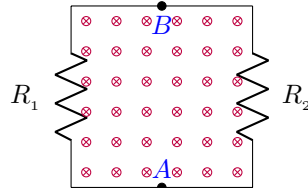


Problema di: Induzione EM - EM0015**Testo** [EM0015] [3★ 2🔧 5a📖]

Il circuito in figura, a forma di un quadrato di lato $L = 10\text{ cm}$, è realizzato con due resistenze $R_1 = 5\text{ k}\Omega$ e $R_2 = 10\text{ k}\Omega$, poste in serie. Esso è immerso in un campo magnetico, ad esso perpendicolare e variabile nel tempo, come mostrato in figura, di equazione $B = B_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ con $B_0 = 0.4\text{ T}$ e $\tau = 4\text{ s}$.



Calcola la corrente indotta indicandone il verso. Calcola la differenza di potenziale $\Delta V_{1A \rightarrow B}$ attraverso la resistenza R_1 e la differenza di potenziale $\Delta V_{2A \rightarrow B}$ attraverso la resistenza R_2 all'istante $t = 2\text{ s}$.

Spiegazione Questo è un esercizio sull'induzione elettromagnetica. E' sufficiente applicare la relativa equazione di Maxwell per ottenere la risposta corretta. Il campo magnetico variabile nel tempo induce una differenza di potenziale lungo il circuito e quindi una corrente indotta in esso.

Svolgimento per prima cosa calcoliamo la forza elettromotrice indotta.

1. Calcolo della Forza Elettromotrice (f.e.m.)

Consideriamo la superficie quadrata del circuito e definiamo il lato che vediamo come il retro della superficie.

Il flusso del campo magnetico Φ_B attraverso tale superficie è dato da:

$$\Phi_B(t) = L^2 \cdot B(t) = L^2 B_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Per la legge di Faraday-Neumann-Lenz, la f.e.m. indotta ΔV_i è data da:

$$\Delta V_i(t) = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -L^2 B_0 \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{L^2 B_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Sostituiamo i valori numerici all'istante $t = 2\text{ s}$:

$$\Delta V_i(2) = \left(\frac{(0.1)^2 \cdot 0.4}{4} e^{-\frac{2}{4}} \right) \text{ V}$$

$$\Delta V_i(2) = 0,001 \cdot 0,6 \text{ V} = 0,6 \text{ mV}$$

2. Calcolo della Corrente Indotta e Verso

La corrente $i(t)$ circola nel circuito con le due resistenze in serie. La resistenza totale è $R_{tot} = R_1 + R_2 = 15\text{ k}\Omega$.

$$i(t) = \frac{\Delta V_i(t)}{R_{tot}}$$

All'istante $t = 2\text{ s}$:

$$i(2) = \frac{0,6 \text{ mV}}{15 \text{ k}\Omega} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ A} = 40 \text{ nA}$$

Verso della corrente: Poiché l'esponenziale è una funzione decrescente, il campo magnetico B entrante nel foglio sta diminuendo di intensità. Per la legge di Lenz, il campo magnetico indotto deve opporsi a questa variazione, quindi deve essere diretto anch'esso verso l'interno per "sostenere" il campo decrescente.

Usando la regola della mano destra (pollice verso l'interno), le dita si chiudono in senso **orario**.

La corrente circola quindi in senso orario.

Possiamo arrivare alla stessa conclusione anche in modo matematico. Visto che noi stiamo guardando il retro della superficie, allora il suo bordo è percorso in senso orario. La forza elettromotrice è positiva e quindi orientata nello stesso verso del bordo della superficie.

3. Calcolo delle Differenze di Potenziale

In presenza di campi magnetici variabili, il campo elettrico non è conservativo e il potenziale non è univocamente definito. La differenza di potenziale misurata dipende dal percorso.

Definiamo $\Delta V_{1-AB} = V_B - V_A$ lungo il ramo con la resistenza R_1 . Definiamo $\Delta V_{2-AB} = V_B - V_A$ lungo il ramo con la resistenza R_2 .

Percorso 1 (attraverso R_1 - Sinistra):

Percorriamo il circuito da A a B passando per R_1 . Ci muoviamo nello stesso verso della corrente. In questo tratto il potenziale in B è inferiore a quello in A

$$V_B - V_A = -R_1 \cdot i = -5 \text{ k}\Omega \cdot 40 \text{ nA} = -0,2 \text{ mV}$$

Percorso 2 (attraverso R_2 - Destra):

Percorriamo il circuito da A a B passando per R_2 . Ci muoviamo contro il verso della

corrente (che scende da B ad A). In questo tratto il potenziale in B è maggiore di quello in A

$$V_B - V_A = R_2 \cdot i = 10 \text{ k}\Omega \cdot 40 \text{ nA} = 0,4 \text{ mV}$$

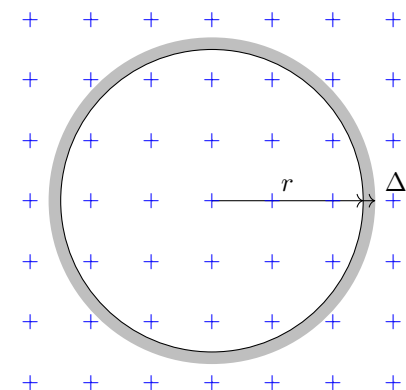
Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0002

Testo [EM0002] [2★ 2🕒 5a📖]

Una spira conduttrice elastica assume in un certo istante forma circolare di raggio $r = 0,1 \text{ m}$, ed è immersa in un campo magnetico $B = 1 \text{ mT}$ parallelo all'asse della spira. Successivamente il raggio aumenta nel tempo come $v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Quanto vale la differenza di potenziale lungo la spira nell'istante iniziale? Rappresenta graficamente la situazione ed indica il verso della corrente indotta.

Spiegazione L'equazione di Maxwell che descrive il fenomeno dell'induzione elettromagnetica è ciò che serve per risolvere il problema

Svolgimento La spira cambia il valore dell'area nel tempo e quindi cambia il flusso del campo magnetico nel tempo. Se la spira diminuisce il suo raggio di una quantità molto piccola Δr , l'area della corona circolare ΔS è calcolabile come¹



L'area in grigio è

$$\Delta S = 2\pi r \Delta r$$

¹Per chi non riuscisse a visualizzare la formula seguente può pensare che il calcolo dell'area di questa corona circolare è in prima approssimazione una sorta di *base per altezza*. Certo che non è un rettangolo, ma per piccolissimi Δr l'errore è trascurabile e per $\Delta r \rightarrow 0$ l'errore sparisce.

Per la legge di Maxwell sulla circuitazione del campo elettrico avremo

$$\Delta V = -\frac{\Delta \Phi(B)}{\Delta t} = -\frac{B \cdot 2\pi r \Delta r}{\Delta t} = -2\pi B r v$$

$$\Delta V = -1,26 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

Consideriamo la spira circolare orientata verso la parte posteriore del foglio; il bordo della spira è positivo nel senso orario. Nel disegno si vede che l'area della spira aumenta, quindi il flusso aumenta, il campo magnetico indotto deve essere diretto in verso opposto al campo magnetico. Per la regola della mano destra, la corrente indotta è antioraria.

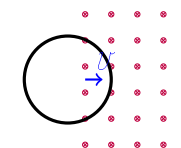
Griglia di valutazione

- 10% - Identificare il fenomeno fisico di questo problema e scriverne l'equazione
- 25% - Rappresentare graficamente la situazione del problema disegnando la spira prima e dopo la deformazione ed il campo magnetico. Indicare con precisione le grandezze fisiche caratterizzanti il disegno
- 25% - Utilizzando la formula scritta, calcola la differenza di potenziale lungo la spira
- 40% - Giustificando la risposta, indica il verso della corrente indotta

Problema di: Magnetismo - EM0053a

Testo [EM0053a] [3★ 4🕒 5a📖]

Una spira circolare di raggio r entra, con velocità costante U , in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme perpendicolare alla spira. La spira ha resistenza R . Illustra l'equazione che spiega il fenomeno dell'induzione elettromagnetica e, argomentando adeguatamente il ragionamento, indica il verso della corrente indotta e traccia un grafico approssimativo del suo valore.

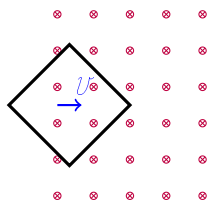


Spiegazione Questo è un esercizio sull'induzione elettromagnetica. E' sufficiente applicare la relativa equazione di Maxwell per ottenere la risposta corretta.

Svolgimento [...]

Problema di: Magnetismo - EM0053
Testo [EM0053] [2★ 2⌚ 5a📖]

Una spira quadrata, di lato L e resistenza R , entra con velocità costante U in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme perpendicolare alla spira. La spira si muove lungo l'asse x con una diagonale parallela a quell'asse. Argomentando tutti i passaggi del ragionamento, indica il verso della corrente indotta e traccia un grafico approssimativo del suo valore.



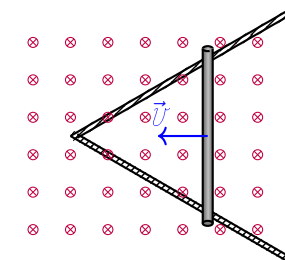
Spiegazione Questo è un esercizio sull'induzione elettromagnetica. E' sufficiente applicare la relativa equazione di Maxwell per ottenere la risposta corretta.



Fig. 5.1: Guarda il video youtu.be/X1sqJBcS_KM

Svolgimento
Problema di: Magnetismo - EM0054
Testo [EM0054] [2★ 2⌚ 5a📖]

Un campo magnetico costante è perpendicolare ed entrante in un piano su cui è posta una rotaia conduttrice disposta a V di resistenza trascurabile. Sulla rotaia, perpendicolare alla bisettrice tra le rotaie, è posta una barretta di resistenza R che si muove con velocità costante U verso il vertice della rotaia. Giustificando la risposta, indica il verso della corrente indotta e disegna un grafico approssimativo del valore della differenza di potenziale lungo il circuito.

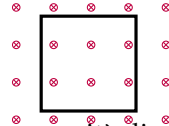


Spiegazione Questo è un esercizio sull'induzione elettromagnetica. E' sufficiente applicare la relativa equazione di Maxwell per ottenere la risposta corretta.

Svolgimento [...]

Problema di: Magnetismo - EM0055**Testo** [EM0055] [2★ 2⌚ 5a📖]

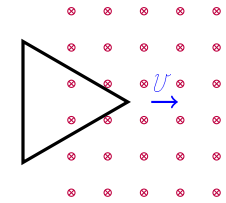
Una spira quadrata di lato $L = 2\text{ m}$ è immersa in un campo magnetico ad essa perpendicolare che varia nel tempo t misurato in secondi, seguendo l'equazione $B = at^2 + b$, con $a = 10^{-3}$ e $b = 12,546 \cdot 10^{-3}$ nelle opportune unità di misura, e B misurato in Tesla. Indica tali unità di misura di a e b , e calcola il valore della differenza di potenziale sul circuito nel generico istante t e per $t = 2\text{ s}$. Indica inoltre il verso della corrente indotta sul circuito.



Spiegazione Questo è un esercizio sull'induzione elettromagnetica. E' sufficiente applicare la relativa equazione di Maxwell per ottenere la risposta corretta.

Svolgimento [...]**Problema di: Magnetismo - EM0057****Testo** [EM0057] [3½★ 4⌚ 5a📖]

Una spira conduttrice della forma di un rettangolo di base L , altezza h e resistenza R , entra con velocità costante $\mathcal{V}$, in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme ad essa perpendicolare. La spira si muove lungo l'asse x mantenendo la base parallela a quell'asse. Calcola la corrente che attraversa la spira in funzione del tempo.



Spiegazione Questo è un esercizio sull'induzione elettromagnetica. Calcolate il flusso del campo magnetico; fatene la derivata rispetto al tempo ed avete la differenza di potenziale lungo il percorso chiuso della spira.

Svolgimento Indichiamo con $t_0 = 0$ l'istante di tempo in cui il vertice della spira entra in contatto con il campo magnetico.

