

Problema: AN0001 - Algebra numerica

Testo [AN0001] [1★ 2🕒 1📖] Dato un numero $n \in \mathbb{N}$ dimostra la veridicità o la falsità delle seguenti affermazioni

(a) $n \cdot (n + 1)$ è pari;

$(n + 1) \cdot (n + 2) \cdot (n + 3)$ non è divisibile per 6;

n^2 è pari;

$(n + 1)^2 (n + 2)^2$ è divisibile per 2 ma non per 4;

(b) $n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$ è divisibile per tre;

$2n + 1$ è dispari;

$2n - 1$ è dispari $\forall \mathbb{N}$;

$n^2 (n + 1)^2 (n + 2)^2$ è divisibile per 36

(c) Il prodotto di due numeri dispari è dispari.

La somma di due numeri dispari è pari.

Il prodotto di un numero naturale per il suo successivo meno la loro somma è pari.

Spiegazione Scomporre in fattori significa trovare i numeri primi che moltiplicati tra loro danno il numero richiesto.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) $n \cdot (n + 1)$ è il prodotto di due numeri consecutivi, quindi almeno uno dei due è pari ed il loro prodotto è divisibile per due.

$(n + 1) \cdot (n + 2) \cdot (n + 3)$ è il prodotto di tre numeri consecutivi, quindi almeno uno dei tre è divisibile per tre, inoltre di sicuro almeno uno è divisibile per due, quindi quel numero è divisibile per sei.

Non possiamo sapere se n^2 è pari, perché lo sarebbe solo se n è pari, ma potrebbe non esserlo.

$(n + 1)(n + 2)$ è sicuramente divisibile per due visto che è il prodotto di due numeri consecutivi. Il quadrato di questa quantità conterrà di sicuro tra i suoi fattori il 2^2 , quindi è anche divisibile per 4.

(b) [...].

(c) .

Problema: AN0002 - Algebra numerica

Testo [AN0002] [1★ 2🕒 1📖] Trova l'MCD e l'mcm delle seguenti terne di numeri.

(a) $\{24, 36, 54\}; \{30, 63, 90\}; \{48, 140, 300\}$

(b) $\{12, 15, 60\}; \{54, 72, 81\}; \{242, 735, 72\}$

(c) $\{12, 18, 30\}; \{15, 25, 40\}; \{24, 36, 60\}$

(d) $\{8, 14, 21\}; \{10, 15, 20\}; \{4, 9, 25\}$

(e) $\{28, 42, 70\}; \{16, 24, 48\}; \{18, 27, 45\};$

(f) $\{33, 55, 77\}; \{100, 150, 200\}; \{13, 26, 39\};$

(g) $\{50, 75, 125\}; \{12, 16, 20\}; \{7, 11, 13\};$

(h) $\{45, 60, 90\}; \{20, 35, 50\}; \{2, 3, 5\};$

(i) $\{30, 42, 66\}; \{21, 35, 84\}; \{28, 42, 70\};$

Spiegazione Sia per trovare il Massimo Comune Divisore, che per trovare il minimo comune multiplo, il primo passo sarà scomporre in fattori i tre numeri. Poi, sulla base di tale scomposizione, applichi la regola e trovi l'MCD e l'mcm. L'MCD lo trovi prendendo i soli fattori comuni, una sola volta, con l'esponente più piccolo. L'mcm lo trovi prendendo tutti i fattori differenti che compaiono, una sola volta, con l'esponente più grande.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

- (a) Svolgendo la scomposizione in fattori troviamo che: **Prima terna:** [...]

Seconda terna: [...]

Terza terna:

$$\begin{cases} 48 = 2^4 \cdot 3 \\ 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 300 = 5^2 \cdot 3 \cdot 2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} MCD &= 2^2 = 4 \\ mcm &= 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 8400 \end{aligned}$$

.

- (b) Svolgendo la scomposizione in fattori troviamo che: **Prima terna:** [...]

Seconda terna: [...]

Terza terna:

$$\begin{cases} 242 = 11^2 \cdot 2 \\ 735 = 7^2 \cdot 5 \cdot 3 \\ 72 = 2^3 \cdot 3^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} MCD &= 1 \\ mcm &= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11^2 = 2134440 \end{aligned}$$

.

- (c) [MCD : 6; mcm : 180]; [MCD : 5; mcm : 600]; [MCD : 12; mcm : 360];

- (d) [MCD : 1; mcm : 168]; [MCD : 5; mcm : 60]; [MCD : 1; mcm : 900];

- (e) [MCD : 14; mcm : 420]; [MCD : 8; mcm : 48]; [MCD : 9; mcm : 270];

- (f) [MCD : 11; mcm : 1155]; [MCD : 50; mcm : 600]; [MCD : 13; mcm : 78];

- (g) [MCD : 25; mcm : 750]; [MCD : 4; mcm : 240]; [MCD : 1; mcm : 1001];

- (h) [MCD : 15; mcm : 180]; [MCD : 5; mcm : 700]; [MCD : 1; mcm : 30];

- (i) [MCD : 6; mcm : 2310]; [MCD : 7; mcm : 420]; [MCD : 14; mcm : 420];

Problema: AN0008 - Algebra numerica

Testo [AN0008] [1★ 1🕒 1📖] Dimostra, senza scrivere le frazioni in forma decimale, se le affermazioni seguenti sono vere o false.

(a) $2 < \frac{3}{4} < 3;$ $\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < 1;$ $-\frac{5}{7} < -\frac{3}{5} < -\frac{2}{3}$

(b) $2 < \frac{5}{3} < 3;$ $\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < 1;$ $-1 < -\frac{2}{5} < -\frac{1}{3}$

(c) $2 < \frac{13}{4} < 3;$ $-2 < -\frac{9}{4} < 3;$ $\frac{2}{3} < \frac{3}{5} < \frac{5}{7}$

(d) $1 < \frac{9}{8} < 2;$ $-1 < -\frac{5}{4} < 0;$ $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$

Spiegazione In questo esercizio devi comprendere quanto sia grande o piccolo un numero rispetto ad un altro. Per confrontare facilmente numeri razionali è necessario che abbiano lo stesso denominatore.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) **Prima affermazione:** Trasformiamo i numeri interi in frazioni

$$\frac{8}{4} < \frac{3}{4} < \frac{12}{4}$$

E' evidente che il numero centrale è minore del numero a sinistra, quindi l'ordine corretto è:

$$\frac{3}{4} < \frac{8}{4} < \frac{12}{4}$$

Seconda affermazione: Trasformiamo i numeri interi in frazioni e scriviamo le frazioni con il denominatore comune $\frac{5}{15} < \frac{6}{15} < \frac{15}{15}$ L'affermazione è quindi vera.

terza affermazione: Trasformiamo i numeri interi in frazioni utilizzando il minimo comune multiplo dei denominatori

$$-\frac{75}{105} < -\frac{63}{105} < -\frac{70}{105}$$

E' evidente che il numero centrale è maggiore del numero a destra, quindi l'ordine corretto è:

$$-\frac{75}{105} < -\frac{70}{105} < -\frac{63}{105}$$

.

(b) **prima affermazione:** [...] **seconda affermazione:** [...] **terza affermazione:** Trasformiamo i numeri in frazioni utilizzando per tutte lo stesso denominatore

$$-\frac{15}{15} < -\frac{6}{15} < -\frac{5}{15}$$

E' evidente che i numeri sono ordinati in modo corretto.

(c) **prima affermazione:** la frazione presente può essere scritta come una somma. >L'affermazione diventa quindi

$$2 < \frac{12}{4} + \frac{1}{4} < 3$$

cioè

$$2 < 3 + \frac{1}{4} < 3$$

Risulta evidente che l'ordine dei numeri non è corretto. Quello corretto è

$$2 < 3 < \frac{13}{4}$$

seconda affermazione: [...] **terza affermazione:** [...].

(d) **prima affermazione:** [...] **seconda affermazione:** [...] **terza affermazione:** Trasformiamo i numeri interi in frazioni utilizzando il minimo comune multiplo dei denominatori

$$\frac{40}{60} < \frac{45}{60} < \frac{48}{60}$$

E' evidente che i numeri sono ordinati in modo corretto.

Problema: AN0009 - Algebra numerica

Testo [AN0009] [2★ 3🔒 1📖] Affronta questo problema di realtà sui reagenti limitanti.

- (a) Marco vuole costruire tante teste giocattolo di mostro, ognuna delle quali è fatta da 2 bocche, 3 occhi e 5 corna. Possiede in totale 1000 oggetti, di cui 300 bocche, 200 occhi. Quante teste riesce ad assemblare?
- (b) Aurora vuole regalare agli amici dei sacchetti di dolcetti. Compra 10 scatole di gelatine di frutta con 6 gelatine per scatola; una scatola con 100 ovetti di cioccolato; e 13 scatole di caramelle che ne contengono 10 ognuna. Qual è il numero massimo di confezioni regalo che riesce a riempire in modo uguale? Come sono riempiti se viene utilizzato il numero massimo di dolcetti?
- (c) Per una torta, tra i vari ingredienti, servono 100 g di burro, 180 g di zucchero e 300 g di farina. Per 1 biscotto servono 25 g di farina, 18 g di zucchero e 15 g di burro. Tu possiedi 1000 g di farina, 650 g di zucchero e 350 g di burro. Dopo aver fatto tre torte, quanti biscotti riesci a cucinare?
- (d) Per costruire una cassetta degli attrezzi base servono 1 martello, 2 cacciaviti e 10 chiodi. Per costruire una cassetta attrezzi avanzata servono 2 martelli, 5 cacciaviti e 20 chiodi. Un artigiano possiede 50 martelli, 150 cacciaviti e 400 chiodi. Se costruisce 20 cassette avanzate, quante cassette base riesce ancora a completare?
- (e) Un fiorista deve preparare delle composizioni floreali uguali usando 48 rose bianche, 72 rose rosse e 96 margherite. Qual è il numero massimo di composizioni che può realizzare in modo che non avanzi nessun fiore? Quanti fiori di ciascun tipo conterrà ogni composizione?
- (f) Una stampante 3D produce robot giocattolo che richiedono 4 pezzi di plastica blu (P.B.), 2 sensori (S.) e 1 batteria (B.). Il magazzino contiene 1200 P.B., 550 S. e 280 B. Se il robot viene aggiornato per utilizzare 5 P.B. e 3 S. (mantenendo 1 B.), quanti robot (versione aggiornata) si riescono a produrre al massimo con le rimanenze, dopo aver prodotto 50 robot della versione base?
- (g) Tre campane suonano ad intervalli regolari: la prima ogni 45 secondi, la seconda ogni 60 secondi e la terza ogni 75 secondi. Sapendo che hanno suonato tutte e tre contemporaneamente in questo istante, tra quanti secondi suoneranno nuovamente insieme?.
- (h) Un pasticciere deve preparare crostate e torte al cioccolato. Per una crostata servono 2 uova e 300 g di farina. Per una torta al cioccolato servono 4 uova e 200 g di farina. Il pasticciere possiede 120 uova e 15 kg di farina. Se decide di preparare 15 crostate, quante torte al cioccolato può cucinare al massimo con gli ingredienti rimanenti? (Nota: 15 kg = 15000 g)

Spiegazione Questi problemi si svolgono applicando a situazioni reali le regole della matematica. In particolare qui abbiamo semplice calcolo numerico.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) Marco dispone di abbastanza bocche, occhi e corna per assemblare:

- $n = \frac{300}{2} = 150$ teste considerando solo le bocche;
- $m = \frac{200}{3} = 66 \text{ resto } 2$, quindi 66 teste considerando solo gli occhi;
- $l = \frac{1000 - 300 - 200}{5} = 100$ teste considerando solo le corna;

Marco al massimo può assemblare 66 teste. .

