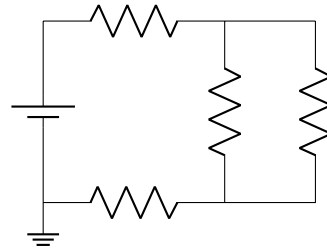
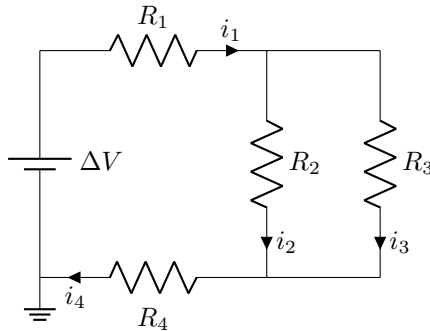


**Problema di: Elettrotecnica - V0002****Testo** [V0002] [2★ 7🕒 4a📖]

Un circuito elettrico è formato da due resistenze  $R_2 = 6\Omega$  ed  $R_3 = 12\Omega$  in parallelo, messe in serie con altre due resistenze  $R_1 = 6\Omega$  ed  $R_4 = 2\Omega$ . il circuito è alimentato da un generatore  $\Delta V = 24\text{ Volt}$ . Calcola le differenze di potenziale agli estremi di ogni resistenza e la corrente elettrica che le attraversa



**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.



**Svolgimento** Applicando le leggi di Ohm

1. Le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sono in parallelo, per cui

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{12\Omega} = \frac{1}{4\Omega}$$

2. La resistenza totale del circuito vale quindi

$$R_{tot} = R_1 + R_{23} + R_4 = 12\Omega$$

3. La corrente che esce dal generatore sarà quindi

$$i = i_1 = i_4 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 2\text{ A}$$

4. La caduta di potenziale agli estremi della resistenza  $R_1$  sarà

$$\Delta V_1 = R_1 \cdot i_1 = 12\text{ Volt}$$

5. La caduta di potenziale agli estremi della resistenza  $R_4$  sarà

$$\Delta V_4 = R_4 \cdot i_4 = 4\text{ Volt}$$

6. La caduta di potenziale agli estremi delle resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sarà

$$\Delta V_2 = \Delta V_3 = \Delta V - \Delta V_1 - \Delta V_4 = 8\text{ Volt}$$

7. La corrente che parra per le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sarà quindi rispettivamente

$$i_2 = \frac{\Delta V_2}{R_2} = \frac{4}{3}\text{ A} \simeq 1,333\text{ A}$$

e

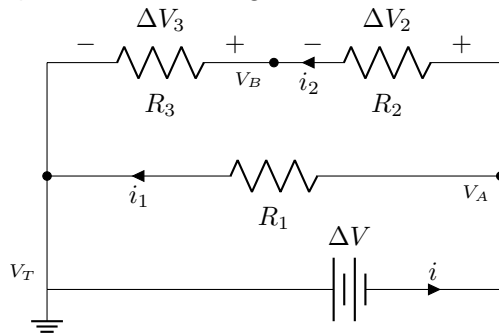
$$i_3 = \frac{\Delta V_3}{R_3} = \frac{2}{3}\text{ A} \simeq 0,667\text{ A}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0004****Testo** [V0004] [2★ 5🕒 4a📖]

Un circuito elettrico, alimentato da un generatore  $\Delta V = 24 \text{ Volt}$ , è formato dalle resistenze  $R_1 = 6 \Omega$  in parallelo con la serie tra  $R_2 = 8 \Omega$  ed  $R_3 = 4 \Omega$ . Calcola la corrente elettrica che attraversa ogni resistenza ed il potenziale nel punto tra le resistenze in serie.

**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm. Essendoci un solo generatore, cominciamo con il calcolarci la resistenza complessiva del circuito e la corrente che attraversa il generatore.

**Svolgimento** Qui di seguito il circuito di cui si parla nel testo del problema



Applicando le leggi di Ohm

1. Le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sono in serie, per cui  $R_{23} = R_2 + R_3 = 12 \Omega$
2. La resistenza totale del circuito è data dal parallelo di  $R_1$  con  $R_{23}$  e vale quindi

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{4 \Omega}$$

$$R_{tot} = 4 \Omega$$

3. La corrente che esce dal generatore sarà quindi

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 6 \text{ Ampere}$$

4. Essendo  $T$  la terra del circuito:  $V_T = 0 \text{ Volt}$
5. Il Potenziale nel punto  $A$  sarà:  $V_A = V_T + \Delta V = 24 \text{ Volt}$
6. La differenza di potenziale tra i punti  $A$  e  $T$  sarà  $\Delta V_1 = V_A - V_T = 24 \text{ Volt}$
7. La corrente che attraversa la resistenza  $R_1$  varrà

$$i_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = \frac{24 \text{ V}}{6 \Omega} = 4 \text{ Ampere}$$

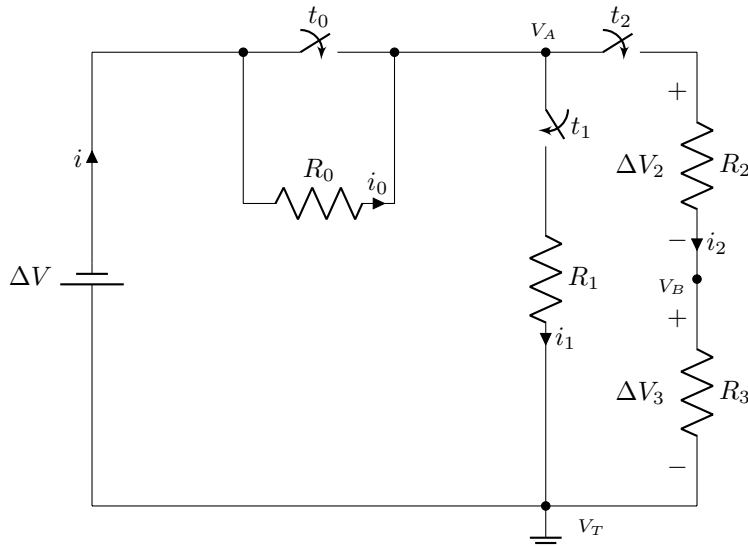
8. Nel punto  $A$  la somma delle correnti in ingresso deve essere uguale alla somma delle correnti in uscita, da cui

$$i_2 = i - i_1 = 6 \text{ A} - 4 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

9. Agli estremi di  $R_2$  la caduta di potenziale sarà  $\Delta V_2 = R_2 i_2 = 16 \text{ Volt}$
10. Il potenziale nel punto  $B$  sarà  $V_B = V_A - \Delta V_2 = 8 \text{ Volt}$
11. Agli estremi di  $R_3$  la caduta di potenziale sarà  $\Delta V_3 = R_3 i_2 = 8 \text{ Volt}$

**Problema di: Elettrotecnica - V0006****Testo** [V0006] [2★ 15⌚ 4a📖]

Dato il circuito elettrico in figura, determinarne il funzionamento per ogni configurazione degli interruttori. Le resistenze hanno valore  $R_0 = 36 \Omega$ ,  $R_1 = 12 \Omega$ ,  $R_2 = 6 \Omega$ ,  $R_3 = 18 \Omega$ ;  $\Delta V = 240 \text{ V}$ . [A seconda di come sono messi gli interruttori dovete calcolare le correnti elettriche in tutti i rami, ed i valori del potenziale nei punti A e B.]

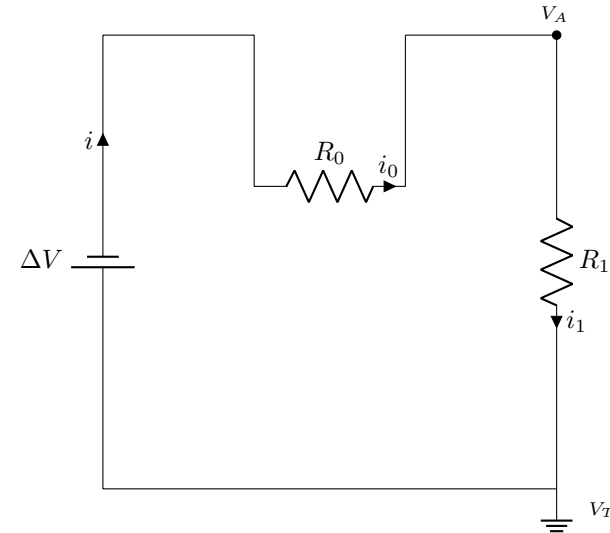


**Spiegazione** A seconda di come sono posizionati gli interruttori, alcuni rami del circuito esisteranno oppure no. Bisogna quindi considerare tutte le possibili posizioni degli interruttori, disegnare il corrispondente circuito, ed infine analizzarlo.

**Svolgimento**

1.  $-[t_0 \text{ aperto}; t_1 \text{ aperto}; t_2 \text{ aperto}]$ - in questo caso non c'è alcun percorso chiuso nel quale possa circolare la corrente
2.  $-[t_0 \text{ chiuso}; t_1 \text{ aperto}; t_2 \text{ aperto}]$ - in questo caso non c'è alcun percorso chiuso nel quale possa circolare la corrente

3.  $-[t_0 \text{ aperto}; t_1 \text{ chiuso}; t_2 \text{ aperto}]$ - in questo caso il circuito risulta essere:

Fig. 6.1:  $[t_0 \text{ aperto}; t_1 \text{ chiuso}; t_2 \text{ aperto}]$ 

Per cui avremo che la resistenza totale del circuito vale

$$R_{tot} = R_0 + R_1 = 48 \Omega$$

Essendoci di fatto solo una maglia, tutte le correnti devono necessariamente essere uguali

$$i = i_0 = i_1 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 5 \text{ Ampere}$$

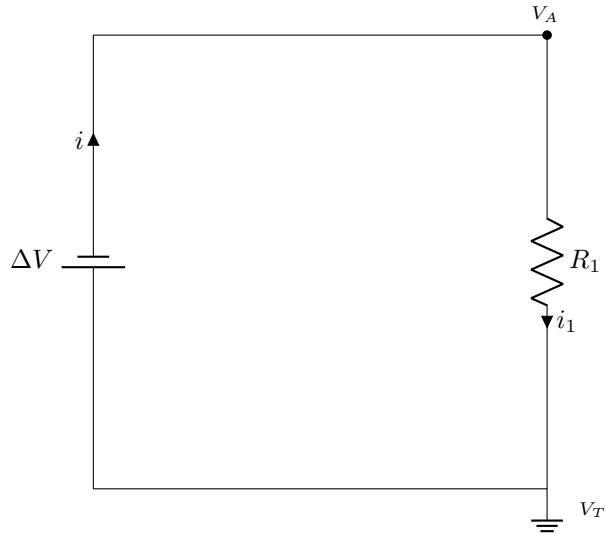
Per trovare il potenziale nel punto A possiamo partire dalla terra e seguire sia il percorso che passa dal generatore, sia il percorso opposto

$$V_A = V_T + \Delta V - R_0 i_0 = 0 \text{ Volt} + 240 \text{ Volt} - 180 \text{ Volt} = 60 \text{ Volt}$$

4.  $-[t_0 \text{ chiuso}; t_1 \text{ chiuso}; t_2 \text{ aperto}]$ - in questo caso il circuito risulta essere:

In questo caso

$$i = i_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{20}{3} \Omega$$

Fig. 6.2:  $[t_0 \text{ chiuso}; t_1 \text{ chiuso}; t_2 \text{ aperto}]$ 

$$V_A = V_T + \Delta V = 240 \text{ V}$$

5.  $-[t_0 \text{ aperto}; t_1 \text{ aperto}; t_2 \text{ chiuso}]$ - in questo caso il circuito risulta essere:

Anche in questo caso c'è soltanto una maglia e quindi avremo

$$R_{tot} = R_0 + R_2 + R_3 = 60 \Omega$$

$$i = i_0 = i_2 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 4 \text{ Ampere}$$

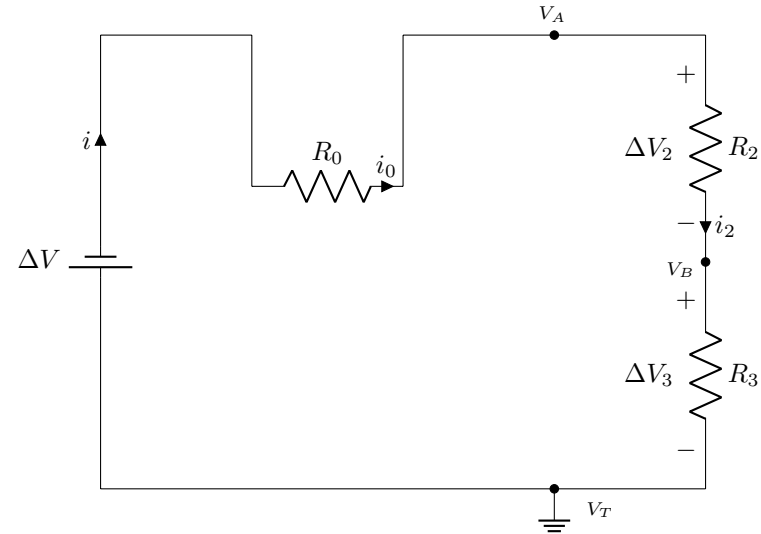
Il potenziale nel punto A vale

$$V_A = V_T + \Delta V - R_0 i_0 = 96 \text{ V}$$

Il potenziale nel punto B vale

$$V_B = V_A - R_2 i_2 = 72 \text{ V}$$

6.  $-[t_0 \text{ chiuso}; t_1 \text{ aperto}; t_2 \text{ chiuso}]$ - in questo caso il circuito risulta essere:

Fig. 6.3:  $[t_0 \text{ aperto}; t_1 \text{ aperto}; t_2 \text{ chiuso}]$ 

In questo circuito c'è una sola maglia, per cui

$$R_{tot} = R_2 + R_3 = 24 \Omega$$

$$i = i_2 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 10 \text{ Ampere}$$

$$V_A = V_T + \Delta V = 240 \text{ V}$$

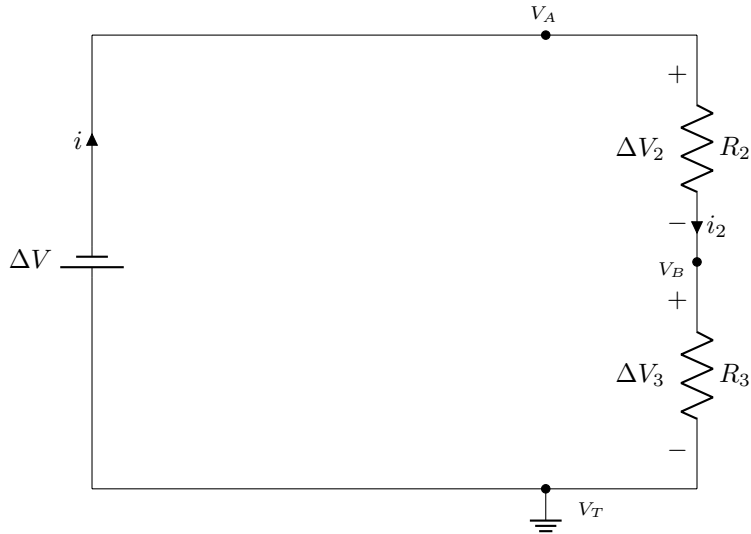
$$V_B = V_T + \Delta V - R_2 i_2 = 180 \text{ V}$$

7.  $-[t_0 \text{ aperto}; t_1 \text{ chiuso}; t_2 \text{ chiuso}]$ - in questo caso il circuito risulta essere:

In questo circuito abbiamo due rami del circuito in parallelo tra di loro, mentre le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sono in serie tra di loro. La resistenza  $R_0$  è in serie con il resto del circuito