La spira entra nel campo magnetico in un tempo

$$\Delta t = \frac{L}{\mathcal{V}}$$

Mentre la spira entra nel campo magnetico, cioè per

$$0 < t < \frac{L}{\mathcal{V}}$$

all'istante di tempo t la parte della spira che è attraversata dal campo magnetico ha la forma di un rettangolo di altezza h e base $b = \mathcal{V} \cdot t$. L'area è quindi $A = h\mathcal{V}t$

La spira è complanare con il vostro foglio e si muove verso destra. Consideriamo positivo il senso orario della spira, il che implica che consideriamo il retro della superficie la parte che vediamo. Il campo magnetico è entrante nel foglio; il flusso del campo magnetico quindi aumenta nel tempo durante la fase di ingresso della spira. Il campo magnetico indotto deve generare quindi un flusso negativo per la legge di Lenz e deve essere rivolto uscente dal foglio. Il verso della corrente sarà quindi antiorario in accordo con la legge di Lenz.

La forza elettromotrice lungo la spirale sarà quindi

$$\Delta V = \frac{d}{dt} \Phi(B) = -Bh\mathcal{U}$$

La corrente sarà quindi

$$i = -\frac{Bh\mathcal{U}}{R}$$

Il fatto che la corrente risulti negativa conferma in questo caso il suo verso antiorario.

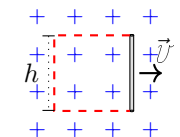
Griglia di valutazione

- 20% - Disegnare il sistema fisico indicando con precisione il verso di percorrenza del percorso chiuso su cui poi calcolare la circuitazione. Indicare inoltre il verso della superficie che ha tale percorso come bordo.
- 40% - Calcolare la durata di ingresso della spirale. Trovare il valore dell'area immersa nel campo in funzione del tempo.
- 40% - Determinare il valore della differenza di potenziale lungo la spirale, e la corrente che la percorre, indicandone il verso.

Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0022

Testo [EM0022] [3★ 2⌚ 5a📖]

Una sbarra conduttrice di lunghezza $h = 25\text{ cm}$ si muove con velocità $\mathcal{U} = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$ costante, su di un piano immerso in un campo magnetico uniforme e costante $B = 0,01\text{ T}$ ad esso perpendicolare. Quanto vale la differenza di potenziale agli estremi della barretta?



Spiegazione In questo problema abbiamo una sbarra di materiale conduttore che si muove all'interno di un campo magnetico. Avremo quindi, su un percorso chiuso che contiene la sbarra, una differenza di potenziale dovuta al fenomeno dell'induzione elettromagnetica.

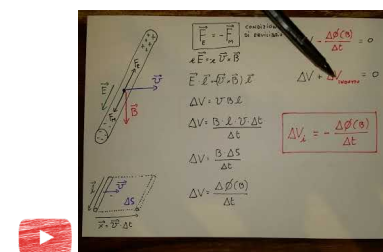


Fig. 5.2: Guarda il video youtu.be/X3FUFTqZNdQ

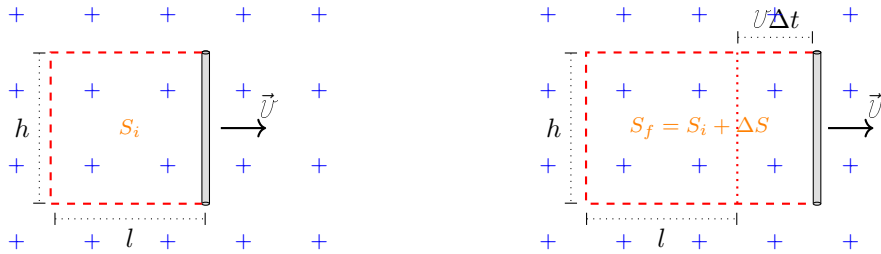
Svolgimento Per prima cosa definiamo un percorso chiuso che delimiti una superficie attraverso la quale calcolare il flusso del campo magnetico. Un rettangolo con un lato coincidente con la barretta sarà perfetto. Chiamiamo γ tale percorso.

La differenza di potenziale indotta lungo il percorso chiuso è dovuta al fenomeno dell'induzione elettromagnetica.

$$|\Delta V_\gamma| = \frac{\Delta \Phi_\gamma(B)}{\Delta t}$$

Senza utilizzare il calcolo differenziale avremo quanto segue.²

Calcoliamoci adesso il flusso nell'istante iniziale e nell'istante finale di un certo intervallo di tempo Δt . Sappiamo che il campo magnetico è perpendicolare al piano del foglio e quindi l'angolo da utilizzare per il flusso è nullo.



$$\Phi_{S_i}(B) = B \cdot S_i \cdot \cos(0^\circ) = B \cdot h \cdot l$$

$$\Phi_{S_f}(B) = B \cdot S_f \cdot \cos(0^\circ) = B \cdot h \cdot (l + U\Delta t)$$

Con semplici passaggi ci calcoliamo la variazione del flusso

$$\Phi_{S_f}(B) = \Phi_{S_i}(B) + B \cdot h \cdot U\Delta t$$

$$\Phi_{S_f}(B) - \Phi_{S_i}(B) = B \cdot h \cdot U\Delta t$$

²Possiamo impostare il problema più agevolmente con il calcolo differenziale. Partendo dal flusso del campo magnetico avremo

$$\Phi_S(B) = B \cdot S \cdot \cos(0^\circ)$$

Essendo il campo magnetico costante e l'angolo anch'esso costante, ed essendo l'area infinitesima spaziata dalla sbarretta in un intervallo di tempo dt è $dS = h \cdot Udt$, avremo

$$d\Phi_S(B) = B \cdot dS = B \cdot l \cdot Udt$$

$$\frac{d\Phi_S(B)}{dt} = B \cdot h \cdot U$$

$$\Delta\Phi_S(B) = B \cdot h \cdot U\Delta t$$

$$\frac{\Delta\Phi_S(B)}{\Delta t} = B \cdot h \cdot U$$

Mettiamo i valori nella formula e troviamo il risultato

$$|\Delta V_{ind}| = 0,01 T \cdot 0,25 m \cdot 4 \frac{m}{s} = 0,01 Volt$$

Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0003**Testo** [EM0003] [2★ 2⌚ 5a📖]

Considerata una spira di rame piana $A = 4 \text{ cm}^2$, realizzata con un cavo di rame di lunghezza $L = 10 \text{ cm}$ e sezione $S = 1 \text{ mm}^2$, immersa in un campo magnetico uniforme $B = 0.1 \text{ T}$, determina la frequenza con cui deve ruotare per vedere circolare in essa una corrente massima di $i = 300 \text{ mA}$

Spiegazione L'equazione di Maxwell che descrive il fenomeno dell'induzione elettromagnetica è ciò che serve per risolvere il problema

Svolgimento Detto θ l'angolo tra il campo magnetico ed il vettore superficie della spira, il flusso del campo magnetico attraverso la spira di rame è

$$\Phi(B) = A \cdot B \cdot \cos(\theta)$$

La legge dell'induzione elettromagnetica ci permette di scrivere

$$\Delta V = - \frac{d\Phi(B)}{dt} = AB\omega \sin(\theta)$$

dove $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ è la velocità angolare della spira.

Non essendoci resistenze, l'unica resistenza del circuito è quella del cavo

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

e quindi

$$\rho \frac{L}{S} i = AB\omega \sin(\theta)$$

La massima corrente l'abbiamo quando $\sin(\theta) = 1$ e quindi

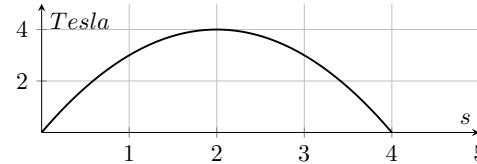
$$\omega = \frac{\rho L i}{SAB}$$

Griglia di valutazione

- 10% - Identificare il fenomeno fisico di questo problema e scriverne l'equazione
- 25% - Rappresentare graficamente la geometria del problema indicando campo magnetico, vettore superficie ed angolo tra di essi
- 40% - Utilizzando la formula scritta, calcolare la differenza di potenziale lungo la spira
- 25% - Utilizzando la seconda legge di Ohm indicare la corrente sulla spira.

Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0004**Testo** [EM0004] [4★ 4🕒 5a📖]

Una spira circolare di raggio r e resistenza R è immersa in un campo magnetico ad essa perpendicolare $B(t)$ variabile nel tempo secondo un andamento parabolico mostrato nel grafico in figura. Calcola la potenza media dissipata dal circuito nell'intervallo di tempo $0 \leq t \leq 4$ s.



Spiegazione L'equazione di Maxwell che descrive il fenomeno dell'induzione elettromagnetica è ciò che serve per risolvere il problema. Da ricordare le formule di elettrotecnica per la determinazione della potenza dissipata.

Svolgimento La potenza media dissipata dal circuito è data

$$P = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_f} \frac{\Delta V(t)^2}{R} dt$$

Dalla legge sull'induzione elettromagnetica avremo che

$$\Delta V = \frac{d\Phi(B(t))}{dt} = 2\pi r \frac{dB(t)}{dt}$$

L'andamento del campo magnetico ha forma di parabola. Vediamo dal grafico che tale parabola passa per i punti $O(0,0)$, $V(2,4)$, $A(4,0)$. Il campo magnetico ha quindi equazione

$$B(t) = (-t^2 + 4t) \tau$$

dove $\tau = \text{Tesla}$ serve per non perdere traccia delle unità di misura. La sua derivata rispetto al tempo

$$\frac{dB(t)}{dt} = (-2t + 4) \tau$$

$$P = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_f} \frac{4\pi^2 r^2 (-2t + 4)^2 \tau^2}{R} dt$$

$$P = \frac{4\pi^2 r^2 \tau}{R \Delta t} \int_{t_i}^{t_f} (4t^2 + 16t + 16) dt$$

$$P = \frac{4\pi^2 r^2 \tau}{R \Delta t} \left(\frac{4}{3} t^3 + 8t^2 + 16t \right)_{t_i}^{t_f}$$

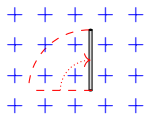
$$P = \frac{4\pi^2 r^2 \tau}{R \Delta t} \left(\frac{256}{3} + 128 + 64 \right)$$

$$P = \frac{4\pi^2 r^2 \tau}{R \Delta t} \left(\frac{832}{3} \right)$$

$$P = \frac{\pi^2 r^2 \tau}{R} \left(\frac{832}{3} \right)$$

Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0023**Testo** [EM0023] [3★ 2🔧 5a📖]

Una sbarra conduttrice di lunghezza $l = 25\text{ cm}$ ruota intorno ad uno degli estremi con frequenza $\nu = 4\text{ Hz}$ su di un piano immerso in un campo magnetico ad esso perpendicolare. Quanto vale la differenza di potenziale agli estremi della sbarra?



Spiegazione In questo problema abbiamo un conduttore che si muove in un campo magnetico e quindi gli elettroni in esso subiscono una forza. Questo significa che c'è un campo elettrico e quindi una differenza di potenziale. In particolare in questo caso la legge dell'induzione magnetica descrive in modo accurato tale fenomeno.

Svolgimento Per prima cosa definiamo un percorso chiuso che delimiti una superficie attraverso la quale calcolare il flusso del campo magnetico. Un settore circolare con un lato coincidente con la barretta sarà perfetto. Chiamiamo γ tale percorso.