(b) Aurora dispone di 60 gelatine, 100 ovetti, e 130 caramelle. Al massimo può riempire 60 sacchetti uguali mettendo in ognuno una gelatina. Il numero di ovetti in ogni sacchetto è al massimo uno, in quanto

$$n = \frac{100}{60} = 1 \text{ resto } 40$$

Il numero di caramelle in ogni sacchetto è al massimo due, in quanto

$$m = \frac{130}{60} = 2 \text{ resto } 10$$

(c) Dopo aver cucinato tre torte, rimangono in dispensa $f = 1000 \text{ g} - 3 \cdot 300 \text{ g} = 100 \text{ g}$ di farina, $z = 650 \text{ g} - 3 \cdot 180 \text{ g} = 110 \text{ g}$ di zucchero, e $b = 350 \text{ g} - 3 \cdot 100 \text{ g} = 50 \text{ g}$ di burro. Il numero di biscotti che si potrebbero cucinare considerando i singoli ingredienti è

$$\bullet \quad n_1 = \frac{100 \text{ g}}{25 \text{ g}} = 4;$$

$$\bullet \quad n_2 = \frac{110}{18} = 6 \text{ resto } 2;$$

$$\bullet \quad n_3 = \frac{50 \text{ g}}{15 \text{ g}} = 3 \text{ resto } 5;$$

Al massimo si possono cucinare 3 biscotti. .

- (d)
- Consumo per 20 Avanzate: Martelli $20 \cdot 2 = 40$; Cacciaviti $20 \cdot 5 = 100$; Chiodi $20 \cdot 20 = 400$.
 - Rimanenze: Martelli $50 - 40 = 10$; Cacciaviti $150 - 100 = 50$; Chiodi $400 - 400 = 0$.
 - Il **reagente limitante** per la Cassetta Base (10 chiodi/cassetta) è rappresentato dai chiodi (0 chiodi rimasti).
 - Numero massimo di cassette base: 0 cassette.

- (e)
- Calcolo del Massimo Comune Divisore (M.C.D.): $48 = 2^4 \cdot 3$; $72 = 2^3 \cdot 3^2$; $96 = 2^5 \cdot 3$.
 - M.C.D.(48, 72, 96) = $2^3 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24$.
 - Numero massimo di composizioni: 24.
 - Fiori per composizione: Rose Bianche $48 : 24 = 2$; Rose Rosse $72 : 24 = 3$; Margherite $96 : 24 = 4$.

- (f)
- Consumo per 50 Base: P.B. $50 \cdot 4 = 200$; S. $50 \cdot 2 = 100$; B. $50 \cdot 1 = 50$.
 - Rimanenze: P.B. $1200 - 200 = 1000$; S. $550 - 100 = 450$; B. $280 - 50 = 230$.
 - Produzione Aggiornata (Agg.) con le rimanenze (consumo per Agg.: 5 P.B., 3 S., 1 B.):
 - Max B.: $230 : 1 = 230$ robot

- Max S.: $450 : 3 = 150$ robot
- Max P.B.: $1000 : 5 = 200$ robot

- Il **reagente limitante** sono i sensori.

.

- (g) Ogni campana suona ad intervalli di tempo regolari, quindi suona ad intervalli di tempo che sono multipli dell'intervallo di tempo base. Questo vale per ogni campana, quindi per sapere tra quanto tempo le campane suoneranno di nuovo insieme devo quindi fare il minimo comune multiplo degli intervalli di tempo. Sapendo che $45 = 3^2 \cdot 5$ e $60 = 3 \cdot 2^2 \cdot 5$ e $75 = 3 \cdot 5^2$, il minimo comune multiplo è

$$mcm = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$$

. Le campane suoneranno insieme ad intervalli di tempo di 900 s .

- (h)
- Consumo per 15 Crostate: Uova $15 \cdot 2 = 30$; Farina $15 \cdot 300\text{ g} = 4500\text{ g}$.
 - Rimanenze: Uova $120 - 30 = 90$; Farina $15000\text{ g} - 4500\text{ g} = 10500\text{ g}$.
 - Produzione Torte al Cioccolato (consumo per torta: 4 uova, 200 g farina):
 - Max Torte (Uova): $90 : 4 = 22,5 \Rightarrow 22$ torte
 - Max Torte (Farina): $10500 : 200 = 52,5 \Rightarrow 52$ torte
 - Il **reagente limitante** sono le uova.

.

Problema: AN0010 - Algebra numerica

Testo [AN0010] [1★ 1🕒 1📖] Risolvi i seguenti problemi di realtà sulle percentuali.

- (a) Compri uno scooter il cui prezzo di listino è 2600 €. Per ottenere uno sconto paghi subito 750 € in contanti e successivamente fai un bonifico da 1650 *euro*. Indica la percentuale di sconto sul prezzo di listino.
- (b) Compri uno scooter il cui prezzo di listino è 2600 €. Lo paghi con 15 rate da 200 €. In quale percentuale hai pagato in più lo scooter?
- (c) Su di un treno ci sono 600 passeggeri. Alla stazione ne scende il 30% ed successivamente alla seconda stazione ne salgono un numero pari al 60% di quelli rimasti sul treno. In quale percentuale il numero di viaggiatori è cambiato?
- (d) Un cappotto ha un prezzo originale di 350 €. Durante i saldi, viene applicato uno sconto del 20%. Se non viene venduto, il prezzo rimanente viene ulteriormente scontato del 10% sul prezzo già scontato. Qual è la percentuale totale di sconto applicata rispetto al prezzo originale di 350 €?
- (e) Un commerciante acquista una partita di merce e applica un ricarico del 35% sul prezzo di costo per determinare il prezzo di vendita al pubblico. Se il prezzo di vendita finale di un articolo è 135 €, qual era il prezzo di costo originale per il commerciante?
- (f) Un fondo di investimento ha un valore iniziale di 250000 €. Nel primo anno, il fondo subisce una perdita del 15%. Nel secondo anno, il fondo guadagna il 20% sul valore che aveva alla fine del primo anno. Qual è il valore finale del fondo e in quale percentuale è cambiato il valore netto rispetto all'investimento iniziale?
- (g) In una scuola ci sono 800 studenti. Il 45% degli studenti è iscritto al liceo scientifico, il 35% al liceo classico, e i restanti sono iscritti all'istituto tecnico. Dei soli studenti del liceo scientifico, il 60% sono ragazze. Quante ragazze sono iscritte al liceo scientifico e che percentuale rappresentano sul totale degli 800 studenti?
- (h) Lo stipendio mensile di Marco è di 1800 €. Dopo un anno, riceve un aumento del 5%. Dopo un altro anno, riceve un ulteriore aumento del 2% (calcolato sul nuovo stipendio aumentato). Calcola lo stipendio mensile di Marco dopo i due aumenti e di quale percentuale è aumentato il suo stipendio finale rispetto allo stipendio iniziale di 1800 €.
- (i) Un particolare libro, oggi, ha un prezzo. Domani verrà scontato del 20% e verrà venduto ad un prezzo inferiore. Tale nuovo prezzo, tra un mese, verrà aumentato del 20% per motivi che non ci interessano. Di quanto è variato il prezzo finale rispetto al prezzo iniziale?

Spiegazione Questi problemi si svolgono applicando a situazioni reali le regole della matematica. In particolare qui abbiamo semplice calcolo numerico con le percentuali.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) [...].

(b) [...].

(c) [...].

(d) La percentuale totale di sconto è del 28%. (Prezzo finale: 252 €)..

(e) Il prezzo di costo originale era 100 €..

(f) Il valore finale è 255000 €. Il valore netto è aumentato del 2%..

(g) Le ragazze iscritte al liceo scientifico sono 216. Rappresentano il 27% del totale degli studenti..

(h) Lo stipendio finale è 1.838,20 €. L'aumento totale è del 7,1%..

(i) Se chiamiamo con X_0 il prezzo iniziale del libro, il prezzo del libro scontato la prima volta è $X_1 = X_0 \cdot (1 - 20\%) = X_0 \cdot 0,8$. Il prezzo del libro dopo la seconda variazione sarà invece $X_2 = X_1 \cdot (1 + 20\%) = X_1 \cdot 1,2$. Quindi avremo che

$$X_2 = X_0 \cdot 0,8 \cdot 1,2 = X_0 \cdot \frac{96}{100} = X_0 \cdot (1 - 4\%)$$

A causa delle due variazioni il prezzo del libro è complessivamente diminuito del 4%.

Problema: AN0011 - Algebra numerica

Testo [AN0011] [1★ 1⌚ 1📖] Risolvi i seguenti problemi di realtà sulle proporzioni.

- | | |
|---|---|
| <p>(a) Per disinfettare una piscina del volume di 2000 m^3 occorrono 12 l di cloro. Quanti ne occorrono per una piscina di 1400 m^3?</p> <p>(b) In una classe ci sono 7 maschi e 12 femmine. Ammettendo che tale proporzione valga anche per l'intera scuola, quanti maschi ci sono se la scuola ha in totale</p> | <p>855 alunni?</p> <p>(c) Se per comprare 3 kg di mele spendo 5 €, quanto spendo per comprare $0,3\text{ kg}$ di mele?</p> |
|---|---|

Spiegazione Questi problemi si svolgono applicando a situazioni reali le regole della matematica. In particolare qui abbiamo semplice calcolo numerico con le proporzioni.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) $8,4l$.

(b) Ci sono 315 maschi..

(c) In questo caso possiamo impostare una proporzione:

$$(5\text{€}) : (3\text{ kg}) = x : (0,3\text{ kg})$$

$$x \cdot (3\text{ kg}) = 5\text{€} \cdot (0,3\text{ kg})$$

$$x = \frac{5\text{€} \cdot 0,3\text{ kg}}{3\text{ kg}} = 0,5\text{€}$$

.