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 24 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}}$$

Fig. 6.4:  $[t_0 \text{ chiuso}; t_1 \text{ aperto}; t_2 \text{ chiuso}]$ 

$$R_{123} = \frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} = 8 \Omega$$

$$R_{tot} = R_0 + R_{123} = 44 \Omega$$

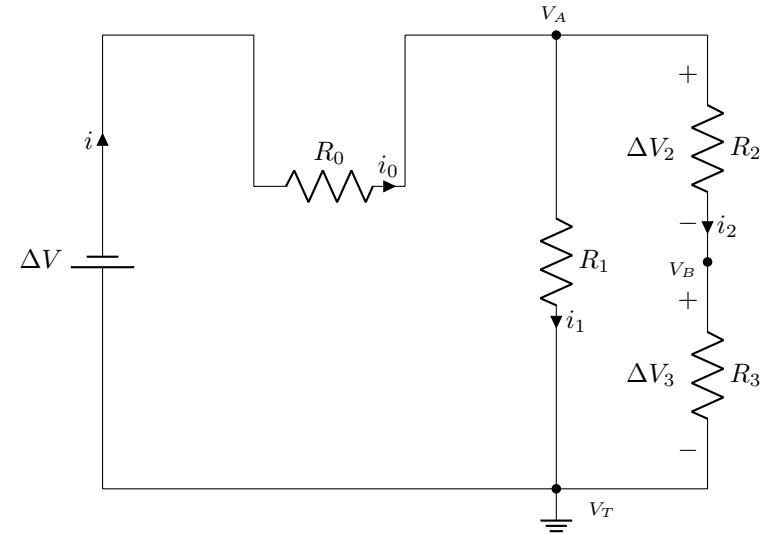
$$i = i_0 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = \frac{60}{11} \text{ Ampere}$$

$$V_A = V_T + \Delta V - R_0 i_0 = \frac{480}{11} \text{ V} \sim 43,64 \text{ V}$$

$$i_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = \frac{V_A - V_T}{R_1} \sim 3,64 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{\Delta V_{23}}{R_{23}} = \frac{V_A - V_T}{R_{23}} \sim 4,36 \text{ A}$$

$$V_B = V_A - R_2 i_2 = 21,83 \text{ V}$$

Fig. 6.5:  $[t_0 \text{ aperto}; t_1 \text{ chiuso}; t_2 \text{ chiuso}]$ 

In questo circuito abbiamo due rami del circuito in parallelo tra di loro, mentre le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sono in serie tra di loro

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 24 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}}$$

$$R_{tot} = \frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} = 8 \Omega$$

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 30 \text{ Ampere}$$

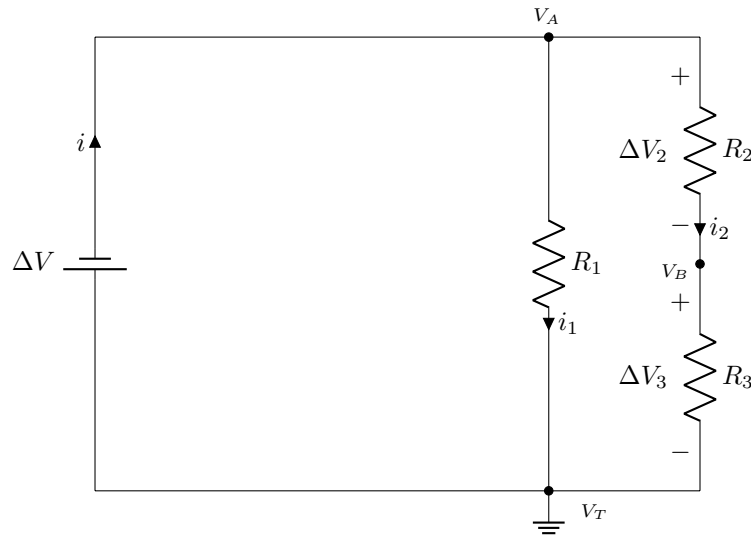
$$V_A = V_T + \Delta V = 240 \text{ V}$$

$$i_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = \frac{V_A - V_T}{R_1} = 20 \text{ Ampere}$$

$$i_2 = \frac{\Delta V_{23}}{R_{23}} = \frac{V_A - V_T}{R_2 + R_3} = 10 \text{ Ampere}$$

$$V_B = V_A - R_2 i_2 = 180 \text{ V}$$

8.  $-[t_0 \text{ chiuso}; t_1 \text{ chiuso}; t_2 \text{ chiuso}]$ - in questo caso il circuito risulta essere:

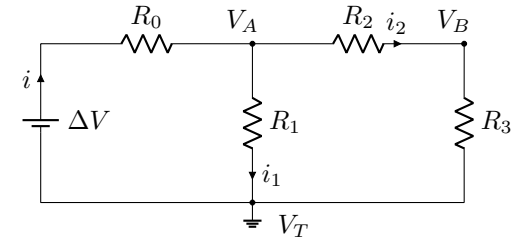
Fig. 6.6:  $[t_0$  chiuso;  $t_1$  chiuso;  $t_2$  chiuso]

È evidente che il funzionamento del circuito varia notevolmente a seconda di quali interruttori sono stati effettivamente chiusi. In particolare nel caso l'interruttore  $t_0$  sia aperto, il potenziale  $V_A$  dipende dalla configurazione degli interruttori.

### Problema di: Elettrotecnica - V0017

**Testo** [V0017] [2½★ 4⌚ 4a📖]

Nel circuito in figura  $R_0 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 3\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $\Delta V = 12\text{ V}$ ,  $V_T = 0\text{ V}$ . Calcola la resistenza totale  $R_{tot}$ , la corrente  $i$  in uscita dal generatore, il valore di tensione  $V_A$  nel punto A. Verificato che  $V_A = 4\text{ V}$ , calcola poi le correnti  $i_1$  e  $i_2$  nei due rami senza il generatore, e il valore di tensione  $V_B$  nel punto B.



**Spiegazione** In questo circuito abbiamo solo un generatore di tensione continua ed una serie di resistenze. Le uniche formule di cui abbiamo quindi bisogno sono la prima legge di Ohm e le formule per sommare le resistenze in serie ed in parallelo. In questi circuiti si parte sempre con il determinare la resistenza totale del circuito e la corrente in uscita dal generatore. Successivamente si deve ragionare per trovare i valori di potenziale in ogni punto e le correnti in tutti i vari rami.

**Svolgimento** La resistenza nel secondo ramo è  $R_{23} = R_2 + R_3 = 6\text{ k}\Omega$

$R_{23}$  è in parallelo con  $R_1$  e quindi la resistenza equivalente sarà:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{2\text{ k}\Omega}$$

$$R_{123} = 2\text{ k}\Omega$$

I due rami tra loro in parallelo, sono in serie con la resistenza  $R_0$

$$R_{tot} = R_0 + R_{123} = 6\text{ k}\Omega$$

La corrente in uscita dalla batteria sarà quindi

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 2\text{ mA}$$

Il valore del potenziale nel punto A sarà

$$V_A = V_T + \Delta V - R_0 i = 0\text{ V} + 12\text{ V} - 4\text{ k}\Omega \cdot 2\text{ mA} = 4\text{ V}$$

La corrente che passa nel primo ramo sarà

$$i_1 = \frac{\Delta V_{AT}}{R_1} = \frac{4}{3}\text{ A}$$

La corrente che passa nel secondo ramo sarà

$$i_2 = \frac{\Delta V_{AT}}{R_{23}} = \frac{2}{3}\text{ A}$$

Il potenziale nel punto B sarà

$$V_B = V_A - R_2 \cdot i_2 = 4\text{ V} - 4\text{ k}\Omega \cdot \frac{2}{3}\text{ A} = \frac{4}{3}\text{ V}$$

### Problema di: Elettrotecnica - V0026

Testo [V0026] [2★ 7🕒 4a📖]

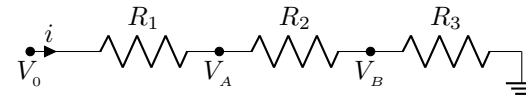
Un partitore di tensione è formato da un ramo di tre resistenze

$R_1 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_2$  ed  $R_3$ . Un'estre-

mità del ramo è alimentata da una tensione  $V_0 = 5\text{ V}$  e l'altra connessa alla terra.

Trovare il valore delle resistenze incognite in modo che  $V_A = 3\text{ V}$  e  $V_B = 1\text{ V}$ .

**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.



**Svolgimento** Cominciamo con il calcolare la corrente nel ramo utilizzando la prima resistenza

$$i = \frac{V_0 - V_A}{R_1} = 0,1\text{ mA}$$

quindi

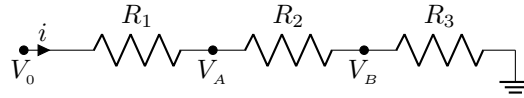
$$R_2 = \frac{V_A - V_B}{i} = 10\text{ k}\Omega$$

$$R_3 = \frac{V_B - V_T}{i} = 5\text{ k}\Omega$$

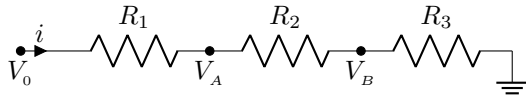
**Problema di: Elettrotecnica - V0027****Testo** [V0027] [2★ 4⌚ 4a📖]

Un partitore di tensione è formato da un ramo di tre resistenze

$R_1 = R_3 = 10\text{ k}\Omega$ , ed  $R_2 = 5\text{ k}\Omega$ . Un'estremità del ramo è alimentata da una tensione  $V_0 = 5\text{ V}$  e l'altra connessa alla terra. Trovare il valore delle tensioni  $V_A$  e  $V_B$ .



**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.



**Svolgimento** Applicando le leggi di Ohm possiamo scrivere

$$i = \frac{V_0 - V_T}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1}{5} \text{ mA}$$

Teniamo presente che la terra ha per definizione  $V_T = 0$

$$V_A = V_0 - R_1 \cdot i = 3 \text{ Volt}$$

$$V_B = V_0 - (R_1 + R_2) i = 2 \text{ Volt}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0038****Testo** [V0038] [2★ 4⌚ 4a📖]

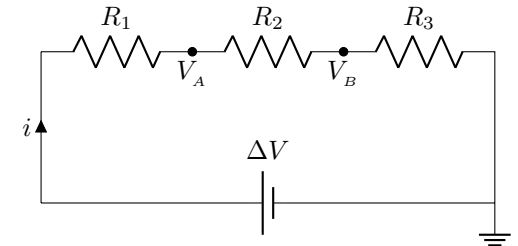
Disegna un circuito con tre resistenze  $R_1, R_2, R_3$  poste in serie ed un generatore  $\Delta V$ . Assegna loro i valori che preferisci e determina il valore del potenziale nei due punti tra le resistenze.

**Spiegazione** Per svolgere questo esercizio è necessario conoscere il concetto di resistenze in serie e saper applicare le leggi di Ohm.

**Svolgimento** Lo schema del circuito richiesto è mostrato in figura.

Scegliamo i valori  $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ ;  $R_2 = 20\text{ k}\Omega$ ;  $R_3 = 30\text{ k}\Omega$ ;  $\Delta V = 240\text{ V}$

Cominciamo con il calcolare la resistenza totale e la corrente nel circuito:



$$R_{tot} = 60\text{ k}\Omega$$

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 4\text{ mA}$$

Le cadute di potenziale agli estremi delle tre resistenze sono

$$\Delta V_1 = R_1 i = 40\text{ V}$$

$$\Delta V_2 = R_2 i = 80\text{ V}$$

$$\Delta V_3 = R_3 i = 120\text{ V}$$

e di conseguenza i potenziali nei punti A e B valgono:

$$V_A = V_T + \Delta V - \Delta V_1 = 200\text{ V}$$

$$V_B = V_A - \Delta V_2 = 120\text{ V}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0039****Testo** [V0039] [2★ 4🕒 4a📖]

Disegna un circuito con quattro resistenze  $R_1, R_2, R_3, R_4$  poste in sequenza in serie, ed un generatore  $\Delta V$ . Assegna loro i valori che preferisci e determina il valore del potenziale nel punto tra le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$ .

**Spiegazione** Per svolgere questo esercizio è necessario conoscere il concetto di resistenze in serie e saper applicare le leggi di Ohm.

**Svolgimento** Lo schema del circuito richiesto è mostrato in figura.

Scegliamo i valori  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ;  
 $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ ;  $R_3 = 30 \text{ k}\Omega$ ;  $R_4 = 40 \text{ k}\Omega$ ;  
 $\Delta V = 200 \text{ V}$

Cominciamo con il calcolare la resistenza totale e la corrente nel circuito:

$$R_{tot} = 100 \text{ k}\Omega \qquad i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 2 \text{ mA}$$

Le cadute di potenziale agli estremi delle tre resistenze sono

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= R_1 i = 20 \text{ V} & \Delta V_2 &= R_2 i = 40 \text{ V} \\ \Delta V_3 &= R_3 i = 60 \text{ V} & \Delta V_4 &= R_4 i = 80 \text{ V} \end{aligned}$$

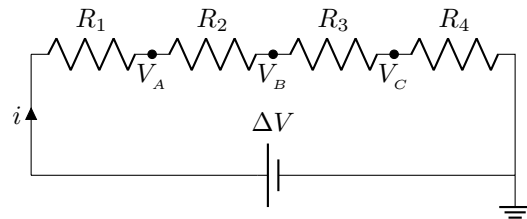
e di conseguenza i potenziali nei punti  $A, B$  e  $C$  valgono:

$$V_A = V_T + \Delta V - \Delta V_1 = 180 \text{ V}$$

$$V_B = V_A - \Delta V_2 = 140 \text{ V}$$

$$V_C = V_B - \Delta V_3 = 80 \text{ V}$$

Il valore di  $V_B$  è la risposta alla domanda del problema.



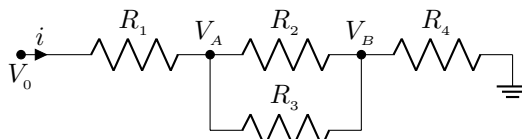
**Problema di: Elettrotecnica - V0029****Testo** [V0029] [2★ 4🕒 4a📖]

Il ramo di circuito mostrato in figura è formato da quattro resistenze:

$R_1 = 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 3\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 6\text{ k}\Omega$  e

$R_4 = 4\text{ k}\Omega$ . Un'estremità del ramo

è alimentata da una tensione  $V_0 = 24\text{ V}$  e l'altra connessa alla terra. Trovare il valore delle tensioni  $V_A$  e  $V_B$ .



**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.

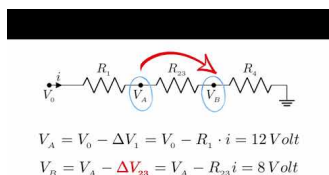
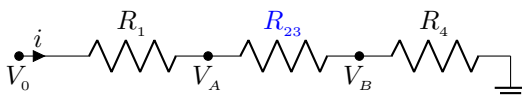


Fig. 6.7: Guarda il video [youtu.be/N3O3LE1VgKE](https://youtu.be/N3O3LE1VgKE)

**Svolgimento** Applicando le leggi di Ohm possiamo calcolare la resistenza equivalente delle due resistenze tra loro in parallelo.

