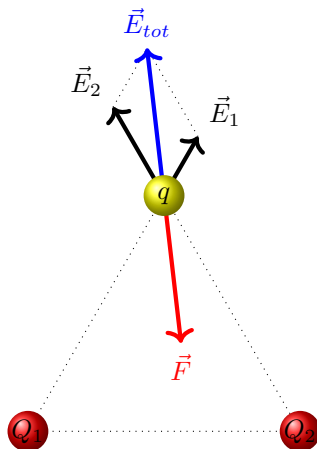
Problema di: Elettrostatica - E0007**Testo** [E0007] [3★ 4⌚ 4a📖]

Tre cariche elettriche si trovano ai vertici di un triangolo equilatero di lato $l = 2\text{ m}$. Esse valgono $Q_1 = +8\text{ }\mu\text{C}$, $Q_2 = +12\text{ }\mu\text{C}$ e $q = -2\text{ }\mu\text{C}$. Disegna e calcola quanto vale il campo elettrico generato dalle due cariche positive sulla carica negativa. Calcola la forza che agisce sulla carica negativa e l'energia potenziale elettrostatica del sistema.



Spiegazione La forza che agisce sulle cariche elettriche è la forza di Coulomb. In questo esercizio ognuna delle due cariche positive emette sulla carica negativa un campo elettrico. I vettori campo delle cariche si sommano tra loro con le regole dei vettori per avere il campo elettrico complessivo. Calcoliamo prima il campo elettrico complessivo sulla carica negativa e poi la forza che agisce su di essa.

Per l'energia potenziale del sistema applichiamo semplicemente la formula a tutte le coppie di cariche presenti

Svolgimento

Il campo elettrico generato dalla carica positiva Q_1 vale

$$E_1 = K \frac{Q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{8\text{ }\mu\text{C}}{4\text{ m}^2} = 18 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Il campo elettrico generato dalla carica positiva Q_2 vale

$$E_2 = K \frac{Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{12\text{ }\mu\text{C}}{4\text{ m}^2} = 27 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

I due vettori campo generati dalle due cariche positive sono messi a $\alpha = 60^\circ$ essendo le tre cariche ai vertici di un triangolo equilatero. Per sommare i due vettori utilizziamo quindi un po' di geometria considerando che il campo elettrico totale è una delle due diagonali del parallelogramma formato dai due vettori campo. Utilizzando il teorema di Carnot sul triangolo i cui lati sono i due campi elettrici E_1 , E_2 ed E_{tot} avremo

$$E_{tot} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos(180^\circ - \alpha)}$$

$$E_{tot} = K \frac{1}{r^2} \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 + Q_1Q_2}$$

$$E_{tot} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}{4\text{ m}^2} \cdot \sqrt{304\text{ }\mu^2\text{C}^2} = 39,23 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

La forza subita dalla carica negativa è quindi

$$F = qE = 2\text{ }\mu\text{C} \cdot 39,2 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 78,4 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Per calcolare adesso l'energia potenziale elettrostatica del sistema considereremo tutte le coppie di cariche e scriveremo

$$U_{tot} = K \frac{Q_1Q_2}{r} + K \frac{Q_1q}{r} + K \frac{qQ_2}{r}$$

$$U_{tot} = \frac{K}{r} (Q_1Q_2 + Q_1q + qQ_2) = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}{2\text{ m}} (+96\text{ }\mu^2\text{C}^2 - 16\text{ }\mu^2\text{C}^2 - 24\text{ }\mu^2\text{C}^2)$$

$$U_{tot} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}{2\text{ m}} (+56\text{ }\mu^2\text{C}^2) = 252 \text{ mJ}$$

Un modo alternativo per poter arrivare allo stesso risultato per la somma dei due campi elettrici è quello di scomporre i due vettori nelle loro componenti orizzontali e verticali e successivamente effettuarne la somma. Nella figura vedete i due vettori in nero $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ che sono quelli che precedentemente abbiamo calcolato con l'opportuna formula per il campo elettrico.

I passaggi che ci portano al calcolo della somma sono i seguenti:

1. I due vettori neri sono stati scomposti nelle loro due componenti orizzontale e verticale rappresentate nel disegno dai quattro vettori arancioni. Sappiamo calcolare il modulo dei vettori arancioni in quanto sappiamo dal problema che l'inclinazione dei campi elettrici rispetto all'orizzontale è di 60° , informazione che deduciamo dalla geometria del problema.

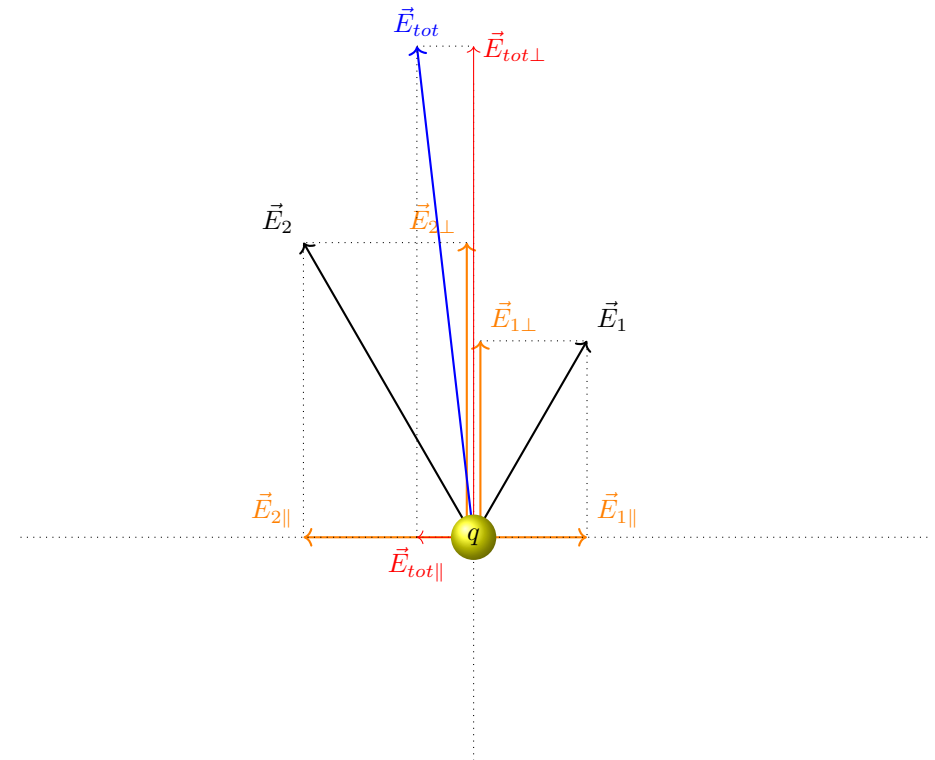
$$\begin{cases} E_{i\parallel} = E_i \cos(60^\circ) \\ E_{i\perp} = E_i \sin(60^\circ) \end{cases}$$

2. I due vettori in rosso sono la somma delle componenti arancioni, sommati a due a due i vettori verticali ed i vettori orizzontali.

$$\begin{cases} E_{tot\perp} = E_{2\perp} + E_{1\perp} \\ E_{tot\parallel} = E_{2\parallel} - E_{1\parallel} \end{cases}$$

3. Il campo elettrico totale sulla carica di prova è quindi la somma dei due vettori disegnati in rosso

$$E_{tot} = \sqrt{E_{tot\perp}^2 + E_{tot\parallel}^2}$$



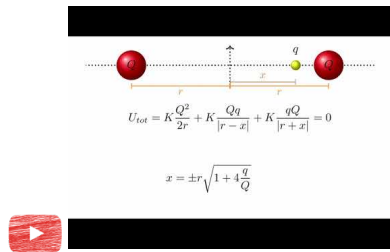
Griglia di valutazione

- 40% - Disegnare il sistema fisico indicando i vettori campo elettrico di ognuna delle cariche e calcolare i valori dei campi elettrici sulla carica di prova.
- 40% - Calcolare e disegnare il campo elettrico complessivo
- 20% - Calcolare e disegnare il vettore forza sulla carica di prova

Problema di: Elettrostatica - E0008**Testo** [E0008] [3★ 4🕒 4a📖]

Due cariche elettriche, entrambe di valore $Q = +8 \mu C$, sono poste a distanza $d = 2 m$. Dove deve essere posizionata, sul segmento congiungente le due cariche, una terza carica $q = -\frac{10}{9} \mu C$ affinché l'energia potenziale del sistema sia nulla?

Spiegazione Per calcolare l'energia potenziale del sistema applichiamo semplicemente la formula a tutte le coppie di cariche presenti. La carica negativa è posta a distanza x dal centro del sistema. Imponendo che l'energia complessiva sia nulla si può ottenere il valore di x e quindi la posizione della carica negativa.

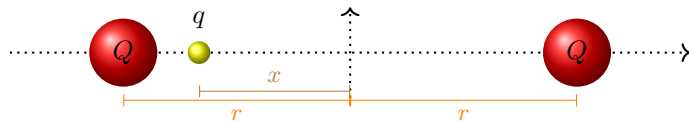
Fig. 3.17: Guarda il video youtu.be/63H0lh-gfZY

Svolgimento Per calcolare l'energia potenziale elettrostatica del sistema considereremo tutte le coppie di cariche e poi imponiamo che la somma delle energie sia nulla come richiesto dal testo. Il punto centrale tra le due cariche è il nostro riferimento, e l'asse delle x è la retta congiungente le due cariche.

Le due cariche si trovano quindi a distanza

$$r = \frac{d}{2} = 1 m$$

dall'origine del sistema di riferimento.



$$U_{tot} = K \frac{Q^2}{2r} + K \frac{Qq}{|r-x|} + K \frac{qQ}{|r+x|} = 0$$

Le distanze sono messe in valore assoluto un quanto la formula dell'energia potenziale elettrostatica prevede a denominatore una distanza definita positiva. Considerando però che, per punti sul segmento tra le cariche, x è sempre minore di r allora possiamo togliere i valori assoluti ricordandoci di accettare soltanto soluzioni con $x < r$.

Togliendo quindi i valori assoluti e semplificando KQ avremo

$$\frac{Q}{2r} + \frac{q}{r-x} + \frac{q}{r+x} = 0$$

Svolgiamo i calcoli

$$\frac{Q(r^2 - x^2) + 2qr(r+x) + 2qr(r-x)}{2r(r-x)(r+x)} = 0$$

$$\frac{Qr^2 - Qx^2 + 4qr^2 + 2qrx - 2qrx}{2r(r-x)(r+x)} = 0$$

$$Qr^2 - Qx^2 + 4qr^2 = 0$$

$$x^2 = r^2 \left(1 + 4 \frac{q}{Q} \right)$$

$$x = \pm r \sqrt{1 + 4 \frac{q}{Q}} = \pm \frac{2}{3} m$$

La carica deve essere posta a circa 67 cm dal punto centrale tra le due cariche indifferentemente verso la prima o la seconda carica. Il fatto che ci siano due soluzioni simmetriche riflette la simmetria del sistema fisico.