Problema: AN0018 - Numeri razionali: scrittura e confronto

Testo [AN0018] [1½★ 2🕒 1📖] Per ognuno dei numeri indicati scrivi la frazione generatrice e poi ordinali in modo crescente. Per poterli ordinare in modo crescente devi confrontare le frazioni quando hanno lo stesso denominatore, od utilizzare altre tecniche. In altre parole devi fare finta di non saper capire se un numero in notazione decimale è maggiore di un altro. [Nota: in questo esercizio devi dimostrare di aver fatto il confronto tra numeri senza aver utilizzato la calcolatrice per portare i numeri in forma decimale, od il calcolo mentale allo stesso scopo.]

$$(a) \left\{ -\frac{3}{4}; 0,3; 4; -2,\bar{3}; \frac{1}{5} \right\}$$

$$(b) \left\{ -\frac{5}{2}; 1,2; 3; -0,\bar{3}; \frac{7}{4} \right\}$$

$$(c) \left\{ \frac{1}{4}; -0,5; 2; 0,\bar{6}; -\frac{1}{3} \right\}$$

$$(d) \left\{ -1; 0,8; \frac{3}{5}; -2,\bar{3}; \frac{1}{2} \right\}$$

$$(e) \left\{ \frac{1}{6}; -1,\bar{1}; 4; -\frac{1}{2}; 0,25 \right\}$$

$$(f) \left\{ -\frac{3}{4}; 0,\bar{8}; 0,7; -1,5; 2,5 \right\}$$

$$(g) \left\{ -\frac{1}{12}; 0,4; -0,\bar{6}; 3,0; \frac{5}{8} \right\}$$

$$(h) \left\{ 0,\overline{27}; -\frac{1}{11}; 1; 0,55; -\frac{3}{5} \right\}$$

$$(i) \left\{ -\frac{2}{9}; 1,8; 0,\bar{5}; -1,2; 2,3 \right\}$$

$$(j) \left\{ 1,\bar{6}; -\frac{1}{8}; 0,75; -1; \frac{1}{3} \right\}$$

$$(k) \left\{ 4,5; -\frac{1}{10}; -3; 0,\bar{4}; \frac{1}{2} \right\}$$

$$(l) \left\{ -\frac{1}{6}; 1,5; 0,3; -0,\bar{8}; 2 \right\}$$

$$(m) \left\{ 0,\bar{1}; -\frac{5}{4}; 0,8; -2,5; 1,2 \right\}$$

$$(n) \left\{ \frac{1}{7}; -1,4; 0; 2,\bar{6}; -\frac{3}{10} \right\}$$

$$(o) \left\{ 1,0; -\frac{2}{5}; 3,\bar{0}; 0,125; -0,5 \right\}$$

$$(p) \left\{ -\frac{4}{3}; 0,05; 2,5; -1; 0,\bar{3} \right\}$$

$$(q) \left\{ \frac{1}{8}; -1,25; 1,6; -\frac{1}{4}; 0,\bar{9} \right\}$$

$$(r) \left\{ -\frac{1}{9}; 1,75; 0,\bar{2}; -2; 3,2 \right\}$$

$$(s) \left\{ 0,\overline{45}; -\frac{7}{15}; 1,1; -0,1; \frac{2}{3} \right\}$$

$$(t) \left\{ -0,4; \frac{1}{10}; 1,\bar{5}; -\frac{3}{2}; 0 \right\}$$

$$(u) \left\{ 3,5; -\frac{9}{2}; 0,\bar{1}; 1; -\frac{1}{8} \right\}$$

$$(v) \left\{ \frac{5}{3}; -4; 0,1; -1,\bar{6}; \frac{1}{5} \right\}$$

$$(w) \left\{ 0,2; -\frac{1}{3}; 1,5; -1,2; 0 \right\}$$

$$(x) \left\{ -0,5; 0,\bar{3}; \frac{1}{4}; -\frac{3}{4}; 0,3 \right\}$$

$$(y) \left\{ 2,\bar{6}; -2; \frac{11}{4}; 2,5; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$(z) \left\{ -0,\bar{6}; -0,6; \frac{1}{2}; -1; 0,6 \right\}$$

Spiegazione Ogni numero razionale può essere scritto in modi differenti. Se scritto in forma di frazione può facilmente essere confrontato con un altro numero per capire quale sia il maggiore.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) Frazioni generatrici (F.G.):

$$\left\{ -\frac{3}{4}; \frac{3}{10}; \frac{4}{1}; -\frac{7}{3}; \frac{1}{5} \right\}$$

Frazioni generatrici (F.G. minimo denominatore 60):

$$\left\{ -\frac{45}{60}; \frac{18}{60}; \frac{240}{60}; -\frac{140}{60}; \frac{12}{60} \right\}$$

Ordinamento delle F.G. (minimo denominatore 60):

$$-\frac{140}{60} < -\frac{45}{60} < \frac{12}{60} < \frac{18}{60} < \frac{240}{60}$$

Ordinamento dei numeri (dal minore al maggiore):

$$-2,3 < -\frac{3}{4} < 0,2 = \frac{1}{5} < 4$$

(b) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -\frac{5}{2}; 1,2; 3; -0,3; \frac{7}{4} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{5}{2}; \frac{6}{5}; \frac{3}{1}; -\frac{1}{3}; \frac{7}{4} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 60) sono:

$$\left\{ -\frac{150}{60}; \frac{72}{60}; \frac{180}{60}; -\frac{20}{60}; \frac{105}{60} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-150}{60} < \frac{-20}{60} < \frac{72}{60} < \frac{105}{60} < \frac{180}{60}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-\frac{5}{2} < -0,3 < 1,2 < \frac{7}{4} < 3$$

.

(c) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ \frac{1}{4}; -0,5; 2; 0,6; -\frac{1}{3} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{1}{4}; -\frac{1}{2}; \frac{2}{1}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 12) sono:

$$\left\{ \frac{3}{12}; -\frac{6}{12}; \frac{24}{12}; \frac{8}{12}; -\frac{4}{12} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-6}{12} < \frac{-4}{12} < \frac{3}{12} < \frac{8}{12} < \frac{24}{12}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-0,5 < -\frac{1}{3} < \frac{1}{4} < 0,6 < 2$$

.

(d) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -1; 0,8; \frac{3}{5}; -2,3; \frac{1}{2} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{1}{1}; \frac{4}{5}; \frac{3}{5}; -\frac{7}{3}; \frac{1}{2} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 30) sono:

$$\left\{ -\frac{30}{30}; \frac{24}{30}; \frac{18}{30}; -\frac{70}{30}; \frac{15}{30} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-70}{30} < \frac{-30}{30} < \frac{15}{30} < \frac{18}{30} < \frac{24}{30}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-2,\bar{3} < -1 < \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < 0,8$$

(e) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ \frac{1}{6}; -1, \bar{1}; 4; -\frac{1}{2}; 0,25 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{1}{6}; -\frac{10}{9}; \frac{4}{1}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 36) sono:

$$\left\{ \frac{6}{36}; -\frac{40}{36}; \frac{144}{36}; -\frac{18}{36}; \frac{9}{36} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-40}{36} < \frac{-18}{36} < \frac{6}{36} < \frac{9}{36} < \frac{144}{36}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-1, \bar{1} < -\frac{1}{2} < \frac{1}{6} < 0,25 < 4$$

(f) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -\frac{3}{4}; 0, \bar{8}; 0,7; -1,5; 2,5 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{3}{4}; \frac{8}{9}; \frac{7}{10}; -\frac{3}{2}; \frac{5}{2} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 180) sono:

$$\left\{ -\frac{135}{180}; \frac{160}{180}; \frac{126}{180}; -\frac{270}{180}; \frac{450}{180} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-270}{180} < \frac{-135}{180} < \frac{126}{180} < \frac{160}{180} < \frac{450}{180}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-1,5 < -\frac{3}{4} < 0,7 < 0, \bar{8} < 2,5$$

(g) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -\frac{1}{12}; 0,4; -0, \bar{6}; 3,0; \frac{5}{8} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{1}{12}; \frac{2}{5}; -\frac{2}{3}; \frac{3}{1}; \frac{5}{8} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 120) sono:

$$\left\{ -\frac{10}{120}; \frac{48}{120}; -\frac{80}{120}; \frac{360}{120}; \frac{75}{120} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-80}{120} < \frac{-10}{120} < \frac{48}{120} < \frac{75}{120} < \frac{360}{120}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-0,\bar{6} < -\frac{1}{12} < 0,4 < \frac{5}{8} < 3,0$$

.

(h) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ 0,\overline{27}; -\frac{1}{11}; 1; 0,55; -\frac{3}{5} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{3}{11}; -\frac{1}{11}; \frac{1}{1}; \frac{11}{20}; -\frac{3}{5} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 220) sono:

$$\left\{ \frac{60}{220}; -\frac{20}{220}; \frac{220}{220}; \frac{121}{220}; -\frac{132}{220} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-132}{220} < \frac{-20}{220} < \frac{60}{220} < \frac{121}{220} < \frac{220}{220}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-\frac{3}{5} < -\frac{1}{11} < 0,\overline{27} < 0,55 < 1$$

.

(i) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -\frac{2}{9}; 1,8; 0,\bar{5}; -1,2; 2,3 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{2}{9}; \frac{9}{5}; \frac{5}{9}; -\frac{6}{5}; \frac{23}{10} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 90) sono:

$$\left\{ -\frac{20}{90}; \frac{162}{90}; \frac{50}{90}; -\frac{108}{90}; \frac{207}{90} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-108}{90} < \frac{-20}{90} < \frac{50}{90} < \frac{162}{90} < \frac{207}{90}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-1,2 < -\frac{2}{9} < 0,\bar{5} < 1,8 < 2,3$$

.

(j) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ 1,\bar{6}; -\frac{1}{8}; 0,75; -1; \frac{1}{3} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{5}{3}; -\frac{1}{8}; \frac{3}{4}; -\frac{1}{1}; \frac{1}{3} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 24) sono:

$$\left\{ \frac{40}{24}; -\frac{3}{24}; \frac{18}{24}; -\frac{24}{24}; \frac{8}{24} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-24}{24} < \frac{-3}{24} < \frac{8}{24} < \frac{18}{24} < \frac{40}{24}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-1 < -\frac{1}{8} < \frac{1}{3} < 0,75 < 1, \bar{6}$$

.

(k) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ 4,5; -\frac{1}{10}; -3; 0, \bar{4}; \frac{1}{2} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{9}{2}; -\frac{1}{10}; -\frac{3}{1}; \frac{4}{9}; \frac{1}{2} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 90) sono:

$$\left\{ \frac{405}{90}; -\frac{9}{90}; -\frac{270}{90}; \frac{40}{90}; \frac{45}{90} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-270}{90} < \frac{-9}{90} < \frac{40}{90} < \frac{45}{90} < \frac{405}{90}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-3 < -\frac{1}{10} < 0, \bar{4} < \frac{1}{2} < 4,5$$

.

(l) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -\frac{1}{6}; 1,5; 0,3; -0, \bar{8}; 2 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{1}{6}; \frac{3}{2}; \frac{3}{10}; -\frac{8}{9}; \frac{2}{1} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 90) sono:

$$\left\{ -\frac{15}{90}; \frac{135}{90}; \frac{27}{90}; -\frac{80}{90}; \frac{180}{90} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-80}{90} < \frac{-15}{90} < \frac{27}{90} < \frac{135}{90} < \frac{180}{90}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-0, \bar{8} < -\frac{1}{6} < 0,3 < 1,5 < 2$$

.