La differenza di potenziale indotta lungo il percorso chiuso è dovuta al fenomeno dell'induzione elettromagnetica.

$$|\Delta V_\gamma| = \frac{\Delta \Phi_s(B)}{\Delta t}$$

Senza utilizzare il calcolo differenziale avremo quanto segue.³

³L'area infinitesima spaziata dalla sbarretta in un intervallo di tempo dt è rappresentata da un settore circolare

$$dS = \frac{1}{2} l^2 \cdot d\alpha = h^2 \pi \nu dt$$

Il flusso del campo magnetico (anch'esso infinitesimo) è

$$d\Phi = B \cdot dS \cdot \cos 0^\circ = B \cdot h^2 \pi \nu dt$$

e di conseguenza il valore della differenza di potenziale indotta è

$$|\Delta V_{ind}| = \frac{d\Phi}{dt} = Bh^2 \pi \nu$$

Calcoliamoci adesso il flusso nell'istante iniziale e nell'istante finale di un certo intervallo di tempo Δt . Sappiamo che il campo magnetico è perpendicolare al piano del foglio e quindi l'angolo da utilizzare per il flusso è nullo.



$$\Phi_{s_i}(B) = B \cdot S_i \cdot \cos(0^\circ) = \frac{1}{2} B \cdot h^2 \cdot \theta_i$$

$$\Phi_{s_f}(B) = B \cdot S_f \cdot \cos(0^\circ) = \frac{1}{2} B \cdot h^2 \cdot (\theta_i + \omega \Delta t)$$

Con semplici passaggi ci calcoliamo la variazione del flusso

$$\Phi_{s_f}(B) = \Phi_{s_i}(B) + \frac{1}{2} B \cdot h^2 \cdot \omega \Delta t$$

$$\Phi_{s_f}(B) - \Phi_{s_i}(B) = \frac{1}{2} B \cdot h^2 \cdot \omega \Delta t$$

$$\Delta \Phi_s(B) = \frac{1}{2} B \cdot h^2 \cdot \omega \Delta t$$

$$|\Delta V_{ind}| = \frac{\Delta \Phi_s(B)}{\Delta t} = B \cdot h^2 \cdot \omega = \pi B h^2 \nu$$

Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0024**Testo** [EM0024] [3★ 2🕒 5a📖]

Una spira rettangolare piana ruota in un campo magnetico uniforme $B = 0,1 \text{ T}$ con velocità angolare costante $\omega = 4 \text{ s}^{-1}$. All'istante $t_i = 0$ la spira è perpendicolare al campo magnetico. Quale differenza di potenziale è misurabile lungo la spira all'istante $t_f = 0,3 \text{ s}$?

Spiegazione In questo problema abbiamo un conduttore che si muove in un campo magnetico e quindi gli elettroni in esso subiscono una forza. Questo significa che c'è un campo elettrico e quindi una differenza di potenziale. In particolare in questo caso la legge dell'induzione magnetica descrive in modo accurato tale fenomeno. In particolare in questo caso l'area racchiusa dalla spira non cambia in modulo ma cambia la sua inclinazione nel tempo e quindi cambia l'angolo con il campo magnetico esterno. La variazione dell'angolo implica una variazione del flusso e quindi una differenza di potenziale indotta.

Svolgimento Indichiamo con $\alpha(t)$ l'angolo che all'istante t la spira fa con il campo magnetico. Dal momento che il piano della spira all'istante $t_i = 0$ è perpendicolare al campo magnetico, allora l'angolo della spira con il campo magnetico è $\alpha(0) = 0$. Avremo che in generale

$$\alpha(t) = \omega t$$

Il flusso del campo magnetico è calcolabile con

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\alpha(t))$$

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\omega t)$$

La tensione indotta sarà

$$V_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \cdot \sin(\omega t)$$

Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0027**Testo** [EM0027] [3★ 3🕒 5a📖]

Attraverso una spira di rame quadrata, formata da un cavo di sezione S e lunghezza L passa un campo magnetico di intensità $B(t) = B_0 e^{-\omega t} \sin(\omega t)$. Quanto vale la corrente indotta su tale spira?

Spiegazione In questo problema è sufficiente conoscere la seconda legge di Ohm e la legge dell'induzione elettromagnetica

Svolgimento La resistenza della spira, per la seconda legge di Ohm, vale

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

dove ρ è la conducibilità elettrica del rame.

La superficie della spira è

$$A = \left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{L^2}{16}$$

La corrente che passa attraverso la spira la si trova con la prima legge di Ohm e derivando il flusso del campo magnetico attraverso la superficie della spira:

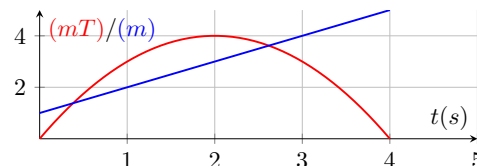
$$i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{L^2}{16R} \cdot \frac{-d\Phi(B(t))}{dt} = \frac{B_0 L^2}{16R} (-\omega e^{-\omega t} \cos(\omega t) - \omega e^{-\omega t} \sin(\omega t))$$

$$i = \frac{B_0 L^2 \omega}{16R} e^{-\omega t} (\cos(\omega t) + \sin(\omega t))$$

Gli istanti in cui varia il segno della funzione rappresentano gli istanti in cui varia il verso della corrente.

Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0005**Testo** [EM0005] [4★ 4⌚ 5a📖]

Una spira conduttrice di resistenza R inizialmente circolare ha raggio $r(t)$ è immersa in un campo magnetico $B(t)$ ad essa perpendicolare. Sia il raggio della spira che il campo magnetico sono variabili nel tempo secondo il grafico mostrato in figura, lineare il primo e parabolico il secondo. Calcola la potenza media dissipata dal circuito nell'intervallo di tempo $0 \leq t \leq 4 \text{ s}$.



Spiegazione L'equazione di Maxwell che descrive il fenomeno dell'induzione elettromagnetica è ciò che serve per risolvere il problema. Da ricordare le formule di elettrotecnica per la determinazione della potenza dissipata.

Svolgimento Sia la spira che il campo magnetico variano nel tempo, quindi il flusso del campo magnetico attraverso la superficie circuitata dalla spira varia nel tempo. Sulla spira si genera una corrente elettrica indotta che, avendo la spira una resistenza R , dissipa dell'energia per effetto Joule.

Cominciamo a calcolare

[...]

Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0006**Testo** [EM0006] [2★ 2⌚ 5a📖]

Considerata una spira di rame piana $A = 4 \text{ cm}^2$ immersa in un campo magnetico uniforme $B = 0.1 \text{ T}$, determina la frequenza con cui deve ruotare per vedere in essa una differenza di potenziale $\Delta V = 300 \text{ mV}$

Spiegazione L'equazione di Maxwell che descrive il fenomeno dell'induzione elettromagnetica è ciò che serve per risolvere il problema

Svolgimento [...]

Problema di: Campo magnetico - EM0030**Testo** [EM0030] [5★ 5🕒 5a📖]

Un circuito è formato da un generatore di tensione costante $V = 9 \text{ Volt}$, un interruttore inizialmente aperto, un'induttanza del valore $H = 15 \text{ H}$ con resistenza trascurabile, e una resistenza $R = 5 \Omega$, montate in serie. Chiamiamo A e B i due punti del circuito agli estremi dell'induttanza. All'istante $t_0 = 0$ l'interruttore viene chiuso e la corrente può cominciare a fluire nel circuito. Quanto vale la corrente all'istante $t_f = 4 \text{ s}$? Calcola poi, per lo stesso istante, l'integrale

$$\Lambda = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

prima lungo un percorso γ_1 lungo il filo, e poi lungo un percorso γ_2 esterno all'induttanza.

Spiegazione Un circuito LR di cui la teoria ci fornisce direttamente la soluzione della prima domanda. Per le successive due domande i calcoli degli integrali devono tenere conto del percorso lungo i quali li si vuole calcolare.

Svolgimento La video-soluzione si trova su YouTube nel video



Fig. 5.3: Guarda il video youtu.be/Tm5FpMHnkUg

La risposta alla prima domanda la si ottiene conoscendo il valore della corrente in funzione del tempo. Tale funzione è la soluzione dell'equazione differenziale caratterizzante il circuito.

Tale equazione è

$$\Delta V - \Delta V_{ind} - \Delta V_{res} = -L \frac{di}{dt}$$

La differenza di potenziale ai capi dell'induttanza è nulla in quanto la resistenza dell'avvolgimento è, come specificato dal testo, trascurabile. Questa è di fatto la risposta alla seconda domanda del problema, in quanto l'integrale chiesto dal problema, da A a B per un percorso che segue il cavo elettrico, è proprio la differenza di potenziale ai capi dell'induttanza.

Percorriamo il circuito nel verso indicato dal generatore (uguale in questo caso al verso della corrente) e calcoliamo la circuitazione del campo elettrico. All'interno del generatore il campo elettrico è opposto al nostro verso di percorrenza, quindi

$$-\Delta V + Ri = -L \frac{di}{dt}$$

La soluzione di questa equazione è

$$i(t) = \frac{\Delta V}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$i(4 \text{ s}) = \frac{9 \text{ V}}{5 \Omega} \cdot \left(1 - e^{-\frac{4}{3}}\right) = 1,326 \text{ A}$$

Adesso risolviamo l'integrale chiesto dal problema lungo un percorso esterno all'induttanza.

Consideriamo un percorso circolare che da B arrivi ad A lungo il cavo, e poi da A si ricongiunga a B esternamente al cavo. Lungo questo percorso la circuitazione del campo elettrico sarà

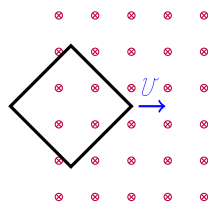
$$-\Delta V + \Lambda + Ri = 0$$

dove questa volta mettiamo 0 dopo l'uguale in quanto non ci sono induttanze lungo il percorso. Quindi

$$\Lambda = \Delta V - Ri = 9 \text{ Volt} - 6,63 \text{ Volt} = 2,37 \text{ Volt}$$

Problema di: Magnetismo - EM0048**Testo** [EM0048] [4★ 3🕒 5a📖]

Una spira conduttrice quadrata di lato L e resistenza R , entra con velocità costante U , in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme ad essa perpendicolare. La spira si muove lungo l'asse x mantenendo la diagonale parallela a quell'asse. Calcola la corrente che attraversa la spira in funzione del tempo.



Spiegazione Questo è un esercizio sull'induzione elettromagnetica. Calcolate il flusso del campo magnetico; fatene la derivata rispetto al tempo ed avete la differenza di potenziale lungo il percorso chiuso della spira.

Fig. 5.4: Guarda il video youtu.be/X1sqJBcS_KM

Svolgimento Indichiamo con $t_0 = 0$ l'istante di tempo in cui il vertice della spira entra in contatto con il campo magnetico. La lunghezza della diagonale della spira è

$$d = L \cdot \sqrt{2}$$

La prima metà della spira entra nel campo magnetico in un tempo

$$\Delta t = \frac{L\sqrt{2}}{2U}$$

e ne esce in un intervallo di tempo uguale.

Mentre la prima metà della spira entra nel campo magnetico, cioè per

$$0 < t < \frac{L\sqrt{2}}{2U}$$

all'istante di tempo t la parte della spira che è attraversata dal campo magnetico ha la forma di un triangolo rettangolo di altezza $h = U \cdot t$ e base $b = 2Ut$ L'area è quindi $A = U^2 t^2$ La forza elettromotrice lungo la spira sarà quindi

$$|\Delta V| = \left| \frac{d}{dt} \Phi(B) \right| = 2B U^2 t$$

La corrente sarà quindi

$$i = \frac{2B U^2 t}{R}$$

In questo calcolo abbiamo solo considerato il valore assoluto della corrente, lasciando l'indicazione del verso al ragionamento scritto.

Se la spira è complanare con il vostro foglio e si muove verso destra, ed il campo magnetico è entrante nel foglio, il verso della corrente sarà antiorario in accordo con la legge di Lenz.

