

3.1 Grandezze fisiche scalari e vettoriali

Problema di: Introduzione alla fisica - I0028

Testo [I0028] [0★ 2🕒 1a📖]

Esegui le seguenti operazioni calcolando il valore della grandezza a sinistra dell'uguale utilizzando i seguenti valori da mettere al posto delle grandezze nella parte destra dell'uguale: $a = 10 \frac{m}{s^2}$, $m = 2 kg$, $\Delta t = 4 s$, $v_i = 1 \frac{m}{s}$, $v_f = 4 \frac{m}{s}$, calcolando la grandezza a sinistra dell'uguale.

$$\begin{aligned} \bullet \Delta S &= v_i \cdot \Delta t = & \bullet F &= m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \\ \bullet \Delta S &= \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_i \Delta t = & \bullet E_{ci} &= \frac{1}{2} m v_i^2 = \end{aligned}$$

Spiegazione Questo esercizio serve unicamente per prendere dimestichezza sul modo corretto di eseguire dei calcoli con delle formule. Il punto importante è non omettere mai le unità di misura.

Svolgimento

$$\begin{aligned} \bullet \Delta S &= v_i \cdot \Delta t = 1 \frac{m}{s} \cdot 4 s = 4 m \\ \bullet a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{4 \frac{m}{s} - 1 \frac{m}{s}}{4 s} = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2} \\ \bullet \Delta S &= \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_i \Delta t = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 16 s^2 + 1 \frac{m}{s} \cdot 4 s = 80 m + 4 m = 84 m \\ \bullet E_{ci} &= \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 kg \cdot \left(1 \frac{m}{s}\right)^2 = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \end{aligned}$$

Problema di: Generalità - I0001

Testo [I0001] [1★ 11🕒 1a📖]

Esegui le somme indicate qui di seguito, scegliendo a tuo piacimento l'unità di misura del risultato tra le due già presenti.

$\bullet 4 hm + 300 m =$	$\bullet 2 m^3 + 40 dm^3 =$	$\bullet 3 min + 2 sec =$
$\bullet 3 hm + 5 cm =$	$\bullet 45 l + 50 dl =$	$\bullet 3 h + 5 sec =$
$\bullet 3 m + 18 mm =$	$\bullet 45 l + 50 cl =$	$\bullet 36 \frac{km}{h} + 30 \frac{m}{s} =$
$\bullet 9 km^2 + 10 hm^2 =$	$\bullet 8 dl + 2 cl =$	$\bullet 25 \frac{kg}{m^3} + 12 \frac{g}{cm^3} =$
$\bullet 9 m^2 + 200 cm^2 =$	$\bullet 7 kg + 400 g =$	$\bullet 2 \frac{kg \cdot m}{s^2} + 5 \frac{g \cdot cm}{s^2} =$
$\bullet 9 m^2 + 5 dm^2 =$	$\bullet 3 kg + 3 hg =$	$\bullet 8 \frac{kg \cdot m}{s} + 5 \frac{g \cdot km}{h} =$
$\bullet 12 km^3 + 78 hm^3 =$	$\bullet 3 g + 55 mg =$	
$\bullet 8 m^3 + 15 cm^3 =$	$\bullet 3 h + 5 min =$	

Spiegazione Tutte le somme indicate possono essere eseguite in quanto le grandezze fisiche coinvolte sono sempre omogenee; ogni volta vengono sommate o due lunghezze, oppure due tempi, oppure due masse, due densità, ecc. Per eseguire la somma devo trasformare una delle due grandezze nell'altra, preoccupandomi, ad ogni passaggio, di scrivere qualcosa di diverso ma equivalente.

$$7 km = 7000 m = 700000 cm = 4375 Miglia_{terr} = 7,4 \cdot 10^{-16} anniluce$$

Eeguire le conversioni di unità di misura Immaginiamo di convertire in metri la quantità $\Delta S = 10 km$ oppure in ore la quantità $\Delta t = 90 min$. Il procedimento da seguire prevede i seguenti passaggi, rappresentati poi di seguito:

1. Riscrivere la parte numerica lasciandola immutata.
2. Al posto delle unità di misura che compaiono riscrivere il loro equivalente nella nuova unità di misura: al posto di km scrivo $1000 metri$ (infatti in un kilometro

ci sono 1000 *metri*) e al posto di *min* scrivo $\frac{h}{60}$ (infatti per scrivere l'equivalente di un minuto devo prendere un'ora e dividerla per 60)

3. Eseguire le operazioni del caso sui numeri rimasti

$$12 \text{ km} = 12 \cdot 1000 \text{ m} = 12000 \text{ m}$$

$$90 \text{ min} = 90 \cdot \frac{h}{60} = 1.5 \text{ h}$$

Nel caso di conversioni più complesse, il procedimento non cambia. Osserviamo quanto segue: la parte numerica viene copiata uguale, la linea di frazione viene copiata uguale, al posto di *km* scrivo *1000 m* che rappresenta la quantità equivalente espressa in metri, al posto di *h* (ore) scrivo *3600 s*, quantità ad essa equivalente.

$$130 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 130 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 36.11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Analogamente avremo:

$$130 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 130 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{m}} = 130 \frac{1000 \text{ g}}{100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm}} = 0,13 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Svolgimento

- $4 \text{ hm} + 300 \text{ m} = 4 \cdot 100 \text{ m} + 300 \text{ m} = 700 \text{ m};$
- $4 \text{ hm} + 300 \text{ m} = 4 \text{ hm} + 300 \cdot \frac{\text{hm}}{100} = 7 \text{ hm};$
- $3 \text{ hm} + 5 \text{ cm} = 3 \cdot 100 \text{ m} + 5 \text{ cm} = 3 \cdot 100 \cdot 100 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 300005 \text{ cm};$
- $3 \text{ hm} + 5 \text{ cm} = 3 \text{ hm} + 5 \cdot \frac{\text{m}}{100} = 3 \text{ hm} + 5 \cdot \frac{\text{hm}}{100 \cdot 100} = 3,00005 \text{ hm};$
- $3 \text{ m} + 18 \text{ mm} = 3 \cdot 1000 \text{ mm} + 18 \text{ mm} = 3018 \text{ mm};$
- $3 \text{ m} + 18 \text{ mm} = 3 \text{ m} + 18 \cdot \frac{\text{m}}{1000} = 3,018 \text{ m};$
- $9 \text{ km}^2 + 10 \text{ hm}^2 = 9 \cdot 10 \text{ hm} \cdot 10 \text{ hm} + 10 \text{ hm}^2 = 900 \text{ hm}^2 + 10 \text{ hm}^2 = 910 \text{ hm}^2;$
- $9 \text{ km}^2 + 10 \text{ hm}^2 = 9 \text{ km}^2 + 10 \cdot \frac{\text{km}}{10} \cdot \frac{\text{km}}{10} = 9 \text{ km}^2 + 0,1 \text{ km}^2 = 9,1 \text{ km}^2;$
- $9 \text{ m}^2 + 200 \text{ cm}^2 = 9 \cdot (100 \text{ cm})^2 + 200 \text{ cm}^2 = 90000 \text{ cm}^2 + 200 \text{ cm}^2 = 90200 \text{ cm}^2;$