(m) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ 0, \bar{1}; -\frac{5}{4}; 0,8; -2,5; 1,2 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{1}{9}; -\frac{5}{4}; \frac{4}{5}; -\frac{5}{2}; \frac{6}{5} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 180) sono:

$$\left\{ \frac{20}{180}; -\frac{225}{180}; \frac{144}{180}; -\frac{450}{180}; \frac{216}{180} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-450}{180} < \frac{-225}{180} < \frac{20}{180} < \frac{144}{180} < \frac{216}{180}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-2,5 < -\frac{5}{4} < 0, \bar{1} < 0,8 < 1,2$$

.

(n) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ \frac{1}{7}; -1,4; 0; 2,\bar{6}; -\frac{3}{10} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{1}{7}; -\frac{7}{5}; \frac{0}{1}; \frac{8}{3}; -\frac{3}{10} \right\}$$

E' evidente che lo zero è maggiore dei numeri negativi e minore di quelli positivi. E' anche vero che

$$-\frac{7}{5} = -\frac{14}{10} < -\frac{3}{10}$$

E' anche vero che solo guardando il numeratore ed il denominatore possiamo capire se una frazione è maggiore o minore di 1. Quindi

$$\frac{1}{7} < 1 < \frac{8}{3}$$

Quindi possiamo ordinare facilmente i numeri nel seguente ordine: L'elenco ordinato delle frazioni generatrici (ridotte) è:

$$-\frac{7}{5} < -\frac{3}{10} < 0 < \frac{1}{7} < \frac{8}{3}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-1,4 < -\frac{3}{10} < 0 < \frac{1}{7} < 2,\bar{6}$$

.

(o) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ 1,0; -\frac{2}{5}; 3,\bar{0}; 0,125; -0,5 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{1}{1}; -\frac{2}{5}; \frac{3}{1}; \frac{1}{8}; -\frac{1}{2} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 40) sono:

$$\left\{ \frac{40}{40}; -\frac{16}{40}; \frac{120}{40}; \frac{5}{40}; -\frac{20}{40} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-20}{40} < \frac{-16}{40} < \frac{5}{40} < \frac{40}{40} < \frac{120}{40}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-0,5 < -\frac{2}{5} < 0,125 < 1,0 < 3,\bar{0}$$

.

(p) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -\frac{4}{3}; 0,05; 2,5; -1; 0,\bar{3} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{4}{3}; \frac{1}{20}; \frac{5}{2}; -\frac{1}{1}; \frac{1}{3} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 60) sono:

$$\left\{ -\frac{80}{60}; \frac{3}{60}; \frac{150}{60}; -\frac{60}{60}; \frac{20}{60} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-80}{60} < \frac{-60}{60} < \frac{3}{60} < \frac{20}{60} < \frac{150}{60}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-\frac{4}{3} < -1 < 0,05 < 0,\bar{3} < 2,5$$

.

(q) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ \frac{1}{8}; -1,25; 1,6; -\frac{1}{4}; 0,\bar{9} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{1}{8}; -\frac{5}{4}; \frac{8}{5}; -\frac{1}{4}; \frac{1}{1} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 40) sono:

$$\left\{ \frac{5}{40}; -\frac{50}{40}; \frac{64}{40}; -\frac{10}{40}; \frac{40}{40} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-50}{40} < \frac{-10}{40} < \frac{5}{40} < \frac{40}{40} < \frac{64}{40}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-1,25 < -\frac{1}{4} < \frac{1}{8} < 0,\bar{9} < 1,6$$

.

(r) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -\frac{1}{9}; 1,75; 0,\bar{2}; -2; 3,2 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{1}{9}; \frac{7}{4}; \frac{2}{9}; -\frac{2}{1}; \frac{16}{5} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 180) sono:

$$\left\{ -\frac{20}{180}; \frac{315}{180}; \frac{40}{180}; -\frac{360}{180}; \frac{576}{180} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-360}{180} < \frac{-20}{180} < \frac{40}{180} < \frac{315}{180} < \frac{576}{180}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-2 < -\frac{1}{9} < 0,\bar{2} < 1,75 < 3,2$$

.

(s) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ 0,\overline{45}; -\frac{7}{15}; 1,1; -0,1; \frac{2}{3} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{5}{11}; -\frac{7}{15}; \frac{11}{10}; -\frac{1}{10}; \frac{2}{3} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 330) sono:

$$\left\{ \frac{150}{330}; -\frac{154}{330}; \frac{363}{330}; -\frac{33}{330}; \frac{220}{330} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-154}{330} < \frac{-33}{330} < \frac{150}{330} < \frac{220}{330} < \frac{363}{330}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-\frac{7}{15} < -0,1 < 0,4\overline{5} < \frac{2}{3} < 1,1$$

.

(t) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -0,4; \frac{1}{10}; 1,5; -\frac{3}{2}; 0 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{2}{5}; \frac{1}{10}; \frac{14}{9}; -\frac{3}{2}; \frac{0}{1} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 90) sono:

$$\left\{ -\frac{36}{90}; \frac{9}{90}; \frac{140}{90}; -\frac{135}{90}; \frac{0}{90} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-135}{90} < \frac{-36}{90} < \frac{0}{90} < \frac{9}{90} < \frac{140}{90}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-\frac{3}{2} < -0,4 < 0 < \frac{1}{10} < 1,5$$

.

(u) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ 3,5; -\frac{9}{2}; 0,1; 1; -\frac{1}{8} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{7}{2}; -\frac{9}{2}; \frac{1}{9}; \frac{1}{1}; -\frac{1}{8} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 72) sono:

$$\left\{ \frac{252}{72}; -\frac{324}{72}; \frac{8}{72}; \frac{72}{72}; -\frac{9}{72} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-324}{72} < \frac{-9}{72} < \frac{8}{72} < \frac{72}{72} < \frac{252}{72}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-\frac{9}{2} < -\frac{1}{8} < 0,1 < 1 < 3,5$$

.

(v) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ \frac{5}{3}; -4; 0,1; -1,6; \frac{1}{5} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{5}{3}; -\frac{4}{1}; \frac{1}{10}; -\frac{5}{3}; \frac{1}{5} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 30) sono:

$$\left\{ \frac{50}{30}; -\frac{120}{30}; \frac{3}{30}; -\frac{50}{30}; \frac{6}{30} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-120}{30} < \frac{-50}{30} < \frac{3}{30} < \frac{6}{30} < \frac{50}{30}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-4 < -1,6 < 0,1 < \frac{1}{5} < \frac{5}{3}$$

.

(w) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ 0,2; \quad -\frac{1}{3}; \quad 1,5; \quad -1,2; \quad 0 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{1}{5}; \quad -\frac{1}{3}; \quad \frac{3}{2}; \quad -\frac{6}{5}; \quad \frac{0}{1} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 30) sono:

$$\left\{ \frac{6}{30}; \quad -\frac{10}{30}; \quad \frac{45}{30}; \quad -\frac{36}{30}; \quad \frac{0}{30} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-36}{30} < \frac{-10}{30} < \frac{0}{30} < \frac{6}{30} < \frac{45}{30}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-1,2 < -\frac{1}{3} < 0 < 0,2 < 1,5$$

.

(x) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -0,5; \quad 0,\bar{3}; \quad \frac{1}{4}; \quad -\frac{3}{4}; \quad 0,3 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{4}; \quad -\frac{3}{4}; \quad \frac{3}{10} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 60) sono:

$$\left\{ -\frac{30}{60}; \quad \frac{20}{60}; \quad \frac{15}{60}; \quad -\frac{45}{60}; \quad \frac{18}{60} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-45}{60} < \frac{-30}{60} < \frac{15}{60} < \frac{18}{60} < \frac{20}{60}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-\frac{3}{4} < -0,5 < \frac{1}{4} < 0,3 < 0,\bar{3}$$

.

(y) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ 2,\bar{6}; \quad -2; \quad \frac{11}{4}; \quad 2,5; \quad -\frac{1}{2} \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ \frac{8}{3}; \quad -\frac{2}{1}; \quad \frac{11}{4}; \quad \frac{5}{2}; \quad -\frac{1}{2} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 12) sono:

$$\left\{ \frac{32}{12}; \quad -\frac{24}{12}; \quad \frac{33}{12}; \quad \frac{30}{12}; \quad -\frac{6}{12} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-24}{12} < \frac{-6}{12} < \frac{30}{12} < \frac{32}{12} < \frac{33}{12}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-2 < -\frac{1}{2} < 2,5 < 2,\bar{6} < \frac{11}{4}$$

.

(z) Il set di numeri razionali è:

$$\left\{ -0,\bar{6}; \quad -0,6; \quad \frac{1}{2}; \quad -1; \quad 0,6 \right\}$$

Le frazioni generatrici (ridotte) sono:

$$\left\{ -\frac{2}{3}; -\frac{3}{5}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{1}; \frac{3}{5} \right\}$$

Le frazioni a denominatore comune (m.c.m. = 30) sono:

$$\left\{ -\frac{20}{30}; -\frac{18}{30}; \frac{15}{30}; -\frac{30}{30}; \frac{18}{30} \right\}$$

L'elenco ordinato delle frazioni a denominatore comune è:

$$\frac{-30}{30} < \frac{-20}{30} < \frac{-18}{30} < \frac{15}{30} < \frac{18}{30}$$

L'elenco ordinato dei numeri originari è:

$$-1 < -0,\bar{6} < -0,6 < \frac{1}{2} < 0,6$$

.

2.2 espressioni

Problema: AN0003 -

Testo [AN0003] [1★ 2👤 1📖] Converti in espressioni numeriche le seguenti affermazioni e poi calcolale.

- (a) Moltiplica per 2 la somma di 3 e 5; aggiungi 4 ed eleva il tutto al cubo.
- (b) Moltiplica tra loro la somma di 7 e 3 e la somma di 1 e 2; successivamente sottrai 9 ed eleva il tutto al quadrato.
- (c) Calcola la metà della differenza tra i numeri 12 e -4 ; al risultato aggiungi 2 ed eleva al quadrato ciò che hai ottenuto.
- (d) Dopo aver elevato al cubo la differenza tra 9 e 2, dividi per la somma di 2 e 3 e poi aggiungi 4 all'espressione complessiva ottenuta.
- (e) Dopo aver sommato al numero 1 il doppio della somma di 5 e 2, dividi il tutto per il cubo della somma di 2 e 8
- (f) Moltiplica per 2 la somma di 3 e 5; aggiungi 4 ed eleva il tutto al cubo.
- (g) Moltiplica tra loro la somma di 7 e 3 e la somma di 1 e 2; successivamente sottrai 9 ed eleva il tutto al quadrato.
- (h) Calcola la metà della differenza tra i numeri 12 e -4 ; al risultato aggiungi 2 ed eleva al quadrato ciò che hai ottenuto.
- (i) Dopo aver elevato al cubo la differenza tra 9 e 2, dividi per la somma di 2 e 3 e poi aggiungi 4 all'espressione complessiva ottenuta.
- (j) Dopo aver sommato al numero 1 il doppio della somma di 5 e 2, dividi il tutto per il cubo della somma di 2 e 8.
- (k) Eleva al quadrato la somma di 6 e 4; dividi il risultato per 5 e infine sottrai la differenza tra 10 e 3.
- (l) Calcola il triplo della differenza tra 15 e 5; sottrai il quadrato di 4 e moltiplica il risultato finale per la somma di 1 e 2.
- (m) Dividi la somma di 10 e 14 per la metà di 8; sottrai il cubo di 2 e poi moltiplica per 5.
- (n) Somma il doppio di 5 con il quadrato di 3; dividi il risultato per la differenza tra 12 e 5 e aggiungi 1.
- (o) Sottrai 5 alla somma di 13 e 7; dividi il risultato per il quadrato di 2 e infine moltiplica per la differenza tra 9 e 4.