Quando la spira è immersa per più della metà della sua area, cioè per intervalli di tempo

$$\frac{L\sqrt{2}}{2U} < t < \frac{L\sqrt{2}}{U}$$

allora l'area della spira coperta dal campo magnetico sarà

$$A = L^2 - \left[\frac{L\sqrt{2}}{2} - U \left(t - \frac{L\sqrt{2}}{2U} \right) \right]^2$$

$$A = L^2 - \left[\frac{L\sqrt{2}}{2} - Ut + \frac{L\sqrt{2}}{2} \right]^2$$

$$A = L^2 - (L\sqrt{2} - Ut)^2$$

Quindi

$$|\Delta V| = \left| \frac{d}{dt} \Phi(B) \right| = 2B U (L\sqrt{2} - Ut)$$

$$i = \frac{2\sqrt{2}BUL}{R} - \frac{2B U^2}{R} t$$

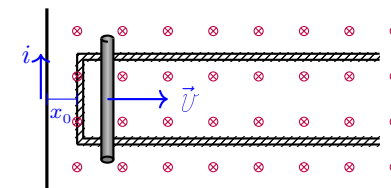
Griglia di valutazione

- 20% - Disegnare il sistema fisico indicando con precisione il verso di percorrenza del percorso chiuso su cui poi calcolare la circuitazione. Indicare inoltre il verso della superficie che ha tale percorso come bordo.
- 40% - Identificare i due momenti del problema e calcolare la durata. Trovare il valore dell'area immersa nel campo in funzione del tempo.
- 40% - Determinare il valore della differenza di potenziale lungo la spira indicandone il verso.

Problema di: Magnetismo - EM0049

Testo [EM0049] [2★ 3⚡ 5a📖]

Su di un piano sono presenti un cavo conduttore infinito percorso da una corrente i ed una rotaia conduttrice ad U di lunghezza infinita posizionata come rappresentato in figura ad una distanza x_0 . Sulla rotaia è presente una barretta conduttrice di resistenza R e lunghezza L che viene mantenuta a velocità costante $\vec{v}$. Indica il verso della corrente indotta e disegna un grafico approssimativo del suo andamento nel tempo.



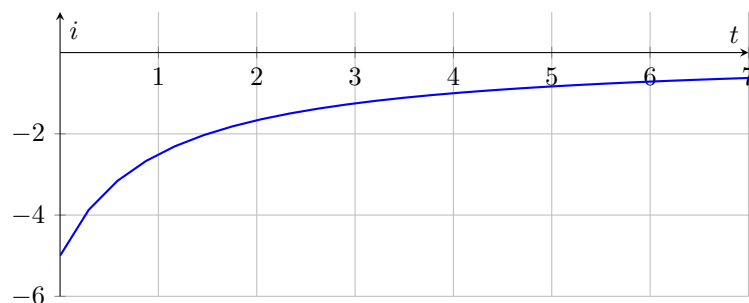
Spiegazione Il campo magnetico in cui è immersa la barretta è prodotto da un filo rettilineo infinito, quindi diminuisce all'aumentare della distanza da esso. La barretta è parte di un circuito rettangolare la cui area aumenta nel tempo. Per induzione elettromagnetica su tale circuito circola una corrente.

Svolgimento Identificato il percorso chiuso rappresentante il circuito conduttore su cui passerà la corrente indotta, identifichiamo come "dietro" della superficie la faccia della superficie rivolta verso di voi. Questa scelta è stata fatta in modo arbitrario (semplifica il ragionamento la scelta che rende il flusso positivo).

Il bordo della superficie considerata è il circuito conduttore di questo esercizio.

1. Al muoversi della barretta, aumenta l'area della superficie del circuito.
2. Il flusso del campo magnetico, di valore positivo, aumenta.
3. Per induzione elettromagnetica deve succedere qualcosa che contrasta l'aumento del flusso (qualcosa che introduce un flusso aggiuntivo negativo).
4. Quel qualcosa è un campo magnetico indotto rivolto verso l'alto (in questo caso opposto al campo magnetico del filo)
5. Un tale campo magnetico indotto è generato da una corrente indotta in senso antiorario nel circuito.

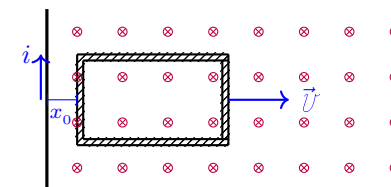
Al muoversi della barretta verso destra, per ogni intervallo di tempo Δt l'aumento dell'area del circuito avviene a causa di una superficie aggiunta sempre più lontana dal filo, dove il campo magnetico è sempre meno intenso. L'aumento del flusso, sempre presente, diminuisce man mano di intensità generando una corrente indotta sempre minore. avremo quindi un grafico che da un valore iniziale decresce asintoticamente verso lo zero.



Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0050

Testo [EM0050] [2★ 3⚡ 5a📖]

Su di un piano sono presenti un cavo conduttore infinito percorso da una corrente i ed una spira conduttrice rettangolare posizionata come rappresentato in figura ad una distanza x_0 . La spira ha resistenza R e viene mantenuta a velocità costante $\mathcal{U}$. Gustificando la risposta, indica il verso della corrente indotta e disegna un grafico approssimativo del suo andamento nel tempo.



Spiegazione Il campo magnetico in cui è immersa la barretta è prodotto da un filo rettilineo infinito, quindi diminuisce all'aumentare della distanza da esso. Il circuito rettangolare, allontanandosi dal filo, si trova immerso in un campo magnetico di intensità variabile e di conseguenza in esso circola una corrente indotta.

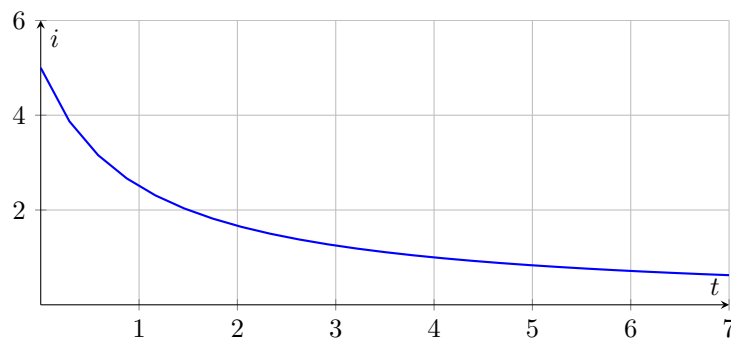
Svolgimento Identificato il percorso chiuso rappresentante il circuito conduttore su cui passerà la corrente indotta, identifichiamo come "dietro" della superficie la faccia della superficie rivolta verso di voi. Questa scelta è stata fatta in modo arbitrario (semplifica il ragionamento la scelta che rende il flusso positivo).

Il bordo della superficie considerata è il circuito conduttore di questo esercizio.

1. Al muoversi della barretta, il campo magnetico medio sulla superficie diminuisce
2. Il flusso del campo magnetico, di valore positivo, diminuisce.
3. Per induzione elettromagnetica deve succedere qualcosa che contrasta la diminuzione del flusso (qualcosa che introduce un flusso aggiuntivo positivo).
4. Quel qualcosa è un campo magnetico indotto rivolto verso il basso (in questo caso concorde con il campo magnetico del filo)

5. Un tale campo magnetico indotto è generato da una corrente indotta in senso orario nel circuito.

L'andamento della corrente rispecchia la rapidità con cui il flusso cambia nel tempo, il che a sua volta rispecchia la rapidità con cui il campo magnetico varia al variare della distanza dal filo. Tale rapidità diminuisce con la distanza dal filo e quindi così fa la corrente.



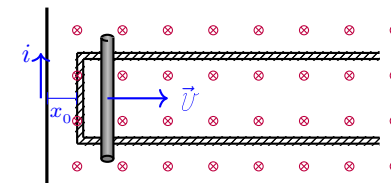
Griglia di valutazione

- 30% - Identificare in modo corretto la geometria del problema (superficie e versi) ed il segno del flusso del campo magnetico
- 50% - Identificare in modo corretto le variazioni delle grandezze coinvolte ed il verso della corrente indotta
- 20% - Realizzare il grafico richiesto

Problema di: Magnetismo - EM0051

Testo [EM0051] [4★ 3🕒 5a📖]

Su di un piano sono presenti un cavo conduttore infinito percorso da una corrente i ed una rotaia conduttrice ad U di lunghezza infinita posizionata come rappresentato in figura ad una distanza x_0 . Sulla rotaia è presente una barretta conduttrice di resistenza R e lunghezza L che viene mantenuta a velocità costante $\mathcal{V}$. Indica il verso della corrente indotta e calcolane il valore in funzione del tempo.



Spiegazione Il campo magnetico in cui è immersa la barretta è prodotto da un filo rettilineo infinito, quindi diminuisce all'aumentare della distanza da esso. La barretta è parte di un circuito rettangolare la cui area aumenta nel tempo. Per induzione elettromagnetica su tale circuito circola una corrente.

Svolgimento Identificato il percorso chiuso rappresentante il circuito conduttore su cui passerà la corrente indotta, identifichiamo come "dietro" della superficie la faccia della superficie rivolta verso di voi. Questa scelta è stata fatta in modo arbitrario (semplifica il ragionamento la scelta che rende il flusso positivo).

Il bordo della superficie considerata è il circuito conduttore di questo esercizio.

La variazione di flusso dovuta al moto della barretta in un intervallo di tempo infinitesimo dt è data da

$$d\Phi(B) = \frac{\mu_0 i}{2\pi x} L \mathcal{V} dt$$

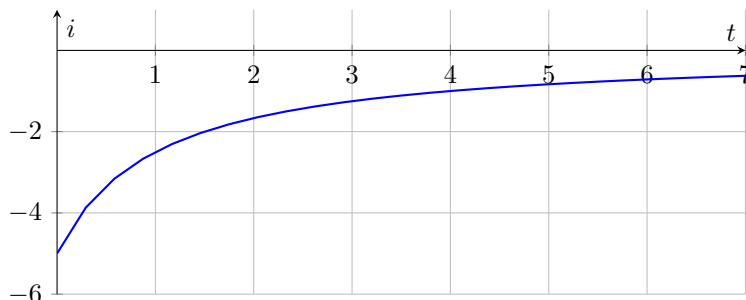
$$d\Phi(B) = \frac{\mu_0 i}{2\pi(x_0 + \mathcal{V}t)} L \mathcal{V} dt$$

$$\Delta V = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi(x_0 + \mathcal{V}t)} L \mathcal{V}$$

Per calcolare la differenza di potenziale svolgiamo la derivata della funzione Φ rispetto al tempo e otteniamo

$$\Delta V = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi(x_0 + \mathcal{U}t)} L \mathcal{U}$$

Il fatto che la differenza di potenziale sia negativa implica che la corrente sia negativa e quindi opposta al verso della circuitazione, cioè in senso antiorario.

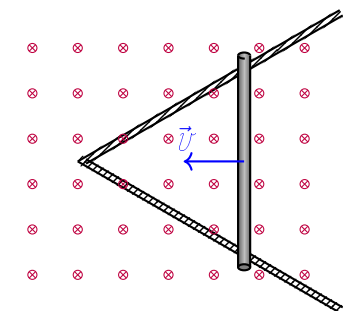


Problema di: Induzione elettromagnetica - EM0052

Testo [EM0052] [4★ 3⌚ 5a📖]

Su di un piano incide perpendicolarmente un campo magnetico costante $B = 1 \text{ mT}$. Il campo ha verso entrante nel piano. Sul piano è presente una rotaia conduttrice di resistenza trascurabile disposta a V con un angolo al vertice $\theta = 60^\circ$. Sulla rotaia, perpendicolare alla bisettrice tra le rotaie, una barretta di rame lunga $L = 1 \text{ m}$ e di sezione $S = 2 \text{ cm}^2$.

Facendo muovere la barretta con velocità $\mathcal{U} = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ verso il vertice delle due rotaie, calcola la differenza di potenziale indotta indicandone anche il verso. All'istante iniziale gli estremi della barretta toccano la rotaia.



Spiegazione Un esercizio sull'induzione elettromagnetica. Calcolate il flusso e derivatelo!

Svolgimento Per calcolare la differenza di potenziale indotta sul circuito triangolare che si forma tra la rotaia e la barretta, dobbiamo prima calcolare il flusso sulla superficie triangolare che ha il circuito come bordo.

Fissiamo il verso di percorrenza del circuito in senso orario, in modo che il vettore superficie sia entrante nel foglio e quindi concorde con il campo magnetico esterno.