- $9 \text{ m}^2 + 200 \text{ cm}^2 = 9 \text{ m}^2 + 200 \cdot \frac{\text{m}}{100} \cdot \frac{\text{m}}{100} = 9 \text{ m}^2 + 0,02 \text{ m}^2 = 9,02 \text{ m}^2;$
- $9 \text{ m}^2 + 5 \text{ dm}^2 = 9 \cdot 10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} + 5 \text{ dm}^2 = 900 \text{ dm}^2 + 5 \text{ dm}^2 = 905 \text{ dm}^2;$
- $9 \text{ m}^2 + 5 \text{ dm}^2 = 9 \text{ m}^2 + 5 \cdot \frac{\text{m}}{10} \cdot \frac{\text{m}}{10} = 9 \text{ m}^2 + 0,05 \text{ m}^2 = 9,05 \text{ m}^2;$
- $12 \text{ km}^3 + 78 \text{ hm}^3 = 12 \cdot (10 \text{ hm})^3 + 78 \text{ hm}^3 = 12000 \text{ hm}^3 + 78 \text{ hm}^3 = 12078 \text{ hm}^3;$
- $12 \text{ km}^3 + 78 \text{ hm}^3 = 12 \text{ km}^3 + 78 \left(\frac{\text{km}}{10}\right)^3 = 12 \text{ km}^3 + 0,078 \text{ km}^3 = 12,078 \text{ km}^3;$
- $8 \text{ m}^3 + 15 \text{ cm}^3 = 8 \cdot (100 \text{ cm})^3 + 15 \text{ cm}^3 = 8000000 \text{ cm}^3 + 15 \text{ cm}^3 = 8000015 \text{ cm}^3;$
- $8 \text{ m}^3 + 15 \text{ cm}^3 = 8 \text{ m}^3 + 15 \cdot \frac{\text{m}}{100} \cdot \frac{\text{m}}{100} \cdot \frac{\text{m}}{100} = 8 \text{ m}^3 + 0,000015 \text{ m}^3 = 8,000015 \text{ m}^3;$
- $2 \text{ m}^3 + 40 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} + 40 \text{ dm}^3 = 2000 \text{ m}^3 + 40 \text{ dm}^3 = 2040 \text{ dm}^3;$
- $2 \text{ m}^3 + 40 \text{ dm}^3 = 2 \text{ m}^3 + 40 \cdot \frac{\text{m}}{10} \cdot \frac{\text{m}}{10} \cdot \frac{\text{m}}{10} = 2 \text{ m}^3 + 0,04 \text{ m}^3 = 2,04 \text{ m}^3;$
- $45 \text{ l} + 50 \text{ dl} = 45 \cdot 10 \text{ dl} + 50 \text{ dl} = 500 \text{ dl};$
- $45 \text{ l} + 50 \text{ dl} = 45 \text{ l} + 50 \cdot \frac{\text{l}}{10} = 50 \text{ l};$
- $45 \text{ l} + 50 \text{ cl} = 45 \cdot 100 \text{ cl} + 50 \text{ cl} = 4550 \text{ cl};$
- $45 \text{ l} + 50 \text{ cl} = 45 \text{ l} + 50 \cdot \frac{\text{l}}{100} = 45,5 \text{ l};$
- $8 \text{ dl} + 2 \text{ cl} = 8 \cdot 10 \text{ cl} + 2 \text{ cl} = 82 \text{ cl};$
- $8 \text{ dl} + 2 \text{ cl} = 8 \text{ dl} + 2 \cdot \frac{\text{dl}}{10} = 8,2 \text{ dl};$
- $7 \text{ kg} + 400 \text{ g} = 7 \cdot 1000 \text{ g} + 400 \text{ g} = 7400 \text{ g};$
- $7 \text{ kg} + 400 \text{ g} = 7 \text{ kg} + 400 \cdot \frac{\text{kg}}{1000} = 7,4 \text{ kg};$
- $3 \text{ kg} + 3 \text{ hg} = 3 \cdot 10 \text{ hg} + 3 \text{ hg} = 33 \text{ hg};$
- $3 \text{ kg} + 3 \text{ hg} = 3 \text{ kg} + 3 \cdot \frac{\text{kg}}{10} = 3,3 \text{ kg};$
- $3 \text{ g} + 55 \text{ mg} = 3 \cdot 1000 \text{ mg} + 55 \text{ mg} = 3055 \text{ mg};$
- $3 \text{ g} + 55 \text{ mg} = 3 \text{ g} + 55 \cdot \frac{\text{g}}{1000} = 3,055 \text{ g};$

- $3 h + 5 min = 3 \cdot 60 min + 5 min = 185 min;$
- $3 h + 5 min = 3 h + 5 \frac{h}{60} = 3,0833 h;$
- $3 min + 2 sec = 3 \cdot 60 sec + 2 sec = 182 sec;$
- $3 min + 2 sec = 3 min + 2 \frac{min}{60} = 3,0333 min;$
- $3 h + 5 sec = 3 \cdot 3600 sec + 5 sec = 10805 sec;$
- $3 h + 5 sec = 3 h + 5 \frac{h}{3600} = 3,0014 h;$
- $36 \frac{km}{h} + 30 \frac{m}{s} = 36 \frac{1000 m}{3600 s} + 30 \frac{m}{s} = 40 \frac{m}{s}$
- $36 \frac{km}{h} + 30 \frac{m}{s} = 36 \frac{km}{h} + 30 \frac{km \cdot 3600}{1000 \cdot h} = 144 \frac{km}{h}$
- $25 \frac{kg}{m^3} + 12 \frac{g}{cm^3} = 25 \frac{1000 g}{100 cm \cdot 100 cm \cdot 100 cm} + 12 \frac{g}{cm^3} = 12,025 \frac{g}{cm^3}$
- $25 \frac{kg}{m^3} + 12 \frac{g}{cm^3} = 25 \frac{kg}{m^3} + 12 \frac{kg \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100}{1000 \cdot m \cdot m \cdot m} = 12025 \frac{kg}{m^3}$
- $2 \frac{kg \cdot m}{s^2} + 5 \frac{g \cdot cm}{s^2} = 2 \frac{1000 g \cdot 100 cm}{s^2} + 5 \frac{g \cdot cm}{s^2} = 200005 \frac{g \cdot cm}{s^2}$
- $2 \frac{kg \cdot m}{s^2} + 5 \frac{g \cdot cm}{s^2} = 2 \frac{kg \cdot m}{s^2} + 5 \frac{kg \cdot m}{1000 \cdot 100 \cdot s^2} = 2,00005 \frac{kg \cdot m}{s^2}$
- $8 \frac{kg \cdot m}{s} + 5 \frac{g \cdot km}{h} = 8 \frac{1000 g \cdot km \cdot 3600}{1000 h} + 5 \frac{g \cdot km}{h} = 28805 \frac{g \cdot km}{h}$
- $8 \frac{kg \cdot m}{s} + 5 \frac{g \cdot km}{h} = 8 \frac{kg \cdot m}{s} + 5 \frac{kg \cdot m \cdot 1000}{1000 \cdot 3600 s} = 5,0014 \frac{kg \cdot m}{s}$

Problema di: Introduzione alla fisica - I0026a

Testo [I0026a] [1★ 2🕒 1a📖]

Esegui le seguenti somme

- $10 kg + 5 hg;$
- $5 \frac{m}{s} + 72 \frac{km}{h};$
- $4 h + 25 min;$
- $2 m^3 + 3000 cm^3;$

Spiegazione Per eseguire le somme richieste è necessario convertire le unità di misura in modo che siano uguali.