Griglia di valutazione

- 5% - Disegnare il sistema fisico indicando in esso la variabile scelta come incognita da calcolare

- 85% - Impostare l'equazione risolutiva del problema e risolverla
- 10% - Giustificare da un punto di vista fisico i due risultati ottenuti

Problema di: Elettrostatica - E0001
Testo [E0001] [2★ 3👍 4a📖]

Una particella con carica $q = 4 \text{ nC}$ è immersa in un campo elettrico uniforme $E = 10 \frac{\text{N}}{\text{C}}$. Sotto l'azione di una forza esterna, essa effettua uno spostamento lungo un percorso circolare di raggio $r = 5 \text{ m}$. Tale spostamento ha inizio con una velocità perpendicolare alle linee di campo del campo elettrico. Quanto vale la differenza di potenziale agli estremi del percorso? Quanto lavoro ha fatto la forza elettrica sulla carica?

Spiegazione Abbiamo una carica che si muove all'interno di un campo elettrico uniforme. Possiamo quindi calcolare la differenza di potenziale tra i punti di partenza e arrivo, sapendo che nel caso elettrostatico tale differenza non dipende dalla forma del percorso.

Svolgimento Con la descrizione del movimento data dal testo, avremo che i punti di partenza ed arrivo della carica sono sulla stessa linea di campo, e che tale linea è una retta. Quindi

$$\Delta V = -E \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha = -2Er$$

La variazione di energia potenziale della carica è data da

$$\Delta U = q\Delta V$$

Il lavoro fatto dalla forza elettrica è quindi

$$L = -\Delta U = 2qEr$$

Problema di: Elettrostatica - E0010**Testo** [E0010] [2½★ 2🕒 4a📖]

Una carica elettrica $q = 4 \mu C$, di massa $m = 5 \text{ mg}$, è accelerata da ferma da un campo elettrico costante $E = 10 \frac{N}{C}$. A quale velocità viaggia dopo uno spostamento di $\Delta S = 2 \text{ m}$?

Spiegazione La carica elettrica è immersa in un campo elettrico e quindi subisce una forza. Il lavoro di quella forza è pari alla variazione di energia cinetica della carica.

Svolgimento Il lavoro della forza elettrica è

$$L = qE \cdot \Delta S = 80 \mu J$$

La carica è inizialmente ferma, quindi con energia cinetica iniziale pari a zero. Per la legge di conservazione dell'energia, sommando all'energia cinetica iniziale il lavoro fatto dalla forza, otteniamo l'energia cinetica finale della carica.

Quindi

$$E_{cf} = E_{ci} + L = 0 + 80 \mu J$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = E_{cf}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_{cf}}{m}} = \sqrt{\frac{160 \mu J}{5 \text{ mg}}} = 5,66 \frac{m}{s}$$

Griglia di valutazione

- 30% - Disegnare il sistema fisico indicando i vettori campo elettrico, forza, accelerazione e velocità sulla carica.
- 40% - Calcolare la velocità finale della particella
- 30% - Motivare il calcolo svolto indicando i teoremi o le leggi utilizzate

Problema di: Elettrostatica - E0012**Testo** [E0012] [3★ 5🕒 4a📖]

Due cariche elettriche $q_1 = 2 \mu C$ e $q_2 = 4 \mu C$ hanno la stessa massa. Esse sono sparate da distanza infinita, una contro l'altra, entrambe con energia cinetica $E = 10^{20} \text{ eV}$. A quale distanza minima arrivano?

Spiegazione La forza repulsiva tra le due cariche elettriche trasforma l'energia cinetica delle stesse in energia potenziale elettrostatica. Con la legge di conservazione dell'energia possiamo risolvere il problema.

Svolgimento Le due cariche elettriche hanno energia potenziale elettrostatica iniziale $U_i = 0$ in quanto sono a distanza infinita. Nel punto di minima distanza avranno energia cinetica $E_{cf} = 0$. Questo perché le due cariche, avendo la stessa energia cinetica e la stessa massa, avranno necessariamente anche la stessa quantità di moto. Quindi la quantità di moto del sistema è nulla. Sappiamo che le due cariche si respingono, e non essendoci energia infinita in questo sistema fisico, di sicuro una delle due si dovrà fermare. In quell'istante, per la legge di conservazione della quantità di moto, anche l'altra deve essere ferma.

Dalla legge di conservazione dell'energia abbiamo

$$U_i + E_{ci1} + E_{ci2} = U_f + E_{cf1} + E_{cf2}$$

$$0 + E_{ci1} + E_{ci2} = K \frac{q_1 q_2}{r_f}$$

$$r_f = K \frac{q_1 q_2}{E_{ci1} + E_{ci2}}$$

$$r_f = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-12} C^2}{200 \text{ eV}} = 2,25 \text{ mm}$$

Problema di: Elettrostatica - E0030**Testo** [E0030] [3★ 4⌚ 4a📖]

Una carica $q = 2\mu C$ di massa $m = 1g$ si muove con velocità $v = 5 \frac{m}{s}$ di moto circolare uniforme con raggio $r = 2m$ intorno ad una seconda carica Q supposta ferma. Calcola il valore della carica Q indicandone il segno, e l'energia totale del sistema.

Spiegazione Il sistema fisico proposto vede una carica ferma ed una seconda carica che si muove di moto circolare uniforme intorno alla prima.

Svolgimento Studiando il moto circolare uniforme della carica avremo

$$m \frac{v^2}{r} = K \frac{qQ}{r^2}$$

$$|Q| = \frac{mv^2 r}{Kq} = \frac{10^{-3} kg \cdot 25 \frac{m^2}{s^2} \cdot 2m}{2\mu C \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}} = \frac{25}{9} \cdot 10^{-6} C$$

La forza tra le cariche deve essere attrattiva, quindi la carica Q deve essere negativa.

L'energia totale del sistema la si calcola sommando l'energia cinetica e l'energia potenziale elettrostatica

$$E_{tot} = \frac{1}{2}mv^2 - K \frac{qQ}{r}$$

Utilizzando la prima equazione che descrive il moto circolare avremo

$$E_{tot} = -\frac{1}{2}K \frac{qQ}{r} = -\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{50}{9} \frac{\mu^2 C^2}{2m} = 12,5 mJ$$

Problema di: Elettrostatica - E0058**Testo** [E0058] [2★ 4⌚ 4a📖]

Quattro cariche positive del valore $Q = 2\mu C$ sono poste ai vertici di un quadrato di lato $L = 2m$. Calcola il lavoro necessario per portare una delle cariche nel centro del quadrato

Spiegazione Il sistema ha inizialmente una certa energia potenziale elettrostatica. Portando una delle due cariche nel centro del quadrato tale energia cambia e quindi è possibile calcolare il lavoro necessario allo spostamento.

Svolgimento Il lavoro di una forza esterna, necessario a portare la carica nel centro del quadrato, corrisponde alla variazione di energia potenziale del sistema. L'energia potenziale dovuta alla presenza di una sola delle cariche (ipotizziamo cioè di averla portata nel vertice del quadrato partendo dall'infinito) è data da

$$U_i = KQ^2 \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{L} + \frac{1}{\sqrt{2}L} \right)$$

$$U_i = K \frac{Q^2}{L} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

ottenuta sommando le tre energie potenziali della carica con le altre. Portando la carica nel centro del quadrato, avremo

$$U_f = KQ^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{L} + \frac{\sqrt{2}}{L} + \frac{2}{\sqrt{2}L} \right)$$

$$U_f = K \frac{Q^2}{L} (3\sqrt{2})$$

questo perché tutte le cariche sono adesso più vicine; due sono più vicine di un fattore $\sqrt{2}$, quella opposta rispetto al centro è più vicina di un fattore 2

Il lavoro fatto da una forza esterna sarà quindi

$$L = \Delta U = U_f - U_i = K \frac{Q^2}{L} \left(3\sqrt{2} - 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$L = \Delta U = U_f - U_i = K \frac{Q^2}{\sqrt{2}L} (5 - 2\sqrt{2})$$

Griglia di valutazione

- 60% - Calcolo dell'energia potenziale del sistema di cariche
- 40% - Applicazione della legge di conservazione dell'energia

Problema di: Elettrostatica - E0058a

Testo [E0058a] [2★ 3½🕒 4a📖]

Tre cariche positive del valore $Q = 2\mu C$ sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L = 2\text{ m}$. Calcola il lavoro necessario per portare una delle cariche nel punto medio tra le altre due.

Spiegazione Il sistema ha inizialmente una certa energia potenziale elettrostatica. Portando una delle due cariche nel centro del quadrato tale energia cambia e quindi è possibile calcolare il lavoro necessario allo spostamento.

Svolgimento [...]

Griglia di valutazione

- 60% - Calcolo dell'energia potenziale del sistema di cariche
- 40% - Applicazione della legge di conservazione dell'energia

Problema di: Elettrostatica - E0058b**Testo** [E0058b] [2★ 4🕒 4a📖]

Tre cariche positive del valore $Q = 2\mu C$ sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L = 2m$. Calcola il lavoro necessario per avvicinare una delle cariche in modo da formare con le altre due un triangolo rettangolo isoscele.

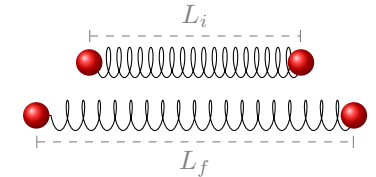
Spiegazione Il sistema ha inizialmente una certa energia potenziale elettrostatica. Portando una delle due cariche nel centro del quadrato tale energia cambia e quindi è possibile calcolare il lavoro necessario allo spostamento.

Svolgimento [...]**Griglia di valutazione**

- 60% - Calcolo dell'energia potenziale del sistema di cariche
- 40% - Applicazione della legge di conservazione dell'energia

Problema di: Elettrostatica - E0042**Testo** [E0042] [2★ 4🕒 4a📖]

Due cariche elettriche Q entrambe positive, sono poste a distanza L_i unite da una molla di lunghezza a riposo L_i e di costante elastica k . Lasciate libere si allontaneranno raggiungendo dopo alcune oscillazioni una posizione di equilibrio a distanza L_f tra loro. Determinate il valore della carica Q e la quantità di energia E dissipata dal sistema.