Spiegazione Questo è un esercizio di comprensione. Nel seguire le indicazioni della frase, di fatto stai applicando le regole di matematica per le espressioni numeriche.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

- (a) L'affermazione in questo caso è suddivisa in due parti. Nella prima parte abbiamo il 2 che deve moltiplicare un oggetto denominato "somma di 3 e 5". Questa parte la si scrive

$$2 \cdot (3 + 5)$$

La seconda parte dell'affermazione ci dice di aggiungere 4 e quindi scrivere

$$2 \cdot (3 + 5) + 4$$

Qui non è necessario aggiungere parentesi. Le regole da seguire per l'ordine delle operazioni garantiscono che la somma di 4 sarà l'ultima operazione da fare. Infine bisogna elevare "il tutto" al cubo. Qui serviranno le parentesi.

$$[2 \cdot (3 + 5) + 4]^3$$

.

- (b) Primo passo da svolgere:

$$(7 + 3) \cdot (1 + 2)$$

Notate che in questo caso l'indicazione esplicita del segno di moltiplicazione non è necessaria e può essere sottintesa.

Secondo passo:

$$(7 + 3) \cdot (1 + 2) - 9$$

terzo passo:

$$[(7 + 3) \cdot (1 + 2) - 9]^2$$

.

- (c)

$$\left[\frac{12 - (-4)}{2} + 2 \right]^2$$

.

- (d)

$$\frac{(9 - 2)^3}{2 + 3} + 4$$

.

- (e)

$$\frac{1 + 2(5 + 2)}{(2 + 8)}$$

.

- (f)

$$[2 \cdot (3 + 5) + 4]^3$$

$$[2 \cdot 8 + 4]^3 = [16 + 4]^3 = 20^3 = 8000$$

.

- (g)

$$[(7 + 3) \cdot (1 + 2) - 9]^2$$

$$[10 \cdot 3 - 9]^2 = [30 - 9]^2 = 21^2 = 441$$

.

- (h)

$$\left[\frac{12 - (-4)}{2} + 2 \right]^2$$

$$\left[\frac{12+4}{2} + 2 \right]^2 = \left[\frac{16}{2} + 2 \right]^2 = [8+2]^2 = 10^2 = 100$$

(i)

$$\frac{7^3}{5} + 4 = \frac{343}{5} + 4 = \frac{343+20}{5} = \frac{363}{5}$$

(j)

$$\frac{1+2 \cdot (5+2)}{(2+8)^3} = \frac{1+2 \cdot 7}{10^3} = \frac{1+14}{1000} = \frac{15}{1000} = \frac{3}{200}$$

(k)

$$\frac{(6+4)^2}{5} - (10-3) = \frac{10^2}{5} - 7 = \frac{100}{5} - 7 = 20 - 7 = 13$$

(l)

$$[3 \cdot (15-5) - 4^2] \cdot (1+2) = [3 \cdot 10 - 16] \cdot 3 = [30 - 16] \cdot 3 = 14 \cdot 3 = 42$$

(m)

$$\left[\frac{10+14}{8/2} - 2^3 \right] \cdot 5 = \left[\frac{24}{4} - 8 \right] \cdot 5 = [6-8] \cdot 5 = (-2) \cdot 5 = -10$$

(n)

$$\frac{2 \cdot 5 + 3^2}{12-5} + 1 = \frac{10+9}{7} + 1 = \frac{19}{7} + 1 = \frac{19+7}{7} = \frac{26}{7}$$

(o)

$$\left[\frac{(13+7)-5}{2^2} \right] \cdot (9-4) = \left[\frac{20-5}{4} \right] \cdot 5 = \frac{15}{4} \cdot 5 = \frac{75}{4}$$

Problema: AN0004 - Algebra numerica

Testo [AN0004] [1★ 2🕒 1📖] Risolvi le seguenti espressioni numeriche con numeri interi. Fai tutti i passaggi, ma utilizza il numero minore possibile di passaggi.

(a) $[9 \cdot (2 + 1) - 5 \cdot 3] : (2 + 1) - [(3 \cdot 2 + 5) - 10]$

(b) $[(2 + 1) \cdot 7 - 5] : [4 - (1 - 1)] + [15 - 3 \cdot (1 + 2)]$

(c) $\{[2 \cdot (3 + 7) + 15] : [3 + 14 - 4 \cdot (1 + 2)] + 4\} : 11$

(d) $[(2 - 3 + 7) \cdot (3 \cdot 3 - 3)] : [(18 + 24 - 30 - 6) \cdot (40 + 10 \cdot 2 - 58)]$

(e) $\xi = [(5 + 3) \cdot 2 - 10] : [1 + 3 \cdot (4 - 3)] + 5$

(f) $\{18 : (6 - 3) + [4 \cdot (5 - 2)]\} - (1 + 3)$

(g) $\xi = [(10 + 2) \cdot 3 - 35] : [5 - 2 \cdot (9 - 8)] + 2 \cdot 0$

(h) $\xi = \{[7 \cdot 5 - 1] : (4 + 3)\} + [20 : (4 \cdot 5)]$

(i) $\xi = [2 \cdot (10 - 4) - 9] : 3 + [15 - (5 + 7)]$

(j) $\xi = \{100 : [5 \cdot (10 - 6) - 10] - 1\} + 3$

Spiegazione Prima svolgi le operazioni dentro le parentesi dando la precedenza alle moltiplicazioni.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

- (a) Cominciamo con lo svolgere le operazioni dentro le parentesi dando la precedenza alle moltiplicazioni e poi continuiamo con lo stesso criterio

$$[9 \cdot 3 - 15] : 3 - [(6 + 5) - 10]$$

$$[27 - 15] : 3 - 1$$

$$12 : 3 - 1$$

$$4 - 1$$

$$3$$

.

(b)

$$[3 \cdot 7 - 5] : [4] + [15 - 3 \cdot 3]$$

$$[21 - 5] : [4] + [15 - 9]$$

$$16 : 4 + 6$$

$$4 + 6$$

$$10$$

.

(c)

$$\{[2 \cdot 10 + 15] : [3 + 14 - 4 \cdot 3] + 4\} : 11$$

$$\{[20 + 15] : [3 + 14 - 12] + 4\} : 11$$

$$\{35 : 5 + 4\} : 11$$

$$\{7 + 4\} : 11$$

$$11 : 11$$

$$1$$

.

(d)

$$[6 \cdot (9 - 3)] : [6 \cdot (40 + 20 - 58)]$$

$$[6 \cdot 6] : [6 \cdot 2]$$

$$36 : 12$$

$$3$$

.

(e)

$$\xi = [(5 + 3) \cdot 2 - 10] : [1 + 3 \cdot (4 - 3)] + 5$$

$$\frac{13}{2}$$

$$\xi = [8 \cdot 2 - 10] : [1 + 3 \cdot 1] + 5 = 6 : 4 + 5 = \frac{13}{2}$$

.

(f) 14.

(g)

$$\xi = [12 \cdot 3 - 35] : [5 - 2] = \frac{1}{3}$$

.

(h)

$$\xi = \{34 : 7\} + [20 : 20] = \frac{34}{7} + 1 = \frac{41}{7}$$

.

(i)

$$\xi = [2 \cdot (10 - 4) - 9] : 3 + [15 - (5 + 7)]$$

$$\xi = [2 \cdot 6 - 9] : 3 + [15 - 12] = 3 : 3 + 3 = 4$$

.

(j)

$$\xi = \{100 : [5 \cdot 4 - 10] - 1\} + 3$$

$$\xi = \{100 : 10 - 1\} + 3 = 9 + 3 = 12$$

.

Problema: AN0005 - Algebra numerica

Testo [AN0005] [1★ 1½🕒 1📖] Risolvi la seguente espressione con numeri interi e potenze.

(a) $2 \cdot 5 - (3^2 - 1) + (2^3 \cdot 3^2)^0 + 15^3 : 5^3 - (3^2)^3 : 3^5$

(b) $\left[(5 - 2)^3 \cdot (2 + 3)^3\right] : \left[(6^6 : 6^2) : 3^4 - 1\right]^2$

(c) $\left[(35 : 7 \cdot 2)^3 : 10^2 + 2 \cdot 2^2\right] : (2 \cdot 3^2 - 12)$

(d) $5^3 \cdot 5^4 : 5^5 - 3 \cdot 5 + (3^3 \cdot 2^3) : 6^2 + (2^4 \cdot 3^3)^0$

(e) $\xi = 4^3 - \left\{\left[(3)^2\right]^0\right\}^5 - 2^4 - \left[(5^2)^1\right]^2 : 5^3$

Spiegazione Una semplice espressione nella quale si vuole che applichi le proprietà delle potenze ed il corretto ordine di risoluzione delle operazioni.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a)

$$10 - (9 - 1) + 1 + 3^3 - 3^6 : 3^5$$

$$10 - 8 + 1 + 27 - 3$$

$$27$$

.

(b)

$$[3^3 \cdot 5^3] : [6^4 : 3^4 - 1]^2$$

$$[3^3 \cdot 5^3] : [2^4 - 1]^2$$

$$15^3 : 15^2$$

$$15$$

.

(c)

$$[10^3 : 10^2 + 2^3] : (2 \cdot 9 - 12)$$

$$[10 + 8] : (18 - 12)$$

$$18 : 6$$

$$3$$

.

(d)

$$5^2 - 15 + 6^3 : 6^2 + 1$$

$$25 - 15 + 6 + 1$$

$$17$$

.

(e)

$$\xi = 64 - 1 - 16 - 5^4 : 5^3 = 47 - 5 = 42$$

.