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{3\text{ k}\Omega} + \frac{1}{6\text{ k}\Omega} = \frac{1}{2\text{ k}\Omega} \quad \Rightarrow \quad R_{23} = 2\text{ k}\Omega$$

In figura è rappresentato il circuito equivalente. La resistenza totale sarà la serie delle resistenze del circuito equivalente



$$R_{tot} = R_1 + R_{23} + R_4 = 12\text{ k}\Omega$$

Teniamo presente che la terra ha per definizione  $V_T = 0$ , quindi

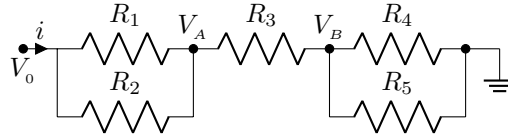
$$i = \frac{V_0 - V_T}{R_{tot}} = \frac{24\text{ V}}{12\text{ k}\Omega} = 2\text{ mA}$$

$$V_A = V_0 - \Delta V_1 = V_0 - R_1 \cdot i = 12\text{ Volt}$$

$$V_B = V_A - \Delta V_{23} = V_A - R_{23} \cdot i = 8\text{ Volt}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0031****Testo** [V0031] [2★ 4🕒 4a📖]

Un ramo di un circuito è formato come in figura, con tutte le resistenze pari a  $R_x = 6\text{ k}\Omega$ . Un'estremità del ramo è alimentata da una tensione  $V_0 = 12\text{ V}$  e l'altra connessa a terra. Trovare il valore delle tensioni  $V_A$  e  $V_B$ .



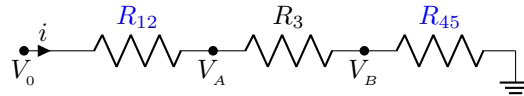
**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.

**Svolgimento** Applicando le leggi di Ohm possiamo calcolare la resistenza equivalente delle due coppie di resistenze tra loro in parallelo.

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_{12} = 3\text{ k}\Omega$$

$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad \Rightarrow \quad R_{45} = 3\text{ k}\Omega$$

In figura è rappresentato il circuito equivalente. La resistenza totale sarà la serie delle resistenze del circuito equivalente



$$R_{tot} = R_{12} + R_3 + R_{45} = 12\text{ k}\Omega$$

Teniamo presente che la terra ha per definizione  $V_T = 0$ , quindi

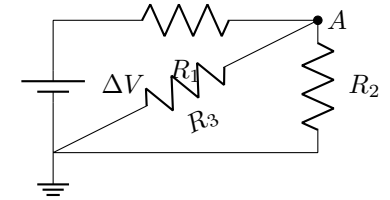
$$i = \frac{V_0 - V_T}{R_{tot}} = \frac{12\text{ V}}{12\text{ k}\Omega} = 1\text{ mA}$$

$$V_A = V_0 - R_{12} \cdot i = 9\text{ Volt}$$

$$V_B = V_A - R_3 i = 3\text{ Volt}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0034****Testo** [V0034] [2★ 4🕒 4a📖]

Nel circuito rappresentato in figura, le resistenze indicate hanno valore  $R_1 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 6\text{ k}\Omega$ . Il circuito è alimentato da un generatore di tensione costante  $\Delta V = 24\text{ V}$ . Determinare la resistenza totale del circuito, la corrente erogata dalla batteria, ed il valore del potenziale nel punto A.



**Spiegazione** In questo esercizio è necessario saper individuare l'esatto collegamento tra le resistenze ed applicare la prima legge di Ohm.

**Svolgimento** Le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sono tra loro in parallelo, e la loro resistenza equivalente  $R_{23}$  è in serie con  $R_1$ . Avremo quindi

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \Rightarrow \quad R_{23} = 3\text{ k}\Omega$$

$$R_{tot} = R_1 + R_{23} = 5\text{ k}\Omega$$

La corrente erogata dalla batteria è quindi

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 4,8\text{ A}$$

La caduta di potenziale agli estremi della resistenza  $R_1$  è

$$\Delta V_1 = R_1 i = 9,6\text{ V}$$

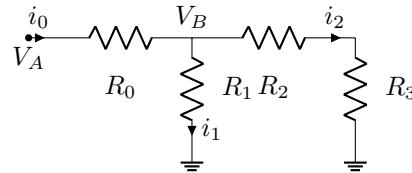
Quindi

$$V_A = 0 + \Delta V - \Delta V_1 = 14,4\text{ V}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0037****Testo** [V0037] [2★ 6🕒 4a📖]

Nel circuito in figura sono presenti quattro resistenze di valore  $R_0 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 3\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $V_A = 12\text{ V}$ . Calcola la resistenza totale

$R_{tot}$ , la corrente  $i_0$  in uscita dal punto  $A$ , il valore di tensione  $V_B$  nel punto  $B$ . Calcola poi le correnti  $i_1$ ,  $i_2$ .



**Spiegazione** In questo esercizio è necessario saper individuare l'esatto collegamento tra le resistenze ed applicare la prima legge di Ohm.

**Svolgimento** Le resistenze  $R_2$  ed  $R_3$  sono in serie. La resistenza equivalente  $R_{23}$  è in parallelo con  $R_1$ . La resistenza equivalente  $R_{123}$  è in serie con  $R_0$ . Quindi

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 6\text{ k}\Omega$$

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}} \Rightarrow R_{123} = 2\text{ k}\Omega$$

$$R_{tot} = R_0 + R_{123} = 6\text{ k}\Omega$$

La corrente in uscita dal punto  $A$  vale

$$i_0 = \frac{V_A - V_T}{R_{tot}} = 2\text{ mA}$$

La caduta di potenziale ai capi della resistenza  $R_0$  è

$$\Delta V_0 = R_0 i_0 = 8\text{ V}$$

Quindi

$$V_B = V_A - \Delta V_0 = 4\text{ V}$$

La corrente  $i_1$  vale

$$i_1 = \frac{V_B - V_T}{R_1} = \frac{4}{3}\text{ mA}$$

La corrente  $i_2$  vale

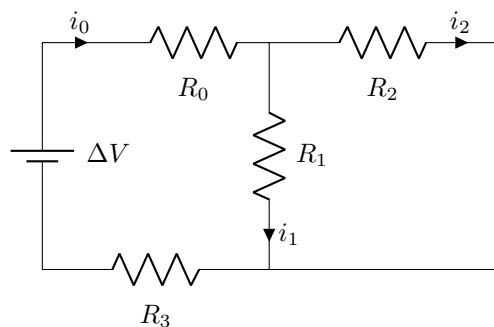
$$i_2 = \frac{V_B - V_T}{R_{23}} = \frac{2}{3}\text{ mA}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0035****Testo** [V0035] [2★ 4🕒 4a📖]

Disegna un circuito con un generatore  $\Delta V = 24\text{ V}$  e quattro resistenze di valore  $r = 24\text{ k}\Omega$  poste in modo che la resistenza totale NON valga né  $6\text{ k}\Omega$ , né  $96\text{ k}\Omega$ . Calcola la resistenza totale, nonché la corrente e la potenza erogata dal generatore. Disegna poi un diverso circuito indicando, senza svolgere i calcoli, se ha resistenza complessiva maggiore o minore.

**Spiegazione** Quattro resistenze da  $24\text{ k}\Omega$  montate in serie danno una resistenza equivalente da  $96\text{ k}\Omega$ , mentre se montate in parallelo danno una resistenza equivalente da  $6\text{ k}\Omega$ . Le resistenze vanno quindi montate in modo differente.

**Svolgimento** In base alle indicazioni del testo dell'esercizio, possiamo montare le resistenze nel modo seguente.



In questo circuito le resistenze  $R_1$  e  $R_2$  sono in parallelo, dando una resistenza equivalente  $R_{12}$  che a sua volta è in serie con  $R_0$  e  $R_3$ .

La resistenza complessiva del circuito vale

$$R_{tot} = R_0 + R_3 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 60\text{ k}\Omega$$

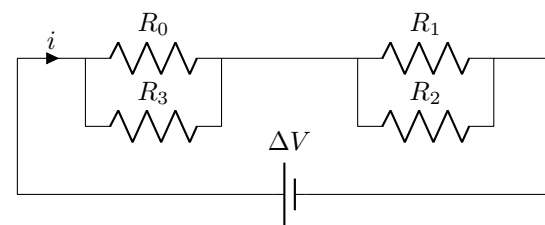
La corrente in uscita dal generatore è

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 0,4\text{ mA}$$

La potenza erogata è

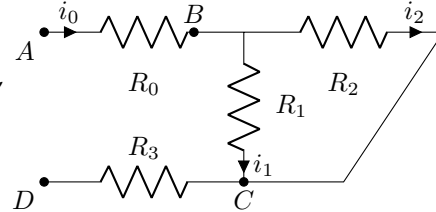
$$P = \Delta V \cdot i = 9,6\text{ mW}$$

Per ridisegnare il circuito in modo da ottenere una resistenza complessiva minore è possibile montare le due resistenze  $R_1$  e  $R_3$  in parallelo tra loro e non in serie.



**Problema di: Elettrotecnica - V0036****Testo** [V0036] [2★ 6🕒 4a📖]

Nel circuito mostrato in figura  $R_0 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 3\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $V_A = 24\text{ V}$ ,  $V_C = 8\text{ V}$ . Calcola la resistenza totale  $R_{tot}$ , la corrente  $i_0$  in uscita dal nodo A, il valore di tensione  $V_B$  nel punto B. Calcola poi le correnti  $i_1$  e  $i_2$ .



**Spiegazione** In questo esercizio è necessario saper individuare l'esatto collegamento tra le resistenze ed applicare la prima legge di Ohm.

**Svolgimento** Nel circuito in figura le resistenze  $R_1$  e  $R_2$  sono in parallelo. La loro resistenza equivalente  $R_{12}$  è in serie con  $R_0$  e con  $R_3$ . Quindi

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_{12} = 2\text{ k}\Omega$$

$$R_{tot} = R_0 + R_{12} + R_3 = 8\text{ k}\Omega$$

La corrente in uscita dal punto A è

$$i_0 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = \frac{24\text{ V} - 8\text{ V}}{8\text{ k}\Omega} = 2\text{ mA}$$

La caduta di potenziale agli estremi della resistenza  $R_0$  è

$$\Delta V_0 = R_0 i_0 = 8\text{ V}$$

e quindi

$$V_B = V_A - \Delta V_0 = 16\text{ V}$$

La caduta di potenziale agli estremi della resistenza  $R_3$  è

$$\Delta V_3 = R_3 i_0 = 4\text{ V}$$

e quindi il potenziale  $V_C$  vale

$$V_C = V_D + \Delta V_3 = 12\text{ V}$$

Le correnti  $i_1$  e  $i_2$  sono quindi

$$i_1 = \frac{V_B - V_C}{R_1} = \frac{4\text{ V}}{6\text{ k}\Omega} = \frac{2}{3}\text{ mA}$$

$$i_2 = i_0 - i_1 = \frac{4}{3}\text{ mA}$$

## 6.2 Effetto Joule

### Problema di: Elettrotecnica - V0015

**Testo** [V0015] [1★ 3🕒 4a📖]

Due lampadine identiche  $R = 120\ \Omega$  sono alimentate da un generatore di tensione  $\Delta V = 12\text{ V}$ . Calcola la corrente che le attraversa nel caso siano montate in serie e nel caso siano montate in parallelo. In quale caso le lampadine risulteranno più luminose?

**Spiegazione** In questo esercizio dobbiamo semplicemente calcolare la corrente che passa in due differenti circuiti e vedere in quale dei due le lampadine sono attraversate da una maggiore corrente. Per risolvere l'esercizio servirà unicamente la prima legge di Ohm e le regole per le resistenze in serie ed in parallelo.

### Svolgimento

**Resistenze in serie** La corrente che esce dal generatore attraversa tutta la prima resistenza e successivamente la seconda resistenza. Chiamando  $i_1$  la corrente per la prima resistenza e  $i_2$  la corrente per la seconda resistenza avremo:

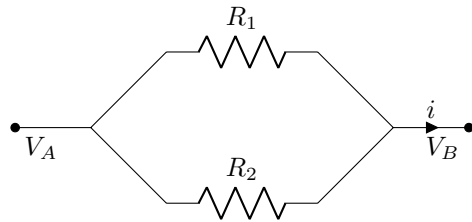
$$R_{tot} = R_1 + R_2 = 2R = 240\ \Omega$$

$$i_{tot} = i_1 = i_2 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 0,05\text{ A} = 50\text{ mA}$$



**Resistenze in parallelo** La corrente che esce dal generatore si divide metà sulla prima resistenza e metà sulla seconda resistenza. Ogni resistenza ha ai suoi estremi la stessa differenza di potenziale  $\Delta V$ . Chiamando  $i_1$  la corrente per la prima resistenza e  $i_2$  la corrente per la seconda resistenza avremo:

$$i_1 = \frac{\Delta V}{R} = 0,1\text{ A} = 100\text{ mA}$$

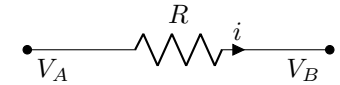


**Conclusioni** Montando le due lampadine in parallelo esse sono attraversate da una maggiore corrente e quindi si illuminano di più.

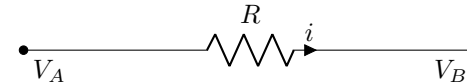
### Problema di: Elettrotecnica - V0016

**Testo** [V0016] [1★ 3🕒 4a📖]

Nel ramo di circuito in figura, viene montata una lampadina di resistenza  $R = 6\ \Omega$ ; le tensioni sui due morsetti sono  $V_A = 28\ V$  e  $V_B = 4\ V$ . Il costo dell'energia è  $C = 0,18\ \frac{\text{€}}{\text{kWh}}$ . Quanto spendo per tenere la lampadina accesa un tempo  $\Delta t = 4\ h$ ? Quanta carica elettrica ha attraversato la resistenza in questo intervallo di tempo?



**Spiegazione** In questo ramo di circuito dobbiamo calcolarci la corrente che attraversa la resistenza, quindi la potenza dissipata dalla resistenza, quindi l'energia dissipata nel tempo indicato, quindi il costo di tale energia. Avendo il valore della corrente e del tempo possiamo sapere quanta carica ha attraversato la resistenza.



**Svolgimento** La corrente e la carica che attraversano la resistenza sono

$$i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{24\ V}{6\ \Omega} = 4\ A$$

$$\Delta Q = i \cdot \Delta t = 4\ A \cdot 4\ h = 16\ Ah = 57600\ As = 57600\ C$$

La potenza dissipata, l'energia consumata ed il suo costo  $D$  sono

$$P = R \cdot i^2 = 6\ \Omega \cdot 16\ A^2 = 96\ W$$

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 96\ W \cdot 4\ h = 384\ Wh = 0,384\ kWh$$

$$D = \Delta E \cdot C = 0,384\ kWh \cdot 0,18\ \frac{\text{€}}{\text{kWh}} = 0,06912\ \text{€}$$

**Problema di: Elettrostatica - OV0001****Testo** [OV0001] [2★ 3🕒 4a📖]

Una lampadina ad incandescenza è alimentata con una tensione  $\Delta V = 220\text{ V}$  ed è attraversata da una corrente  $i = 500\text{ mA}$ . La potenza luminosa emessa dal filo di tungsteno surriscaldato è il 2% della potenza elettrica assorbita. Trascurando l'effetto dell'aria, ed ipotizzando che la lampadina sia puntiforme, determina l'intensità luminosa incidente a  $d = 5\text{ m}$  di distanza.