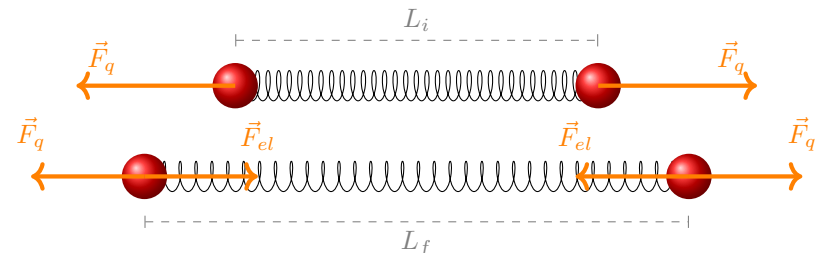
Spiegazione Questo è un problema di equilibrio tra la forza elastica e la forza elettrostatica.

$$U_i = V_{el-f} + U_f + E$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{L_i} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{L_f} - \frac{1}{2}k(L_f - L_i)^2$$

Fig. 3.18: Guarda il video youtu.be/khx7kyr4lro

Svolgimento Inizialmente il sistema fisico si trova nello stato mostrato nel disegno. La molla non esercita alcuna forza, mentre è presente la forza repulsiva tra le due cariche elettriche.



La forza elettrostatica tra le cariche è repulsiva. Allontanandosi, le cariche sono trattenute dall'azione della molla che si sta allungando. All'equilibrio l'allungamento è $\Delta L = L_f - L_i$ Quindi

$$k(L_f - L_i) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{L_f^2}$$

$$Q^2 = 4\pi\epsilon_0 k (L_f - L_i) L_f^2$$

$$Q = 2L_f \sqrt{\pi\epsilon_0 k (L_f - L_i)}$$

Per la legge di conservazione dell'energia

$$U_i = V_{el-f} + U_f + E$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{L_i} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{L_f} - \frac{1}{2} k (L_f - L_i)^2$$

Problema di: Elettrostatica - E0047

Testo [E0047] [3★ 4⌚ 4a📖]

Un elettrone inizialmente fermo cade su di una sfera carica di raggio $r_0 = 10 \text{ cm}$ caricata positivamente con un potenziale $V_0 = 100 \text{ Volt}$. L'elettrone si trova inizialmente distante $l = 50 \text{ cm}$ dalla superficie della sfera. Con quale velocità arriva sulla superficie della sfera?

Spiegazione Un problema sulla legge di conservazione dell'energia nel quale è necessario conoscere le caratteristiche elettrostatiche di una sfera carica. L'elettrone inizialmente fermo acquista energia cinetica grazie al lavoro fatto dal campo elettrostatico.

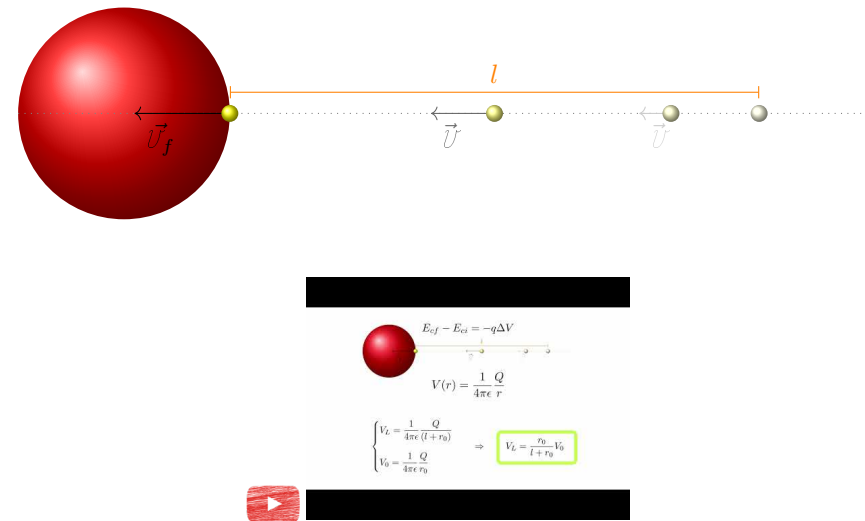


Fig. 3.19: Guarda il video youtu.be/IYOYeRZRUEg

Svolgimento Per il teorema dell'energia cinetica, la variazione di energia cinetica è data dal lavoro della forza elettrostatica

$$E_{cf} - E_{ci} = -q\Delta V$$

Per prima cosa calcoliamoci la carica presente sulla sfera, sapendo che è una sfera e che si trova ad un determinato potenziale. La capacità di una sfera è

$$C = \frac{Q}{V_0} = 4\pi\epsilon r_0$$

La carica Q sulla sfera è

$$Q = 4\pi\epsilon r_0 V_0$$

Sappiamo che il campo elettrico di una sfera carica, esternamente alla sfera, è uguale a quello che si genererebbe se tutta la carica fosse concentrata nel centro della sfera. Quindi alla generica distanza r maggiore o uguale al raggio della sfera carica, il potenziale è

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r}$$

Calcolando il potenziale alla distanza iniziale l e sulla superficie della sfera avremo quindi

$$\begin{cases} V_L = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{(l+r_0)} \\ V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r_0} \end{cases} \Rightarrow V_L = \frac{r_0}{l+r_0} V_0$$

Il potenziale alla distanza l dalla superficie (e quindi a distanza $L = l + r_0$ dal centro della sfera) è quindi

$$V_L = \frac{r_0}{l+r_0} V_0$$

Quindi

$$\begin{aligned} E_{cf} - E_{ci} &= -q(V_0 - V_L) \\ E_{cf} - E_{ci} &= -qV_0 \left(1 - \frac{r_0}{l+r_0}\right) \end{aligned}$$

Sappiamo poi che l'elettrone parte da fermo, e quindi la sua energia cinetica iniziale è nulla, e sapendo che si tratta di un elettrone possiamo al posto della generica carica q mettere nell'equazione la carica dell'elettrone. Quindi il termine $-q$ lo indichiamo come

$$-q = e = +1,6 \cdot 10^{-19} C$$

L'equazione diventa quindi

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m \mathcal{U}_f^2 &= eV_0 \left(1 - \frac{r_0}{l+r_0}\right) \\ \mathcal{U}_f &= \sqrt{2 \frac{e}{m} V_0 \left(1 - \frac{r_0}{l+r_0}\right)} = \sqrt{2,8 \cdot 10^{13} \frac{m^2}{s^2}} = 5,3 \cdot 10^6 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Problema di: Elettrostatica - E0049**Testo** [E0049] [2★ 3🕒 4a📖]

Una sfera conduttrice di raggio $r_1 = 10\text{ cm}$ è caricata da un generatore e portata ad una differenza di potenziale $\Delta V_{1i} = 24\text{ V}$ rispetto all'infinito. Successivamente viene scollegata da esso. In un secondo momento la sfera viene poi collegata con un filo conduttore ad una seconda sfera lontana di raggio $r_2 = 20\text{ cm}$. A quale potenziale saranno disposte le cariche elettriche?

Spiegazione Le due sfere a contatto si distribuiranno della carica elettrica fino a raggiungere lo stesso potenziale.

Svolgimento La capacità della prima sfera è

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 r_1$$

Sapendo che è stata caricata con un potenziale V_{1i} avremo

$$Q_{1i} = 4\pi\epsilon_0 r_1 V_{1i}$$

Messa la prima sfera a contatto con la seconda, la carica presente inizialmente sulla prima sfera si divide tra le due sfere

$$Q_{1i} = Q_{1f} + Q_{2f}$$

da cui, tenendo conto che il potenziale finale delle due sfere deve essere lo stesso, avremo

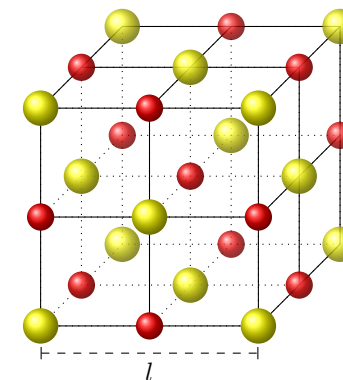
$$4\pi\epsilon_0 r_1 V_{1i} = 4\pi\epsilon_0 r_1 V_f + 4\pi\epsilon_0 r_2 V_f$$

$$r_1 V_{1i} = r_1 V_f + r_2 V_f$$

$$V_f = \frac{r_1}{r_1 + r_2} V_{1i} = 8\text{ V}$$

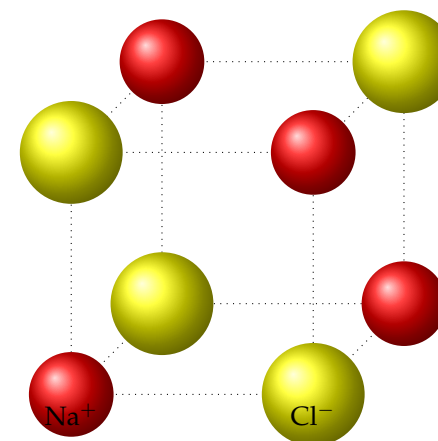
Problema di: Elettrostatica - E0054**Testo** [E0054] [2★ 3🕒 4a📖]

Nel cristallo di sale ($\text{Na}^+ \text{Cl}^-$) gli ioni positivi e negativi Na^+ e Cl^- si dispongono alternandosi, ai vertici di celle cubiche, con una distanza tra due consecutivi ioni Na^+ (o Cl^-) pari a $l = 0,567\text{ nm}$. In questo cristallo l'energia di legame è dovuta in buona parte all'interazione coulombiana tra gli ioni. Considerando una cella cubica contenente quattro ioni positivi e quattro ioni negativi, calcolare l'energia coulombiana per ione del cristallo, e determinare quale percentuale essa rappresenta del valore sperimentale dell'energia di legame, pari a $4,07\text{ eV}$. [Simulazione esame di maturità scientifica: fisica - 25 gennaio 2016]



Spiegazione In questo problema bisogna calcolare l'energia potenziale elettrostatica del sistema di cariche della cella cubica di base.

Svolgimento



Consideriamo la cella cubica indicata dal testo, chiamiamo $d = \frac{l}{2}$ il lato del cubo.