Svolgimento

- $10 kg + 5 hg = 10 \cdot 10 hg + 5 hg = 105 hg;$
- $5 \frac{m}{s} + 72 \frac{km}{h} = 5 \frac{m}{s} + 72 \frac{1000 m}{3600 s} = 5 \frac{m}{s} + 20 \frac{m}{s} = 25 \frac{m}{s};$
- $4 h + 25 min = 4 \cdot 60 min + 25 min = 265 min;$
- $2 m^3 + 3000 cm^3 = 2 \cdot 100 cm \cdot 100 cm \cdot 100 cm + 3000 cm^3 = 2000000 cm^3 + 3000 cm^3 = 2003000 cm^3;$

Problema di: Introduzione alla fisica - I0026b**Testo** [I0026b] [1 ★ 2 🕒 1a 📖]

Esegui le seguenti somme

$$\bullet 10\text{ g} + 5\text{ hg}; \quad \bullet 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}; \quad \bullet 4\text{ s} + 25\text{ min}; \quad \bullet 2\text{ cm}^3 + 3000\text{ mm}^3;$$

Spiegazione Per eseguire le somme richieste è necessario convertire le unità di misura in modo che siano uguali.

Svolgimento

$$\begin{aligned} \bullet 10\text{ g} + 5\text{ hg} &= 10\text{ g} + 5 \cdot 100\text{ g} = 510\text{ g}; \\ \bullet 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} &= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 72 \frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \\ \bullet 4\text{ s} + 25\text{ min} &= 4\text{ s} + 25 \cdot 60\text{ s} = 1504\text{ s}; \\ \bullet 2\text{ cm}^3 + 3000\text{ mm}^3 &= 2 \cdot 10\text{ mm} \cdot 10\text{ mm} \cdot 10\text{ mm} + 3000\text{ mm}^3 = 5000\text{ mm}^3; \end{aligned}$$

Problema di: Introduzione alla fisica - I0026c**Testo** [I0026c] [1 ★ 2 🕒 1a 📖]

Esegui le seguenti somme

$$\bullet 10\text{ g} + 3\text{ kg}; \quad \bullet 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}; \quad \bullet 4\text{ s} + 2\text{ h}; \quad \bullet 2\text{ dm}^3 + 30\text{ cm}^3;$$

Spiegazione Per eseguire le somme richieste è necessario convertire le unità di misura in modo che siano uguali.

Svolgimento

$$\begin{aligned} \bullet 10\text{ g} + 3\text{ kg} &= 10\text{ g} + 3 \cdot 1000\text{ g} = 3010\text{ g}; \\ \bullet 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} &= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 18 \frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \\ \bullet 4\text{ s} + 2\text{ h} &= 4\text{ s} + 2 \cdot 3600\text{ s}; \\ \bullet 2\text{ dm}^3 + 30\text{ cm}^3 &= 2 \cdot 10\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} + 30\text{ cm}^3 = 2030\text{ cm}^3; \end{aligned}$$

Problema di: Introduzione alla fisica - I0026d**Testo** [I0026d] [1★ 2🕒 1a📖]

Esegui le seguenti somme

- $10\text{ m} + 3\text{ km};$
- $8\frac{\text{m}}{\text{s}} + 54\frac{\text{km}}{\text{h}};$
- $4\text{ s} + 25\text{ min};$
- $2\text{ dm}^3 + 30\text{ mm}^3;$

Spiegazione Per eseguire le somme richieste è necessario convertire le unità di misura in modo che siano uguali.

Svolgimento

- $10\text{ m} + 3\text{ km} = 10\text{ m} + 3 \cdot 1000\text{ m} = 3010\text{ m};$
- $8\frac{\text{m}}{\text{s}} + 54\frac{\text{km}}{\text{h}} = 8\frac{\text{m}}{\text{s}} + 54\frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 8\frac{\text{m}}{\text{s}} + 15\frac{\text{m}}{\text{s}} = 23\frac{\text{m}}{\text{s}};$
- $4\text{ s} + 25\text{ min} = 4\text{ s} + 25 \cdot 60\text{ s} = 1504\text{ s};$
- $2\text{ dm}^3 + 30\text{ mm}^3 = 2 \cdot 100\text{ mm} \cdot 100\text{ mm} \cdot 100\text{ mm} + 30\text{ mm}^3 = 2000030\text{ mm}^3;$

Problema di: Introduzione alla fisica - I0026e**Testo** [I0026e] [1★ 2🕒 1a📖]

Esegui le seguenti operazioni

- $5\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 5\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} =;$
- $4\text{ min} + 25\text{ s} =;$
- $2\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}} + 72\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{h}} =;$
- $2\text{ hg} + 300\text{ g} =;$

Spiegazione Per eseguire le somme richieste è necessario convertire le unità di misura in modo che siano uguali.

Svolgimento

- $5\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 5\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 5\frac{1000\text{g}}{(100\text{ cm})^3} + 5\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0,005\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} + 5\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 5,005\frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$
- $2\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}} + 72\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{h}} = 2\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}} + 72\frac{1000\text{ g} \cdot 100\text{ cm}}{3600\text{ s}} = 2\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}} + 2000\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}} = 2002\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}};$
- $4\text{ min} + 25\text{ s} = 4 \cdot 60\text{ s} + 25\text{ s} = 240\text{ s} + 25\text{ s} = 265\text{ s};$
- $2\text{ hg} + 300\text{ g} = 2 \cdot 100\text{ g} + 300\text{ g} = 200\text{ g} + 300\text{ g} = 500\text{ g};$

Problema di: Introduzione alla fisica - I0026f**Testo** [I0026f] [1★ 2🕒 1a📖]

Esegui le seguenti somme

- $10\,m + 5\,km;$
- $5\,\frac{m}{s} + 36\,\frac{km}{h};$
- $4\,h + 25\,s;$
- $2\,m^2 + 300\,cm^2;$

Spiegazione Per eseguire le somme richieste è necessario convertire le unità di misura in modo che siano uguali.

Svolgimento

- $10\,m + 5\,km = 10\,m + 5000\,m = 5010\,m;$
- $5\,\frac{m}{s} + 36\,\frac{km}{h} = 5\,\frac{m}{s} + 36\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = 15\,\frac{m}{s};$
- $4\,h + 25\,s = 4 \cdot 3600\,s + 25\,s = 14425\,s;$
- $2\,m^2 + 300\,cm^2 = 2 \cdot 100\,cm \cdot 100\,cm + 300\,cm^2 = 20000\,cm^2 + 300\,cm^2 = 20300\,cm^2;$

Problema di: Vettori - I0033**Testo** [I0033] [1½★ 2🕒 1a📖]

Un tuo amico afferma che per calcolare il periodo di un pendolo di lunghezza L che oscilla sulla superficie terrestre dove l'accelerazione di gravità è g bisogna utilizzare la formula $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{L}}$. Come puoi dimostrare che il tuo amico sbaglia?