All'istante iniziale $t_0 = 0$, il triangolo isoscele considerato ha come base L e come altezza

$$h_0 = \frac{1}{2} L \cot \frac{\theta}{2}$$

All'istante generico t (limitato dal raggiungimento del vertice da parte della barretta, e quindi per $t < \frac{h_0}{\mathcal{U}}$) la barretta dista dal vertice

$$h(t) = h_0 - \mathcal{U} \cdot t$$

La base del triangolo è quindi lunga

$$b(t) = 2h(t) \tan \frac{\theta}{2}$$

L'area del triangolo è quindi

$$A(t) = \frac{1}{2}b(t)h(t) = h^2(t) \tan \frac{\theta}{2}$$

Il flusso del campo magnetico risulta quindi

$$\Phi_\gamma(\vec{B}) = B \cdot A(t)$$

La differenza di potenziale indotta è quindi

$$\Delta V_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi_\gamma(\vec{B}) = +2UB \tan \frac{\theta}{2} (h_0 - \mathcal{U} \cdot t)$$

Tale f.e.m. indotta è positiva e quindi genererà una corrente elettrica oraria. Una tale corrente indotta, infatti, genera un campo magnetico indotto concorde con il campo magnetico esterno contrastando la diminuzione del flusso dovuta alla diminuzione della superficie racchiusa dal circuito.

Possiamo anche ottenere lo stesso risultato andando a calcolare direttamente il differenziale del flusso al generico istante t . In un intervallo di tempo infinitesimo dt la barretta ha coperto un'area che possiamo ipotizzare rettangolare pari a

$$dA = -b(t)\mathcal{U}dt$$

Dal momento che quest'area verrà poi sottratta all'area della superficie triangolare le diamo un segno negativo in modo da avere poi il calcolo del flusso fatto con il segno corretto.

Sappiamo che la base è legata all'altezza in questo triangolo dalla relazione

$$b(t) = 2h(t) \tan \frac{\theta}{2}$$

da cui

$$dA = -2\mathcal{U}(h_0 - \mathcal{U} \cdot t) \tan \frac{\theta}{2} dt$$

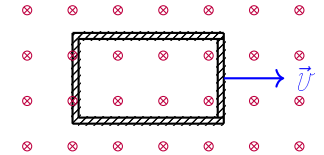
e quindi, tenendo conto del fatto che il campo magnetico è costante, avremo

$$\Delta V_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi_\gamma(\vec{B}) = -B \frac{dA}{dt} = +2UB \tan \frac{\theta}{2} (h_0 - \mathcal{U} \cdot t)$$

Problema di: Magnetismo - EM0056

Testo [EM0056] [3★ 3⌚ 5a📖]

Su di una regione di un piano è presente un campo magnetico variabile nel tempo $B(t)$ perpendicolare al piano stesso. Il campo magnetico, misurato in Tesla, ha equazione $B = at^2 + b$, nelle opportune unità di misura. Indica tali unità di misura. Una spira conduttrice rettangolare si muove in tale regione come mostrato in figura. La spira ha resistenza R e viene mantenuta a velocità costante $\mathcal{U}$. Calcola la corrente elettrica indotta indicandone il verso. Quale effetto ha la velocità della spira sulla corrente indotta?



Spiegazione Questo è un esercizio sull'induzione elettromagnetica. E' sufficiente applicare la relativa equazione di Maxwell per ottenere la risposta corretta.

Svolgimento [...]

Induzione elettromagnetica - EM0012**Testo** [EM0012] [3★ 4⌚ 5a📖]

Su di un circuito conduttore a U di altezza $L = 10 \text{ cm}$, scorre una barretta conduttrice di resistenza $R = 10 \Omega$. La barretta è spinta con una forza costante $F = 2 \text{ N}$. Il tutto è immerso in un campo magnetico perpendicolare al circuito $B = 0,1 \text{ T}$. In quale verso scorre la corrente lungo il circuito? Quale velocità massima raggiunge la barretta?

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Elettrotecnica ed elettromagnetismo - VEM0001****Testo** [VEM0001] [3★ 4⌚ 5a📖]

Un solenoide di induttanza $L = 50 \mu\text{H}$, è formato da $N = 100$ avvolgimenti circolari di raggio $r = 1 \text{ cm}$ è percorso da una corrente $i = i_0 \sin(\omega t)$ con $\omega = 50 \text{ Hz}$ e $i_0 = 2 \text{ A}$. Una spira circolare di raggio $r_s = 1,2 \text{ cm}$ e con resistenza $R = 10 \text{ k}\Omega$ è posta intorno al solenoide. Calcola la lunghezza del solenoide. Indica la corrente che passa nella spira circolare.

Spiegazione Il campo magnetico del solenoide genera un flusso variabile nel tempo sulla spira circolare.

Svolgimento Detta A la sezione del solenoide, la sua induttanza è data da

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \cdot A$$

da cui si ricava la lunghezza del solenoide.

$$\ell = \frac{\mu_0 N^2 A}{L} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{L}$$

Per induzione elettromagnetica, la forza elettromotrice lungo la spira circolare è data da

$$\Delta V = -\frac{d}{dt} \Phi(\vec{B}) = -\frac{d}{dt} \left(\mu_0 \frac{N}{\ell} i(t) \cdot \pi r^2 \right)$$

Bisogna infatti ricordare che il campo magnetico è presente unicamente all'interno del solenoide.

$$\Delta V = -\mu_0 \frac{N}{\ell} \pi r^2 \omega i_0 \cos(\omega t)$$

$$i_s(t) = \frac{\mu_0 N \pi r^2 i_0 \omega}{R \ell} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

5.2 Circuitazione del campo magnetico

Domande di teoria: Elettromagnetismo - EM0017

Testo [EM0017] [4★ 6👤 5a📖]

Commenta la struttura ed il significato fisico delle equazioni di Maxwell sulla circuitazione dei campi elettrico e magnetico.

Spiegazione Domanda di teoria: organizza gli argomenti in una sequenza logica ordinata e scrivila.

Svolgimento Cominciamo con lo scrivere le due equazioni

$$\Gamma_{\gamma}(\vec{E}) = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

$$\Gamma_{\gamma}(\vec{B}) = \mu_0 i_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_S(\vec{E})}{dt}$$

La prima cosa che si può notare è che entrambe le equazioni contengono sia il campo elettrico che il campo magnetico sottolineando la profonda interconnessione che esiste tra le due grandezze. La struttura geometrica di tale connessione è anche esattamente la stessa. La circuitazione è calcolata lungo un percorso γ qualunque chiuso; il flusso è calcolato attraverso una qualunque superficie S che ha γ come bordo. Ricordiamo che il verso di percorrenza di γ è legato, attraverso la regola della mano destra, all'orientamento della superficie S . E' anche importante notare che la connessione tra i due campi non esiste in situazioni statiche, ma soltanto in situazioni variabili nel tempo; questo è indicato dalla presenza della derivata rispetto al tempo del flusso dei campi. Quindi una variazione nel tempo del flusso di un campo attraverso una certa superficie determina la presenza dell'altro campo lungo il bordo di tale superficie. Questo meccanismo è alla base dell'esistenza delle onde elettromagnetiche.

Per quanto riguarda la circuitazione del campo magnetico, essa è legata ad una somma di due termini. Il primo è la somma di tutte le correnti elettriche concatenate dal percorso γ ; il secondo è un termine che assume il nome di corrente di spostamento. Il primo rappresenta una corrente fisica, realizzata dal movimento di

cariche elettriche (monopoli elettrici). Il secondo è pur sempre una corrente ma non materiale.

Per quanto riguarda la circuitazione del campo elettrico, tenendo presente che $\vec{F} = q\vec{E}$, si può notare che essa differisce dalla circuitazione della forza elettrica solo per un fattore corrispondente ad una carica di prova. In situazioni statiche, essendo nulla la circuitazione, è nullo anche il lavoro della forza elettrica lungo un percorso qualunque chiuso. Questo implica che la forza elettrostatica è conservativa, ed esiste quindi un'energia potenziale elettrostatica. In una situazione non statica, la forza elettrica non è conservativa, e non è possibile associarle un'energia potenziale elettrostatica.

La circuitazione del campo elettrico non contiene un termine di *corrente magnetica* realizzata da un flusso di monopoli magnetici. Questo evidenzia l'asimmetria tra campi elettrici e magnetici, in quanto non vi è alcuna evidenza dell'esistenza di monopoli magnetici.

Problema di: Magnetismo - EM0039

Testo [EM0039] [1½★ 3🕒 5a📖]

Tre fili rettilinei percorsi da correnti $i_1 = 3\text{ A}$, $i_2 = 11\text{ A}$ entranti nel foglio e $i_3 = 3\text{ A}$ uscente dal foglio, lo attraversano. Indica un percorso γ sul tuo foglio tale per cui la circuitazione del campo magnetico risulta pari a $\Gamma_\gamma(\vec{B}) = 32\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}}$

Spiegazione Sappiamo che la circuitazione del campo magnetico è legata all'intensità delle correnti concatenate. Il problema chiede di trovare un percorso chiuso che concateni una corrente totale tale che la circuitazione venga a valere un certo valore. Il primo passo sarà capire quanto deve essere la corrente totale circuitata.

Svolgimento La circuitazione del campo magnetico è $\Gamma_\gamma(\vec{B}) = \mu_0 i_{tot}$ quindi

$$i_{tot} = \frac{\Gamma_\gamma(\vec{B})}{\mu_0} = 8\text{ A}$$

L'unico modo di ottenere il valore indicato è calcolare la circuitazione nel verso entrante nel foglio (e quindi orario guardando il foglio) le correnti i_2 e i_3 che sottraendosi danno 8 A

Griglia di valutazione

- 20% - Utilizzare la legge della circuitazione per capire quanto deve valere la corrente concatenata totale
- 40% - Disegnare la linea che risponde alla domanda del problema
- 40% - Indicare il verso con il quale tale linea deve essere percorsa

Problema di: Magnetismo - EM0039a**Testo** [EM0039a] [1½★ 3🕒 5a📖]

Tre fili rettilinei percorsi da correnti $i_1 = 7\text{ A}$, $i_2 = 13\text{ A}$ entranti nel foglio e $i_3 = 3\text{ A}$ uscente dal foglio, lo attraversano. Indica un percorso γ sul tuo foglio tale per cui la circuitazione del campo magnetico risulta pari a $\Gamma_\gamma(\vec{B}) = 40\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}}$

Spiegazione Sappiamo che la circuitazione del campo magnetico è legata all'intensità delle correnti concatenate. Il problema chiede di trovare un percorso chiuso che concateni una corrente totale tale che la circuitazione venga a valere un certo valore. Il primo passo sarà capire quanto deve essere la corrente totale circuitata.

Svolgimento La circuitazione del campo magnetico è $\Gamma_\gamma(\vec{B}) = \mu_0 i_{tot}$ quindi

$$i_{tot} = \frac{\Gamma_\gamma(\vec{B})}{\mu_0} = 10\text{ A}$$

L'unico modo di ottenere il valore indicato è calcolare la circuitazione nel verso entrante nel foglio (e quindi orario guardando il foglio) le correnti i_2 e i_3 che sottraendosi danno 10 A

Griglia di valutazione

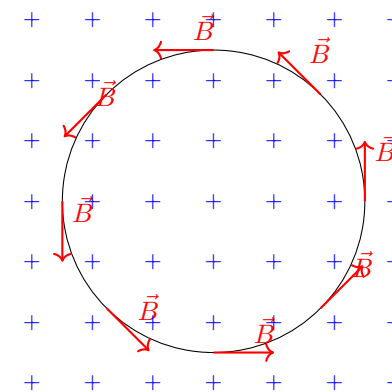
- 20% - Utilizzare la legge della circuitazione per capire quanto deve valere la corrente concatenata totale
- 40% - Disegnare la linea che risponde alla domanda del problema
- 40% - Indicare il verso con il quale tale linea deve essere percorsa

Problema di: Equazioni di Maxwell - EM0025**Testo** [EM0025] [3★ 2🕒 5a📖]

In un campo elettrico uniforme nello spazio ma variabile nel tempo individuiamo un percorso circolare di raggio r su di un piano perpendicolare al campo elettrico. La variazione del campo elettrico è costante nel tempo e vale $\frac{dE}{dt} = \alpha_{const}$. Quanto vale il campo magnetico lungo tale percorso?