Tutte le coppie di cariche lungo gli spigoli del cubo sono di segno opposto e distano d tra loro; ci sono 12 coppie e quindi

$$U_1 = -12K \frac{e^2}{d}$$

I secondi vicini sono due coppie per ogni faccia del cubo per un totale di 12 coppie di ioni di segno uguale, ad una distanza pari alla diagonale del quadrato. Quindi

$$U_2 = 12K \frac{e^2}{d\sqrt{2}}$$

Le ultime coppie rimaste sono di ioni di segno opposto disposti sulla diagonale del cubo. Ci sono 4 di queste coppie a distanza $d\sqrt{3}$, quindi

$$U_3 = -4K \frac{e^2}{d\sqrt{3}}$$

Quindi

$$U_{tot} = K \frac{e^2}{d} \left(-12 + \frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{3}} \right)$$

$$U_{tot} = K \frac{e^2}{l} \left(-24 + \frac{24}{\sqrt{2}} - \frac{8}{\sqrt{3}} \right) = 47,28 \text{ eV}$$

L'energia potenziale media per ogni ione è quindi l'energia totale diviso per il numero di ioni.

$$U = \frac{U_{tot}}{8} = -3,69 \text{ eV}$$

Il valore sperimentale è ovviamente comprensivo dell'energia potenziale di tutti gli ioni presenti intorno alla cella elementare

Il contributo degli ioni della cella rappresenta una percentuale

$$p = \frac{U}{U_{sper}} = 90,7\%$$

Problema di: Elettrostatica - E0057

Testo [E0057] [1★ 2🕒 4a📖]

Un condensatore piano di sezione $S = 1 \text{ cm}^2$, distanza tra le piastre $d = 1 \text{ mm}$, riempito con materiale isolante con $\epsilon_r = 4$, è caricato da un generatore $\Delta V = 12 \text{ V}$. Calcola la carica elettrica sulle piastre e l'energia immagazzinata nel volume del condensatore.

Spiegazione Semplice applicazione delle formule.

Svolgimento La capacità del condensatore piano è data da

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

Allo stesso tempo la definizione di capacità dice che

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Quindi

$$\frac{Q}{\Delta V} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

$$Q = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S \cdot \Delta V}{d}$$

L'energia immagazzinata nel condensatore è data da

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{2d} \Delta V^2$$

Problema di: Elettrostatica - E0035**Testo** [E0035] [3½★ 4🔥 4a📖]

Un protone viene sparato con una velocità $v_i = 1000 \frac{m}{s}$ contro un nucleo di elio, inizialmente fermo e libero di muoversi, da una distanza iniziale $L = 5 \text{ cm}$. A quale distanza minima dal nucleo riesce ad arrivare?

Spiegazione Questo è un problema sull'energia e sulla legge di conservazione dell'energia. E' importante ricordare che l'energia cinetica del baricentro non può essere convertita in energia potenziale elettrostatica, in quanto la forza elettrostatica è una forza interna e non può modificare la velocità del centro di massa. In modo equivalente è possibile arrivare allo stesso risultato con la legge di conservazione della quantità di moto.

Svolgimento Applichiamo la legge di conservazione dell'energia. Per definire quale sia il momento in cui si ha la minima distanza tra le due cariche è sufficiente pensare che il protone, inizialmente più veloce, rallenta perché respinto dal nucleo di elio; il nucleo di elio, inizialmente fermo, accelera respinto dal protone. Inizialmente la distanza tra le due particelle sta diminuendo; la distanza smette di diminuire quando le due particelle avranno la stessa velocità. Di lì in poi le due particelle si allontanano. La condizione di minima distanza si ottiene eguagliando le velocità finali delle due particelle. Per la legge di conservazione dell'energia avremo quindi

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + K\frac{2e^2}{r_i} = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2} \cdot (4m)v_f^2 + K\frac{2e^2}{r_f}$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + K\frac{2e^2}{r_i} = \frac{5}{2}mv_f^2 + K\frac{2e^2}{r_f}$$

Per la legge di conservazione della quantità di moto, applicabile in quanto siamo in presenza di sole forze interne, avremo

$$mv_i = mv_f + 4mv_f$$

$$v_f = \frac{1}{5}v_i$$

Quindi

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + K\frac{2e^2}{r_i} = \frac{1}{10}mv_i^2 + K\frac{2e^2}{r_f}$$

$$\frac{2}{5}mv_i^2 + K\frac{2e^2}{r_i} = K\frac{2e^2}{r_f}$$

$$\frac{1}{r_f} = \frac{mv_i^2}{5Ke^2} + \frac{1}{r_i}$$

$$r_f = \frac{1}{\frac{mv_i^2}{5Ke^2} + \frac{1}{r_i}}$$

Calcoliamo la quantità

$$\frac{5Ke^2}{mv_i^2} = \frac{45 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} C)^2}{1,67 \cdot 10^{-27} kg \cdot 10^6 \frac{m^2}{s^2}} = 6,9 \cdot 10^{-7} m$$

Se la distanza iniziale fosse infinita, avremmo che questa è la distanza minima raggiunta. La distanza di $r_i = 0,05 m$ è trascurabile rispetto a questa e di conseguenza la distanza raggiunta è

$$r_f = 6,9 \cdot 10^{-7} m = 0,69 \mu m$$

Griglia di valutazione

- 30% - Disegnare il sistema fisico facendo due disegni: il primo indicando le due particelle e le velocità nello stato iniziale; il secondo indicando le stesse informazioni nello stato finale
- 20% - Scrivere l'equazione di conservazione dell'energia
- 20% - Scrivere l'equazione di conservazione della quantità di moto
- 30% - Risolvere il sistema e calcolare la distanza minima raggiunta

Problema di: Elettrostatica - E0048

Testo [E0048] [3★ 3🕒 4a📖]

Dopo aver ricavato la formula per l'energia di un elettrone in un atomo di idrogeno, determina il lavoro che deve fare una forza esterna per estrarre l'elettrone dall'atomo.

Spiegazione Un problema sulla legge di conservazione dell'energia nel quale è necessario conoscere la dinamica di una carica in moto intorno ad un nucleo. La forza attrattiva di tipo centripeto che in questo caso determina il movimento circolare è la forza elettrostatica.

Svolgimento L'energia totale di un elettrone intorno ad un protone è data da

$$E_{tot} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} + \frac{1}{2} m v^2$$

Assumendo un'orbita circolare

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

$$m v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

Quindi

$$E_{tot} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

L'energia totale è negativa in quanto il sistema è un sistema legato. La quantità di energia che una forza esterna deve fornire è quindi

$$L = -E_{tot} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

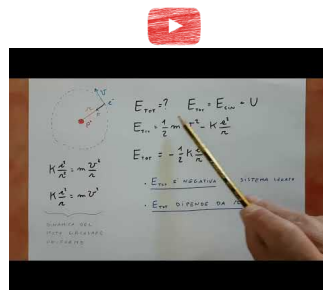
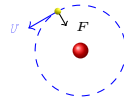


Fig. 3.20: Guarda il video youtu.be/0wCEVd87NeU

3.4 Flusso del campo elettrico e prima equazione di Maxwell

Problema di: Elettrostatica - E0032**Testo** [E0032] [3★ 4👍 4a📖]

Un filo verticale, infinito, uniformemente carico negativamente, con densità lineare di carica $\lambda = 2 \frac{\mu C}{m}$, genera un campo elettrico con simmetria cilindrica orientato in ogni punto verso il filo. Una carica positiva di massa $m = 10^{-3} kg$ si muove di moto elicoidale attorno ad esso con raggio $r = 0,5 m$ e con passo $\Delta y = 0,1 m$. Determina la componente orizzontale della velocità della carica, il periodo del moto circolare in orizzontale, la velocità del moto in verticale, la velocità della carica.

Spiegazione In questo esercizio una carica si muove nel campo elettrico generato da un filo verticale uniformemente carico. Il campo elettrico è centrale e genera sulla carica una forza sempre diretta verso il filo. Il moto della carica è un moto parabolico.

Svolgimento Dal teorema di Gauss possiamo trovare l'equazione del campo elettrico generato dal filo uniformemente carico. Per applicare il teorema scegliamo una superficie cilindrica che abbia come asse il filo.

$$2\pi r h E = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi r h \epsilon}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon}$$

La particella, mentre compie un moto rettilineo uniforme in verticale, contemporaneamente compie un moto circolare uniforme intorno al filo. Quindi

$$m \frac{v_{\perp}^2}{r} = qE$$

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{q\lambda}{2\pi\epsilon m}}$$

Il periodo del moto circolare è

$$T = \sqrt{\frac{8\pi^3 \epsilon r^2 m}{q\lambda}}$$

Analizzando il moto in verticale possiamo stimare la velocità della particella parallelamente al filo

$$v_{\parallel} = \frac{\Delta y}{T} = \Delta y \sqrt{\frac{q\lambda}{8\pi^3 \epsilon r^2 m}}$$

La velocità della carica nel suo moto elicoidale è quindi

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{q\lambda}{2\pi\epsilon m} + \frac{\Delta y^2 q\lambda}{8\pi^3 \epsilon r^2 m}} = \sqrt{\frac{q\lambda}{2\pi\epsilon m} \left(1 + \frac{\Delta y^2}{4\pi^2 r^2}\right)}$$

Problema di: Elettrostatica - E0043**Testo** [E0043] [2★ 2🕒 4a📖]

E' data una piramide retta a base quadrata, con il lato di base $l = 2\text{ m}$ e l'altezza $h = 3\text{ m}$. La piramide è immersa in un campo elettrico $E = 5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ uniforme perpendicolare alla sua base orientato verso il basso, ma non contiene cariche al suo interno. Calcola il flusso del campo elettrico attraverso la superficie laterale della piramide.

Spiegazione Questo esercizio si risolve applicando la prima equazione di Maxwell.

Svolgimento Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è

$$\Phi(\vec{E})_S = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Il testo dice che non sono presenti cariche all'interno della piramide, quindi $Q_{int} = 0$. Essendo il campo uniforme, le linee di campo sono rette parallele. Se immaginate di guardare la piramide dall'alto (e quindi nella stessa direzione delle linee di campo) noterete che tutte le linee di campo che attraversano la base attraversano poi una delle facce della superficie laterale. E' quindi evidente che il flusso attraverso la base è uguale (ma di segno opposto) al flusso sulla superficie laterale.

Considerando il vettore superficie orientato verso l'esterno della piramide, allora il flusso attraverso la base vale

$$\Phi(\vec{E})_{base} = +E \cdot l^2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 4\text{ m}^2 = 20 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}}$$

Quindi il flusso attraverso la superficie laterale vale

$$\Phi(\vec{E})_{sl} = -\Phi(\vec{E})_{base} = -20 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}}$$

Problema di: Elettrostatica - E0044**Testo** [E0044] [3★ 4🕒 4a📖]

Un gas di particelle cariche occupa in modo uniforme un contenitore sferico di raggio $r = 50\text{ cm}$. A distanza $d = 3\text{ m}$ dal centro della sfera il campo elettrico misurato vale $E = 2 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ verso il centro della sfera. Quanto vale il campo elettrico a $x = 10\text{ cm}$ dal centro della sfera?