**Spiegazione** Qui semplicemente applichiamo in modo diretto formule di elettrotecnica e di grandezze fisiche ondulatorie

**Svolgimento** La potenza con la quale la lampadina viene alimentata è

$$P_0 = \Delta V \cdot i = 110\text{ W}$$

Il testo dice che la potenza luminosa emessa è

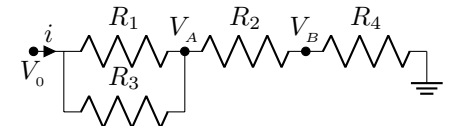
$$P = 2\% \cdot P_0 = 2,2\text{ W}$$

La lampadina emette onde luminose sferiche, quindi l'intensità dell'onda alla distanza indicata dal testo è

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} = 0,007 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0025****Testo** [V0025] [2★ 6🕒 4a📖]

Un ramo di un circuito è formato come in figura; in esso sono presenti le resistenze  $R_1 = R_3 = 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 3\text{ k}\Omega$  e  $R_4 = 4\text{ k}\Omega$ . Un'estremità del ramo è alimentata da una tensione  $V_0 = 24\text{ V}$  e l'altra connessa alla terra. Trovare il valore delle tensioni  $V_A$  e  $V_B$  e la potenza dissipata dal circuito.

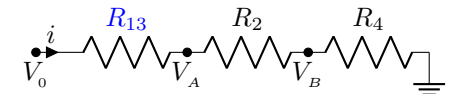


**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.

**Svolgimento** Applicando le leggi di Ohm possiamo calcolare la resistenza equivalente delle due resistenze tra loro in parallelo.

$$\frac{1}{R_{13}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{13} = 3\text{ k}\Omega$$

Il circuito equivalente è mostrato in figura. La resistenza totale sarà la serie delle resistenze del circuito equivalente.



$$R_{tot} = R_{13} + R_2 + R_4 = 10\text{ k}\Omega$$

Teniamo presente che la terra ha per definizione  $V_T = 0$ , quindi

$$i = \frac{V_0 - V_T}{R_{tot}} = \frac{24\text{ V}}{10\text{ k}\Omega} = 2,4\text{ mA}$$

$$V_A = V_0 - R_{13} \cdot i = 16,8\text{ Volt}$$

$$V_B = V_A - R_2 i = 9,6\text{ Volt}$$

La potenza dissipata dal circuito nel suo complesso sarà

$$P = R_{tot} i^2$$

che sarà necessariamente uguale alla potenza erogata dal generatore

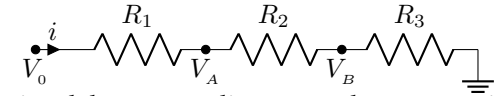
$$P = \Delta V \cdot i = (24 \text{ V} - 0 \text{ V}) \cdot 2,4 \text{ mA} = 57,6 \text{ mW}$$

### Problema di: Elettrotecnica - V0028

**Testo** [V0028] [3★ 6🕒 4a📖]

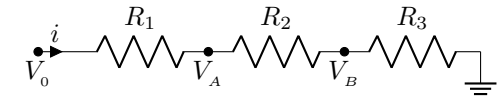
Un partitore di tensione è formato da un ramo di tre resistenze

$R_1 = 8 \Omega$ ,  $R_2 = 4 \Omega$  ed  $R_3$ . Un'estremità del ramo è alimentata da una tensione  $V_0 = 24 \text{ V}$  e l'altra connessa alla terra. Trovare il valore della resistenza  $R_3$  in modo tale che la potenza da essa dissipata sia  $P_3 = 12 \text{ W}$ .



**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.

**Svolgimento** Applicando le leggi di Ohm, tenendo presente che la terra ha per definizione  $V_T = 0$ , possiamo scrivere



$$i = \frac{V_0 - V_T}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$i = \frac{V_0}{R_1 + R_2 + R_3}$$

La potenza dissipata dalla resistenza  $R_3$  è

$$P_3 = R_3 \cdot i^2 = \frac{V_0^2 R_3}{(R_1 + R_2 + R_3)^2}$$

$$P_3 (R_1 + R_2 + R_3)^2 = V_0^2 R_3$$

Sapendo che  $R_1 + R_2 = 12 \text{ k}\Omega$ , inserendo i valori del testo, e trascurando le unità di misura essendoci messi nelle misure standard del sistema internazionale, avremo

$$12 (12 + R_3)^2 = 576 R_3$$

$$(12 + R_3)^2 = 48 R_3$$

$$R_3^2 - 24 R_3 + 144 = 0$$

$$(R_3 - 12)^2 = 0$$

$$R_3 = 12 \Omega$$

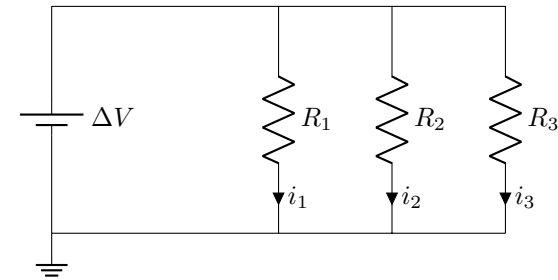
### Problema di: Elettrotecnica - V0040

**Testo** [V0040] [2★ 2⌚ 4a📖]

Disegna un circuito con un generatore e tre resistenze poste in parallelo. Assegna dei valori alle resistenze ed al generatore e calcola la potenza erogata dal generatore.

**Spiegazione** Per svolgere questo esercizio è necessario conoscere il concetto di resistenze in parallelo e saper applicare le leggi di Ohm.

**Svolgimento** Il circuito richiesto è il seguente:



I valori dei vari componenti possono essere:  $\Delta V = 12 V$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = 360 \Omega$

La resistenza complessiva è

$$R_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 120 \Omega$$

La potenza erogata, uguale a quella dissipata è

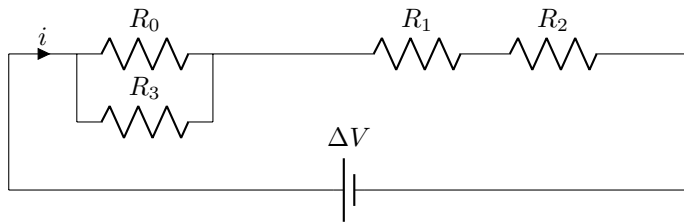
$$P = \frac{\Delta V^2}{R_{tot}} = 1,2 W$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0041****Testo** [V0041] [2★ 3⌚ 4a📖]

Disegna un circuito con un generatore e quattro resistenze in modo che ci siano sia resistenze in serie che in parallelo. Assegna dei valori alle resistenze ed al generatore. Calcola la corrente e la potenza erogati dal generatore.

**Spiegazione** Per svolgere questo esercizio è necessario conoscere il concetto di resistenze in serie e saper applicare le leggi di Ohm.

**Svolgimento** Il circuito richiesto può essere



I valori assegnati agli elementi del circuito possono essere:  $\Delta V = 24\text{ V}$ ,  $R_0 = R_1 = R_2 = R_3 = 6\text{ k}\Omega$

La resistenza complessiva è

$$R_{tot} = R_{03} + R_{12} = \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_3}} + R_1 + R_2 = 18\text{ k}\Omega$$

La corrente emessa dal generatore è

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = \frac{4}{3}\text{ mA}$$

La potenza erogata, uguale a quella dissipata, è data da

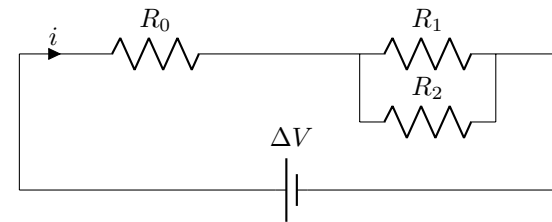
$$P = \frac{\Delta V^2}{R_{tot}} = \frac{576}{18}\text{ mW} = 32\text{ mW}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0041a****Testo** [V0041a] [2★ 3⌚ 4a📖]

Disegna un circuito con un generatore e tre resistenze in modo che ci siano sia resistenze in serie che in parallelo. Assegna dei valori alle resistenze ed al generatore. Calcola la corrente e la potenza erogati dal generatore.

**Spiegazione** Per svolgere questo esercizio è necessario conoscere il concetto di resistenze in serie e saper applicare le leggi di Ohm.

**Svolgimento** Il circuito richiesto può essere



I valori assegnati agli elementi del circuito possono essere:  $\Delta V = 24\text{ V}$ ,  $R_0 = R_1 = R_2 = 6\text{ k}\Omega$

La resistenza complessiva è

$$R_{tot} = R_0 + R_{12} = R_0 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 9\text{ k}\Omega$$

La corrente emessa dal generatore è

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = \frac{8}{3}\text{ mA}$$

La potenza erogata, uguale a quella dissipata, è data da

$$P = \frac{\Delta V^2}{R_{tot}} = \frac{576}{9}\text{ mW} = 64\text{ mW}$$

**Problema di: Elettrotecnica - Calorimetria - VQ0001****Testo** [VQ0001] [2★ 2🔧 4a📖]

Un riscaldatore elettrico è fatto da resistenza  $R = 10\ \Omega$  alimentata da una differenza di potenziale costante  $\Delta V = 24\ \text{V}$ . Se immersa in una massa  $m = 2\ \text{kg}$  di acqua, in quanto tempo la scalda di  $\Delta T = 20\ \text{K}$ ? [Comincia con il calcolare quanta energia deve essere data all'acqua e a disegnare il circuito del riscaldatore.]

**Spiegazione** La resistenza, per effetto joule, dissipa calore che, assorbito dall'acqua, la riscalda.

**Svolgimento** La quantità di calore necessaria a scaldare l'acqua è data da

$$\Delta Q = c_s \cdot m \cdot \Delta T$$

Considerato che tale calore proviene dalla resistenza a causa dell'effetto joule, allora

$$\Delta Q = P \cdot \Delta t \quad P = \frac{\Delta V^2}{R}$$

e quindi

$$P \cdot \Delta t = c_s \cdot m \cdot \Delta T$$

$$\frac{\Delta V^2}{R} \cdot \Delta t = c_s \cdot m \cdot \Delta T$$

Possiamo adesso ricavare la soluzione del problema

$$\Delta t = c_s \cdot m \cdot \Delta T \cdot \frac{R}{\Delta V^2}$$

$$\Delta t = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 2\ \text{kg} \cdot 20\ \text{K} \cdot \frac{10\ \Omega}{576\ \text{V}^2} = 2907\ \text{s}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0010****Testo** [V0010] [1★ 2🔧 4a📖]

Un impianto elettrico è alimentato da una tensione  $\Delta V = 220\ \text{V}$ . Per rispettare il contratto di fornitura, l'alimentazione viene staccata quando nel circuito entra una corrente maggiore di  $I_{max} = 15\ \text{A}$ . Se nella casa sono accesi una lavatrice di potenza  $P_{lav} = 1,5\ \text{kW}$ , due stufe elettriche di potenza  $P_s = 700\ \text{W}$  ed un televisore di potenza  $P_t = 200\ \text{W}$ , quante lampadine da  $P_l = 30\ \text{W}$  possono ancora accendere?

**Spiegazione** In questo circuito elettrico abbiamo un generatore da  $\Delta V = 220\ \text{V}$  che al massimo può erogare una corrente  $I_{max} = 15\ \text{A}$ . C'è quindi un limite alla massima potenza erogabile. Se la somma di tutte le potenze degli utilizzatori (lavatrice, stufette, televisore e lampadine) è superiore alla potenza massima erogabile, il circuito si stacca.

**Svolgimento** La potenza massima erogabile è

$$P_{max} = \Delta V \cdot I_{max} = 3300\ \text{W}$$

La potenza dei vari utilizzatori, escluse le lampadine, è

$$P = P_{lav} + P_t + 2 * P_s = 1500\ \text{W} + 200\ \text{W} + 1400\ \text{W} = 3100\ \text{W}$$

La potenza disponibile per le lampadine, ed il numero di lampadine che posso accendere sono quindi

$$P_{disp} = P_{max} - P = 200\ \text{W}$$

$$n = \frac{P_{disp}}{P_l} = 6,67$$

Questo significa che posso accendere  $n = 6$  lampadine e non sette.

**Problema di: Elettrotecnica - V0013****Testo** [V0013] [2★ 4🕒 4a📖]

Una lampadina di resistenza  $R_1 = 48 \Omega$  è montata in serie con una seconda resistenza  $R_2$ . Il circuito è alimentato con una batteria  $\Delta V = 12 \text{ Volt}$ . Quanto deve valere  $R_2$  affinché la potenza dissipata dalla lampadina sia  $P_1 = 2 \text{ W}$ ?

**Spiegazione** Il circuito elettrico è formato da due resistenze in serie alimentate da una batteria. Per risolvere il problema semplicemente si utilizzano in sequenza le equazioni che descrivono i circuiti.

**Svolgimento** Cominciamo con il determinare la corrente elettrica che vogliamo far passare attraverso la lampadina visto che conosciamo la potenza che vogliamo sia assorbita da tale lampadina possiamo utilizzare la formula per l'effetto Joule.

$$P = Ri^2 \Leftrightarrow i = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{2 \text{ W}}{48 \Omega}} = 0,204 \text{ A}$$

La differenza di potenziale agli estremi della lampadina è quindi

$$\Delta V_1 = R_1 \cdot i = 48 \Omega \cdot 0,2037 \text{ A} = 9,7803 \text{ V}$$

La differenza di potenziale agli estremi della resistenza  $R_2$  sarà quindi

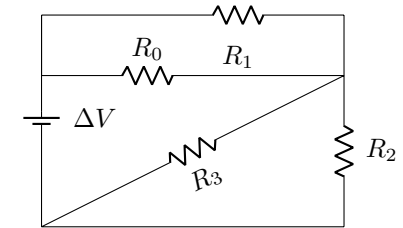
$$\Delta V_2 = \Delta V - \Delta V_1 = 2,2197 \text{ V}$$

Possiamo adesso calcolare la resistenza  $R_2$

$$R_2 = \frac{\Delta V_2}{i} = \frac{2,2197 \text{ V}}{0,2037 \text{ A}} = 10,90 \Omega$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0032****Testo** [V0032] [2★ 4🕒 4a📖]

Nel circuito rappresentato in figura, le resistenze indicate hanno valore  $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$  ed  $R_3 = 0,4 \text{ k}\Omega$ . Il circuito è alimentato da un generatore di tensione costante  $\Delta V = 320 \text{ V}$ . Quanto deve valere  $R_0$  affinché la resistenza  $R_3$  dissipi una potenza  $P = 16 \text{ W}$ ?



**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.

**Svolgimento** Calcoliamo la differenza di potenziale agli estremi di  $R_3$  e le correnti  $i_2$  e  $i_3$

$$\Delta V_3 = \sqrt{P \cdot R_3} = \sqrt{16 \text{ W} \cdot 400 \Omega} = 80 \text{ V}$$

$$i_3 = \frac{\Delta V_3}{R_3} = 200 \text{ mA} \Rightarrow i_2 = \frac{\Delta V_3}{R_2} = 40 \text{ mA}$$

calcoliamo la differenza di potenziale  $\Delta V_1$  agli estremi della resistenza  $R_1$ , applicando la legge delle maglie, e poi la corrente  $i_1$

$$-\Delta V_3 + \Delta V - \Delta V_1 = 0 \Rightarrow \Delta V_1 = 240 \text{ V}$$

$$i_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = 60 \text{ mA}$$

Con la legge dei nodi calcoliamo  $i_0$  e successivamente  $R_0$

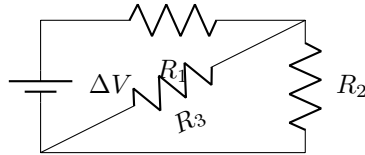
$$i_0 = i_2 - i_1 + i_3 = 40 \text{ mA} - 60 \text{ mA} + 200 \text{ mA} = 180 \text{ mA}$$

$$R_0 = \frac{\Delta V_0}{i_0} = \frac{4}{3} \text{ k}\Omega$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0033****Testo** [V0033] [3★ 4🕒 4a📖]

Nel circuito rappresentato in figura, le resistenze indicate hanno valore  $R_1 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4\text{ k}\Omega$ . Il circuito è alimentato da un generatore di tensione costante  $\Delta V = 240\text{ V}$ .