Spiegazione Condizione necessaria ma non sufficiente affinché una formula possa essere corretta è che l'analisi dimensionale sia corretta. L'unità di misura del termine a sinistra dell'uguale deve essere omogenea con l'unità di misura a destra dell'uguale.

Svolgimento Nella formula indicata dall'amico, l'unità di misura a sinistra dell'uguale è quella di un tempo $[T]$. A destra dell'uguale, invece, abbiamo la radice quadrata di un'accelerazione $\frac{[L]}{[T]^2}$ diviso una distanza $[L]$. Quindi

$$[T] \neq \sqrt{\frac{[L]}{[T]^2} \cdot \frac{1}{[L]}}$$

$$[T] \neq \frac{1}{[T]}$$

L'analisi dimensionale conferma che la formula non può essere corretta.

Problema di: Vettori - I0034**Testo** [I0034] [1½★ 1🕒 1a📖]

Un'auto, che come tutti i corpi sulla Terra subisce l'accelerazione di gravità, si sta muovendo verso nord alla velocità $v = 50 \frac{km}{h}$. Come sono tra loro le direzioni dei due vettori? Di quanti gradi deve ruotare la macchina per dirigersi in verso opposto? Quali dei due vettori ha modulo maggiore?

Spiegazione Un esercizio per il quale è necessario conoscere quali siano le caratteristiche di un vettore. cui

Svolgimento L'accelerazione di gravità è verticale e l'auto si muove in orizzontale. I due vettori sono quindi perpendicolari. Per invertire il verso della velocità l'auto deve ruotare di 180°

I due vettori non sono tra loro omogenei, quindi non possono essere confrontati. Non ha significato la domanda su quale dei due vettori sia maggiore.

3.2 Densità**Problema di: Introduzione alla fisica - I0025****Testo** [I0025] [1★ 2🕒 1a📖]

Un frammento di acciaio ha una massa $m = 40 g$ ed una densità $\rho = 8 \frac{g}{cm^3}$. Quanto vale il suo volume? Che densità avrebbe una trave di acciaio della massa $m = 500 kg$. [Motiva la risposta]

Spiegazione Per questo esercizio è necessario sapere cosa sia la densità di un corpo e da cosa dipende.

Svolgimento Il volume del frammento di acciaio lo calcoliamo nel seguente modo:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{40 g}{8 \frac{g}{cm^3}} = 5 cm^3$$

La trave di acciaio, essendo dello stesso materiale, avrà la stessa densità. Ovviamente avendo una massa maggiore avrà anche un volume maggiore.

Problema di: Generalità - I0025a**Testo** [I0025a] [1 ★ 2 ⌚ 1a 📖]

Nel serbatoio di un'auto ci sono $m = 250\text{ g}$ di benzina, di densità $\rho = 0,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$. Calcola in volume della benzina. Se l'autista riempie il serbatoio aggiungendo un volume $V = 12\text{ litri}$ di benzina, quale sarà la densità del liquido contenuto nel serbatoio? [motiva la risposta]

Spiegazione Per questo esercizio è necessario sapere cosa sia la densità di un corpo e da cosa dipende.

Svolgimento Il volume di benzina nel serbatoio è

$$V = \frac{M}{\rho} = \frac{0,25\text{ kg}}{0,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = 0,357\text{ dm}^3$$

Con l'aggiunta di nuova benzina, la densità del liquido non cambia visto che il liquido è sempre benzina e non è quindi cambiato il materiale.

Problema di: Generalità - I0023**Testo** [I0023] [1 ★ 2 ⌚ 1a 📖]

Un cubo di lato $L = 0,05\text{ m}$, fatto di un materiale sconosciuto, ha una massa $m = 200\text{ g}$. Quanto vale la densità del cubo, espressa in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$? Se con un martello rompo l'oggetto e ne stacco un frammento, quanto vale la densità di quel frammento? [motiva la risposta]

Spiegazione In questo problema bisogna solo sapere come calcolare una densità a partire dalla definizione stessa della densità, e sapere che la densità è un parametro dipendente solo dal materiale di cui è fatto un oggetto.

Svolgimento La densità dell'oggetto è

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{L^3} = \frac{200\text{ g}}{0,000125\text{ m}^3} = \frac{0,2\text{ kg}}{0,000125\text{ m}^3} = 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Visto che la scheggia è fatta dello stesso materiale del cubo, avrà la stessa sua densità.

Problema di: Generalità - I0023a**Testo** [I0023a] [1 ★ 2 ⚡ 1a 📖]

Un blocco cubico di marmo, di densità $\rho = 2600 \frac{kg}{m^3}$, misura $L = 40 \text{ cm}$ di lato. Calcola la sua massa. Quanto vale la densità del cubo, espressa in $\frac{g}{cm^3}$? Se uno scultore ne ricava una statuetta di volume $V_{statua} = 25000 \text{ cm}^3$, quanto sarà la densità della statuetta? [motiva la risposta]

Spiegazione Per questo esercizio è necessario sapere cosa sia la densità di un corpo e da cosa dipende.

Svolgimento La massa del blocco è

$$M = \rho_{marmo} \cdot V = 2600 \frac{kg}{m^3} \cdot (0,4 \text{ m})^3 = 166,4 \text{ kg}$$

La densità del blocco è

$$\rho_{marmo} = 2600 \frac{kg}{m^3} = 2600 \frac{1000g}{(100cm)^3} = 2,6 \frac{g}{cm^3}$$

La densità della statuetta non cambia in quanto non cambia il materiale di cui è fatta.

Problema di: Generalità - I0023b**Testo** [I0023b] [1 ★ 2 ⚡ 1a 📖]

Un blocco cubico di ferro, di densità $\rho = 7,874 \frac{g}{cm^3}$, misura $L = 20 \text{ cm}$ di lato. Calcola la sua massa. Quanto vale la densità del cubo, espressa in $\frac{kg}{m^3}$? Se uno scultore lo fonde e ne ricava una statuetta di volume minore perché del materiale si è perso come scarto di lavorazione, quanto sarà la densità della statuetta? [motiva la risposta]

Spiegazione Per questo esercizio è necessario sapere cosa sia la densità di un corpo e da cosa dipende.

Svolgimento La densità del blocco è

$$\rho_{ferro} = 7,874 \frac{g}{cm^3} = 7,874 \frac{\frac{kg}{1000}}{\left(\frac{m}{100}\right)^3} = 7876 \frac{kg}{m^3}$$

La massa del blocco è

$$M = \rho_{ferro} \cdot V = 7,874 \frac{g}{cm^3} \cdot (20 \text{ cm})^3 = 62992 \text{ g}$$

La densità della statuetta non cambia in quanto non cambia il materiale di cui è fatta.

Problema di: Generalità - I0023c**Testo** [I0023c] [1 ★ 2 🕒 1a 📖]

Calcola il volume di un blocco di marmo, di massa $m = 400 \text{ kg}$ e densità $\rho = 2600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Quanto vale la densità del blocco espressa in $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$? Se uno scultore ne ricava una statuetta di volume dimezzato, quanto sarà la densità della statuetta? [motiva la risposta]

Spiegazione Per questo esercizio è necessario sapere cosa sia la densità di un corpo e da cosa dipende.