Spiegazione Questo esercizio si risolve applicando la prima equazione di Maxwell.

Svolgimento Cominciamo con il notare che il sistema fisico ha simmetria sferica, e quindi il campo elettrico è radiale. La sfera uniformemente carica si comporta quindi, a distanze maggiori del raggio della sfera, come una singola carica posta nel centro. Quindi la carica complessiva Q presente nella sfera è:

$$K \frac{Q}{d^2} = E \Rightarrow Q = \frac{Ed^2}{K} = 4\pi\epsilon_0 Ed^2$$

Internamente alla sfera, per esempio su di una superficie sferica di raggio x , il campo ha ancora simmetria sferica ma la carica che contribuisce a determinarlo è solo quella contenuta nella porzione interna della sfera, cioè all'interno della sfera di raggio x .

La carica Q_x interna alla sfera di raggio x è calcolabile come:

$$Q_x = \frac{\frac{4}{3}\pi x^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} Q = \frac{x^3}{r^3} Q$$

Per il teorema di Gauss Il flusso del campo elettrico sulla superficie sferica di raggio x vale

$$\Phi(\vec{E}_x) = \frac{Q_x}{\epsilon_0}$$

$$E_x \cdot 4\pi x^2 = \frac{x^3 Q}{r^3 \epsilon_0}$$

$$E_x \cdot 4\pi x^2 = \frac{x^3 4\pi \epsilon_0 E d^2}{r^3 \epsilon_0}$$

$$E_x = x E \frac{d^2}{r^3}$$

Problema di: Elettrostatica - E0060**Testo** [E0060] [2★ 3🕒 4a📖]

E' dato un cubo di lato $L = 1\text{ m}$ ai cui vertici sono posizionate quattro cariche elettriche positive e quattro cariche elettriche negative tutte di valore $|Q| = 2\text{ }\mu\text{C}$. Le cariche sono disposte in modo tale per cui gli spigoli del cubo collegano cariche di segno opposto. Quanto vale il flusso attraverso una superficie sferica di raggio $r = 1,2\text{ m}$ il cui centro si trova su di una carica negativa?

Spiegazione Utilizzando l'equazione di Gauss arriviamo alla soluzione del problema. Bisogna solo capire quali cariche sono interne alla sfera.

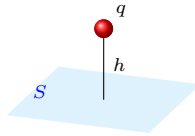
Svolgimento Le cariche interne alla sfera sono solo la carica negativa al centro della sfera e le cariche positive ad essa vicine collegate da uno spigolo. Le altre cariche negative, infatti, sono ad una distanza corrispondente alla diagonale di un quadrato che in questo problema è maggiore del raggio. L'altra carica positiva è ancora più distante.

Quindi

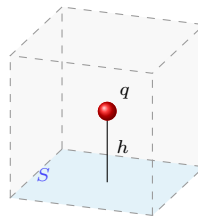
$$\Phi(E) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{+3Q_+ + Q_-}{\epsilon_0} = \frac{+2Q_+}{\epsilon_0}$$

Problema di: Elettrostatica - E0013**Testo** [E0013] [3★ 4⌚ 4a📖]

Una carica $q = 10^{-6} \text{ C}$ si trova $h = 5 \text{ cm}$ al di sopra di una superficie quadrata di superficie 100 cm^2 . Quanto vale il flusso del campo elettrico attraverso quella superficie?



Spiegazione Il campo elettrico della carica ha simmetria sferica e quindi è differente in ogni punto della superficie quadrata indicata. Per calcolare il flusso è comunque possibile utilizzare il teorema di Gauss, notando che un cubo che abbia come faccia la superficie quadrata in questione, ha anche come suo centro la posizione della carica q



Svolgimento Il lato della superficie quadrata è $l = \sqrt{S} = 10 \text{ cm}$ pari al doppio della distanza della carica dalla superficie.

Consideriamo un cubo che abbia come centro la carica e come superficie di base la superficie data dal problema. Per il teorema di Gauss avremo

$$\Phi(\vec{E})_{cubo} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{10^{-6} \text{ C}}{8,8 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}} = 0,114 \cdot 10^6 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$$

Vista la simmetria del problema il flusso attraverso la superficie S è un sesto del flusso complessivo

$$\Phi(\vec{E})_S = \frac{1}{6} \Phi(\vec{E})_{cubo} = 0,02 \cdot 10^6 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$$

Problema di: Elettrostatica - E0052f**Testo** [E0052f] [2★ 3⌚ 4a📖]

Ricava, motivando i passaggi eseguiti, l'equazione del campo elettrico generato da una carica puntiforme a distanza r da essa. Mostra l'equazione su di un grafico.

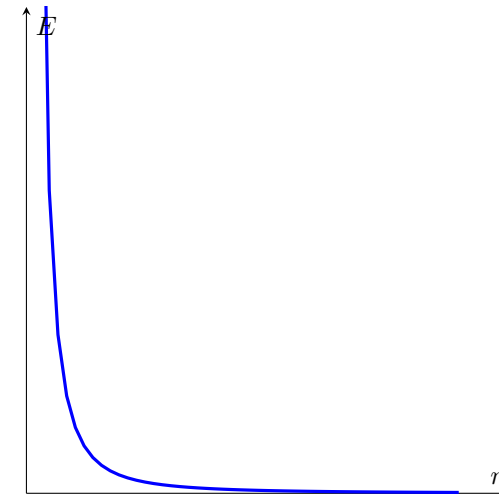
Spiegazione Per ricavare l'equazione del campo ci serviamo del teorema di Gauss e delle proprietà di simmetria del sistema di cariche.

Svolgimento Per ragioni di simmetria il campo elettrico di una carica puntiforme deve essere radiale. Scegliamo come superficie chiusa una sfera di raggio r centrata sulla carica, il cui vettore superficie, per ogni punto della sfera, punta verso l'esterno. In ogni punto il campo sarà quindi parallelo al vettore superficie. Applicando il teorema di Gauss avremo

$$\Phi(E)_S = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$



- 30% - Enunciare l'equazione di Maxwell che si utilizza per risolvere il problema; disegnare il sistema fisico indicando la superficie scelta (ed il suo verso) sulla quale applicare l'equazione, in relazione a considerazioni sulla geometria del campo.
- 45% - Calcolare il flusso del campo giustificando il metodo scelto
- 30% - Risolvere l'equazione ottenuta ed ottenere il valore del campo elettrico; mostrarne in un grafico l'andamento.

Problema di: Elettrostatica - E0052

Testo [E0052] [2★ 3🕒 4a📖]

Ricava, motivando i passaggi eseguiti, l'equazione del campo elettrico generato da un filo infinito, uniformemente carico e con densità lineare di carica λ , a distanza r dal filo stesso. Mostra l'equazione su di un grafico.

Spiegazione Per ricavare l'equazione del campo ci serviamo del teorema di Gauss e delle proprietà di simmetria del sistema di cariche.

Svolgimento La geometria del problema ci suggerisce di scegliere una superficie cilindrica di raggio r ed altezza h , che abbia come asse il filo carico. Scegliamo in vettore superficie puntato verso l'esterno della superficie. Per il teorema di Gauss avremo

$$\Phi(E)_S = \frac{Q}{\epsilon}$$

dove Q è la sola carica presente nella parte di filo interna alla superficie.

Dividendo la superficie nella somma delle due superfici di base e di quella laterale possiamo scrivere

$$\Phi(E)_{Sb} + \Phi(E)_{Sb} = \frac{Q}{\epsilon}$$

Per la simmetria del problema, il campo elettrico sarà in ogni punto dello spazio perpendicolare al filo e diminuirà di intensità all'allontanarsi del filo.

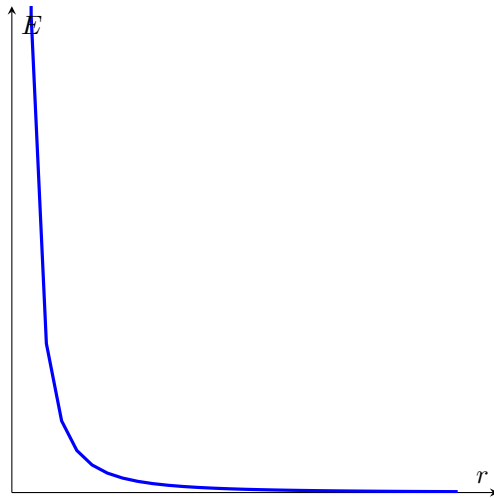
Il flusso del campo elettrico sulle superfici di base sarà nullo in quanto l'angolo tra il vettore superficie ed il campo elettrico, per ogni punto della superficie, è retto.

Sebbene la superficie laterale non sia piana, in ogni punto su di essa il campo elettrico è perpendicolare alla superficie.

Avremo quindi

$$0 + E \cdot 2\pi r h = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon r h} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r}$$



Griglia di valutazione

- 35% - Enunciare l'equazione di Maxwell che si utilizza per risolvere il problema; disegnare il sistema fisico indicando la superficie scelta (ed il suo verso) sulla quale applicare l'equazione, in relazione a considerazioni sulla geometria del campo.
- 35% - Calcolare il flusso del campo giustificando il calcolo su ognuna delle superfici in cui quella principale è stata sezionata
- 30% - Risolvere l'equazione ottenuta ed ottenere il valore del campo elettrico. Illustrare su di un grafico l'andamento dell'intensità del campo in funzione della distanza dal filo

Problema di: Elettrostatica - E0052b

Testo [E0052b] [2½★ 3🕒 4a📖]

Ricava, motivando i passaggi eseguiti, l'equazione del campo elettrico generato da una lastra infinita conduttrice carica, con densità superficiale di carica σ , a distanza r dalla lastra. Mostra l'equazione su di un grafico.

Spiegazione Per ricavare l'equazione del campo ci serviamo del teorema di Gauss e delle proprietà di simmetria del sistema di cariche.

Svolgimento Scegliamo come superficie chiusa un cilindro con asse perpendicolare alla lastra le cui superfici di base di area S siano alla stessa distanza r dalla lastra stessa. Consideriamo il vettore superficie che punta verso l'esterno del cilindro. Per ragioni di simmetria, legate al fatto che la lastra è infinita, il campo elettrico deve essere, in ogni punto dello spazio, perpendicolare alla lastra.