Quanto deve valere  $R_3$  affinché la resistenza  $R_2$  dissipi una potenza  $P = 1,6\text{ W}$ ?



**Spiegazione** Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.

**Svolgimento** La differenza di potenziale agli estremi di  $R_2$  e la corrente  $i_2$  valgono

$$\Delta V_2 = \sqrt{P \cdot R_2} = \sqrt{1,6\text{ W} \cdot 4000\text{ }\Omega} = 80\text{ V}$$

$$i_2 = \frac{\Delta V_2}{R_2} = 20\text{ mA}$$

Applicando la legge delle maglie, calcoliamo la differenza di potenziale agli estremi della resistenza  $R_1$  e quindi la corrente  $i_1$

$$-\Delta V_2 + \Delta V - \Delta V_1 = 0$$

$$\Delta V_1 = 160\text{ V}$$

$$i_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = 80\text{ mA}$$

Per la legge dei nodi avremo

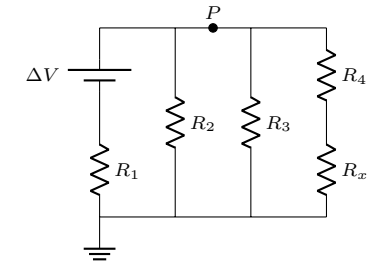
$$i_3 = i_1 - i_2 = 80\text{ mA} - 20\text{ mA} = 60\text{ mA}$$

Per cui, considerato che  $R_3$  e  $R_2$  sono in parallelo, avremo

$$R_3 = \frac{\Delta V_2}{i_3} = \frac{4}{3}\text{ k}\Omega$$

**Problema di: Circuiti Ohmici - V0052****Testo** [V0052] [3★ 2🕒 4a📖]

Nel circuito in figura, la corrente erogata dalla batteria è  $i_1 = 2\text{ A}$ . Sapendo che il generatore ha una  $\Delta V = 24\text{ V}$ , e che le resistenze valgono  $R_1 = 2\text{ }\Omega$ ,  $R_2 = 20\text{ }\Omega$ ,  $R_3 = 40\text{ }\Omega$ , e  $R_4 = 10\text{ }\Omega$ . calcola la resistenza  $R_x$ . Desideri misurare in laboratorio tale resistenza, posizionando un amperometro ed un Voltmetro in modo opportuno. Ridisegna il circuito introducendo i due strumenti e giustificando il loro montaggio.



**Spiegazione** Analizzando il circuito con le leggi di Ohm si possono trovare le risposte ai quesiti. Per poi montare amperometro e Voltmetro è necessario sapere se vanno montati in serie od in parallelo rispetto alla resistenza da misurare.

**Svolgimento** Analizziamo il circuito partendo dal ramo del generatore. La resistenza  $R_1$  è in serie alla batteria, pertanto la tensione nel punto A è data dalla tensione del generatore meno la caduta di tensione su  $R_1$ :

$$V_{R1} = R_1 \cdot i_1 = 2\text{ }\Omega \cdot 2\text{ A} = 4\text{ V}$$

$$V_A = 0 + \Delta V - V_{R1} = 0 + 24\text{ V} - 4\text{ V} = 20\text{ V}$$

I tre rami (contenenti rispettivamente  $R_2$ ,  $R_3$  e la serie  $R_4 + R_x$ ) sono tutti sottoposti alla tensione  $\Delta V = 20\text{ V}$ . Calcoliamo le correnti nei rami noti:

$$i_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{20\text{ V}}{20\text{ }\Omega} = 1\text{ A}$$

$$i_3 = \frac{\Delta V}{R_3} = \frac{20\text{ V}}{40\text{ }\Omega} = 0,5\text{ A}$$

Per la legge dei nodi (Kirchhoff), la corrente totale entrante in un nodo è la somma delle correnti dei rami. Troviamo la corrente  $i_x$  che scorre nel ramo di destra:

$$i_1 = I_2 + i_3 + i_x \implies 2\text{ A} = 1\text{ A} + 0,5\text{ A} + i_x$$

$$i_x = 0,5 \text{ A}$$

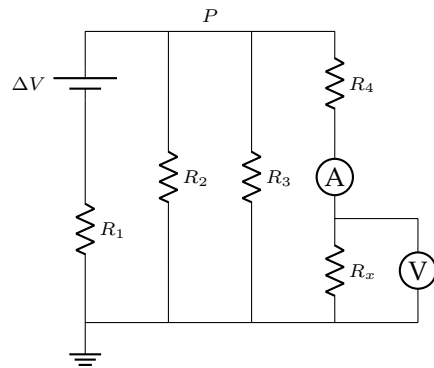
Ora possiamo trovare la resistenza totale del terzo ramo e quindi  $R_x$ :

$$R_{4x} = R_4 + R_x = \frac{\Delta V}{i_x} = \frac{20 \text{ V}}{0,5 \text{ A}} = 40 \Omega$$

$$R_x = 40 \Omega - R_4 = 40 \Omega - 10 \Omega = \mathbf{30 \Omega}$$

Per misurare  $R_x$  in laboratorio:

- L'amperometro (A) va collegato in serie al componente per misurare il flusso di carica che lo attraversa.
- Il Voltmetro (V) va collegato in parallelo al componente per misurare la differenza di potenziale ai suoi capi.



## 6.3 Seconda legge di Ohm e dipendenza da T

**Problema di: Elettrostatica - V0054****Testo** [V0054] [1½★ 2🕒 4a📖]

Un bollitore elettrico di potenza  $P = 550\text{ W}$  è realizzato con un avvolgimento di filo di rame  $\left(\rho = 0,0175\,\Omega\frac{\text{mm}^2}{\text{m}}\right)$ , di sezione  $S = 0,5\text{ mm}^2$  e lungo  $L = 3\text{ m}$ . Calcola la resistenza del bollitore e la corrente che lo attraversa

**Spiegazione** [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Elettrostatica - V0054a****Testo** [V0054a] [1½★ 2🕒 4a📖]

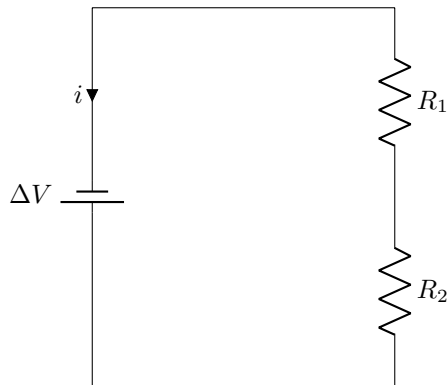
Un bollitore elettrico di potenza  $P = 550\text{ W}$  è attraversato da una corrente  $i = 2\text{ A}$ . Esso è realizzato con un avvolgimento di filo di ferro  $\left(\rho = 0,07\,\Omega\frac{\text{mm}^2}{\text{m}}\right)$ , di sezione  $S = 0,5\text{ mm}^2$ . Calcola la lunghezza del filo e la resistenza del bollitore.

**Spiegazione** [...]**Svolgimento** [...]

**Problema di: Elettrotecnica - V0014****Testo** [V0014] [2★ 4⌚ 4a📖]

Una lampadina (dati tecnici:  $24\text{ V}$ ;  $6\text{ W}$ ) è collegata ad una batteria con dei cavi elettrici di rame di resistività  $\rho = 0,17 \cdot 10^{-7}\ \Omega\text{m}$  e di sezione  $S = 0,1\text{ mm}^2$ . Il circuito è alimentato con una batteria  $\Delta V = 24\text{ Volt}$ . Quanto deve essere lungo il filo affinché la potenza dissipata dalla lampadina sia  $P = 5\text{ W}$ ?

**Spiegazione** Il circuito elettrico è formato da due resistenze in serie alimentate da una batteria. Per risolvere il problema semplicemente si utilizzano in sequenza le equazioni che descrivono i circuiti. Indichiamo con  $R_1$  la lampadina e con  $R_2$  la resistenza del filo.



**Svolgimento** Cominciamo con il determinare la resistenza della lampadina a partire dai dati tecnici del costruttore. Attenzione che questi valori non sono quelli effettivamente presenti nel circuito.

$$R_1 = \frac{\Delta V_1^2}{P_1} = \frac{(24\text{ V})^2}{6\text{ W}} = 96\ \Omega$$

Determiniamo ora la corrente elettrica che vogliamo far passare attraverso la lampadina, visto che conosciamo la potenza che vogliamo sia assorbita da tale lampadina.

$$i = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{5\text{ W}}{96\ \Omega}} = 0,228\text{ A}$$

La differenza di potenziale agli estremi della lampadina è quindi

$$\Delta V_1 = R_1 \cdot i = 96\ \Omega \cdot 0,228\text{ A} = 21,9\text{ V}$$

La differenza di potenziale agli estremi della resistenza  $R_2$  sarà quindi

$$\Delta V_2 = \Delta V - \Delta V_1 = 2,1\text{ V}$$

Possiamo adesso calcolare la resistenza  $R_2$

$$R_2 = \frac{\Delta V_2}{i} = \frac{2,1\text{ V}}{0,23\text{ A}} = 9,1\ \Omega$$

Utilizzando la seconda legge di Ohm troviamo infine la lunghezza del filo

$$l = \frac{R_2 \cdot S}{\rho} = \frac{9,1\ \Omega \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2}{0,17 \cdot 10^{-7}\ \Omega\text{m}} = 53,7\text{ m}$$

**Problema di: Elettrotecnica - V0001****Testo** [V0001] [2½★ 4👍 4a📖]

Il faro abbagliante di un'auto consuma una potenza  $P = 60 \text{ W}$  alimentato da una batteria con differenza di potenziale  $\Delta V = 24 \text{ V}$ . Il coefficiente di temperatura del materiale del filamento è  $\alpha = 0,0042 \frac{1}{^\circ\text{C}}$ . Calcola la resistenza a caldo  $R_a$  alla temperatura  $T_a = 2700^\circ\text{C}$  e la resistenza a freddo  $R_b$  alla temperatura  $T_b = 20^\circ\text{C}$

**Spiegazione** Un conduttore percorso da corrente si scalda ed aumenta il valore della sua resistenza secondo un'opportuna legge.

**Svolgimento** Cominciamo con il calcolare la resistenza a caldo conoscendo la potenza dissipata e la tensione applicata.

$$R_a = \frac{\Delta V^2}{P} = 9,6 \, \Omega$$

Sapendo che in generale la resistenza di un conduttore dipende dalla temperatura secondo la legge

$$R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

i cui valori caratteristici dei materiali sono stati misurati alla temperatura di riferimento  $T_0 = 0^\circ\text{C}$

Per cui

$$\begin{cases} R_a = R_0 (1 + \alpha \Delta T_a) \\ R_b = R_0 (1 + \alpha \Delta T_b) \end{cases}$$

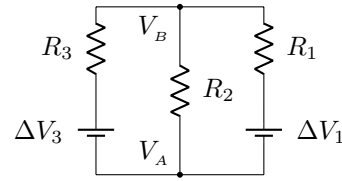
da cui

$$\begin{aligned} \frac{R_b}{R_a} &= \frac{1 + \alpha \Delta T_b}{1 + \alpha \Delta T_a} \\ R_b &= R_a \frac{1 + \alpha \Delta T_b}{1 + \alpha \Delta T_a} = 109,3 \, \Omega \end{aligned}$$

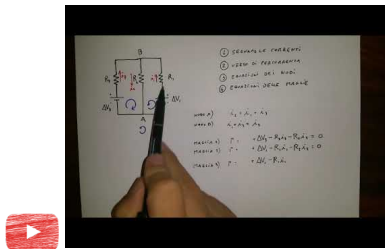
**6.4 Kirchoff**

**Problema di: Elettrotecnica - V0030****Testo** [V0030] [2★ 6🕒 4a📖]

Nel circuito in figura, le resistenze indicate hanno valore  $R_1 = 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 3\text{ k}\Omega$  ed  $R_3 = 6\text{ k}\Omega$ . Il circuito è alimentato da due generatori  $\Delta V_1 = 24\text{ V}$  e  $\Delta V_3 = 12\text{ V}$ . Trovare il valore delle correnti  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$  nei tre rami.



**Spiegazione** In questo circuito sono presenti due generatori, quindi è necessario utilizzare le leggi di Kirchhoff.

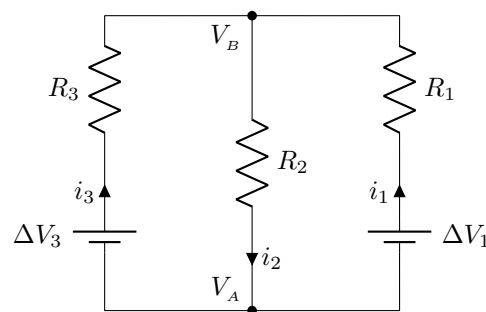
Fig. 6.8: Guarda il video [youtu.be/iEVRLR-SEmg](https://youtu.be/iEVRLR-SEmg)

**Svolgimento** Cominciamo con l'indicare sul circuito i versi delle correnti. Tali versi possono essere indicati a caso; qualora venissero indicati in modo errato, i valori calcolati risulteranno negativi.

A questo punto, se consideriamo il nodo A avremo l'equazione del nodo

$$i_2 = i_1 + i_3$$

Consideriamo adesso due maglie presenti nel circuito, per esempio quella costituita dai rami 1 e 2 percorsa in senso antiorario, e dai rami 2 e 3, percorsa in senso orario. Avremo le due equazioni:



$$\Delta V_1 - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0$$

$$\Delta V_3 - R_2 i_2 - R_3 i_3 = 0$$

Avremo quindi un sistema di tre equazioni in tre incognite

$$\begin{cases} i_2 = i_1 + i_3 \\ \Delta V_1 - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0 \\ \Delta V_3 - R_2 i_2 - R_3 i_3 = 0 \end{cases}$$

Con le resistenze espresse in  $\text{k}\Omega$  e le correnti di conseguenza espresse in  $\text{mA}$  il sistema per il nostro esercizio diventa

$$\begin{cases} i_2 = i_1 + i_3 \\ 24 - 6i_1 - 3i_2 = 0 \\ 12 - 3i_2 - 6i_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 + i_3 = i_2 \\ 24 - 6i_1 - 3i_1 - 3i_3 = 0 \\ 12 - 3i_1 - 3i_3 - 6i_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 + i_3 = i_2 \\ 8 - 3i_1 - i_3 = 0 \\ 4 - i_1 - 3i_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 + i_3 = i_2 \\ 8 - 3i_1 = i_3 \\ 4 - i_1 - 24 + 9i_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2 = 3 \\ i_3 = 0,5 \\ i_1 = 2,5 \end{cases}$$

Quindi  $i_1 = 2,5\text{ mA}$ ,  $i_2 = 3\text{ mA}$ ,  $i_3 = 0,5\text{ mA}$ . La positività della corrente indica che in realtà essa scorre nel circuito nello stesso verso di quanto da noi arbitrariamente indicato nel disegno del circuito.

## 6.5 Circuiti RLC

**Problema di: Elettrostatica - V0053****Testo** [V0053] [2★ 2⌚ 4a📖]

Un condensatore con il vuoto tra le piastre ( $S = 1 \text{ cm}^2$ ;  $d = 0,1 \text{ mm}$ ), è caricato con una differenza di potenziale costante  $\Delta V = 50 \text{ mV}$ . Calcola la carica sul condensatore. Se inserisci tra le piastre un dielettrico  $\epsilon_r = 1.5$  di quale fattore varia la carica sulle piastre? Che distanza dovrebbero avere le piastre per compensare questo cambiamento?