Spiegazione In questo problema applichiamo l'equazione di Maxwell che parla della circuitazione del campo magnetico.

Svolgimento Per prima cosa è necessario fare un disegno del sistema fisico in modo da identificare la geometria del problema. direzione e verso del campo magnetico sarà indicato in tale disegno. Potremmo per esempio considerare due piani paralleli al vostro foglio carichi in modo opposto. Così creiamo un campo elettrico uniforme.



Calcolando la circuitazione del campo magnetico avremo:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt}$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \epsilon_0 \pi r^2 \cdot \frac{dE}{dt}$$

$$B = \frac{r}{2c^2} \frac{dE}{dt}$$

Griglia di valutazione

- 10% - Identificare il fenomeno fisico di questo problema e scriverne l'equazione
- 40% - Rappresentare graficamente la geometria del problema indicando campo elettrico, vettore superficie ed angolo tra di essi
- 50% - Utilizzando la formula scritta, calcolare la circuitazione del campo magnetico lungo la spira, e di conseguenza il valore del campo magnetico

Problema di: Campo magnetico - EM0029

Testo [EM0029] [2½★ 2👤 5a📖]

Due cilindri cavi conduttori di dimensioni differenti r_a ed r_b , con $r_b = 2r_a$, hanno in comune il loro asse centrale. Essi sono percorsi da correnti opposte $i_b = 2i_a$. Determinare il campo magnetico nelle tre regioni di spazio delimitate dai due cilindri.

Spiegazione In questo problema utilizziamo l'equazione di Maxwell sulla circuitazione del campo magnetico.

Svolgimento In un sistema di riferimento radiale con origine nell'asse dei cilindri, avremo che nella regione di spazio interna al cilindro di raggio minore è

$$\begin{cases} r < r_a \\ B \cdot 2\pi r = 0 \Rightarrow B = 0 \end{cases}$$

Tra i due cilindri è

$$\begin{cases} r_a < r < r_b \\ B \cdot 2\pi r = \mu i_a \Rightarrow B = \frac{\mu i_a}{2\pi r} \end{cases}$$

Se ipotizziamo la corrente diretta verso l'alto avremo il campo magnetico in senso antiorario se visto dall'alto.

Oltre il cilindro con raggio maggiore avremo

$$\begin{cases} r > r_b \\ B \cdot 2\pi r = \mu (i_a - i_b) \Rightarrow B = -\frac{\mu i_a}{2\pi r} \end{cases}$$

In questo caso il campo magnetico risulta in senso orario.

Problema di: Elettromagnetismo - EM0014**Testo** [EM0014] [2★ 2⌚ 5a📖]

In un certo volume sono presenti un filo conduttore ed un campo magnetico uniforme ad esso parallelo. Dimostra che quel filo non può essere attraversato da una corrente elettrica.

Spiegazione Un problema sulla legge della circuitazione del campo magnetico.

Svolgimento Immaginiamo di prendere un qualunque percorso chiuso su di un piano perpendicolare al filo. Muovendoci lungo il percorso, gli spostamenti sarebbero sempre perpendicolari al campo magnetico. La circuitazione del campo magnetico è quindi nulla, e di conseguenza la corrente totale concatenata è anch'essa nulla. Essendoci un solo filo, necessariamente la corrente sul filo deve essere nulla.

5.3 ONDE elettromagnetiche

Problema di: Elettromagnetismo - EM0036**Testo** [EM0036] [2★ 3🕒 5a📖]

Una lampadina ad incandescenza emette onde elettromagnetiche i cui valori efficaci del campo elettrico alla distanza $d = 10\text{ m}$ sono $E_{eff} = 5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$. Trascurando l'effetto dell'aria, quanto vale la potenza irradiata dalla lampadina?

Spiegazione L'intensità di un'onda elettromagnetica è legata alla potenza irradiata su di una certa superficie, e come conseguenza ai valori efficaci del campo elettrico (o del campo magnetico) ed alla velocità della luce.

Svolgimento Per questo esercizio sappiamo che

$$I = c\epsilon_0 E_{eff}^2$$

$$I = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8,85418782 \cdot 10^{-12} \frac{\text{s}^4 \text{A}^2}{\text{m}^3 \text{kg}} \cdot 50 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 0,13 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Conoscendo la distanza della sorgente risaliamo alla potenza emessa

$$P = 4\pi d^2 I = 41\text{ W}$$

Problema di: Elettromagnetismo - EM0036a**Testo** [EM0036a] [2★ 3🕒 5a📖]

Una lampadina ad incandescenza emette onde elettromagnetiche i cui valori efficaci del campo magnetico alla distanza $d = 10\text{ m}$ sono $B_{eff} = 1\text{ mT}$. Trascurando l'effetto dell'aria, quanto vale la potenza irradiata dalla lampadina?

Spiegazione L'intensità di un'onda elettromagnetica è legata alla potenza irradiata su di una certa superficie, e come conseguenza ai valori efficaci del campo elettrico (o del campo magnetico) ed alla velocità della luce.

Svolgimento Per questo esercizio sappiamo che

$$I = \frac{c}{\mu_0} B_{eff}^2$$

$$I = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,25663706 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m kg}}{\text{s A}} \cdot 5\text{ mT} = 377 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Conoscendo la distanza della sorgente risaliamo alla potenza emessa

$$P = 4\pi d^2 I = 118\text{ W}$$

Problema di: Elettrostatica - EM0035**Testo** [EM0035] [3★ 3🕒 5a📖]

Una lampadina ad incandescenza assorbe una potenza elettrica $P = 100\text{ W}$. La potenza luminosa emessa dal filo di tungsteno surriscaldato è il 2% della potenza elettrica assorbita. Trascurando l'effetto dell'aria, ed ipotizzando che la lampadina sia puntiforme, determina l'intensità luminosa incidente a $d = 5\text{ m}$ di distanza ed i valori efficaci del campo elettrico e magnetico dell'onda elettromagnetica. [Dalla simulazione della maturità di fisica del 25 gennaio 2016]

Spiegazione Trovata l'intensità dell'onda è necessario ricordare la relazione tra tale intensità luminosa ed i campi elettrici e magnetici medi (*efficaci*) sulla superficie irradiata.

Svolgimento L'intensità luminosa irradiata su di una certa superficie è data dal rapporto tra la potenza che incide su tale superficie e la superficie stessa.

$$I = \frac{P}{4\pi d^2}$$

Al tempo stesso sappiamo che tale intensità è legata al valore efficace del campo elettrico e magnetico dell'onda elettromagnetica.

$$I = c\epsilon E_{eff}^2$$

oppure in modo analogo

$$I = \frac{c}{\mu} B_{eff}^2$$

da cui

$$E_{eff} = \sqrt{\frac{P}{4\pi c\epsilon d^2}}$$

$$B_{eff} = \sqrt{\frac{P\mu}{4\pi c d^2}}$$

Onde elettromagnetiche - EM0013**Testo** [EM0013] [2★ 3🕒 5a📖]

I pannelli solari dei satelliti in orbita intorno alla Terra ricevono un irraggiamento $I = 1361 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Un satellite è alimentato con pannelli di superficie $S = 4\text{ m}^2$ i quali supponiamo assorbano completamente la radiazione incidente. Quanto vale la forza esercitata dalla luce sui pannelli?

Spiegazione La luce è un'onda elettromagnetica, e come tutte le onde è un movimento di energia e quantità di moto. Nel momento che incide su di un oggetto, tale oggetto riceve sia l'energia dell'onda che la quantità di moto dell'onda. Il secondo principio della dinamica definisce una forza come una variazione di quantità di moto nel tempo. Per questo motivo, un oggetto che assorbe un'onda, assorbe la sua quantità di moto e quindi subisce una forza. In particolare per le onde elettromagnetiche c'è una relazione ben precisa tra la quantità di moto trasportata e l'energia.

Svolgimento Dalla definizione dell'intensità di un'onda, la potenza assorbita dai pannelli solari è data da

$$Pot = I \cdot S = 5444\text{ W}$$

Una potenza è una variazione di energia nel tempo, quindi

$$Pot = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

e quindi

$$\Delta E = Pot \cdot \Delta t$$

è l'energia che nel tempo viene assorbita dal pannello solare.

Vediamo adesso la forza esercitata dalla luce sul pannello. Dal secondo principio della dinamica una forza è una variazione di quantità di moto nel tempo

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

e sappiamo che per un'onda elettromagnetica l'energia e la quantità di moto trasportate dall'onda sono legate dall'equazione

$$E = Pc$$

dove c è la velocità della luce. Quindi

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{c \Delta t} = \frac{Pot}{c} = \frac{5444 \text{ W}}{299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 18 \mu\text{N}$$

Onde elettromagnetiche - EM0013a

Testo [EM0013a] [2¼★ 3🕒 5a📖]

Un satellite in orbita intorno alla Terra è equipaggiato con uno specchio per riflettere la luce del sole. Tale specchio riceve un irraggiamento $I = 1361 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Lo specchio ha una superficie $S = 4 \text{ m}^2$ e supponiamo che rifletta completamente la radiazione incidente e che tale radiazione sia perpendicolare allo specchio. Quanto vale la forza esercitata dalla luce sullo specchio?

Spiegazione La luce è un'onda elettromagnetica, e come tutte le onde è un movimento di energia e quantità di moto. Nel momento che incide su di un oggetto, tale oggetto riceve sia l'energia dell'onda che la quantità di moto dell'onda. Il secondo principio della dinamica definisce una forza come una variazione di quantità di moto nel tempo. Per questo motivo, un oggetto che assorbe un'onda, assorbe la sua quantità di moto e quindi subisce una forza. In particolare per le onde elettromagnetiche c'è una relazione ben precisa tra la quantità di moto trasportata e l'energia.

Svolgimento Dalla definizione dell'intensità di un'onda, la potenza incidente sullo specchio è data da

$$Pot = I \cdot S = 5444 \text{ W}$$

Una potenza è una variazione di energia nel tempo, quindi

$$Pot = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

e quindi

$$\Delta E = Pot \cdot \Delta t$$

è l'energia che nel tempo incide sullo specchio.

Vediamo adesso la forza esercitata dalla luce sullo specchio. Dal secondo principio della dinamica una forza è una variazione di quantità di moto nel tempo

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

e sappiamo che per un'onda elettromagnetica l'energia e la quantità di moto trasportate dall'onda sono legate dall'equazione

$$E = Pc$$

dove c è la velocità della luce. Teniamo anche in considerazione che la luce non viene assorbita ma riflessa. Questo significa che la quantità di moto della luce è un vettore che cambia di verso. Per la conservazione della quantità di moto, lo specchio acquista una quantità di moto, nel verso della luce incidente, pari al doppio della quantità di moto della luce.

Quindi

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{2\Delta E}{c\Delta t} = 2\frac{Pot}{c} = 2\frac{5444\text{ W}}{299792458\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 36\mu\text{N}$$

5.4 Domande di teoria

Domande di teoria: Elettromagnetismo - EM0009**Testo** [EM0009] [3★ 3🕒 5a📖]

Perché si può parlare di energia potenziale elettrostatica ma non si può parlare di energia potenziale elettrica? Collega questo concetto con l'equazione di Kirchhoff.

Spiegazione Una domanda di teoria. Siate sintetici ma esaustivi.