Svolgimento Il volume del blocco di marmo lo si trova utilizzando la definizione di densità

$$V = \frac{M}{\rho} = \frac{400 \text{ kg}}{2600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,1538 \text{ m}^3$$

La densità del blocco è

$$\rho = 2600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2600 \frac{1000 \text{ g}}{100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm}} = 2,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Problema di: Grandezze fisiche - I0035**Testo** [I0035] [1 ★ 2 🕒 1a 📖]

La massa di Giove è $1,89819 \cdot 10^{27} \text{ kg}$, mentre il suo diametro è 142984 km . Ipotizzando che la sua forma sia sferica, ed il volume della sfera è $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, determina la sua densità.

Spiegazione La densità di un corpo è il rapporto tra la sua massa ed il suo volume. E' sufficiente mettere i numeri nella formula.

Svolgimento Cominciamo con il calcolare il volume di Giove a partire dal suo diametro. Il raggio della sfera è metà del diametro.

$$r_G = 71492 \text{ km} = 7,1492 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$V_G = \frac{4}{3}\pi r_G^3 = 1,53 \cdot 10^{24} \text{ m}^3$$

$$\rho_G = \frac{M_G}{V_G} = \frac{1,89819 \cdot 10^{27} \text{ kg}}{1,53 \cdot 10^{24} \text{ m}^3} = 1240 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

In questo esercizio è stato preso come valore per il diametro il valore del diametro equatoriale.

Problema di: Grandezze fisiche - I0035**Testo** [I0035a] [1★ 2🕒 1a📖]

La massa di Marte è $6,4185 \cdot 10^{23} \text{ kg}$, mentre il suo diametro è $6804,9 \text{ km}$. Ipotizzando che la sua forma sia sferica, ed il volume della sfera è $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, determina la sua densità.

Spiegazione La densità di un corpo è il rapporto tra la sua massa ed il suo volume. E' sufficiente mettere i numeri nella formula.

Svolgimento Cominciamo con il calcolare il volume di Marte a partire dal suo diametro. Il raggio della sfera è metà del diametro.

$$r_M = 3402,45 \text{ km} = 3,40245 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$V_M = \frac{4}{3}\pi r_M^3 = 1,65 \cdot 10^{20} \text{ m}^3$$

$$\rho_M = \frac{M_M}{V_M} = \frac{6,4185 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{1,65 \cdot 10^{20} \text{ m}^3} = 3890 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

In questo esercizio è stato preso come valore per il diametro il valore del diametro equatoriale.

Problema di: Grandezze fisiche - I0004**Testo** [I0004] [1★ 2🕒 1a📖]

Un oggetto di materiale sconosciuto, ha un volume $V = 8,75 \text{ dm}^3$ ed ha la stessa massa di un blocco di ferro di densità $\rho_{Fe} = 7,874 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ che occupa un volume $V_{Fe} = 3 \text{ dm}^3$. Calcola la massa e la densità del materiale.

Spiegazione In questo problema l'unica cosa da sapere è cosa sia la densità di un materiale, definita come il rapporto tra massa e volume di un qualunque oggetto fatto di quel materiale

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Visto che la densità di un oggetto dipende solo dal materiale di cui è fatto, una volta trovato il valore della densità del materiale potremo capire quale materiale è.

Svolgimento La massa dell'oggetto di ferro vale

$$M_{Fe} = \rho_{Fe} \cdot V_{Fe} = 7,874 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 3 \text{ dm}^3 = 23,662 \text{ kg}$$

Il problema ci dice che l'oggetto di cui non conosciamo il materiale (indicato con l'indice s) ha la stessa massa dell'oggetto di ferro

$$M_s = M_{Fe} = 23,662 \text{ kg}$$

La densità del materiale vale quindi

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} = 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Confrontando questo valore con le tabelle dei materiali troviamo che il materiale sconosciuto è alluminio.

Problema di: Generalità - I0022**Testo** [I0022] [1★ 2🕒 1a📖]

Un corpo di ferro, di massa $m = 10 \text{ kg}$, ha forma sferica. Quanto vale il suo raggio?

Spiegazione Il problema chiede il calcolo del raggio di una sfera conoscendone la massa e materiale. Troviamo il raggio dalla conoscenza del valore del volume, a sua volta ottenuta dalla conoscenza di massa e densità.

Svolgimento Il volume della sfera e di conseguenza il suo raggio, è ottenibile dal rapporto tra massa e densità

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{m}{\rho_{Fe}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho_{Fe}}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{30 \text{ kg}}{4 \cdot \pi \cdot 7960 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0,067 \text{ m}$$

Problema di: Grandezze fisiche - I0003**Testo** [I0003] [1½★ 3🕒 1a📖]

Ho versato in un bicchiere un volume $V_{H_2O} = 50 \text{ cm}^3$ di acqua ed un volume $V_o = 50 \text{ cm}^3$ di olio. L'acqua ha una densità $\rho_{H_2O} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ e l'olio ha una densità $\rho_o = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Quanto volume di liquido si trova nel bicchiere? Quanta massa di liquido si trova nel bicchiere?

Spiegazione In questo problema l'unica cosa da sapere è cosa sia la densità di un materiale. i volumi dei due liquidi sono stati dati dal problema; le masse si ricavano conoscendo i valori della densità.

Svolgimento Il volume complessivo di liquido è semplicemente

$$V_{tot} = V_{H_2O} + V_{olio} = 100 \text{ cm}^3$$

La massa dell'acqua è

$$m_{H_2O} = \rho_{H_2O} \cdot V_{H_2O} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 50 \text{ cm}^3$$

Possiamo vedere che le unità di misura non si semplificano come dovrebbero; dobbiamo quindi convertire di unità di misura prima di poter eseguire i conti

$$m_{H_2O} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 50 \frac{\text{dm}^3}{1000} = 0,05 \text{ kg} = 50 \text{ g}$$

La massa dell'olio è

$$m_o = \rho_{olio} \cdot V_{olio} = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 50 \text{ cm}^3 = 40 \text{ g}$$

La massa di liquido nel bicchiere vale

$$m_{tot} = m_{H_2O} + m_{olio} = 90 \text{ g}$$

Problema di: Grandezze fisiche - I0005**Testo** [I0005] [2★ 2🕒 1a📖]

Un cilindro graduato contiene un volume $V_i = 250 \text{ cm}^3$ di acqua. Dopo averci immerso un oggetto di rame di densità $\rho_{ogg} = 8,92 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$, il cilindro segna un volume $V_f = 375 \text{ cm}^3$. Calcola volume e massa dell'oggetto.

Spiegazione Questo problema vogliamo misurare la massa di un oggetto tramite immersione in un liquido. Noi ne conosciamo il materiale, quindi la densità. Nel cilindro graduato c'è un certo quantitativo di liquido; immergendo l'oggetto il livello del liquido sale. L'unica cosa da sapere è cosa sia la densità di un materiale, definita come il rapporto tra massa e volume di un qualunque oggetto fatto di quel materiale

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Visto che la densità di un oggetto dipende solo dal materiale di cui è fatto, è sufficiente confrontare le tabelle dei materiali. Il volume dell'oggetto lo si ricava per differenza tra i livelli dei liquidi dopo e prima dell'immersione. La massa semplicemente applicando la formula della densità di un materiale.