**Spiegazione** [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Condensatori in serie ed in parallelo - V0051****Testo** [V0051] [1½★ 2⌚ 4a📖]

Un condensatore di capacità  $C = 600 \mu\text{F}$  sotto vuoto, viene caricato con una differenza di potenziale  $\Delta V = 120 \text{ V}$ . Scollegato dal circuito mentre è ancora carico, si lascia entrare dell'aria al suo interno. La costante dielettrica relativa dell'aria vale  $\epsilon_r = 1,0006$ . Calcola per questa situazione la carica presente nel condensatore e la differenza di potenziale ai suoi capi.

**Spiegazione** Con i dati del problema possiamo sapere quanta carica è stata messa nel condensatore. L'inserimento del dielettrico cambia il valore del campo elettrico al suo interno e quindi la differenza di potenziale a parità di carica.

**Svolgimento** La carica con la quale carichiamo il condensatore è

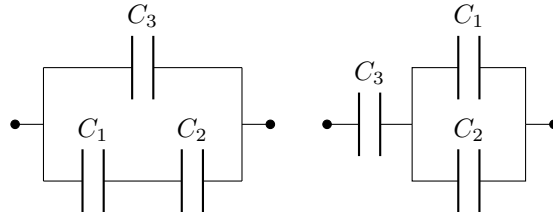
$$Q = C \cdot \Delta V = 600 \mu\text{F} \cdot 120 \text{ V} = 78 \text{ mC}$$

L'inserimento del dielettrico cambia il valore del campo elettrico e quindi del potenziale, diminuendoli. Infatti la capacità di un condensatore è direttamente proporzionale alla costante dielettrica. Quindi

$$\Delta V' = \frac{\Delta V}{\epsilon_r} = 119,93 \text{ V}$$

**Problema di: Condensatori in serie ed in parallelo - V0049****Testo** [V0049] [2★ 3🕒 4a📖]

Nei circuiti in figura sono montati tre condensatori: il primo di capacità  $C_1 = 200 \text{ nF}$ , il secondo di capacità  $C_2 = 100 \text{ nF}$ , ed il terzo di capacità  $C_3 = 600 \text{ nF}$ . Calcola la capacità complessiva di ogni circuito.



**Spiegazione** La richiesta è di trovare la capacità equivalente tra tre capacità, e quindi bisogna riconoscere se sono montate in serie ed in parallelo per applicare le formule in modo corretto.

**Svolgimento** Il primo dei due circuiti presenta il parallelo tra il condensatore  $C_3$  e la serie tra i condensatori  $C_1$  e  $C_2$ . Quindi

$$C_{eq} = C_3 + \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

$$C_{eq} = C_3 + \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 600 \mu\text{F} + \frac{20000}{300} \mu\text{F} = 667 \mu\text{F}$$

Il secondo dei due circuiti presenta la serie tra il condensatore  $C_3$  ed il parallelo tra i condensatori  $C_1$  e  $C_2$ . Quindi

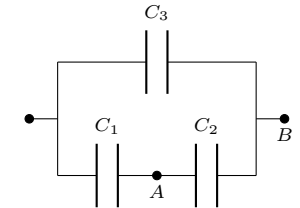
$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_1 + C_2}}$$

$$C_{eq} = \frac{C_3 \cdot (C_1 + C_2)}{C_3 + C_1 + C_2}$$

$$C_{eq} = \frac{600 \mu\text{F} \cdot 300 \mu\text{F}}{900 \mu\text{F}} = 200 \mu\text{F}$$

**Problema di: Condensatori in serie ed in parallelo - V0050****Testo** [V0050] [2½★ 3🕒 4a📖]

Nel circuito in figura sono montati tre condensatori: il primo di capacità  $C_1 = 200 \text{ nF}$ , il secondo di capacità  $C_2 = 100 \text{ nF}$ , ed il terzo di capacità  $C_3 = 400 \text{ nF}$ . Calcola la capacità complessiva di ogni circuito. Sapendo che la differenza di potenziale  $\Delta V_{AB} = 24 \text{ V}$  calcola la quantità di carica presente in ogni condensatore.



**Spiegazione** La richiesta è di trovare la capacità equivalente tra tre capacità, e quindi bisogna riconoscere se sono montate in serie ed in parallelo per applicare le formule in modo corretto. Inoltre sarà necessario conoscere la definizione di capacità e le caratteristiche di funzionamento dei condensatori.

**Svolgimento** Analizzando lo schema, notiamo che i condensatori  $C_1$  e  $C_2$  sono disposti in serie tra loro. Questo ramo (serie) è a sua volta collegato in parallelo al condensatore  $C_3$ . Procediamo calcolando la capacità equivalente della serie  $C_{12}$ :

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{200 \text{ nF}} + \frac{1}{100 \text{ nF}} = \frac{3}{200 \text{ nF}}$$

$$C_{12} = \frac{200}{3} \text{ nF}$$

La capacità complessiva  $C_{tot}$  è data dalla somma delle capacità dei rami in parallelo ( $C_{12}$  e  $C_3$ ):

$$C_{tot} = C_{12} + C_3 = \frac{200}{3} \text{ nF} + 400 \text{ nF} = \frac{1400}{3} \text{ nF}$$

Dallo schema circuitale, il nodo A è posizionato tra  $C_1$  e  $C_2$ , mentre il nodo B corrisponde all'uscita del circuito. Pertanto, la differenza di potenziale  $\Delta V_{AB} = 24 \text{ V}$  corrisponde alla caduta di tensione sul solo condensatore  $C_2$ .

$$V_{C_2} = \Delta V_{AB} = 24 \text{ V}$$

Possiamo calcolare immediatamente la carica  $Q_2$ :

$$Q_2 = C_2 \cdot V_{C_2} = 100 \text{ nF} \cdot 24 \text{ V} = 2400 \text{ nC} = 2,4 \mu\text{C}$$

Essendo  $C_1$  in serie con  $C_2$ , la carica immagazzinata è identica:

$$Q_1 = Q_2 = 2,4 \mu\text{C}$$

Per determinare la carica su  $C_3$ , dobbiamo calcolare la tensione totale ai capi del circuito. Calcoliamo prima la caduta di potenziale su  $C_1$ :

$$V_{C_1} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2400 \text{ nC}}{200 \text{ nF}} = 12 \text{ V}$$

La tensione totale del parallelo è la somma delle tensioni della serie:

$$V_{tot} = V_{C_1} + V_{C_2} = 12 \text{ V} + 24 \text{ V} = 36 \text{ V}$$

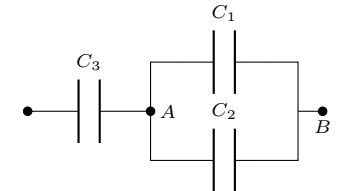
Infine, calcoliamo la carica su  $C_3$ , che è sottoposto alla tensione totale  $V_{tot}$ :

$$Q_3 = C_3 \cdot V_{tot} = 400 \text{ nF} \cdot 36 \text{ V} = 14400 \text{ nC} = 14,4 \mu\text{C}$$

### Problema di: Condensatori in serie ed in parallelo - V0050a

**Testo** [V0050a] [2½★ 3🕒 4a📖]

Nel circuito in figura sono montati tre condensatori: il primo di capacità  $C_1 = 200 \text{ nF}$ , il secondo di capacità  $C_2 = 100 \text{ nF}$ , ed il terzo di capacità  $C_3 = 400 \text{ nF}$ . Calcola la capacità complessiva di ogni circuito. Sapendo che la differenza di potenziale  $\Delta V_{AB} = 24 \text{ V}$  calcola la quantità di carica presente in ogni condensatore.



**Spiegazione** La richiesta è di trovare la capacità equivalente tra tre capacità, e quindi bisogna riconoscere se sono montate in serie ed in parallelo per applicare le formule in modo corretto. Inoltre sarà necessario conoscere la definizione di capacità e le caratteristiche di funzionamento dei condensatori.

**Svolgimento** Analizzando il circuito, osserviamo che i condensatori  $C_1$  e  $C_2$  sono disposti in parallelo. La loro capacità equivalente  $C_{12}$  è:

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 200 \text{ nF} + 100 \text{ nF} = 300 \text{ nF}$$

Il blocco parallelo  $C_{12}$  è collegato in serie con il condensatore  $C_3$ . La capacità totale del circuito è quindi data da:

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{400 \text{ nF}} + \frac{1}{300 \text{ nF}} = \frac{3+4}{1200 \text{ nF}} = \frac{7}{1200 \text{ nF}}$$

$$C_{tot} = \frac{1200}{7} \text{ nF}$$

Dallo schema, i nodi A e B delimitano esclusivamente il blocco parallelo ( $C_1 \parallel C_2$ ). Pertanto, la tensione  $\Delta V_{AB} = 24 \text{ V}$  è applicata direttamente ai capi di  $C_1$  e  $C_2$ .

Calcoliamo le cariche sui condensatori del parallelo:

$$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_{AB} = 200 \text{ nF} \cdot 24 \text{ V} = 4800 \text{ nC} = 4,8 \mu\text{C}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_{AB} = 100 \text{ nF} \cdot 24 \text{ V} = 2400 \text{ nC} = 2,4 \mu\text{C}$$

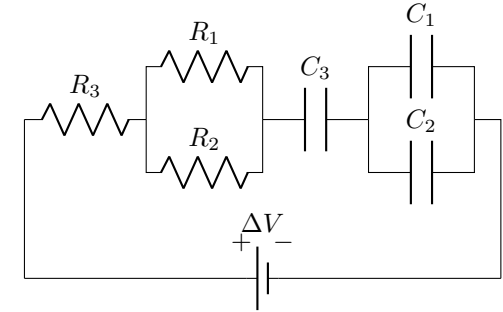
Per determinare la carica su  $C_3$ , sfruttiamo la proprietà dei circuiti in serie (conservazione della carica). La carica immagazzinata su  $C_3$  deve eguagliare la carica totale del blocco che lo segue in serie:

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 = 4,8 \mu C + 2,4 \mu C = 7,2 \mu C$$

### Problema di: Resistenze e condensatori in serie ed in parallelo - V0048

**Testo** [V0048] [2★ 3🕒 4a📖]

Nel circuito in figura sono montati tre condensatori: il primo di capacità  $C_1 = 400 \text{ nF}$ , il secondo di capacità  $C_2 = 200 \text{ nF}$ , ed il terzo di capacità  $C_3 = 300 \text{ nF}$ . Sono inoltre presenti tre resistenze  $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$  ed  $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$ . Il circuito è alimentato da una differenza di potenziale  $\Delta V = 24 \text{ V}$ . Calcola la resistenza complessiva e la capacità complessiva nel circuito.

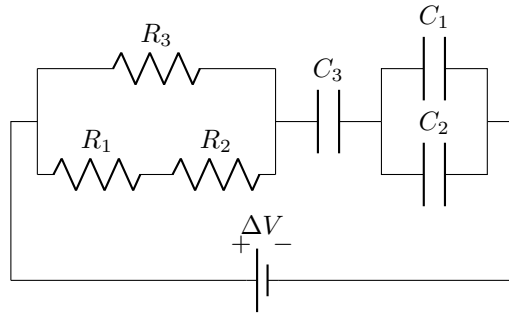


**Spiegazione** La richiesta è di trovare la resistenza equivalente tra tre resistenze, e quindi bisogna riconoscere se sono montate in serie ed in parallelo per applicare le formule in modo corretto. Lo stesso per i condensatori, ma con regole differenti.

**Svolgimento** [...]

**Problema di: Resistenze e condensatori in serie ed in parallelo - V0048a****Testo** [V0048a] [2★ 3🕒 4a📖]

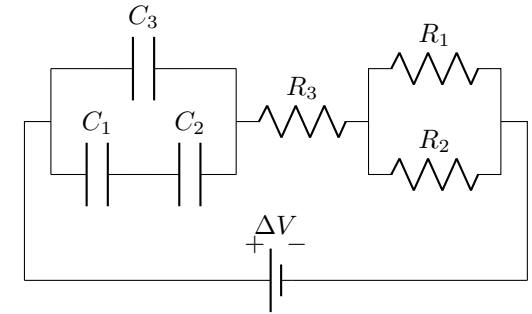
Nel circuito in figura sono montati tre condensatori: il primo di capacità  $C_1 = 400 \text{ nF}$ , il secondo di capacità  $C_2 = 200 \text{ nF}$ , ed il terzo di capacità  $C_3 = 300 \text{ nF}$ . Sono inoltre presenti tre resistenze  $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$  ed  $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$ . Il circuito è alimentato da una differenza di potenziale  $\Delta V = 24 \text{ V}$ . Calcola la resistenza complessiva e la capacità complessiva nel circuito.



**Spiegazione** La richiesta è di trovare la resistenza equivalente tra resistenze, e quindi bisogna riconoscere se sono montate in serie ed in parallelo per applicare le formule in modo corretto. Lo stesso per i condensatori, ma con regole differenti.

**Svolgimento** [...]**Problema di: Resistenze e condensatori in serie ed in parallelo - V0048b****Testo** [V0048b] [2★ 3🕒 4a📖]

Nel circuito in figura sono montati tre condensatori: il primo di capacità  $C_1 = 400 \text{ nF}$ , il secondo di capacità  $C_2 = 200 \text{ nF}$ , ed il terzo di capacità  $C_3 = 300 \text{ nF}$ . Sono inoltre presenti tre resistenze  $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$  ed  $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$ . Il circuito è alimentato da una differenza di potenziale  $\Delta V = 24 \text{ V}$ . Calcola la resistenza complessiva e la capacità complessiva nel circuito.

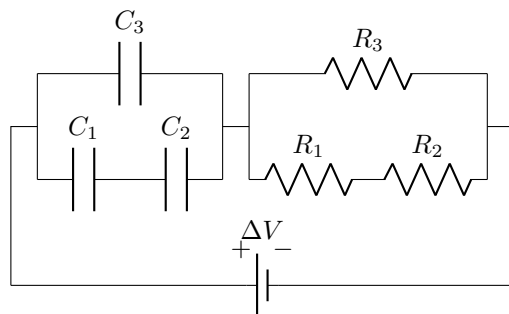


**Spiegazione** La richiesta è di trovare la resistenza equivalente tra resistenze, e quindi bisogna riconoscere se sono montate in serie ed in parallelo per applicare le formule in modo corretto. Lo stesso per i condensatori, ma con regole differenti.

**Svolgimento** [...]

**Problema di: Resistenze e condensatori in serie ed in parallelo - V0048c****Testo** [V0048c] [2★ 3🕒 4a📖]

Nel circuito in figura sono montati tre condensatori: il primo di capacità  $C_1 = 400 \text{ nF}$ , il secondo di capacità  $C_2 = 200 \text{ nF}$ , ed il terzo di capacità  $C_3 = 300 \text{ nF}$ . Sono inoltre presenti tre resistenze  $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$  ed



$R_3 = 3 \text{ k}\Omega$ . Il circuito è alimentato da una differenza di potenziale  $\Delta V = 24 \text{ V}$ . Calcola la resistenza complessiva e la capacità complessiva nel circuito.

**Spiegazione** La richiesta è di trovare la resistenza equivalente tra resistenze, e quindi bisogna riconoscere se sono montate in serie ed in parallelo per applicare le formule in modo corretto. Lo stesso per i condensatori, ma con regole differenti.

**Svolgimento** [...]**Problema di: Elettrotecnica - V0047****Testo** [V0047] [2½★ 3🕒 4a📖]

In un circuito di carica di un condensatore, una differenza di potenziale  $\Delta V = 6 \text{ V}$  carica un condensatore inizialmente scarico. La corrente iniziale nel circuito è  $i_0 = 2 \text{ mA}$ ; il condensatore si carica all'80% in un tempo  $\Delta t = 11 \text{ s}$ . Calcola la resistenza del circuito e la capacità del condensatore.