Problema: AN0006 - Algebra numerica

Testo [AN0006] [1★ 3👤 1📖] Svolgi le seguenti espressioni numeriche indicando tutti i passaggi, ma senza fare passaggi inutili.

$$(a) \left[\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{15} \right)^2 : \left(2 - \frac{1}{2^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2^2} \right) \right] : \left(\frac{2}{3} \right)^3$$

$$(b) \left(3 - \frac{5}{2} \right)^3 : \left\{ \left[\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{6} - \frac{5}{14} \right) \cdot \left(4 + \frac{5}{4} \right) - \frac{1}{2} \right]^3 : \left(\frac{3}{4} \right)^2 - \frac{1}{4} \right\}^2 + \frac{1}{2}$$

$$(c) \frac{1}{2} + \left[\left(1 + \frac{4}{3} \right)^3 \cdot \left(1 - \frac{2}{7} \right)^3 \right]^2 - \left[\left(3 + \frac{2}{3} \right)^2 : \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{10} \right)^2 \right]^3$$

$$(d) \left\{ \left[\left(2 - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{3}{5} \right]^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 - 5 \left(\frac{1}{3} : \frac{10}{3} - \frac{1}{15} \right) \right\}^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^2$$

$$(e) \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 : \left(\frac{5}{6} \right) \right] + \left\{ \left(2 - \frac{3}{4} \right) \cdot \left[\left(\frac{1}{5} + 1 \right) : \frac{3}{5} \right] \right\}^2 - 6$$

$$(f) \left[\left(1 + \frac{1}{4} \right)^3 : \left(1 - \frac{1}{4} \right)^3 \right] \cdot \left(\frac{3}{5} \right)^2 + \left(\frac{4}{3} \right)^2 + \left[\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3} \right) : \frac{13}{6} \right] - \frac{1}{9}$$

$$(g) \left\{ \left[\left(\frac{7}{5} - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{10}{9} \right]^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right\} : \frac{2}{3} + \left\{ \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right)^2 : \left(1 + \frac{1}{4} \right) \right] - \left(\frac{1}{2} \right)^3 \right\} \cdot 8$$

Spiegazione In questo esercizio ci si allena a svolgere delle espressioni numeriche rispettando il corretto ordine nel quale le operazioni devono essere svolte.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) Per prima cosa cominciamo a risolvere le operazioni all'interno delle parentesi.

$$\left[\left(\frac{9-2}{15} \right)^2 : \left(\frac{2^3-1}{2^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{2^2-3}{2^2 \cdot 3} \right) \right] : \frac{2^3}{3^3}$$

$$\left[\frac{7^2}{3^2 \cdot 5^2} : \frac{7^2}{2^4} \cdot \frac{1}{2^2 \cdot 3} \right] : \frac{2^3}{3^3}$$

$$\frac{7^2}{3^2 \cdot 5^2} \cdot \frac{2^4}{7^2} \cdot \frac{1}{2^2 \cdot 3} \cdot \frac{3^3}{2^3}$$

Semplifichiamo

$$\frac{\cancel{7^2}}{3^2 \cdot 5^2} \cdot \frac{2^4}{\cancel{7^2}} \cdot \frac{1}{2^2 \cdot 3} \cdot \frac{3^3}{2^3}$$

$$\frac{1}{3^2 \cdot 5^2} \cdot \frac{2^4}{1} \cdot \frac{1}{2^2 \cdot 3} \cdot \frac{3^3}{2^3}$$

$$\frac{1}{3^2 \cdot 5^2} \cdot \frac{2^4}{1} \cdot \frac{1}{2^2 \cdot 3} \cdot \frac{3^3}{2^3}$$

$$\frac{1}{3^2 \cdot 5^2} \cdot \frac{\cancel{2^4}}{1} \cdot \frac{1}{\cancel{2^2} \cdot 3} \cdot \frac{3^3}{\cancel{2^3}}$$

$$\frac{1}{\cancel{3^2} \cdot 5^2} \cdot \frac{\cancel{3^3}}{2 \cdot \cancel{3}}$$

$$\frac{1}{5^2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{50}$$

(b)

$$\left(\frac{6-5}{2} \right)^3 : \left\{ \left[\left(\frac{18+7-15}{42} \right) \cdot \left(\frac{16+5}{4} \right) - \frac{1}{2} \right]^3 : \frac{3^2}{4^2} - \frac{1}{4} \right\}^2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2^3} : \left\{ \left[\frac{10}{42} \cdot \frac{21}{4} - \frac{1}{2} \right]^3 \cdot \frac{4^2}{3^2} - \frac{1}{4} \right\}^2 + \frac{1}{2}$$

Semplifichiamo

$$\frac{1}{2^3} : \left\{ \left[\frac{\cancel{10}}{\cancel{42}} \cdot \frac{\cancel{21}}{\cancel{4}} - \frac{1}{2} \right]^3 \cdot \frac{4^2}{3^2} - \frac{1}{4} \right\}^2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2^3} : \left\{ \left[\frac{5}{4} - \frac{2}{4} \right]^3 \cdot \frac{4^2}{3^2} - \frac{1}{4} \right\}^2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2^3} : \left\{ \frac{3^3}{4^3} \cdot \frac{4^2}{3^2} - \frac{1}{4} \right\}^2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2^3} : \left\{ \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right\}^2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2^3} : \left\{ \frac{2}{4} \right\}^2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2^3} : \left\{ \frac{1}{2} \right\}^2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2^3} \cdot 2^2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\cancel{2^3}} \cdot \cancel{2^2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1$$

(c)

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} + \left[\left(\frac{3+4}{3} \right)^3 \cdot \left(\frac{7-2}{7} \right)^3 \right]^2 - \left[\left(3 + \frac{2}{3} \right)^2 : \left(\frac{10+5+7}{10} \right)^2 \right]^3 \\
& \frac{1}{2} + \left[\left(\frac{7}{3} \cdot \frac{5}{7} \right)^3 \right]^2 - \left[\left(\frac{9+2}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{10}{22} \right)^2 \right]^3 \\
& \frac{1}{2} + \left(\frac{7}{3} \cdot \frac{5}{7} \right)^6 - \left[\left(\frac{11}{3} \cdot \frac{5}{11} \right)^3 \right]^2 \\
& \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{3} \right)^6 - \left(\frac{5}{3} \right)^6 \\
& \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\frac{17}{144}$$

(e) $\frac{13}{12}$.

(f) $\frac{49}{9}$.

(g) 5.

(d)

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left[\frac{6-1}{3} \cdot \frac{3}{5} \right]^2 \cdot \frac{1}{4} - 5 \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} - \frac{1}{15} \right) \right\}^2 + \frac{1}{9} \\
& \left\{ \left[\frac{5}{5} \cdot \frac{1}{5} \right]^2 \cdot \frac{1}{4} - 5 \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{15} \right) \right\}^2 + \frac{1}{9} \\
& \left\{ [1]^2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3-2}{30} \right\}^2 + \frac{1}{9} \\
& \left\{ 1 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right\}^2 + \frac{1}{9} \\
& \left\{ \frac{3-2}{12} \right\}^2 + \frac{1}{9} \\
& \frac{1}{144} + \frac{1}{9} \\
& \frac{1+16}{144}
\end{aligned}$$

Problema: AN0007 - espressioni con le proprietà delle potenze

Testo [AN0007] [1½★ 3👍1📖] Svolgi le seguenti espressioni numeriche utilizzando le proprietà delle potenze.

$$(a) \xi = \left\{ \left[\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4} \right) : \left(-\frac{21}{12} \right) \right]^2 + \frac{3}{4} : \left(-\frac{9}{5} \right) \right\} + \left(\frac{5}{2} - 3 \right)^3$$

$$(b) \xi = \left\{ \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^3 \right]^2 : \left(\frac{3}{4} \right)^8 + \frac{5}{4} \right\} : \frac{9}{4} - \frac{2}{3}$$

$$(c) \xi = \left\{ \left[\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^5 \right]^2 : \left(\frac{2}{3} \right)^{14} + \frac{5}{4} \right\} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) : \left(-\frac{7}{4} \right)$$

$$(d) \xi = \left[\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right)^2 : \left(\frac{1}{2} \right)^3 + \left(-\frac{1}{2} \right) \right] + \left\{ \left[\left(\frac{3}{4} \right)^5 : \left(\frac{3}{4} \right)^3 \right] \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^2 - 1 \right\}$$

$$(e) \xi = \left\{ \left[\left(-\frac{4}{9} \right)^5 : \left(-\frac{4}{9} \right)^3 \right] \cdot \left(\frac{9}{4} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\} : \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{2} \right) - \frac{27}{3}$$

$$(f) \left\{ \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) : \left(\frac{5}{12} \right) \right]^3 - 2 \right\}^{-1} \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 - \frac{1}{9} \right] : \left(-\frac{1}{3} \right)$$

$$(g) \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(4 - \frac{1}{2} \right) \right] + \left\{ \left[\left(\frac{3}{5} \right)^2 : \left(\frac{5}{3} \right)^{-1} \right] \cdot \left(\frac{5}{3} \right) \right\}^2 - (0.5)^2$$

$$(h) \left[\left(\frac{2}{3} \right)^5 : \left(\frac{2}{3} \right)^3 \right]^2 + \left\{ \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^{-3} \right]^{-1} + \frac{3}{4} \right\} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$(i) \left\{ \left[\left(2 - \frac{3}{5} \right) : \left(\frac{7}{10} \right) + \left(\frac{1}{3} \right)^0 \right] - 3 \right\}^3 : \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} - 4 \right] + \left(-\frac{1}{4} \right)^{-2}$$

$$(j) \left\{ \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \cdot (-8) \right] - \left(1 + \frac{1}{3} \right) : \left(\frac{8}{3} \right) \right\} \cdot \left(-\frac{3}{5} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right)^2 : \left(\frac{1}{4} \right)^{-1}$$

$$(k) \left[\left(\frac{3}{4} \right)^{-1} : \left(1 + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \left\{ \left[\left(\frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \left(-\frac{9}{8} \right) \right] + \frac{1}{4} \right\} : \left(\frac{7}{4} \right)$$

$$(l) \left\{ \left[\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(-\frac{8}{3} \right) \right]^2 + \frac{1}{3} \right\} \cdot \left[\left(-\frac{3}{5} \right)^{-2} : \left(3 - \frac{1}{2} \right) \right] : \left(\frac{5}{2} \right)$$

$$(m) \left[(0.2)^3 : \left(\frac{1}{5} \right)^2 + \frac{2}{5} \right] \cdot \left\{ \left[\left(\frac{5}{4} \right)^{-1} : \left(-\frac{2}{5} \right) \right] - 2 \right\} - \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$(n) \left\{ \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^5 \right]^3 : \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right\} + \left[\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{4} \right) \right]^{-1}$$

$$(o) \left\{ \left[\left(\frac{1}{3} \right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-2} \right]^2 : \left(\frac{1}{3} \right)^3 \right\} - \left(\frac{1}{3} \right)^2 \cdot (-3)^3$$

$$(p) \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 : \left(\frac{5}{6} \right)^3 \right] \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right)^3 : \left(\frac{1}{8} \right)$$

$$(q) \left\{ \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{4} \right) \right]^3 - (0.2)^2 : \left(\frac{1}{5} \right)^3 \right\} \cdot \left(-\frac{5}{4} \right)^{-1}$$

Spiegazione In questo esercizio ci si allena a svolgere delle espressioni numeriche utilizzando le proprietà delle potenze.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a)

$$\left\{ \left[\frac{10-3}{\cancel{12}} \cdot \left(-\frac{\cancel{12}}{21} \right) \right]^2 + \frac{\cancel{3}}{4} \cdot \left(-\frac{5}{\cancel{9}} \right) \right\} + \left(\frac{5-6}{2} \right)^3$$

$$\left\{ \left[\cancel{7} \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{21}} \right) \right]^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{5}{3} \right) \right\} + \left(-\frac{1}{2} \right)^3$$

$$\left\{ \left[-\frac{1}{3} \right]^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{5}{3} \right) \right\} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{\frac{1}{9} - \frac{5}{12} - \frac{1}{8}}{\frac{8-30-9}{72}}$$

$$\frac{-31}{72}$$

(b)

$$\left\{ \left[\left(\frac{3}{4} \right)^5 \right]^2 \cdot \frac{4^8}{3^8} + \frac{5}{4} \right\} \cdot \frac{4}{9} - \frac{2}{3}$$

$$\left\{ \frac{3^{10}}{4^{10}} \cdot \frac{4^8}{3^8} + \frac{5}{4} \right\} \cdot \frac{4}{9} - \frac{2}{3}$$

$$\left\{ \frac{3^2}{4^2} + \frac{9}{4} \right\} \cdot \frac{4}{9} - \frac{2}{3}$$

$$\left\{ \frac{3^2+36}{4^2} \right\} \cdot \frac{4}{9} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{45}{4^2} \cdot \frac{4}{9} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{\frac{5}{4} - \frac{2}{3}}{\frac{15-12}{12}}$$

$$\frac{1}{4}$$

.