Applicando il teorema di Gauss avremo

$$\Phi(E)_{S.lat} + \Phi(E)_{S.base} = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

Il campo elettrico, per ogni punto sulla superficie laterale, è sempre ad essa parallelo, quindi il corrispondente flusso è nullo. Il flusso del campo elettrico attraverso le superfici di base è uguale ad entrambe le superfici. Esso vale

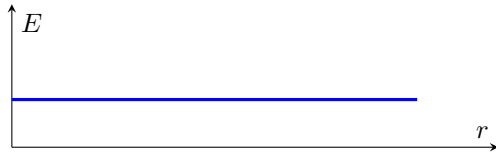
$$\Phi(E)_{S.base} = 2ES$$

Quindi

$$2ES = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

Si nota che il campo non dipende dalla distanza, in quanto stiamo ipotizzando una lastra infinita. Nella realtà questo è realizzabile solo se consideriamo lastre grandi rispetto alla distanza da essa del punto in cui cerchiamo il campo elettrico.



Griglia di valutazione

- 25% - Enunciare l'equazione di Maxwell che si utilizza per risolvere il problema; disegnare il sistema fisico indicando la superficie scelta (ed il suo verso) sulla quale applicare l'equazione, in relazione a considerazioni sulla geometria del campo.
- 45% - Calcolare il flusso del campo giustificando il calcolo
- 30% - Risolvere l'equazione ottenuta. Illustrare su di un grafico l'andamento dell'intensità del campo in funzione della distanza dal piano

Problema di: Elettrostatica - E0052a

Testo [E0052a] [2½★ 3½⌚ 4a📖]

Motivando i passaggi eseguiti, ricava l'equazione del campo elettrico generato da una sfera conduttrice carica, di raggio R e carica Q , in punti a distanza r dal centro della sfera. Mostra l'equazione su di un grafico.

Spiegazione Per ricavare l'equazione del campo ci serviamo del teorema di Gauss e delle proprietà di simmetria del sistema di cariche.

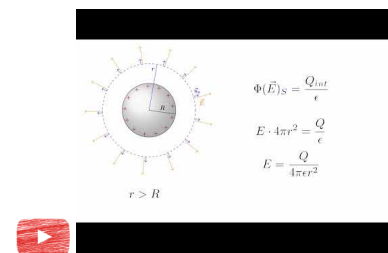
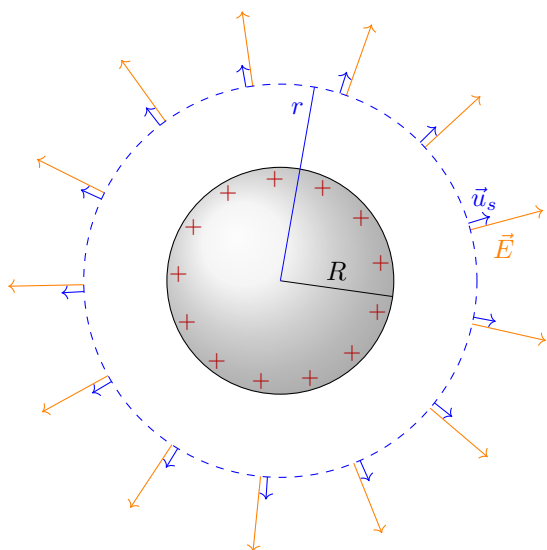


Fig. 3.21: Guarda il video youtu.be/Nw4ykNZyyok

Svolgimento La geometria del problema ci suggerisce di scegliere una superficie sferica di raggio r che abbia come centro la sfera carica. Scegliamo in vettore superficie puntato verso l'esterno della superficie.



Per il teorema di Gauss avremo

$$\Phi(\vec{E})_S = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

dove Q_{int} è la carica presente all'interno della superficie.

Per la simmetria del problema, il campo elettrico sarà in ogni punto dello spazio radiale rispetto al centro della sfera e diminuirà di intensità all'allontanarsi da esso. Se però la superficie è interna alla sfera allora il campo elettrico è nullo.

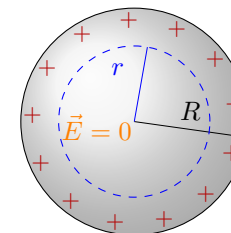
Sebbene la superficie scelta non sia piana, in ogni punto su di essa il campo elettrico è perpendicolare alla superficie.

Avremo quindi, se $r > R$

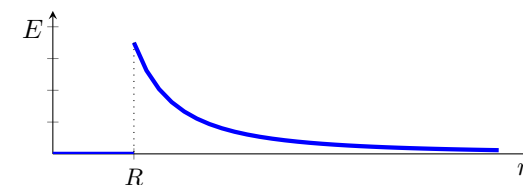
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

se invece $r < R$ avremo che il campo elettrico è $E = 0$, cosa sempre vera all'interno di un conduttore carico.



Il grafico dell'andamento del campo elettrico in funzione della distanza dal centro della sfera è qui di seguito rappresentato.



Griglia di valutazione

- 30% - Enunciare l'equazione di Maxwell che si utilizza per risolvere il problema; disegnare il sistema fisico indicando la superficie scelta (ed il suo verso) sulla quale applicare l'equazione, in relazione a considerazioni sulla geometria del campo. Indicare la necessità di dividere l'analisi per distanze dal centro della sfera maggiori o minori del raggio della sfera.
- 35% - Calcolare il flusso del campo giustificando il calcolo sia nel caso della superficie esterna alla sfera, sia nel caso della superficie interna alla sfera
- 35% - Risolvere l'equazione ottenuta ed ottenere il valore del campo elettrico nei due casi, per distanze maggiori o minori del raggio della sfera. Illustrare su di un grafico l'andamento dell'intensità del campo in funzione della distanza dal centro della sfera

Problema di: Elettrostatica - E0052c**Testo** [E0052c] [3★ 3½⌚ 4a📖]

Motivando i passaggi eseguiti, ricava l'equazione del campo elettrico generato da una sfera isolante uniformemente carica, di raggio R e densità volumetrica di carica δ , in un punto a distanza r dal centro della sfera. Mostra l'equazione su di un grafico.

Spiegazione Per ricavare l'equazione del campo ci serviamo del teorema di Gauss e delle proprietà di simmetria del sistema di cariche.

Svolgimento La geometria del problema ci suggerisce di scegliere una superficie sferica di raggio r che abbia come centro la sfera carica. Scegliamo in vettore superficie puntato verso l'esterno della superficie.

Per il teorema di Gauss avremo

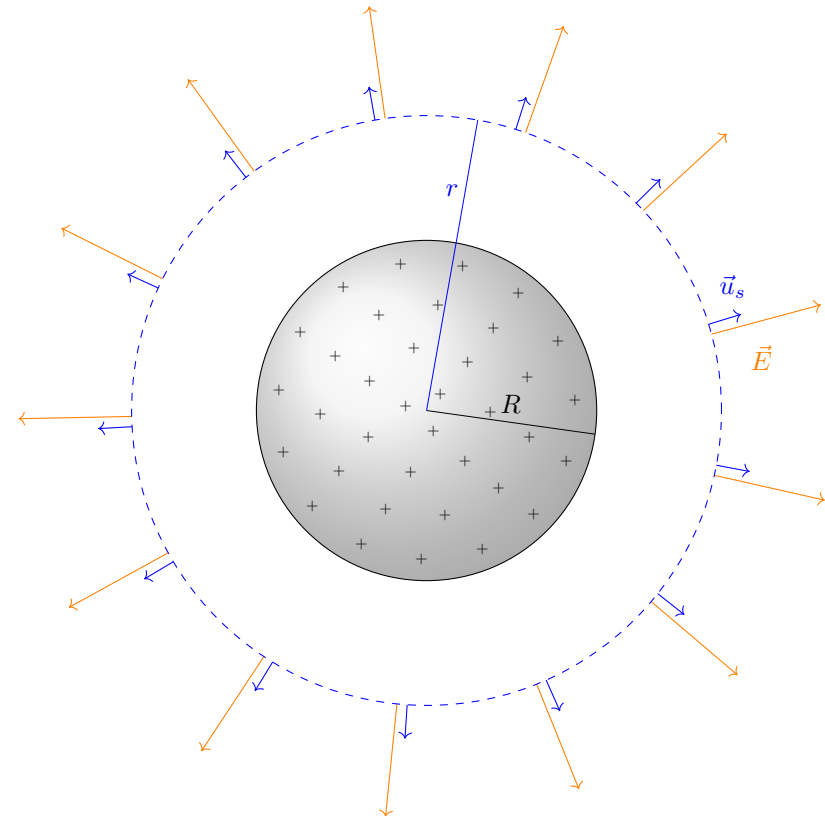
$$\Phi(E)_S = \frac{Q}{\epsilon}$$

dove Q è la carica presente all'interno della superficie.

Per la simmetria del problema, il campo elettrico sarà in ogni punto dello spazio radiale rispetto al centro della sfera. Se però la superficie è interna alla sfera allora il campo elettrico dipenderà soltanto dalla carica interna alla superficie.

Sebbene la superficie scelta non sia piana, in ogni punto su di essa il campo elettrico è perpendicolare alla superficie.

Avremo quindi, se $r > R$



$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

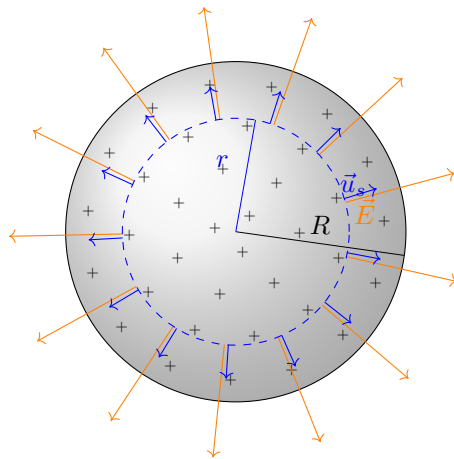
$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$E = \frac{\delta \cdot V_{sf.is.}}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$E = \frac{\delta \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$E = \frac{\delta R^3}{3\epsilon} \cdot \frac{1}{r^2}$$

se invece $r < R$ avremo, la carica interna alla superficie è solo una parte della carica della sfera, in quanto contenuta all'interno della superficie di Gauss più piccola della superficie del corpo carico.