**Spiegazione** Sulla carica e la scarica dei condensatori, semplicemente utilizziamo la legge corrispondente.

**Svolgimento** Nell'istante iniziale del processo di carica ( $t = 0$ ), il condensatore è scarico e la differenza di potenziale ai suoi capi è nulla ( $\Delta V_C = 0$ ). Di conseguenza, l'intera tensione del generatore cade sulla resistenza. Possiamo applicare la legge di Ohm:

$$R = \frac{\Delta V}{i_0}$$

Sostituendo i valori forniti ( $i_0 = 2 \text{ mA} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ A}$ ):

$$R = \frac{6 \text{ V}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 3000 \Omega = 3 \text{ k}\Omega$$

L'equazione che descrive l'andamento della carica  $q(t)$  in un circuito RC in serie è:

$$q(t) = Q_{max} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Dove  $\tau = R \cdot C$  è la costante di tempo del circuito. Il problema impone che al tempo  $t = 11 \text{ s}$ , la carica sia pari all'80% della carica massima ( $q(t) = 0,8 Q_{max}$ ). Impostiamo l'equazione:

$$0,8 Q_{max} = Q_{max} \left(1 - e^{-\frac{11}{\tau}}\right)$$

Semplificando  $Q_{max}$  e isolando l'esponenziale:

$$0,8 = 1 - e^{-\frac{11}{\tau}} \Rightarrow e^{-\frac{11}{\tau}} = 0,2$$

Applichiamo il logaritmo naturale ad entrambi i membri per trovare  $\tau$ :

$$-\frac{11}{\tau} = \ln(0,2) \Rightarrow \tau = \frac{-11}{-1,609} \approx 6,835 \text{ s}$$

Infine, ricaviamo la capacità  $C$  dalla relazione  $\tau = R \cdot C$ :

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{6,835 \text{ s}}{3000 \Omega} \approx 2,278 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

$$C \approx \mathbf{2,28 \text{ mF}}$$

### Problema di: Circuiti RC - V0047a

**Testo** [V0047a] [2½★ 3🕒 4a📖]

In un circuito di scarica di un condensatore, esso è inizialmente con una differenza di potenziale  $\Delta V = 6 \text{ V}$ . La corrente iniziale nel circuito è  $i_0 = 2 \text{ mA}$ ; il condensatore di scarica fino all'80% in un tempo  $\Delta t = 11 \text{ s}$ . Calcola la resistenza del circuito e la capacità del condensatore.

**Spiegazione** Sulla carica e la scarica dei condensatori, semplicemente utilizziamo la legge corrispondente.

**Svolgimento** All'inizio del processo di scarica ( $t = 0$ ), il condensatore possiede la massima differenza di potenziale ( $\Delta V_0 = 6 \text{ V}$ ). La corrente iniziale  $i_0$  fluisce attraverso la resistenza secondo la legge di Ohm:

$$R = \frac{\Delta V_0}{i_0}$$

Sostituendo i valori forniti ( $i_0 = 2 \text{ mA} = 0,002 \text{ A}$ ):

$$R = \frac{6 \text{ V}}{0,002 \text{ A}} = 3000 \Omega = 3 \text{ k}\Omega$$

L'andamento della carica durante la scarica segue la legge esponenziale decrescente:

$$q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Il testo indica che al tempo  $t = 11 \text{ s}$ , il condensatore si è scaricato *fino all'80%*. Questo significa che la carica residua è pari all'80% di quella iniziale ( $q(t) = 0,8 Q_0$ ).

$$0,8 Q_0 = Q_0 \cdot e^{-\frac{11}{\tau}}$$

Semplifichiamo  $Q_0$  e risolviamo per la costante di tempo  $\tau$ :

$$0,8 = e^{-\frac{11}{\tau}} \Rightarrow \ln(0,8) = -\frac{11}{\tau}$$

$$\tau = -\frac{11}{\ln(0,8)} \approx -\frac{11}{-0,2231} \approx 49,3 \text{ s}$$

Sapendo che  $\tau = R \cdot C$ , calcoliamo la capacità:

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{49,3 \text{ s}}{3000 \Omega} \approx 16,43 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

$$C \approx \mathbf{16,4 \text{ mF}}$$

### Problema di: Elettrotecnica - V0044

**Testo** [V0044] [3★ 4🕒 5a📖]

Un condensatore è costituito da due armature piane e parallele di forma quadrata separate da aria, di lato  $l = 5,0 \text{ cm}$ , distanti  $1 \text{ mm}$  all'istante  $t = 0$ , che si stanno allontanando tra loro di un decimo di millimetro al secondo. La differenza di potenziale tra le armature è  $1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$ . Calcolare la corrente di spostamento che attraversa il condensatore nell'istante  $t=0$ , illustrando il procedimento seguito. [Simulazione di maturità scientifica: fisica - quesito n°2 - 25 gennaio 2016]

**Spiegazione** All'allontanarsi delle piastre cambia la capacità del condensatore e quindi cambia la quantità di carica su di esso presente. Questo implica un passaggio di corrente nel ramo di circuito del condensatore. Essa è pari alla corrente di spostamento all'interno del condensatore. Il problema può ovviamente essere anche svolto utilizzando la definizione di corrente di spostamento.

**Svolgimento** La carica elettrica presente sul condensatore è

$$Q = C \Delta V$$

e, trattandosi di un condensatore piano, avremo

$$Q = \epsilon \frac{l^2}{d} \Delta V$$

La distanza tra le piastre cambia nel tempo, quindi, tenendo conto che l'istante iniziale è  $t_i = 0$ , avremo

$$Q = \epsilon \frac{l^2}{d_i + \mathcal{U} \cdot t} \Delta V$$

Derivando la carica elettrica rispetto al tempo otteniamo il modulo della corrente

$$i = \left| \frac{dQ}{dt} \right| = \frac{\epsilon l^2 \Delta V}{(d_i + \mathcal{U} \cdot t)^2} \mathcal{U}$$

che all'istante  $t = 0$  vale

$$i = 2 \cdot 10^{-9} \text{ A}$$

Volendo invece utilizzare la definizione della corrente di spostamento, avremo che il modulo della corrente vale

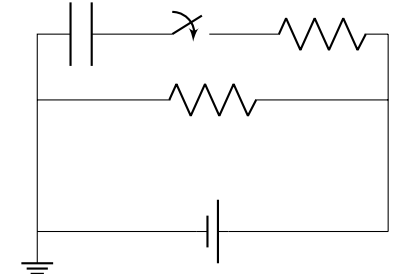
$$i = \left| \epsilon \frac{d\Phi(E(t))}{dt} \right| = \left| \epsilon l^2 \frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta V}{d_i + U \cdot t} \right) \right|$$

$$i = \epsilon l^2 \Delta V \frac{U}{(d_i + U \cdot t)^2} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ A}$$

### Problema di: Elettrotecnica - V0045

**Testo** [V0045] [3★ 3🕒 4a📖]

Il circuito mostrato in figura è formato da un generatore con  $\Delta V = 24 \text{ V}$ , due resistenze  $R = 1 \text{ k}\Omega$ , un condensatore  $C = 2 \text{ mF}$  ed un interruttore. Calcola la corrente emessa dal generatore con l'interruttore aperto. Descrivi qualitativamente cosa capita chiudendo l'interruttore, e calcola in questa seconda configurazione la carica elettrica nel condensatore.



**Spiegazione** Circuiti RC. In questo problema è sufficiente sapere come si comporta un condensatore senza necessariamente saperne descrivere matematicamente il comportamento.

**Svolgimento** Con l'interruttore aperto nel circuito circola una corrente

$$i = \frac{\Delta V}{R}$$

Con la chiusura dell'interruttore, all'istante  $t = 0$ , alla corrente iniziale si aggiunge la corrente che circola nel ramo del condensatore, la quale ca a caricare il condensatore. Inizialmente la corrente in quel ramo è

$$i_2(t = 0) = \frac{\Delta V}{R}$$

e quindi la corrente che eroga il generatore raddoppia nell'istante della chiusura

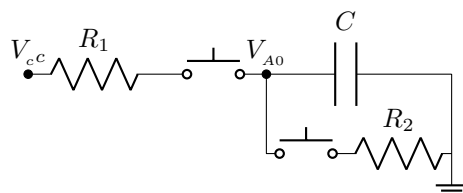
$$i_{tot}(t = 0) = 2i$$

Dopo un tempo sufficientemente lungo il condensatore, oramai carico, mette nel ramo una differenza di potenziale pari ed opposta a quella del generatore, rendendo nulla la corrente

$$i_2(t \rightarrow \infty) = 0$$

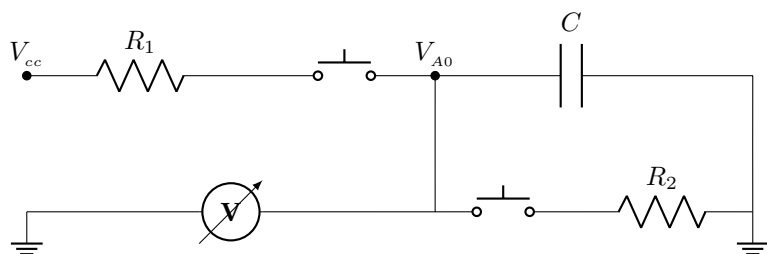
**Problema di: Elettrotecnica - V0046****Testo** [V0046] [3★ 2🕒 5a📖]

Il circuito mostrato in figura permette la carica e la scarica del condensatore in funzione di quale pulsante viene premuto. Il potenziale che alimenta il circuito è  $V_{cc} = 5\text{ V}$ ; la prima resistenza vale  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ ; la seconda resistenza vale  $R_2 = 2\text{ k}\Omega$ ; il condensatore inizialmente scarico ha capacità  $C = 2\text{ mF}$ . Calcola le costanti di tempo caratteristiche dei circuiti di carica e di scarica. Quale tensione si trova ai capi del condensatore se il circuito di carica è attivato per  $\Delta t_1 = 2\text{ s}$  e successivamente quello di scarica è attivato per un tempo  $\Delta t_2 = 8\text{ s}$ ?



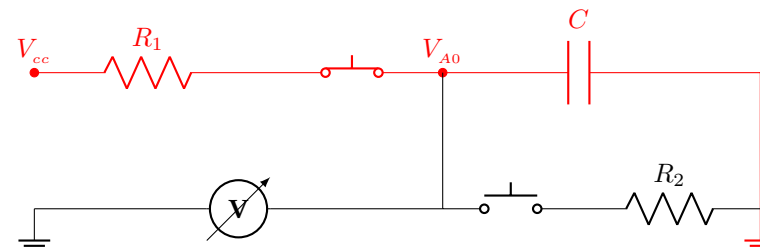
**Spiegazione** Circuiti RC. In questo problema è sufficiente sapere come si comporta un condensatore conoscendone la costante di tempo di carica e scarica e l'equazione temporale dei due fenomeni.

**Svolgimento** Qui di seguito è mostrato il circuito del problema con l'aggiunta dello schema elettrico relativo al misuratore di tensione per il punto A0

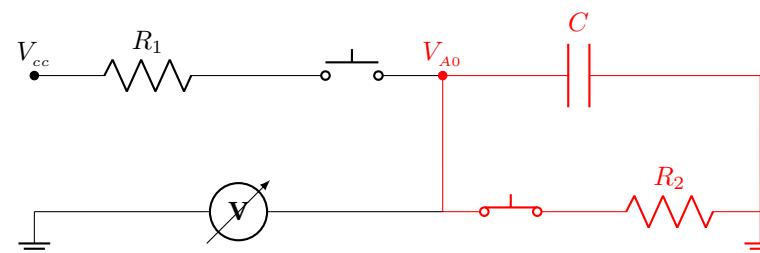


Come potete vedere uno degli estremi del condensatore è collegato alla terra, e quindi la differenza di potenziale agli estremi del condensatore coincide in questo caso con il valore del potenziale nel punto A0.

Nel processo di carica abbiamo il seguente circuito



Nel processo di scarica abbiamo il seguente circuito



La curva di carica, che in questo caso indica il potenziale nel punto A0 in funzione del tempo, è data da

$$V_{f1} = V_{cc} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_c}} \right)$$

In questo caso il termine  $\tau_c = R_1 C = 2\text{ s}$  è il tempo caratteristico del circuito di carica.

La curva di scarica, che anche in questo caso indica il potenziale nel punto A0 in funzione del tempo, è data da

$$V_{A0} = V_{i2} e^{-\frac{\Delta t}{\tau_s}}$$

In questo caso il termine  $\tau_s = R_2 C = 4\text{ s}$  è il tempo caratteristico del circuito di scarica.

Il termine  $V_{i2}$  rappresenta la tensione iniziale con cui è caricato il condensatore all'inizio del processo di scarica.

Nel problema indicato il condensatore viene prima caricato e poi scaricato. La tensione alla fine della carica sarà

$$V_{f1} = V_{cc} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t_1}{R_1 C}} \right)$$

$$V_{f1} = V_{cc} (1 - e^{-1})$$

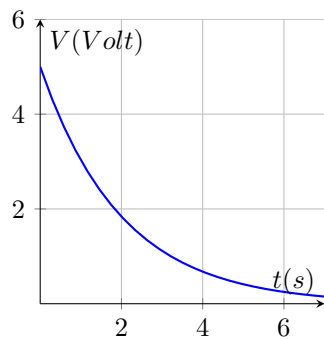
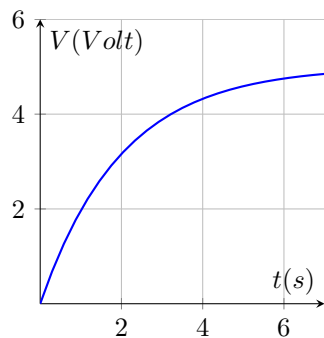
Per come si è svolto il processo di carica e scarica abbiamo che

$$V_{f1} = V_{i2}$$

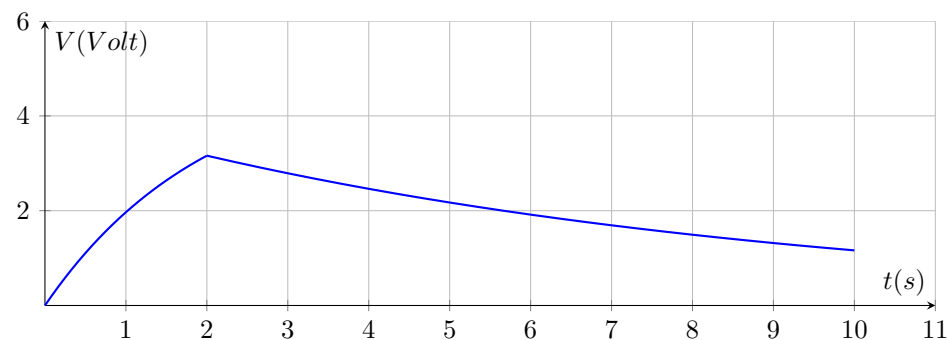
e quindi

$$V_{f2} = V_{cc} (1 - e^{-1}) e^{-2} = 5 V \cdot 0,08555 = 0,428 V$$

In generale le curve di carica e scarica del condensatore, partendo da una situazione di scarica completa o di carica completa sono quelle rappresentate nei seguenti grafici, dove rappresento prima la curva di carica e poi quella di scarica, considerando costanti di tempo di 1 s.