(c) $\xi = -\frac{1}{2}.$

(d) $\xi = -\frac{3}{2}.$

(e) $\xi = -1.$

(f) 3.

(g) $\frac{13}{400}.$

(h) $\frac{13}{9}.$

(i) 16.

(j) $\frac{1}{10}.$

(k) $\frac{10}{7}.$

(l) $\frac{3}{5}$.

(m) $-\frac{1}{2}$.

(n) 10.

(o) $\frac{10}{3}$.

(p) 0.

(q) $\frac{16}{5}$.

Problema: AN0013 - Algebra numerica

Testo [AN0013] [2★ 3📖 2📖] Svolgi le seguenti espressioni chiamate ξ .

$$(a) \xi = \left[\left(2 - \frac{3}{5} \cdot 2,25 \right) : \left(0,05\overline{7} + \frac{13}{150} \right) \right] \cdot \frac{5}{108} + 0,0\overline{3} : \left[\left(1,\overline{6} - \frac{1}{7} \right) : \left(2 + \frac{18}{7} \right) \right]$$

$$(b) \xi = \frac{1}{20} + \frac{1}{6} + \left(\frac{2}{5} \right)^2 : \frac{8}{35} - 0,75 + \left(\frac{1}{5} + 0,3 + \frac{1}{3} \right)^3 : 1,\overline{6}^2$$

$$(c) \xi = \left\{ \left[1 + 0,8 \cdot \left(\frac{13}{8} - 1,\overline{3} \right) \right] : \left(0,1\overline{7} - \frac{3}{7} \cdot 0,2\overline{3} \right) \right\} \cdot 0,\overline{108} + \frac{2}{7}$$

$$(d) \xi = \left[\left(1 - \frac{1}{3} \cdot 1,5 \right) : \left(0,0\overline{5} + \frac{1}{9} \right) \right] \cdot \frac{3}{4} + 0,1\overline{6} : \left[\left(2,\overline{3} - \frac{1}{6} \right) : \left(1 + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$(e) \xi = \left[\left(\frac{5}{4} + 0,5 \right) : \left(0,8\overline{3} - \frac{1}{6} \right) \right] - 1,2 : \left[\left(3 - \frac{5}{3} \right) \cdot \left(1,25 + \frac{3}{4} \right) \right]$$

$$(f) \xi = \left[\left(0,6 + \frac{2}{5} \cdot 0,75 \right) \cdot \frac{5}{6} \right] : \left(1,\overline{16} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2}$$

$$(g) \xi = \left[\left(2,5 - \frac{7}{4} \right) : \left(0,4\overline{6} - \frac{1}{6} \right) \right] \cdot \frac{2}{5} + 0,8 : \left(\frac{4}{5} + 0,2 \right)$$

$$(h) \xi = \left[\left(0,1\overline{3} + \frac{5}{9} \right) \cdot 1,5 \right] : (1,5 - 0,\overline{6}) + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{7}{3} - 0,\overline{3} \right)$$

$$(i) \xi = \left[(3 - 2,5) \cdot \frac{3}{2} \right] : \left(0,3\overline{8} - \frac{1}{9} \right) + 0,25 : \left[\left(1 + \frac{1}{2} \right) \cdot \left(0,5 + \frac{1}{3} \right) \right]$$

$$(j) \xi = 1,4 \cdot \left[\left(\frac{5}{7} + 0,5 \right) : (1 - 0,1\overline{6}) \right] - \left(1,2 - \frac{1}{2} \right) : 0,\overline{4}$$

$$(k) \xi = \left[\left(1,75 + \frac{1}{2} \right) : (1,5 - 0,25) \right] \cdot \frac{3}{2} - 0,\overline{6} : \left(\frac{1}{3} + 0,5 \right)$$

$$(l) \xi = \left[\left(0,2 + \frac{4}{5} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{10} \right) \right] : \left(0,5\overline{3} + \frac{1}{15} \right) - \frac{1}{4}$$

$$(m) \xi = \left[\left(2,\overline{3} - \frac{5}{6} \right) \cdot 0,6 \right] : \left[\left(1,8 + \frac{1}{5} \right) - 1,5 \right] + \frac{1}{2}$$

$$(n) \xi = \left[(2,5 - 0,5\overline{3}) : \left(1,2 + \frac{1}{5} \right) \right] + \frac{2}{21} - 0,1\overline{6} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)$$

$$(o) \xi = \left[(0,\overline{3})^2 + 0,75 \right] : (2 - 1,\overline{6}) + 0,8 \cdot \frac{1}{4}$$

$$(p) \xi = \left\{ \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) : 0,41\overline{6} \right] \cdot 0,75 \right\} - (1 - 0,\overline{4}) : \frac{2}{3}$$

$$(q) \xi = [(1,5 + 0,1\overline{6}) \cdot 3] : \left[\left(0,\overline{2} + \frac{1}{3} \right) : 0,5 \right] - 1,25$$

$$(r) \xi = \left[\left(0,0\overline{8} + \frac{1}{9} \right) : 0,5 \right] + \left[\left(1,\overline{3} - 0,75 - \frac{1}{6} \right) \cdot 0,3\overline{5} \right] + \frac{1}{135}$$

Spiegazione Ogni numero razionale può essere scritto in notazione fratta o decimale. Ci sono semplici e ben precise procedure che permettono di passare da una notazione all'altra. In questa espressione dovrai saper gestire le diverse notazioni numeriche.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) $\frac{37}{120}$.

(b) $\frac{3}{8}$.

(c) 2.

(d)

$$\xi = \left[\left(1 - \frac{1}{3} \cdot 1,5 \right) : \left(0,0\overline{5} + \frac{1}{9} \right) \right] \cdot \frac{3}{4} + 0,1\overline{6} : \left[\left(2,\overline{3} - \frac{1}{6} \right) : \left(1 + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\xi = \left[\left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \right) : \left(\frac{5}{90} + \frac{1}{9} \right) \right] \cdot \frac{3}{4} + \frac{15}{90} : \left[\left(\frac{21}{9} - \frac{1}{6} \right) : \frac{3}{2} \right]$$

$$\xi = \left[\left(1 - \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{15}{90} \right) \right] \cdot \frac{3}{4} + \frac{15}{90} : \left[\left(\frac{39}{18} \right) \cdot \frac{2}{3} \right]$$

$$\xi = \left[\frac{1}{2} \cdot 6 \right] \cdot \frac{3}{4} + \frac{15}{90} : \left[\frac{13}{6} \cdot \frac{2}{3} \right]$$

$$\xi = 3 \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{9}{13} = \frac{9}{4} + \frac{3}{26} = \frac{117}{52} + \frac{6}{52} = \frac{123}{52}$$

(e) $\frac{87}{40}$.

(f)

$$\xi = \left[\left(0,6 + \frac{2}{5} \cdot 0,7\overline{5} \right) \cdot \frac{5}{6} \right] : \left(1,1\overline{6} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2}$$

$$\xi = \left[\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \frac{5}{6} \right] : \left(\frac{7}{6} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2}$$

$$\xi = \left[\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6} \right] : \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} - \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$$

(g)

$$\xi = \left[\left(2,5 - \frac{7}{4} \right) : \left(0,4\overline{6} - \frac{1}{6} \right) \right] \cdot \frac{2}{5} + 0,8 : \left(\frac{4}{5} + 0,2 \right)$$

$$\xi = \left[\left(\frac{5}{2} - \frac{7}{4} \right) : \left(\frac{7}{15} - \frac{1}{6} \right) \right] \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{5} : \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{5} \right)$$

$$\xi = \left[\frac{3}{4} : \frac{3}{10} \right] \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{5} : 1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$$

(h)

$$\xi = \left[\left(\frac{2}{15} + \frac{5}{9} \right) \cdot \frac{3}{2} \right] : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right) + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\xi = \frac{31}{30} \cdot \frac{6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{31}{25} + \frac{1}{2} = \frac{87}{25}$$

(i)

$$\xi = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \right] : \left(\frac{7}{18} - \frac{2}{18} \right) + \frac{1}{4} : \left[\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \right]$$

$$\xi = \frac{3}{4} : \frac{5}{18} + \frac{1}{4} : \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{6} \right] = \frac{27}{10} + \frac{1}{4} : \frac{5}{4}$$

$$\xi = \frac{29}{10}$$

.

$$(j) \xi = \frac{93}{200}.$$

$$(k) \xi = \frac{19}{10}.$$

$$(l) \frac{5}{4}.$$

(m)

$$\begin{aligned} \xi &= \left[\left(\frac{7}{3} - \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{3}{5} \right] : \left[\left(\frac{9}{5} + \frac{1}{5} \right) - \frac{3}{2} \right] + \frac{1}{2} \\ \xi &= \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} \right] : \left[2 - \frac{3}{2} \right] + \frac{1}{2} = \frac{9}{10} \cdot 2 + \frac{1}{2} \\ \xi &= \frac{18}{10} + \frac{5}{10} = \frac{23}{10} \end{aligned}$$

.

$$(n) \xi = \frac{49}{36}.$$

(o) .

$$(p) \xi = \frac{2}{3}.$$

$$(q) \xi = \frac{13}{4}.$$

$$(r) \xi = \frac{5}{9}.$$

Problema: AN0014 - Razionalizzazione del denominatore di una frazione

Testo [AN0014] [1★ 2👤 1📖] Razionalizza le seguenti espressioni portandole ad un'unica frazione:

$$(a) \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}; \quad \frac{1}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}$$

$$(b) \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 1}; \quad \frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$$

$$(c) \frac{3 + 2\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}; \quad \frac{x + 1}{\sqrt{x + 1}}$$

$$(d) \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}; \quad \frac{3ab}{\sqrt[3]{ab}}$$

$$(e) \frac{2}{3 - \sqrt{7}}; \quad \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$(f) \frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}; \quad \frac{a}{\sqrt[4]{a^3}}$$

$$(g) \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}; \quad \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x + 2}}$$

$$(h) \frac{6}{\sqrt[3]{3}}; \quad \frac{1}{\sqrt{x + y} + \sqrt{x - y}}$$

$$(i) \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}; \quad \frac{2x}{\sqrt[5]{16x^2}}$$

Spiegazione La razionalizzazione di una frazione con un radicale consiste nell'eseguire quelle operazioni necessarie affinché al denominatore non compaiano radicali.