Svolgimento Il suo volume si ricava per differenza

$$V_{Cu} = V_f - V_i = 125 \text{ cm}^3 = 0,125 \text{ dm}^3$$

Il risultato l'ho trasformato in decimetri cubi per poter meglio fare i conti con le unità di misura nei passaggi successivi.

La massa dell'oggetto vale

$$M_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot V_{Cu} = 8,92 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,125 \text{ dm}^3 = 1,115 \text{ kg}$$

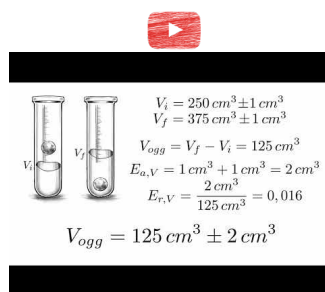


Fig. 3.1: Guarda il video youtu.be/3e3aF8zQEgE

Problema di: Grandezze fisiche - I0018**Testo** [I0018] [2★ 3🕒 1a📖]

Calcola la densità del liquido che si ottiene dopo aver mescolato $m_{H_2O} = 1 \text{ kg}$ di acqua ($\rho_{H_2O} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$) e $m_2 = 2 \text{ kg}$ di alcool ($\rho_{alc} = 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$).

Spiegazione La densità di un liquido si calcola sempre facendo il rapporto tra la sua massa ed il suo volume

Svolgimento La massa di liquido presente è

$$m = m_{H_2O} + m_{alc} = 3 \text{ kg}$$

I volumi di acqua ed alcool sono

$$V_{H_2O} = \frac{m_{H_2O}}{\rho_{H_2O}} = 1 \text{ dm}^3$$

$$V_{alc} = \frac{m_{alc}}{\rho_{alc}} = 2,5 \text{ dm}^3$$

Il volume complessivo di liquido è

$$V = V_{H_2O} + V_{alc} = 3,5 \text{ dm}^3$$

La densità del liquido è

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{3 \text{ kg}}{3,5 \text{ dm}^3} = 0,86 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Problema di: Laboratorio - I0017**Testo** [I0017] [2★ 3👤 1a📖]

Due cubi di lato $l = 10\text{ cm}$, uno di argento (di densità $\rho_{Ag} = 10,5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$) e l'altro di piombo (di densità $\rho_{Pb} = 11,3 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$), hanno la stessa massa. Avendo lo stesso volume e la stessa massa, quello più denso deve contenere al suo interno uno spazio vuoto. Quanto è grande la cavità che ci deve essere all'interno del cubo di piombo?

Spiegazione In questo problema abbiamo due cubi di eguale volume ma materiale differente. Questo significa che i due cubi non dovrebbero avere la stessa massa. Visto che il testo afferma invece che hanno la stessa massa, questo significa che il cubo più denso deve avere necessariamente una cavità all'interno che lo alleggerisca un po'.

Svolgimento Il problema ci dice che i due cubi hanno lo stesso volume

$$V = V_{cubo} = l^3 = 1000\text{ cm}^3 = 1\text{ dm}^3$$

e stessa massa, quindi

$$M_{Pb} = M_{Ag}$$

$$\rho_{Pb} V_{Pb} = \rho_{Ag} V_{Ag}$$

Il volume dell'argento coincide con il volume del cubo, il volume del piombo è pari al volume del cubo meno il volume della cavità interna vuota, per cui

$$\rho_{Pb} (V_{cubo} - V_{cav}) = \rho_{Ag} V_{cubo}$$

da cui ricavo il volume della cavità

$$\rho_{Pb} V_{cubo} - \rho_{Pb} V_{cav} = \rho_{Ag} V_{cubo}$$

$$-\rho_{Pb} V_{cav} = \rho_{Ag} V_{cubo} - \rho_{Pb} V_{cubo}$$

$$\rho_{Pb} V_{cavita} = \rho_{Pb} V_{cubo} - \rho_{Ag} V_{cubo}$$

$$V_{cav} = \frac{\rho_{Pb} V_{cubo} - \rho_{Ag} V_{cubo}}{\rho_{Pb}}$$

$$V_{cav} = V_{cubo} \frac{\rho_{Pb} - \rho_{Ag}}{\rho_{Pb}}$$

$$V_{cav} = V_{cubo} \left(1 - \frac{\rho_{Ag}}{\rho_{Pb}} \right)$$

$$V_{cav} = 1\text{ dm}^3 \left(1 - \frac{10,5}{11,3} \right) = 0,07\text{ dm}^3$$

Problema di: Generalità - I0012**Testo** [I0012] [3★ 4🕒 2a📖]

Due recipienti hanno volumi V_1 e V_2 . Riempiendo completamente il primo con acqua ($\rho_{H_2O} = 1 \frac{g}{cm^3}$) ed il secondo con olio ($\rho_{olio} = 0,8 \frac{g}{cm^3}$) si raccolgono complessivamente $m = 6,9 g$ di liquidi. Invertendo i liquidi nei contenitori, sempre riempiendoli completamente, si raccolgono complessivamente $m = 4,4 g$ di liquidi. Trova il valore dei due volumi.

Spiegazione In questo problema semplicemente si impostano le due equazioni indicate dal testo e si risolve il sistema ottenuto.

Svolgimento Nel primo caso avremo

$$\begin{aligned}\rho_{H_2O} V_1 + \rho_{olio} V_2 &= 6,9 g \\ 1 \frac{g}{cm^3} V_1 + 0,8 \frac{g}{cm^3} V_2 &= 6,9 g \\ V_1 + 0,8 V_2 &= 6,9 cm^3\end{aligned}$$

Nel secondo

$$\begin{aligned}\rho_{H_2O} V_2 + \rho_{olio} V_1 &= 6,6 g \\ V_2 + 0,8 V_1 &= 6,6 cm^3\end{aligned}$$

Quindi

$$\begin{cases} V_1 + 0,8 V_2 = 6,9 cm^3 \\ V_2 + 0,8 V_1 = 6,6 cm^3 \end{cases}$$

Da cui

$$\begin{aligned}\begin{cases} V_1 + 0,8 \cdot (6,6 cm^3 - 0,8 V_1) = 6,9 cm^3 \\ V_2 = 6,6 cm^3 - 0,8 V_1 \end{cases} \\ \begin{cases} 0,36 V_1 + 5,28 cm^3 = 6,9 cm^3 \\ V_2 = 6,6 cm^3 - 0,8 V_1 \end{cases}\end{aligned}$$

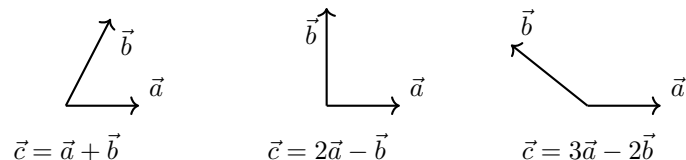
$$\begin{cases} V_1 = 4,5 cm^3 \\ V_2 = 4,4 cm^3 - 0,8 \cdot 4,5 cm^3 = 3 cm^3 \end{cases}$$