In questo problema l'andamento del potenziale in A0 è come mostrato nel seguente grafico



## 6.6 Domande di teoria

### Domande di teoria sull'elettromagnetismo - V0008

**Testo** [V0008] [3★ 4🕒 5a📖]

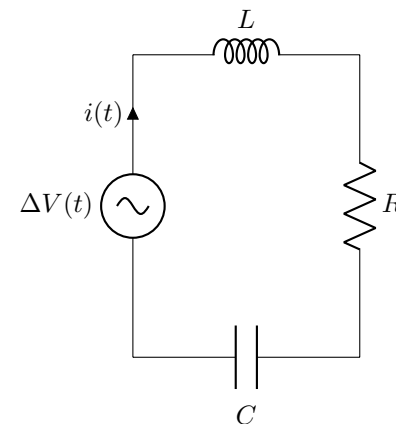
Illustra il funzionamento di un circuito RLC in serie alimentato da un generatore a corrente alternata. Mostra come si ricava l'equazione caratteristica del circuito, e la relazione tra corrente e tensione che si ottiene risolvendo tale l'equazione differenziale.

**Spiegazione** Una domanda di teoria: siate concisi ma esaurienti.

#### I concetti da sviluppare

- Circuitazione del campo elettrico ed ottenimento dell'equazione differenziale.
- Soluzione dell'equazione differenziale in termini di sfasamento ed impedenza
- Effetto del termine capacitivo e del termine induttivo sulla corrente in termini di sfasamento ed in termini di ampiezza della corrente

**Svolgimento** Un circuito RLC in serie è realizzato montando in serie una resistenza, un condensatore ed un'induttanza secondo lo schema mostrato in figura.



L'equazione che descrive il comportamento del circuito è l'equazione di Maxwell sulla circuitazione del campo elettrico, in quanto la corrente che circola nel circuito istante per istante è di fatto spinta da un campo elettrico.

Partendo dal punto tra il condensatore e il generatore possiamo scrivere la somma delle differenze di potenziale  $\Delta V_{gen}$ ,  $\Delta V_L$ ,  $\Delta V_R$ , e  $\Delta V_C$  e porle uguali alla variazione di flusso del campo magnetico nel tempo, il quale sappiamo essere proporzionale all'induttanza del circuito ed alla variazione nel tempo della corrente elettrica. Rispetto all'equazione di Maxwell introduciamo un segno negativo derivante dal fatto che

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

Quindi nel caso richiesto avremo:

$$V_0 \sin \omega t - 0 - Ri - \frac{Q}{C} = L \frac{di}{dt}$$

che derivando diventa

$$\omega V_0 \cos \omega t - L \frac{d^2 i}{dt^2} - R \frac{di}{dt} - \frac{i}{C} = 0$$

Quest'equazione differenziale fornisce l'andamento nel tempo della corrente. Trascurando il transitorio che, nello studio dei circuiti in assenza del generatore, sappiamo dare un contributo nullo dopo un certo periodo di tempo, l'andamento della corrente è sinusoidale, sfasato di una quantità  $\phi$  rispetto alla tensione del generatore.

L'andamento della corrente risulta

$$i(t) = \frac{V_0}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

La grandezza

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

è detta impedenza del circuito. L'impedenza è minima quando il circuito entra in risonanza, per valori della pulsazione del generatore pari a

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La corrente risulta poi sfasata rispetto alla tensione di una quantità  $\phi$  tale che

$$\tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Da questa equazione è possibile vedere che l'effetto dell'induttanza nel circuito è quello di introdurre un ritardo nella corrente rispetto alla tensione ( $\phi > 0$ ), mentre quello della capacità è quello di anticipare la corrente rispetto alla tensione ( $\phi < 0$ ). La condizione di risonanza implica  $\phi = 0$ .

Lo sfasamento tra corrente e tensione determina anche la potenza che il generatore è in grado di erogare

$$P = \frac{1}{2} V_0 i_0 \cos \phi$$

**Domande di teoria di elettrotecnica - V0011a****Testo** [V0011a] [3★ 4🕒 5a📖]

Ricava le curve di carica e di scarica di un condensatore mostrando come si muove l'energia nel circuito.

**Spiegazione** Una domanda di teoria: siate concisi ma esaustivi.

**Concetti da sviluppare** Costruzione dell'equazione differenziale e sua soluzione; analisi della curva di carica e giustificazione della sua struttura in termini di energia per i seguenti punti:

- Carica del condensatore: equazione differenziale, risoluzione e sua soluzione. Costante di tempo del circuito
- Energia immagazzinata nel condensatore: equazione differenziale, sua interpretazione e soluzione del termine di potenza del condensatore
- Scarica del condensatore: equazione differenziale, risoluzione e sua soluzione.

**Svolgimento** Un circuito di carica di un condensatore è formato dalla serie di un generatore di tensione continua  $\Delta V_0$ , una resistenza  $R$  ed un condensatore di capacità  $C$ .

L'equazione del circuito è

$$\Delta V_0 - Ri - \frac{Q}{C} = 0$$

Moltiplicando per la corrente  $i = \frac{dQ}{dt}$  avremo

$$\Delta V_0 i - Ri^2 - \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} = 0$$

Cominciamo con il considerare quest'ultima equazione. Ognuno dei termini ha le dimensioni di una potenza.  $\Delta V_0 i$  rappresenta la potenza erogata dal generatore;  $Ri^2$  rappresenta la potenza dissipata dalla resistenza sotto forma di calore;  $\frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt}$  rappresenta la potenza immagazzinata dal condensatore.

Da quest'ultimo termine è possibile ricavare l'espressione per l'energia immagazzinata in un condensatore integrando rispetto al tempo.

$$E = \int_0^Q \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} dt$$

$$E = \int_0^Q \frac{Q}{C} dQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C \Delta V^2$$

Consideriamo adesso la prima equazione e ricaviamo la curva di carica del condensatore

$$\Delta V_0 - R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$R \frac{dQ}{dt} = \Delta V_0 - \frac{Q}{C}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{C \Delta V_0 - Q}{RC}$$

$$\frac{dQ}{C \Delta V_0 - Q} = \frac{dt}{RC}$$

Integriamo tenendo conto che all'istante  $t = 0$  la quantità di carica presente nel condensatore è nulla.

$$\int_0^Q \frac{dQ}{C \Delta V_0 - Q} = \int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$[-\ln(C \Delta V_0 - Q)]_0^Q = \left[ \frac{t}{RC} \right]_0^t$$

$$-\ln \frac{C \Delta V_0 - Q}{C \Delta V_0} = \frac{t}{RC}$$

$$\frac{C \Delta V_0 - Q}{C \Delta V_0} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$1 - \frac{Q}{C \Delta V_0} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\frac{Q}{C\Delta V_0} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$Q = C\Delta V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$\Delta V = \Delta V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

In modo analogo si ricava la curva di scarica, in un circuito senza un generatore e con le condizioni iniziali per cui al tempo  $t = 0$  il condensatore è carico con una differenza di potenziale  $\Delta V_0$

L'equazione del circuito è

$$-R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\int_{C\Delta V_0}^Q \frac{dQ}{Q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\ln \frac{Q}{C\Delta V_0} = -\frac{t}{RC}$$

$$Q = C\Delta V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Delta V = \Delta V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

In entrambi i casi la quantità  $\tau = RC$  è la costante di tempo caratteristica del circuito e determina la rapidità con cui avvengono i processi di carica e di scarica.

### Domande di teoria sui circuiti RLC - V0012

**Testo** [V0012] [3★ 4⌚ 5a📖]

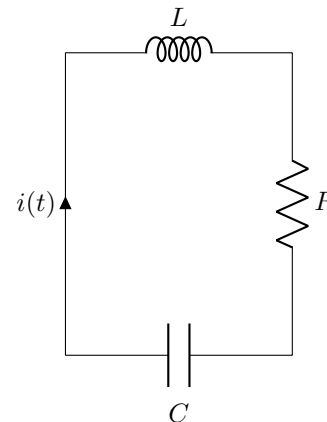
Descrivi il funzionamento dei circuiti oscillanti RLC in assenza di un generatore. Mostra come si ricava l'equazione caratteristica del circuito, e la relazione tra corrente e tensione che si ottiene risolvendo tale l'equazione differenziale.

**Spiegazione** Una domanda di teoria: siate concisi ma esaustivi. E' importante che in base al tempo a disposizione siate in grado di sintetizzare la risposta o di approfondirla.

#### Concetti da sviluppare

- Costruzione dell'equazione differenziale del circuito.
- Sua soluzione in assenza ed in presenza della resistenza;
- Interpretazione energetica degli andamenti sopra descritti

**Svolgimento** Un circuito RLC in serie è realizzato montando in serie una resistenza, un condensatore ed un'induttanza secondo lo schema mostrato in figura.



L'equazione che descrive il comportamento del circuito è l'equazione di Maxwell sulla circuitazione del campo elettrico, in quanto la corrente che circola nel circuito istante per istante è di fatto spinta da un campo elettrico.

Partendo dal punto tra il condensatore e l'induttanza possiamo scrivere la somma delle differenze di potenziale  $\Delta V_L$ ,  $\Delta V_R$ , e  $\Delta V_C$  e porle uguali alla variazione di flusso del campo magnetico nel tempo, il quale sappiamo essere proporzionale all'induttanza del circuito ed alla variazione nel tempo della corrente elettrica. Rispetto all'equazione di Maxwell introduciamo un segno negativo derivante dal fatto che

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Quindi nel caso richiesto avremo:

$$\Delta V_L + \Delta V_R + \Delta V_C = L \frac{di}{dt}$$

$$0 - Ri - \frac{Q}{C} = L \frac{di}{dt}$$

Per trovare la corrente elettrica deriviamo rispetto al tempo e dividiamo per  $L$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0$$

Quest'equazione differenziale, risolta, fornisce l'andamento della corrente nel circuito in funzione del tempo. Immaginiamo una condizione iniziale in cui la corrente è nulla ed il condensatore è carico.

In assenza della resistenza il circuito presenterà un comportamento oscillante con una corrente sinusoidale. Il condensatore si scarica generando una corrente che avrà il massimo valore quando il condensatore è completamente scarico; la stessa corrente carica poi il condensatore nel verso opposto ritornando ad una condizione iniziale con assenza di corrente e condensatore carico con polarità opposta. L'energia inizialmente immagazzinata nel condensatore si è completamente trasferita nell'induttanza quando la corrente ha raggiunto il valore massimo, per poi ritornare immagazzinata nel condensatore.

La corrente sarà quindi

$$i(t) = i_0 \sin \omega t$$

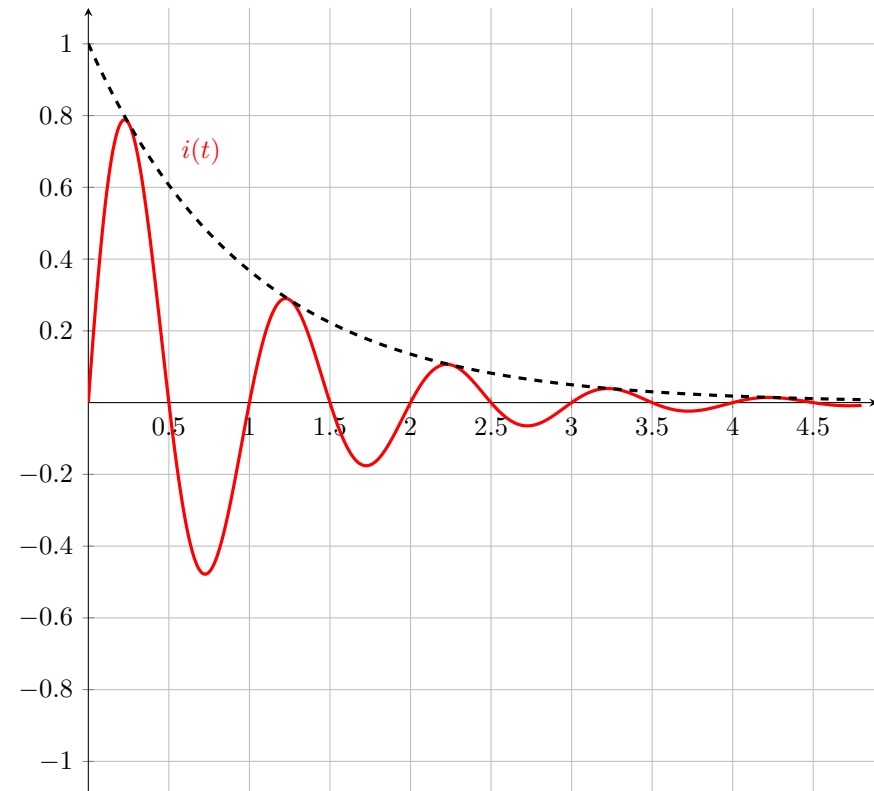
con

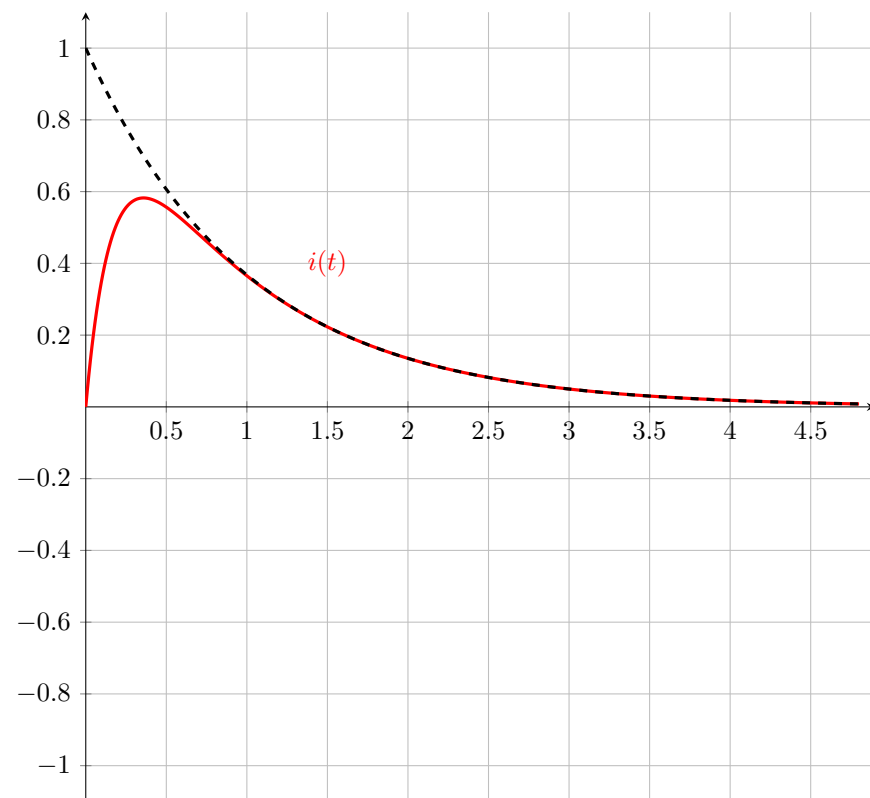
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

La frequenza dell'oscillazione risulta essere

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Con la presenza di una resistenza, introduciamo un fattore dissipativo che converte l'energia presente nel circuito in calore. Avremo quindi, a seconda del valore della resistenza in relazione alla capacità ed all'induttanza, o un'oscillazione smorzata di un fattore esponenziale, od un transitorio senza oscillazione. In entrambi i casi la corrente diminuisce esponenzialmente fino ad annullarsi, come mostrato nei grafici.





-  [\[youtu.be/xvtWN96g2\\_8\]](https://youtu.be/xvtWN96g2_8) Dalla Meccanica classica a quella relativistica
-  [\[youtu.be/Cr1c1c0pjsI\]](https://youtu.be/Cr1c1c0pjsI) Relatività ristretta: Simultaneità degli eventi
-  [\[youtu.be/mFMLt9SLYxs\]](https://youtu.be/mFMLt9SLYxs) Mappa concettuale sulla Relatività Ristretta

### 7.1 Domande di teoria