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) 1) Numerica: moltiplichiamo per $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (o $\sqrt{2} - \sqrt{3}$). Si ottiene: $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$.

2) Letterale: il fattore razionalizzante è $\sqrt[3]{x+1}$. Si ottiene: $\frac{\sqrt[3]{x+1}}{x+1}$..

(b) 1) Numerica: moltiplichiamo per il coniugato $\sqrt{5} + 1$. Si ha $\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{5-1} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

2) Letterale: il fattore razionalizzante è $\sqrt[3]{(2x)^2} = \sqrt[3]{4x^2}$. Si ottiene: $\frac{\sqrt[3]{4x^2}}{2x}$..

(c) 1) Numerica: moltiplichiamo per $1 - \sqrt{2}$. Otteniamo $\frac{(3+2\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{1-2} = \frac{3-3\sqrt{2}+2\sqrt{2}-4}{-1} = 1 + \sqrt{2}$.

2) Letterale: moltiplichiamo per $\sqrt{x+1}$. Si ha $\frac{(x+1)\sqrt{x+1}}{x+1} = \sqrt{x+1}$..

(d) 1) Numerica: calcolando il m.c.m. si razionalizza automaticamente: $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{5}}{5-3} = \sqrt{5}$.

2) Letterale: il fattore razionalizzante è $\sqrt[3]{(ab)^2}$. Si ottiene $\frac{3ab\sqrt[3]{a^2b^2}}{ab} = 3\sqrt[3]{a^2b^2}$..

(e) 1) Numerica: moltiplichiamo per $3 + \sqrt{7}$. Si ottiene $\frac{2(3+\sqrt{7})}{9-7} = 3 + \sqrt{7}$.

2) Letterale: scomponendo il numeratore come differenza di quadrati o moltiplicando per il coniugato, si elide il denominatore: $\frac{(x-y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$..

(f) 1) Numerica: moltiplichiamo per $\sqrt{6} + \sqrt{2}$. Si ottiene $\frac{4(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$.

2) Letterale: il fattore razionalizzante per completare l'esponente è $\sqrt[4]{a}$. Si ottiene $\frac{a\sqrt[4]{a}}{a} = \sqrt[4]{a}$..

(g) 1) Numerica: moltiplichiamo per il coniugato $\sqrt{3} - \sqrt{2}$. Otteniamo $\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{3-2} = 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$.

2) Letterale: moltiplichiamo per $\sqrt{x+2}$. Si ha $\frac{(x-2)(x+2)\sqrt{x+2}}{x+2} = (x-2)\sqrt{x+2}$..

(h) 1) Numerica: il fattore razionalizzante è $\sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$. Otteniamo $\frac{6\sqrt[3]{9}}{3} = 2\sqrt[3]{9}$.

2) Letterale: moltiplichiamo per il coniugato $\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}$. Si ottiene $\frac{\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}}{(x+y)-(\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y})} = \frac{\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}}{2y}$..

(i) 1) Numerica: moltiplichiamo per $\sqrt{5} + \sqrt{3}$. Si ottiene $\frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \sqrt{10} + \sqrt{6}$.

2) Letterale: il denominatore è $\sqrt[5]{2^4x^2}$, quindi il fattore razionalizzante è $\sqrt[5]{2x^3}$. Moltiplicando si ottiene $\frac{2x\sqrt[5]{2x^3}}{2x} = \sqrt[5]{2x^3}$..

Problema: AN0015 - Algebra numerica

Testo [AN0015] [2★ 2🕒 1📖] Razionalizza le seguenti espressioni portandole ad un'unica frazione

(a) $\frac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}};$ $\frac{1}{1 + \sqrt{5} + \sqrt{3}};$

(b) $\frac{1}{1 - \sqrt{5} + \sqrt{3}};$ $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}};$

Spiegazione La razionalizzazione di una frazione con un radicale consiste nell'eseguire quelle operazioni necessarie affinché a denominazione non compiano radicali

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) [...].

(b) .

Problema: AN0016 - Algebra numerica**Testo** [AN0016] [1★ 2🔑 1📖] Semplifica la seguente espressione

$$(a) \xi = \sqrt{72} - \frac{1}{\sqrt{2}} - \left[\left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{6} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + 3\sqrt{2} \right]$$

$$(b) \xi = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{18}) + \frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$$

$$(c) \xi = \frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{80} - \sqrt{45} - 2\sqrt[4]{25} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{25}$$

$$(d) \xi = \frac{2}{\sqrt[3]{4}} + \frac{\sqrt{8} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} - \sqrt[3]{16}$$

$$(e) \xi = \frac{\sqrt{20} + \sqrt{5}}{3\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{3}} - (\sqrt{12} - \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3}$$

$$(f) \left(\frac{1}{2} + \sqrt[4]{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \sqrt{2} \right) - \frac{5}{\sqrt{2}} + \sqrt{18} = \frac{1}{4} - 1$$

$$(g) \xi = \frac{1}{2}\sqrt{48} + \sqrt{75} - 2\sqrt{3} \cdot (1 + \sqrt{3}) + \frac{\sqrt{96}}{\sqrt{2}}$$

$$(h) \frac{3}{\sqrt[3]{9}} + \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{3} \cdot (\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{9})$$

$$(i) \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{1}{2} + (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)$$

$$(j) \xi = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{4} + \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + 1) - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$$

$$(k) \xi = (2\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{5}) + \sqrt{15}$$

$$(l) \sqrt{50} + \frac{14}{\sqrt{7}} - \sqrt{98} + \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$$

$$(m) \frac{\sqrt{27} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}} + (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)$$

$$(n) \sqrt{45} - \sqrt{2 \cdot \sqrt{100}} + \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{10}}$$

$$(o) \sqrt{8} \cdot \left(\sqrt[4]{4} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \sqrt{3} \cdot (\sqrt{12} + \sqrt{27}) + \sqrt{75}$$

$$(p) (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} + 1)^2$$

Spiegazione Applica le proprietà dei radicali per semplificare le seguenti espressioni

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a)

$$\xi = \sqrt{72} - \frac{1}{\sqrt{2}} - \left[\left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{6} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + 3\sqrt{2} \right]$$

$$\xi = 6\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2} \right] =$$

$$6\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} - 1$$

(b)

$$\xi = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{18}) + \frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$$

$$\xi = \sqrt{2} \cdot (5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) + \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$\xi = \sqrt{2} \cdot (6\sqrt{2}) + \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$\xi = 12 + \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

(c)

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{80} - \sqrt{45} - 2\sqrt[4]{25} + \sqrt{2 \cdot \sqrt{25}}$$

$$\xi = \frac{1}{5}\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{2 \cdot 5}$$

$$\xi = \left(\frac{1}{5} + 4 - 3 - 2 \right) \sqrt{5} + \sqrt{2 \cdot 5}$$

$$\xi = -\frac{4}{5}\sqrt{5} + \sqrt{2 \cdot 5}$$

(d) $\xi = \frac{1}{2} - \sqrt[3]{2}.$

(e)

$$\xi = \frac{\sqrt{20} + \sqrt{5}}{3\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{3}} - (\sqrt{12} - \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3}$$

$$\xi = \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{5}}{3\sqrt{5}} + \sqrt{3} - (2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}$$

$$\xi = 1 + \sqrt{3} + 3 = 4 + \sqrt{3}$$

(f) $-\frac{3}{4}.$

(g)

$$\xi = \frac{1}{2}\sqrt{48} + \sqrt{75} - 2\sqrt{3} \cdot (1 + \sqrt{3}) + \frac{\sqrt{96}}{\sqrt{2}}$$

$$\xi = \frac{1}{2}\sqrt{4^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} - 2\sqrt{3} - 6 + \frac{\sqrt{3 \cdot 2^5}}{\sqrt{2}}$$

$$\xi = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 6 + \frac{2^2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 9\sqrt{3} - 6$$

(h) $\sqrt[3]{3} - 3.$

(i) $\sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{1}{2} + (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)$
 $\sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{2} + 5 - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 1$
 $\frac{6\sqrt{2} - 9}{6} + \frac{9}{2}$
 $\sqrt{2} - \frac{3}{2} + \frac{9}{2}$
 $\sqrt{2} + 3.$

(j) $\xi = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{4} + \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + 1) - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$
 $\xi = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0.$

(k) $\xi = 1.$

(l) $5 + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{2}.$

(m) 2.

(n) $2\sqrt{5}.$

(o) $5\sqrt{3} - 9.$

(p) $7 + 2\sqrt{2}.$

Problema: AN0017 - Algebra numerica**Testo** [AN0017] [1½★ 2🕒 2📖]

$$(a) \xi = \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{2\sqrt{3}+3} - \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}}$$

$$(b) \xi = \left(\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \right) \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{4}{\sqrt{8}} \right)^2 + \sqrt{75} - 2\sqrt{27}$$

$$(c) \xi = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} + \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} + \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \right) \cdot \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$(d) \xi = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{3^3}} + (\sqrt[4]{9})^3 - \frac{\sqrt[3]{-1}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$(e) \xi = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{12}{\sqrt{6}}$$

Spiegazione

Svolgimento Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a)

$$\xi = \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})} - \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}}$$

Dovendo sommare tre frazioni, cerchiamo il minimo comune multiplo dei denominatori e poi svolgiamo la somma nel modo standard.

$$\xi = \frac{2\sqrt{3}(2+\sqrt{3}) + \sqrt{3}-1 - (\sqrt{3}-1)(2+\sqrt{3})(\sqrt{3}-2)}{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}$$

Adesso è il momento di eseguire tutte le moltiplicazioni per poi successivamente svolgere le opportune somme.

$$\xi = \frac{4\sqrt{3}+6+\sqrt{3}-1+(1-\sqrt{3})(3-4)}{(2\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-1)}$$

$$\xi = \frac{5\sqrt{3}+5-1+\sqrt{3}}{6+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}-3}$$

$$\xi = \frac{6\sqrt{3}+4}{3+\sqrt{3}}$$

Adesso conviene razionalizzare il risultato. Moltiplico la frazione sopra e sotto per la stessa quantità in modo da far comparire a denominatore il prodotto notevole *somma per differenza*.

$$\xi = \frac{6\sqrt{3}+4}{3+\sqrt{3}} \cdot \frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}+12-18-4\sqrt{3}}{9-3} = \frac{14\sqrt{3}-6}{6}$$

$$\xi = \frac{7\sqrt{3}-3}{3}$$

(b) .

(c) .

(d) .

(e) .

3.1 monomi