3.3 Somma di vettori

Problema di: Vettori - I0007

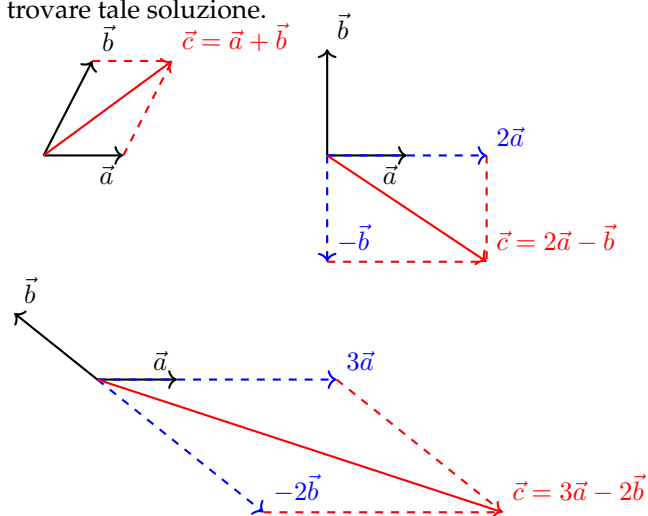
Testo [I0007] [1★ 3🕒 1a📖]

Esegui le operazioni indicate con i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$:



Spiegazione In questo esercizio bisogna eseguire due tipi di operazioni con i vettori: il prodotto di un vettore per uno scalare e la somma di vettori. Prima si esegue il prodotto di un vettore per uno scalare, e poi si fa la somma dei risultati.

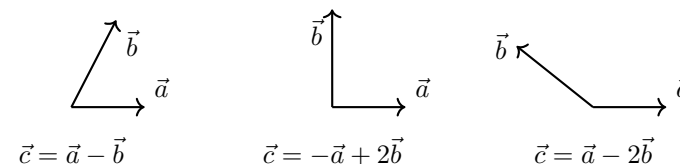
Svolgimento In rosso troverete la soluzione del problema; in blu i vettori necessari per arrivare a trovare tale soluzione.



Problema di: Vettori - I0007a

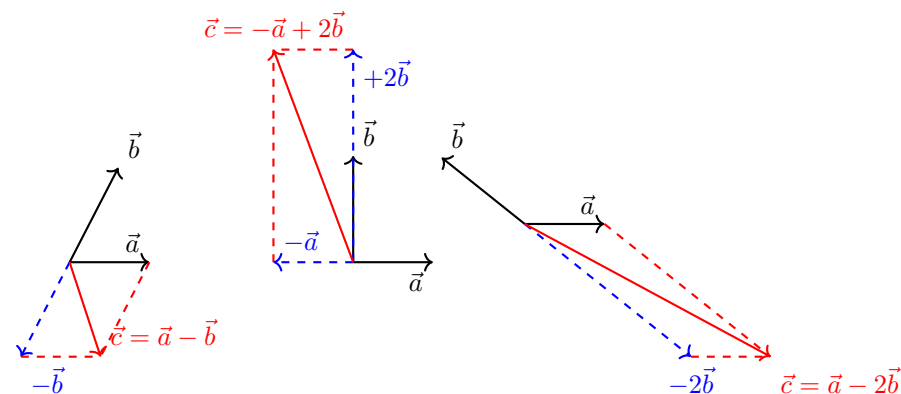
Testo [I0007a] [1★ 3🕒 1a📖]

Esegui le operazioni indicate con i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$:



Spiegazione In questo esercizio bisogna eseguire due tipi di operazioni con i vettori: il prodotto di un vettore per uno scalare e la somma di vettori. Prima si esegue il prodotto di un vettore per uno scalare, e poi si fa la somma dei risultati.

Svolgimento In rosso troverete la soluzione del problema; in blu i vettori necessari per arrivare a trovare tale soluzione.

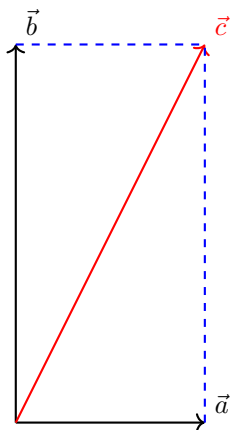


Problema di: Generalità - I0024**Testo** [I0024] [1★ 3⌚ 1a📖]

Disegna due vettori perpendicolari tra loro, uno lungo $a = 5$ e l'altro lungo il doppio. Disegna poi la loro somma e calcola quanto vale.

Spiegazione La somma di vettori si fa con la regola del parallelogrammo. Essendo poi i vettori posti a 90° il calcolo della somma può essere fatto con il teorema di Pitagora.

Svolgimento Nel seguente disegno si vede come è stata applicata la regola del parallelogrammo per trovare la somma dei due vettori.



Il calcolo del valore di c si fa utilizzando il teorema di Pitagora

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = 11,18$$

Problema di: Generalità - I0014**Testo** [I0014] [2★ 3⌚ 1a📖]

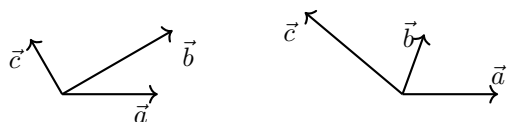
A due vettori opposti, rispettivamente di lunghezza $a = 7$ e $b = 27$, aggiungi un vettore ad essi perpendicolare di lunghezza $c = 21$. Disegna e calcola la loro somma, e disegna il vettore che annulla tale somma.

Spiegazione La somma di vettori si fa con la regola del parallelogrammo. Essendo poi i vettori posti a 90° o 180° il calcolo della somma può essere fatto in modo semplice.

Svolgimento [...]

Problema di: Vettori - I0015**Testo** [I0015] [2★ 3🕒 1a📖]

Esegui la somma dei tre vettori mostrati in figura.



Spiegazione Per sommare tre vettori, sommo i primi due e successivamente sommo il terzo vettore al risultato della somma dei primi due. Non fate l'errore di sommare i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, poi sommare i vettori $\vec{b}$ e $\vec{c}$, e poi sommare i due risultati... sarebbe sbagliato perché contereste il vettore $\vec{b}$ due volte.

Svolgimento Cominciate con il sommare i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ ottenendo quello che nella soluzione è il vettore in blu. Successivamente sommate il vettore blu al vettore $\vec{c}$.

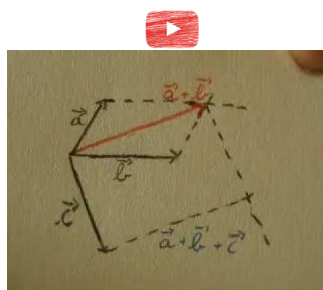
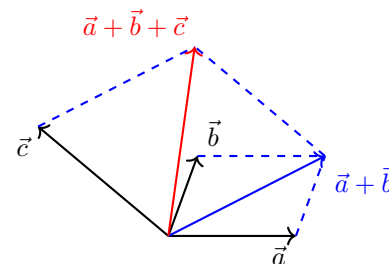
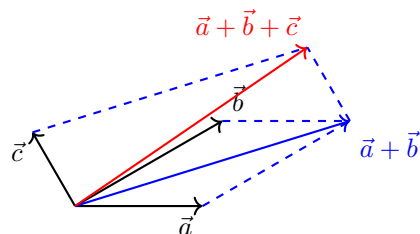


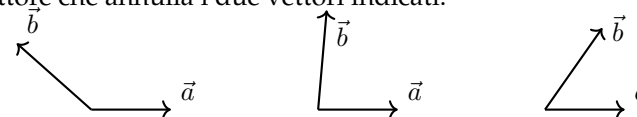
Fig. 3.2: Guarda il video
youtu.be/3l5VpcPO-PM

Problema di: Vettori - I0037**Testo** [I0037] [2½★ 3🕒 1a📖]

Disegna e calcola la somma di tre vettori lunghi $a = b = 5$ e $c = 15$, posti in modo che $\vec{a} \perp \vec{b}$ e $\vec{c}$ sia sulla bisettrice dell'angolo formato dai primi due vettori.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Vettori - I0008****Testo** [I0008] [2★ 1🕒 1a📖]

Disegna il vettore che annulla i due vettori indicati.