$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\delta \cdot V_{sup.Gauss}}{\epsilon}$$

$$E = \frac{\delta \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi \epsilon r^2}$$

$$E = \frac{\delta}{3\epsilon} \cdot r$$

Il campo elettrico ha quindi l'andamento mostrato nel grafico

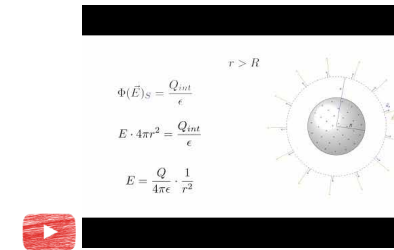
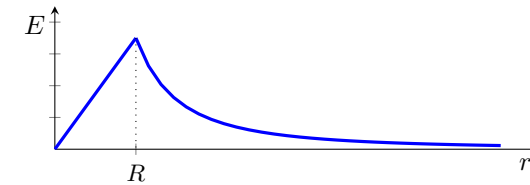


Fig. 3.22: Guarda il video youtu.be/QpAPzS46bOw

Griglia di valutazione

- 25% - Enunciare l'equazione di Maxwell che si utilizza per risolvere il problema; disegnare il sistema fisico indicando la superficie scelta (ed il suo verso) sulla quale applicare l'equazione, in relazione a considerazioni sulla geometria del campo. Indicare la necessità di dividere l'analisi per distanze dal centro della sfera maggiori o minori del raggio della sfera.
- 45% - Calcolare il flusso del campo giustificando il calcolo sia nel caso della superficie esterna alla sfera, sia nel caso della superficie interna alla sfera
- 30% - Risolvere l'equazione ottenuta ed ottenere il valore del campo elettrico nei due casi, per distanze maggiori o minori del raggio della sfera. Illustrare su di un grafico l'andamento dell'intensità del campo in funzione della distanza dal centro della sfera

Problema di: Elettrostatica - E0052d**Testo** [E0052d] [2½★ 3⌚ 4a📖]

Ricava, motivando i passaggi eseguiti, l'equazione del campo elettrico generato da un filo conduttore infinito, uniformemente carico, con densità lineare di carica λ , diametro della sezione d , a distanza r dall'asse del filo stesso.

Spiegazione Per ricavare l'equazione del campo ci serviamo del teorema di Gauss e delle proprietà di simmetria del sistema di cariche.

Svolgimento La geometria del problema ci suggerisce di scegliere una superficie cilindrica di raggio r ed altezza h , che abbia come asse il filo carico. Scegliamo in vettore superficie puntato verso l'esterno della superficie. Per il teorema di Gauss avremo

$$\Phi(E)_S = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

dove Q_{int} è la sola carica presente nella parte di filo interna alla superficie.

Dividendo la superficie nella somma delle due superfici di base e di quella laterale possiamo scrivere

$$\Phi(E)_{Sb} + \Phi(E)_{Sb} = \frac{Q}{\epsilon}$$

Cominciamo con il considerare il caso $r > \frac{d}{2}$

Per la simmetria del problema, il campo elettrico sarà in ogni punto dello spazio perpendicolare al filo e diminuirà di intensità all'allontanarsi del filo.

Il flusso del campo elettrico sulle superfici di base sarà nullo in quanto l'angolo tra il vettore superficie ed il campo elettrico, per ogni punto della superficie, è retto.

Sebbene la superficie laterale non sia piana, in ogni punto su di essa il campo elettrico è perpendicolare alla superficie.

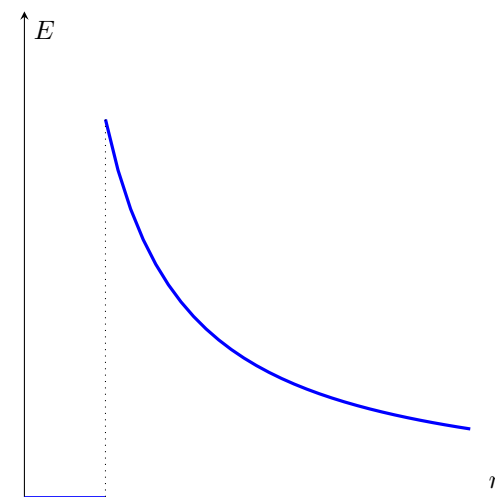
Avremo quindi

$$0 + E \cdot 2\pi r h = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon r h} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r}$$

Per quanto riguarda invece il caso $r < \frac{d}{2}$ avremo che il campo elettrico è identicamente nullo.

L'andamento del campo elettrico in funzione della distanza è quindi

**Griglia di valutazione**

- 30% - Enunciare l'equazione di Maxwell che si utilizza per risolvere il problema; disegnare il sistema fisico indicando la superficie scelta (ed il suo verso) sulla quale applicare l'equazione, in relazione a considerazioni sulla geometria del campo. Indicare la necessità di dividere l'analisi per distanze dal centro del filo maggiori o minori del raggio del filo.
- 35% - Calcolare il flusso del campo giustificando il calcolo sia nel caso della superficie esterna al filo, sia nel caso della superficie interna al filo.
- 35% - Risolvere l'equazione ottenuta ed ottenere il valore del campo elettrico nei due casi, per distanze maggiori o minori del raggio della sfera. Illustrare su di un grafico l'andamento dell'intensità del campo in funzione della distanza dal centro del filo.

Problema di: Elettrostatica - E0052e**Testo** [E0052e] [3★ 3½🕒 4a📖]

Ricava, motivando i passaggi eseguiti, l'equazione del campo elettrico generato da un filo isolante infinito, uniformemente carico, con densità lineare di carica λ , diametro della sezione d , a distanza r dall'asse del tubo stesso.

Spiegazione Per ricavare l'equazione del campo ci serviamo del teorema di Gauss e delle proprietà di simmetria del sistema di cariche.

Svolgimento La geometria del problema ci suggerisce di scegliere una superficie cilindrica di raggio r ed altezza h , che abbia come asse il filo carico. Scegliamo in vettore superficie puntato verso l'esterno della superficie. Per il teorema di Gauss avremo

$$\Phi(E)_S = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

dove Q_{int} è la sola carica presente nella parte di filo interna alla superficie.

Dividendo la superficie nella somma delle due superfici di base e di quella laterale possiamo scrivere

$$\Phi(E)_{Sb} + \Phi(E)_{Sb} = \frac{Q}{\epsilon}$$

Cominciamo con il considerare il caso $r > \frac{d}{2}$

Per la simmetria del problema, il campo elettrico sarà in ogni punto dello spazio perpendicolare al filo e diminuirà di intensità all'allontanarsi del filo.

Il flusso del campo elettrico sulle superfici di base sarà nullo in quanto l'angolo tra il vettore superficie ed il campo elettrico, per ogni punto della superficie, è retto.

Sebbene la superficie laterale non sia piana, in ogni punto su di essa il campo elettrico è perpendicolare alla superficie.

Avremo quindi

$$0 + E \cdot 2\pi r h = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$E = \frac{Q_{int}}{2\pi\epsilon r h} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r}$$

Per quanto riguarda invece il caso $r < \frac{d}{2}$ avremo che

$$E = \frac{Q_{int}}{2\pi\epsilon r h}$$

dove Q_{int} è la carica contenuta all'interno della superficie cilindrica.

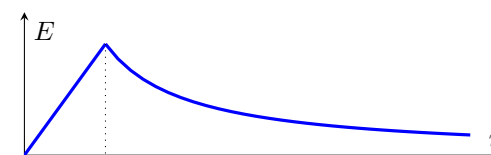
Essa è legata alla carica contenuta Q' nel pezzo di cavo alto come la superficie scelta secondo la seguente espressione

$$Q_{int} = Q' \frac{4\pi r^2 h}{4\pi d^2 h}$$

quindi

$$E = \frac{Q' r^2}{2\pi\epsilon r d^2 h} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon d^2} r$$

L'andamento del campo elettrico in funzione della distanza è quindi

**Griglia di valutazione**

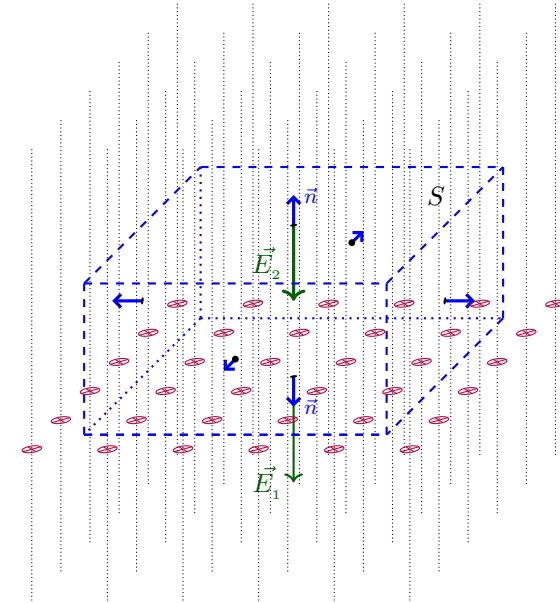
- 30% - Enunciare l'equazione di Maxwell che si utilizza per risolvere il problema; disegnare il sistema fisico indicando la superficie scelta (ed il suo verso) sulla quale applicare l'equazione, in relazione a considerazioni sulla geometria del campo. Indicare la necessità di dividere l'analisi per distanze dal centro del filo maggiori o minori del raggio del filo.
- 35% - Calcolare il flusso del campo giustificando il calcolo sia nel caso della superficie esterna al filo, sia nel caso della superficie interna al filo.
- 35% - Risolvere l'equazione ottenuta ed ottenere il valore del campo elettrico nei due casi, per distanze maggiori o minori del raggio della sfera. Illustrare su di un grafico l'andamento dell'intensità del campo in funzione della distanza dal centro del filo.

Problema di: Elettrostatica - E0014
Testo [E0014] [3★ 3⌚ 4a📖]

Nell'atmosfera terrestre è presente un campo elettrico verticale rivolto verso il basso. Ad altezza $h_1 = 50 \text{ m}$ il campo elettrico vale $E_1 = 140 \frac{\text{N}}{\text{C}}$; ad altezza $h_2 = 100 \text{ m}$ esso vale $E_2 = 100 \frac{\text{N}}{\text{C}}$. Calcola la densità media di carica presente in atmosfera. [La costante dielettrica relativa dell'aria vale $\epsilon_r = 1,0006$]

Spiegazione Abbiamo un volume di spazio nel quale è presente un campo elettrico. Utilizzando il teorema di Gauss possiamo determinare il valore della carica elettrica presente nel volume.

Svolgimento Immaginiamo di prendere una superficie chiusa a forma di parallelepipedo posta con due superfici orizzontali e di altezza pari alla differenza di quota dei due campi indicati nel problema. Definiamo il vettore superficie di ogni faccia orientato verso l'esterno del parallelepipedo. Indichiamo con S l'area delle basi del parallelepipedo.