Concetti da sviluppare

- Argomentare il fatto che la circuitazione non sia nulla
- Collegare la circuitazione con Kirchhoff

Svolgimento L'energia potenziale elettrostatica deriva dal fatto che la forza elettrostatica è una forza conservativa, cioè il lavoro della forza lungo un percorso chiuso è nullo. Se immaginiamo una carica di prova q , il lavoro della forza lungo un percorso chiuso consiste nel calcolare

$$\oint_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

che di fatto equivale a

$$q \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

Affermare che il lavoro è nullo equivale ad affermare che la circuitazione del campo elettrico è nulla. In assenza di variazioni nel tempo di flussi di campi magnetici, l'equazione di Maxwell sulla circuitazione del campo elettrico dà un valore nullo. Questo non capita nel caso generale. Ecco perché l'energia potenziale è definibile solo in una situazione statica non dipendente dal tempo. L'equazione di Kirchhoff è anch'essa una diretta conseguenza della circuitazione del campo elettrico in una situazione statica. Infatti la relazione

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

afferma che fare la circuitazione del campo elettrico equivale, a meno di un segno, a sommare tutte le differenze di potenziale lungo un percorso chiuso. Questo è quello

che dice la legge delle maglie di Kirchhoff, affermando che tale somma è nulla in quanto si sottintende una situazione statica.

Domande di teoria: Elettromagnetismo - EM0016**Testo** [EM0016] [3★ 4🕒 5a📖]

Commenta la struttura ed il significato fisico dell'equazione di Maxwell sulla circuitazione del campo elettrico.

Spiegazione Domanda di teoria: organizza gli argomenti in una sequenza logica ordinata e scrivili.

Concetti da sviluppare

- Sulla struttura dell'equazione, identificare la relazione tra il percorso lungo il quale calcolo la circuitazione e la superficie attraverso la quale calcolo il flusso. Indicare quindi come flussi di campi magnetici che variano nel tempo generano campi elettrici citando la legge di Lenz e mostrando la necessità del segno negativo. Indicare infine i modi con cui si può avere una variazione del flusso.
- Sul significato fisico citare la conservatività del campo elettrico e il legame con l'energia potenziale elettrostatica

Svolgimento Consideriamo una superficie aperta orientata S , e consideriamo il suo bordo anch'esso orientato secondo la regola della mano destra rispetto alla superficie S . Una variazione di flusso di campo magnetico nel tempo sulla superficie S genera un campo elettrico lungo il bordo γ di tale superficie. Ovviamente la variazione del flusso la si può ottenere a seguito di variazioni del campo magnetico, variazioni della forma della superficie considerata, oppure variazioni dell'angolo tra il campo magnetico e la superficie. Campi magnetici ed elettrici sono quindi legati tra loro ed un campo magnetico, in opportune condizioni, può generare un campo elettrico. L'equazione è detta di Faraday - Neumann - Lenz, o equazione dell'induzione elettromagnetica. La legge di Lenz si riferisce al segno negativo che compare nell'equazione, ad indicare che gli effetti della variazione del flusso nel tempo si oppongono alle cause che li hanno generati. Se così non fosse gli effetti andrebbero ad incrementare le cause in una spirale crescente che porterebbe a campi di valore infinito ed a energie infinite.

Dal momento che la circuitazione del campo elettrico non è in generale nulla, ne segue che il campo elettrico non è conservativo e quindi non lo è nemmeno la forza elettrica, considerato che la forza elettrica è data da $\vec{F} = q\vec{E}$. Non esiste quindi un'energia potenziale elettrica. Tale energia esiste solo in casi di campi elettrici e magnetici statici nel tempo.

Esercizi concettualmente identici Altre domande la cui risposta è sostanzialmente la stessa:

- In cosa consiste il fenomeno dell'induzione elettromagnetica?
 - I concetti da sviluppare sono gli stessi della domanda principale dell'esercizio
- Commenta la struttura dell'equazione di Maxwell sulla circuitazione del campo elettrico, dando risalto ai tre modi con cui può avvenire una variazione di flusso attraverso una superficie.
 - I concetti da sviluppare sono:
 - * Flusso del campo che varia genera un campo elettrico lungo un percorso.
 - * Relazione della relazione tra superficie e percorso.
 - * Legge di Lenz (cosa dice e perché deve essere così)
 - * Tre modi di variare il flusso

Domande di teoria sull'elettromagnetismo - EM0007**Testo** [EM0007] [3★ 4🔒 5a📖]

Come possiamo generare il fenomeno della corrente alternata? Perché solo con la corrente alternata possiamo far funzionare un trasformatore?

Spiegazione Una domanda di teoria che si sviluppa su due punti affini anche se non strettamente connessi.

Concetti da sviluppare

- Per il generatore è necessario descrivere la geometria del macchinario come spira di forma fissa che ruota in un campo magnetico costante. E' necessario mostrare che il fattore sinusoidale viene dall'angolo variabile tra campo e superficie della spira. A questo punto bisogna sottolineare il ruolo dell'induzione elettromagnetica.
- Per il trasformatore è sufficiente una descrizione dell'oggetto evidenziando il ruolo dell'induzione elettromagnetica nell'accoppiamento tra il circuito primario ed il secondario.

Svolgimento Per poter generare una corrente variabile nel tempo con un andamento sinusoidale (corrente alternata) possiamo far ruotare una spira conduttrice in un campo magnetico costante. per il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, sul percorso del filo conduttore si genera un campo elettrico legato alla variazione del flusso del campo magnetico attraverso la superficie racchiusa dalla spira. Mantenendo costante sia il campo magnetico che la forma della spira, possiamo meccanicamente far ruotare la spira attorno ad un sua asse in modo che il flusso del campo magnetico risulti proporzionale alla grandezza $\cos \omega t$ e di conseguenza la derivata del flusso, legata alla differenza di potenziale lungo la spira, risulta una funzione sinusoidale. La corrente come conseguenza diretta è anch'essa sinusoidale. Quasi tutte le centrali elettriche producono infatti corrente utilizzando la rotazione di una turbina. Quale che sia la tensione alla quale tale corrente è prodotta, un trasformatore permette di

convertire tale tensione in un differente valore lungo un circuito secondario. Un trasformatore è infatti realizzato da una coppia di circuiti elettricamente separati. La corrente nel primo circuito, passando in un solenoide genera un campo magnetico variabile nel tempo il cui flusso proporzionale al numero di spire N_1 . In tale campo magnetico è immerso un secondo solenoide, con un numero di spire N_2 , collegato al circuito secondario. Su di esso scorre quindi una corrente indotta il cui flusso è proporzionale al numero di spire N_2 . Dal momento che il campo magnetico è in comune tra i due circuiti (esso è infatti l'elemento di connessione) Il rapporto tra le due tensioni risulta pari al rapporto tra le spire dei due solenoidi. Risulta quindi evidente che, trattandosi del fenomeno dell'induzione elettromagnetica, il trasformatore possa funzionare solo con correnti variabili nel tempo.

Domande di teoria di elettrotecnica - V0011**Testo** [V0011] [3★ 4🕒 5a📖]

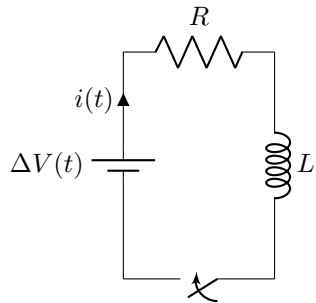
Ricava le curve di carica e di scarica di un'induttanza mostrando come si muove l'energia nel circuito.

Spiegazione Una domanda di teoria: siate concisi ma esaustivi.

Concetti da sviluppare Costruzione dell'equazione differenziale e sua soluzione; analisi della curva di carica e giustificazione della sua struttura in termini di energia per i seguenti punti:

- Carica dell'induttanza: equazione differenziale, risoluzione e sua soluzione. Costante di tempo del circuito
- Energia immagazzinata nell'induttanza: equazione differenziale, sua interpretazione e soluzione del termine di potenza dell'induttanza
- Scarica di un'induttanza: equazione differenziale, risoluzione e sua soluzione.

Svolgimento Parliamo di carica e scarica di un'induttanza in un circuito RL in corrente continua. Il circuito è il seguente



L'equazione differenziale che lo descrive è

$$\Delta V - R \cdot i - L \frac{di}{dt} = 0$$

alla quale associamo le condizioni al contorno che consistono nel dire che all'istante iniziale la corrente che circola nel circuito è nulla $i(0) = 0$

Quindi

$$L \frac{di}{dt} = \Delta V - R \cdot i$$

$$\frac{L}{R} \frac{di}{\frac{\Delta V}{R} - i} = dt$$

Integrando avremo

$$\int_0^{i(t)} \frac{L}{R} \frac{di}{\frac{\Delta V}{R} - i} = \int_0^t dt$$

$$-\frac{L}{R} \left[\ln \left(\frac{\Delta V}{R} - i(t) \right) - \ln \frac{\Delta V}{R} \right] = t$$

da cui

$$\frac{\frac{\Delta V}{R} - i(t)}{\frac{\Delta V}{R}} = e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i(t) = \frac{\Delta V}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

Alla chiusura del circuito, senza l'induttanza, la corrente passerebbe istantaneamente da un valore nullo al valore $i = \frac{\Delta V_0}{R}$. L'induttanza si oppone a tale variazione rallentando l'aumento del valore della corrente che infatti cresce esponenzialmente con una costante di tempo $\tau = \frac{L}{R}$

Da un punto di vista energetico analizziamo il circuito partendo dalla prima equazione e moltiplicandola per la corrente

$$\Delta V \cdot i - R \cdot i^2 - L i \frac{di}{dt} = 0$$

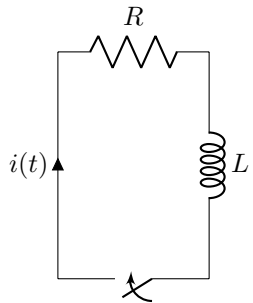
Il primo termine rappresenta la potenza data dal generatore. Il secondo termine rappresenta la potenza dissipata dalla resistenza per effetto Joule. Il terzo rappresenta la potenza in questo caso assorbita dall'induttanza. L'induttanza infatti immagazzina energia nel campo magnetico che genera al passaggio della corrente.

Andando a calcolare l'energia immagazzinata nel generico istante t avremo

$$\int_0^t P(t) dt = \int_0^t Li di$$

$$E = \int_0^i Li di = \frac{1}{2} Li^2$$

Rimuovendo il generatore, avremo il seguente circuito



e la curva di scarica ottenuta dall'equazione

$$-R \cdot i - L \frac{di}{dt} = 0$$

$$L \frac{di}{dt} = -R \cdot i$$

$$\frac{L}{i} di = -R \cdot dt$$

con la condizione al contorno

$$i(0) = \frac{\Delta V_0}{R}$$

che fornisce

$$i(t) = \frac{\Delta V_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

Domande di teoria: Elettromagnetismo - EM0031

Testo [EM0031] [3★ 4🔑 5a📖]

Cosa si intende per corrente di spostamento? Illustrane l'equazione e le sue caratteristiche, e mostra una situazione reale nella quale si veda che tale termine è necessario nella relativa equazione di Maxwell.

Spiegazione Domanda di teoria: organizza gli argomenti in una sequenza logica ordinata e scrivila.

Concetti da sviluppare

- Definizione dell'equazione di Maxwell e ruolo della corrente di spostamento all'interno dell'equazione
- Simmetria con l'equazione sull'induzione elettromagnetica; relazione tra campo elettrico e campo magnetico
- Indicazione di una situazione in cui si vede la necessità della presenza di tale termine.

Svolgimento Il termine di corrente di spostamento è

$$i_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi_s(\vec{E})}{dt}$$

ed è presente nell'equazione di Maxwell sulla circuitazione del campo magnetico

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_s(\vec{E})}{dt}$$

In essa si afferma che la circuitazione del campo magnetico su di un qualunque percorso chiuso è dato da μ_0 moltiplicato per la somma algebrica di tutte le correnti concatenate dal percorso. Nell'equazione la corrente è concatenata se, scelta la superficie il cui bordo è γ , la corrente attraversa tale superficie. La corrente di spostamento è una delle correnti che vengono sommate tra tutte le correnti concatenate.