Il flusso del campo elettrico attraverso il parallelepipedo è:

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{E}) &= \frac{Q_{int}}{\epsilon} \\ +E_1 \cdot S - E_2 \cdot S &= \frac{Q_{int}}{\epsilon} \\ +E_1 \cdot S - E_2 \cdot S &= \frac{Q_{int}}{\epsilon} \\ \frac{Q_{int}}{S} &= \epsilon(+E_1 - E_2)\end{aligned}$$

La densità volumetrica di carica la si ottiene dividendo per Δh

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{Q_{int}}{S \cdot \Delta h} = \epsilon \frac{(E_1 - E_2)}{\Delta h} \\ \rho &= 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \cdot 1,0006 \cdot \frac{40 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{50 \text{ m}} = 7,1 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{m}^3}\end{aligned}$$

Griglia di valutazione

- 10% - Indicare l'equazione che serve per la soluzione di questo problema e scriverne la formula generale
- 40% - Fare un disegno del sistema fisico nel quale sono ben indicati non solo la superficie scelta ma anche i vettori superficie
- 50% - Calcolare il flusso del campo elettrico ed inserirlo nell'equazione arrivando a rispondere alla richiesta del problema

Problema di: Elettrostatica - E0014a**Testo** [E0014a] [3★ 3👤 4a📖]

Un campo elettrico orizzontale in ogni punto dello spazio, parallelo all'asse x di un opportuno sistema di riferimento e con verso concorde con quell'asse, è tale per cui $E_{x=0\text{ m}} = 50 \frac{N}{C}$ mentre $E_{x=2\text{ m}} = 200 \frac{N}{C}$. Determina la densità di carica di quel volume di spazio tra i due valori di x indicati.

Spiegazione Utilizzando il teorema di Gauss possiamo avere informazioni sulla distribuzione delle cariche elettriche conoscendo le caratteristiche del campo

Svolgimento Scegliamo come superficie chiusa un parallelepipedo di sezione S ed altezza $h = 2\text{ m}$ parallela all'asse delle x . Il verso del vettore superficie è quello esterno alla superficie stessa.

Il flusso del campo elettrico risulterà nullo su tutte le superfici laterali. Avremo quindi

$$\Phi(E)_{S_1} + \Phi(E)_{S_2} = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$-E_{x=0\text{ m}} \cdot S + E_{x=2\text{ m}} \cdot S = \frac{Q}{\epsilon}$$

I segni sono dovuti al fatto che su una delle due superfici il vettore campo è concorde con il vettore superficie, mentre sull'altra avviene l'opposto.

$$-E_{x=0\text{ m}} \cdot S + E_{x=2\text{ m}} \cdot S = \frac{\delta \cdot S \cdot h}{\epsilon}$$

$$-50 \frac{N}{C} + 200 \frac{N}{C} = \frac{\delta \cdot 2\text{ m}}{\epsilon}$$

Ipotizzando che ci si trovi nel vuoto

$$\delta = 75 \frac{N}{C\text{ m}} \cdot 8.85418782 \cdot 10^{-12} \frac{A^2 s^4}{m^3 kg} = 6,64 \cdot 10^{-10} \frac{C}{m^3}$$

Griglia di valutazione

- 10% - Indicare l'equazione che serve per la soluzione di questo problema e scriverne la formula generale
- 40% - Fare un disegno del sistema fisico nel quale sono ben indicati non solo la superficie scelta ma anche i vettori superficie
- 50% - Calcolare il flusso del campo elettrico ed inserirlo nell'equazione arrivando a rispondere alla richiesta del problema

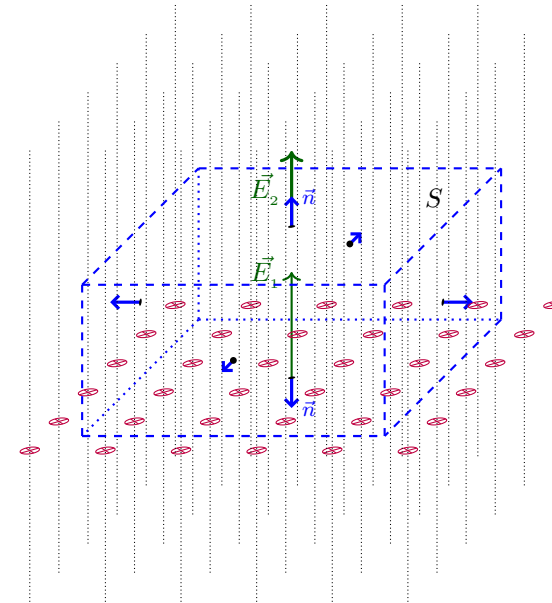
Problema di: Elettrostatica - E0014c

Testo [E0014c] [3★ 3🕒 4a📖]

In un certo volume è presente un gas elettricamente carico con densità volumetrica $\delta = 10^{-10} \frac{C}{m^3}$. Ad un'altezza dalla base del volume $h_1 = 30\text{ m}$ si misura un campo elettrico $E_0 = 100 \frac{N}{C}$ rivolto verso l'alto. In un punto ad un'altezza dalla base del volume $h_2 = 50\text{ m}$ si misura un campo elettrico E_2 sempre rivolto verso l'alto. Calcola il valore di tale campo elettrico.

Spiegazione Utilizzando il teorema di Gauss possiamo avere informazioni sulla distribuzione delle cariche elettriche conoscendo le caratteristiche del campo

Svolgimento



Il problema si svolge utilizzando il teorema di Gauss per il campo elettrico. Chiamiamo Ω la superficie di un parallelepipedo con le basi orizzontali.

$$\Phi(\vec{E})_{\Omega} = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

Scegliamo come superficie chiusa un parallelepipedo di sezione S ed altezza Δh parallela all'asse verticale. Il verso del vettore superficie è quello esterno alla superficie stessa.

Il flusso del campo elettrico risulterà nullo su tutte le superfici laterali. Avremo quindi

$$\Phi(E)_{S_1} + \Phi(E)_{S_2} = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

$$-E_1 \cdot S + E_2 \cdot S = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

I segni sono dovuti al fatto che su una delle due superfici il vettore campo è concorde con il vettore superficie, mentre sull'altra avviene l'opposto.

$$-E_1 \cdot S + E_2 \cdot S = \frac{\delta \cdot S \cdot \Delta h}{\epsilon}$$

$$E_2 = E_1 + \frac{\delta \cdot \Delta h}{\epsilon}$$

Ipotizzando che ci si trovi nel vuoto

$$E_2 = 100 \frac{N}{C} + \frac{10^{-10} \frac{C}{m^3} \cdot 20 m}{8.85418782 \cdot 10^{-12} \frac{A^2 s^4}{m^3 kg}} = 226 \frac{N}{C}$$

Griglia di valutazione

- 10% - Indicare l'equazione che serve per la soluzione di questo problema e scriverne la formula generale
- 40% - Fare un disegno del sistema fisico nel quale sono ben indicati non solo la superficie scelta ma anche i vettori superficie
- 50% - Calcolare il flusso del campo elettrico ed inserirlo nell'equazione arrivando a rispondere alla richiesta del problema

Problema di: Elettrostatica - E0050

Testo [E0050] [2★ 3👤 4a📖]

Una sfera isolante di raggio $R = 1 m$, omogeneamente carica positivamente, genera un campo elettrico che vale $E_1 = 2 \frac{N}{C}$ a distanza $r_1 = 0,5 m$ dal centro. Calcola la carica complessiva di tutta la sfera.

Spiegazione Avendo informazioni sulla geometria del sistema e sui valori del campo elettrico, il teorema di Gauss permetterà di determinare la carica elettrica.

Svolgimento Scegliamo una superficie sferica concentrica con la sfera e di raggio r_1 . All'interno di tale sfera è presente una carica elettrica complessiva pari a

$$Q_1 = \epsilon \Phi(E)_S = 4\pi \epsilon E r_1^2$$

La densità di carica, essendo la sfera uniformemente carica, è costante in ogni punto, quindi calcolando la densità di carica interna alla superficie scelta otteniamo la densità di carica di tutta la sfera.

$$\delta = \frac{3Q_1}{4\pi r_1^3} = \frac{3\epsilon E}{r_1}$$

La carica complessiva della sfera isolante è

$$Q = \frac{4}{3}\pi \delta R^3 = 4\pi \epsilon \frac{E}{r_1} R^3$$

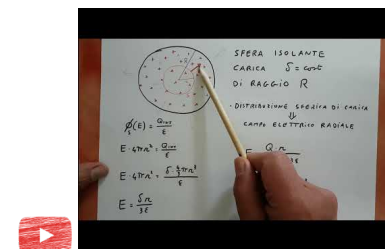


Fig. 3.23: Guarda il video youtu.be/stNFVwrkkyE

3.5 Circuitazione del campo elettrostatico

Problema di: Elettrostatica - E0051

Testo [E0051] [2★ 3🕒 4a📖]

In un campo elettrico uniforme $E = 100 \frac{N}{C}$, con direzione parallela e verso concorde con l'asse x , un elettrone si è spostata dal punto $O(0,0,0)$ al punto $B(2,3,5)$ ed infine al punto $C(5,0,0)$ le cui coordinate sono espresse in metri. Quanto lavoro ha fatto il campo elettrico sull'elettrone?

Spiegazione Essendo il campo elettrostatico è possibile semplicemente calcolare il lavoro per ogni tratto, oppure semplificarci la mole di calcoli e utilizzare il teorema sulla circuitazione del campo elettrostatico.

Svolgimento Il calcolo del lavoro fatto dal campo elettrico lungo la linea spezzata $A \rightarrow B \rightarrow C$, sapendo che la circuitazione del campo elettrostatico lungo un percorso chiuso è nulla, è equivalente a lavoro lungo il segmento $A \rightarrow C$. Quindi

$$L = qE \cdot \overline{AC} \cdot \cos(0^\circ) = -1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 5 m \cdot 100 \frac{N}{C} = -500 eV$$

-  [\[youtu.be/g6QQ5UJv7JY\]](https://youtu.be/g6QQ5UJv7JY) Quattro concetti per l'elettromagnetismo
-  [\[youtu.be/B0bDswfY4nQ\]](https://youtu.be/B0bDswfY4nQ) Campo magnetico in un solenoide infinito
-  [\[youtu.be/RGiNFEdC96A\]](https://youtu.be/RGiNFEdC96A) Campo magnetico di un filo infinito percorso da corrente
-  [\[youtu.be/bsNKZVpNRA0\]](https://youtu.be/bsNKZVpNRA0) Oersted experiment
-  [\[youtu.be/GInxKFblgTE\]](https://youtu.be/GInxKFblgTE) Moto di una carica elettrica in un campo magnetico
-  [\[youtu.be/7LmY9YWwUC8\]](https://youtu.be/7LmY9YWwUC8) Selettore di velocità e spettrometro di massa
-  [\[youtu.be/_2aMPOgRabA\]](https://youtu.be/_2aMPOgRabA) Bussola e campo magnetico

4.1 Forza e campo magnetico