Analizzando la struttura della corrente di spostamento, si vede che essa non è generata da un movimento di cariche elettriche, ma da una variazione di flusso del campo elettrico attraverso la superficie che ha γ come bordo. Tale struttura mostra una simmetria contraria rispetto all'equazione sull'induzione elettromagnetica, mostrando come campo elettrico e magnetico sono vicendevolmente interconnessi, ed ognuno di essi, attraverso una variazione di flusso nel tempo, genera l'altro.

Per giustificare il fatto che tale termine sia necessario, possiamo considerare un circuito di carica di un condensatore. Consideriamo un percorso chiuso intorno al filo in modo tale da vedere che, a seconda della scelta della superficie che ha tale percorso come bordo, la corrente concatenata è la corrente dovuta al moto delle cariche elettriche, oppure la corrente legata alla variazione del flusso di un campo elettrico nel tempo. *[La trattazione va poi arricchita con il disegno del circuito che illustri in modo chiaro tutti i concetti]*

Domande di teoria: Elettromagnetismo - EM0008

Testo [EM0008] [3★ 2👤 5a📖]

Le equazioni di Maxwell mostrano un'asimmetria tra campo elettrico e campo magnetico. In cosa consiste l'asimmetria e cosa significa?

Spiegazione Una domanda di teoria. Siate sintetici ma esaustivi.

Concetti da sviluppare

- Le due equazioni dei flussi presentano risultati differenti. La circuitazione del campo magnetico ha un termine legato alle correnti di oggetti carichi.
- Esistono i monopoli elettrici e non quelli magnetici. Lo si può facilmente sperimentare elettrizzando un oggetto o spezzando in due una calamita. Sperimentalmente non si sono mai osservati i monopoli magnetici.

Svolgimento Cominciamo ad analizzare le due equazioni sui flussi dei campi

$$\Phi(\vec{B})_S = 0$$

$$\Phi(\vec{E})_S = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Come si può vedere i risultati sono differenti. Nel caso in cui il flusso è nullo, le linee di campo sono necessariamente linee chiuse, il che significa che attraverso una superficie chiusa, tutte le linee entranti devono necessariamente anche uscire. Le linee di campo non possono mai uscire da una sorgente o entrare in pozzo come accade invece per il campo elettrico. Esistendo infatti sorgenti di campo elettrico, una qualunque superficie che le contenga vedrà linee di campo che la attraversano senza rientrare, e quindi il flusso non è nullo. Le linee di campo escono dai poli elettrici e magnetici. Flussi non nulli implicano l'esistenza dei monopoli. Quindi non esistono i monopoli magnetici mentre esistono i monopoli elettrici. Sperimentalmente lo posso anche vedere spezzando in due un dipolo elettrico per ottenere due poli elettrici separati, mentre spezzando un dipolo magnetico ottengo due dipoli magnetici.

Un'asimmetria la vedo anche nelle due equazioni sulla circuitazione dei campi. In una delle due abbiamo le correnti elettriche, come flusso di monopoli elettrici; nell'altra non sono presenti le correnti magnetiche, non esistendo i monopoli magnetici.

Questo però non è un vincolo teorico, perché è possibile costruire una teoria in cui siano presenti i monopoli magnetici. Non esiste però alcuna evidenza sperimentale della loro esistenza.

Domande di teoria sull'elettromagnetismo - EM0010

Testo [EM0010] [3★ 4👍 5a📖]

Descrivi struttura e funzionamento di un trasformatore.

Spiegazione Una domanda di teoria che si sviluppa su due punti affini anche se non strettamente connessi.

Concetti da sviluppare

- Struttura hardware: circuito primario, circuito secondario e nucleo ferromagnetico
- Situazione ideale: primario senza resistenza e secondario come circuito aperto. Discorso sul campo magnetico e sul flusso.
- Commento del risultato finale in relazione al rapporto del numero di spire; sulla necessità della corrente alternata; sul risparmio energetico

Svolgimento Un trasformatore è uno strumento in grado di trasformare una tensione alternata di un certo valore in un valore differente. L'apparato è realizzato da due circuiti mutuamente accoppiati; un primario ed un secondario. Il primario è realizzato con un generatore di tensione alternata collegato ad un solenoide realizzato con un numero N_1 di spire. il secondario è realizzato da un solenoide con un numero N_2 di spire al quale poi verrà collegato la resistenza di carico. Tra i due solenoidi un nucleo di materiale ferromagnetico, come mostrato in figura.

Visto che nel circuito primario scorre una corrente alternata, all'interno del nucleo ferromagnetico si genera un campo magnetico $\vec{B}(t)$ variabile nel tempo, il quale a sua volta genera un flusso variabile nel tempo. L'equazione del circuito primario risulta, nell'approssimazione di resistenza nulla, essere

$$V_1(t) = -N_1 \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

dove il termine $\Phi(\vec{B})$ è il flusso generato da una singola spira del solenoide.

Il campo magnetico, uniformemente presente in tutto il nucleo, genera un flusso variabile nel tempo nel circuito secondario. Quindi tra i punti A e B a circuito aperto avremo una differenza di potenziale

$$V_2(t) = -N_2 \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

Confrontando le due equazioni otteniamo

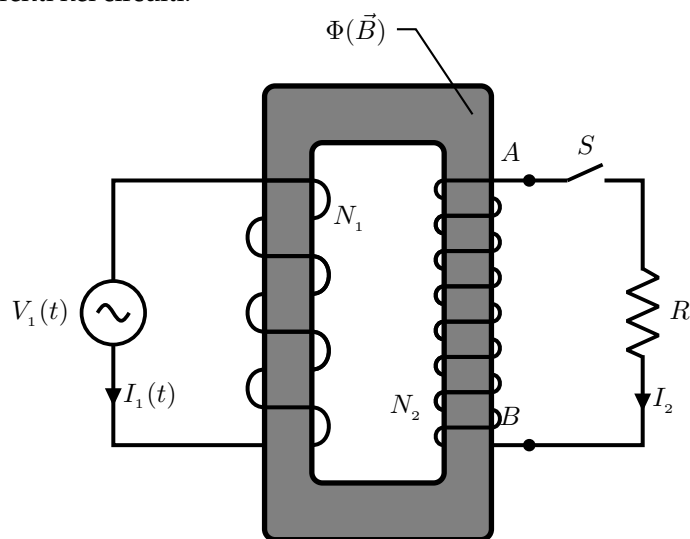
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

il che mostra come il rapporto tra le tensioni del primario e del secondario dipenda unicamente dal rapporto tra il numero di spire dei due solenoidi.

Dovendo essere costante la potenza erogata nei due circuiti, ed essendo la potenza $P = \Delta V \cdot i$ otteniamo

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

che mostra come all'aumentare della tensione si ottiene una diminuzione delle correnti nei circuiti.



Domande di teoria sull'elettromagnetismo - EM0011

Testo [EM0011] [3★ 4🕒 5a📖]

Parla di corrente elettrica... nel modo più completo possibile.

Spiegazione Una domanda di teoria che si sviluppa su due punti affini anche se non strettamente connessi.

Concetti da sviluppare

- Definizione di corrente elettrica e generazione di un campo magnetico
- Definizione dell'unità di misura Ampère e forza magnetica su di una corrente elettrica
- Descrizione della corrente di spostamento.

Svolgimento Una corrente elettrica è definita come la quantità di carica che attraversa una certa superficie in un certo intervallo di tempo

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

una corrente elettrica è quindi un movimento di carica elettrica.

L'equazione di Maxwell sulla circuitazione del campo magnetico ci dice che l'effetto di una corrente elettrica è la generazione di un campo magnetico. Presa infatti una carica q che si muove a velocità $\vec{v}$, essa genererà in ogni punto dello spazio un campo magnetico $\vec{B}$. indicando con il vettore $\vec{r}$ la posizione del punto nello spazio rispetto alla carica q , il campo magnetico generato è

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

L'unità di misura di una corrente elettrica è l'*Ampère*, definito attraverso la forza magnetica tra due fili paralleli. L'Ampère è quella corrente che, fatta passare tra due fili rettilinei posti alla distanza di un metro, genera una forza per unità di lunghezza di $1 \frac{N}{m}$

Alla base di questa definizione c'è il fatto che una carica che si muove in un campo magnetico è soggetta ad una forza

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Nella definizione dell'Ampère, le cariche elettriche che si muovono in uno dei cavi generano un campo magnetico e le cariche che si muovono nell'altro cavo subiscono una forza.

La generazione di una corrente elettrica può avvenire anche senza il movimento di cariche elettriche. L'equazione di Maxwell sulla circuitazione del campo magnetico

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi_s(\vec{E})}{dt} \right)$$

ha infatti due termini come risultato della circuitazione. Alla corrente concatenata si somma infatti un termine detto *corrente di spostamento*. Esso ci dice che la variazione nel tempo di un flusso di campo elettrico è equivalente ad una corrente elettrica e genera un campo magnetico anche se non prevede uno spostamento di cariche elettriche.

Domande di teoria sull'elettromagnetismo - EM0001

Testo [EM0001] [3★ 4🕒 5a📖]

Illustra le caratteristiche principali delle onde elettromagnetiche: descrivine la natura e le caratteristiche.

Spiegazione Una domanda di teoria: siate concisi ma esaustivi.

Concetti da sviluppare

- Onde elettromagnetiche come soluzione delle equazioni di Maxwell. Struttura: campo elettrico e magnetico variabili nel tempo che si autoalimentano a vicenda. Velocità della luce costante.
- Spettro della radiazione elettromagnetica anche in relazione alla natura quantistica della luce. Pressione della radiazione.

Svolgimento [...]

-  [\[youtu.be/DFuAXkINLiY\]](https://youtu.be/DFuAXkINLiY) Circuiti elettrici
-  [\[youtu.be/Xwl6Pt0gbZ8\]](https://youtu.be/Xwl6Pt0gbZ8) Circuiti elettrici: introduzione
-  [\[youtu.be/GQExS_off6I\]](https://youtu.be/GQExS_off6I) Prima legge di Ohm
-  [\[youtu.be/DMIQMaJoPnI\]](https://youtu.be/DMIQMaJoPnI) Riconoscere le resistenze in serie e in parallelo
-  [\[youtu.be/bFghzH6MD1U\]](https://youtu.be/bFghzH6MD1U) Analisi di un circuito: resistenze equivalenti
-  [\[youtu.be/R6KyNlhF2ks\]](https://youtu.be/R6KyNlhF2ks) Resistenze in parallelo
-  [\[youtu.be/5FY1EGU22UM\]](https://youtu.be/5FY1EGU22UM) Resistenze in serie
-  [\[youtu.be/TGeKpzFkEps\]](https://youtu.be/TGeKpzFkEps) Sulla seconda legge di Ohm
-  [\[youtu.be/dkD1xk_x73M\]](https://youtu.be/dkD1xk_x73M) Seconda legge di Ohm ed Effetto Joule
-  [\[youtu.be/-_7xGzYIRM4\]](https://youtu.be/-_7xGzYIRM4) Generatore Reale
-  [\[youtu.be/N2Yfza5eXIs\]](https://youtu.be/N2Yfza5eXIs) Conducibilità nei fluidi
-  [\[youtu.be/iEVRLR-SEmg\]](https://youtu.be/iEVRLR-SEmg) Applicazione dei principi di Kirchhoff ad un semplice circuito
-  [\[youtu.be/rmRcA8-mU5U\]](https://youtu.be/rmRcA8-mU5U) Condensatore Piano
-  [\[youtu.be/vMgc11vXfnY\]](https://youtu.be/vMgc11vXfnY) Condensatori in serie
-  [\[youtu.be/Wew-ErbfbGM\]](https://youtu.be/Wew-ErbfbGM) Condensatori in parallelo
-  [\[youtu.be/VDGcgtiCmYI\]](https://youtu.be/VDGcgtiCmYI) Circuiti RLC in serie
-  [\[youtu.be/zUCs4MjJazRo\]](https://youtu.be/zUCs4MjJazRo) Carica e scarica di un condensatore

6.1 Potenziali e correnti - Prima legge di Ohm