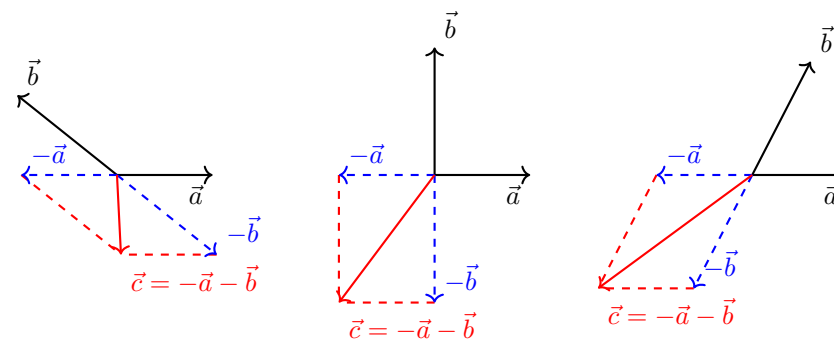


Spiegazione Il vettore $\vec{c}$ che annulla i vettori indicati $\vec{a}$ e $\vec{b}$ è quello per cui vale la relazione

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$$

e quindi

$$\vec{c} = -\vec{a} - \vec{b}$$

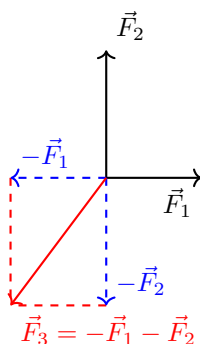
Svolgimento

Problema di: Vettori - I0011**Testo** [I0011] [2★ 2🕒 1a📖]

Disegna, e calcolane il valore, il vettore $\vec{F}_3$ che annulla la somma dei vettori $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ di valore rispettivamente $F_1 = 1,5 \text{ kN}$ e $F_2 = 800 \text{ N}$ posti perpendicolari tra loro. [“N” sta per “Newton” ed è l’unità di misura di una forza]

Spiegazione I due vettori dati possono essere sommati. La somma tra il vettore risultato ed il vettore che voi dovete indicare, deve dare come risultato zero. Quindi il vettore che dovete indicare deve essere uguale e opposto al vettore somma tra i due vettori indicati nel problema.

Svolgimento Cominciamo con il disegnare, in blu, i due vettori che singolarmente annullano i due vettori dati; la somma dei due vettori blu, dà il vettore rosso. Il vettore rosso è il vettore che, da solo, annulla i due vettori dati. Il vettore rosso, infatti, annulla i due vettori dati in quanto annulla la loro somma.



Il modulo del vettore $\vec{F}_3$ deve essere uguale al modulo del vettore $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ e si calcola

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{(1500 \text{ N})^2 + (800 \text{ N})^2} = 1700 \text{ N}$$

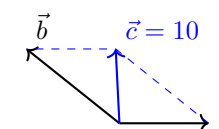
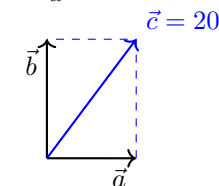
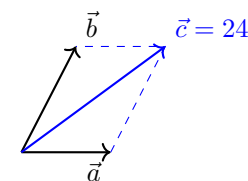
Problema di: Vettori - I0002**Testo** [I0002] [2★ 2🕒 1a📖]

Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ rispettivamente di moduli $a = 12$ e $b = 16$, disegnate in modo tale che la loro somma sia un vettore $\vec{c}$ il cui modulo valga $c = 20$. Ripetete l’esercizio in modo tale che $c = 4$; $c \sim 10$; $c \sim 24$; $c = 28$.

Spiegazione Il modulo della somma di due vettori dipende dai moduli di quei due vettori e dall’angolo compreso tra i due vettori. Visto che il testo dell’esercizio dice quanto valgono i due vettori, per risolvere l’esercizio bisogna indicare quanto vale l’angolo tra di essi. Questo è conseguenza della regola del parallelogrammo.

Svolgimento

- Affinché il vettore somma $c = 28$ i due vettori devono essere paralleli e nello stesso verso
- Affinché il vettore somma $c \sim 24$ i due vettori devono essere posizionati ad un angolo acuto
- Affinché il vettore somma $c = 20$ i due vettori devono essere posizionati ad un angolo retto $\alpha = 90^\circ$
- Affinché il vettore somma $c \sim 10$ i due vettori devono essere posizionati ad un angolo ottuso
- Affinché il vettore somma $c = 4$ i due vettori devono essere posizionati ad un angolo piatto $\alpha = 180^\circ$

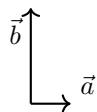


Problema di: Introduzione alla fisica - vettori I0029**Testo** [I0029] [2★ 4🕒 1a📖]

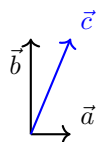
Disegna due vettori lunghi $a = 5$ e $b = 12$, perpendicolari tra loro. Disegna e calcola la loro somma $\vec{c}$; disegna infine il vettore che annulla la loro somma. Ridisegna poi due vettori della stessa lunghezza di $\vec{a}$ e $\vec{b}$, ma posizionati in modo che la loro somma risulti più lunga rispetto a $\vec{c}$.

Spiegazione In questo esercizio semplicemente disegniamo due vettori e svolgiamo delle operazioni su di essi.

Svolgimento Il disegno dei due vettori è il seguente



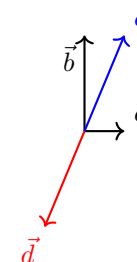
La loro somma la si disegna con il metodo del parallelogrammo



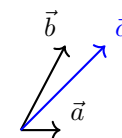
Essendo i due vettori posti perpendicolarmente, la loro somma la calcolo con il teorema di Pitagora

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = 13$$

Il vettore che annulla la somma $\vec{a} + \vec{b}$ è il vettore opposto e uguale a $\vec{c}$ che disegno in rosso



Per riposizionare i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ in modo che la somma risulti più lunga, è sufficiente ridurre il valore dell'angolo tra i due vettori, come mostrato nel seguente disegno.

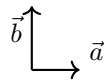


Problema di: Introduzione alla fisica - vettori I0029a**Testo** [I0029a] [2★ 4🕒 1a📖]

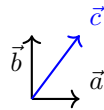
Disegna due vettori lunghi $a = 6$ e $b = 8$, perpendicolari tra loro. Disegna e calcola la loro somma $\vec{c}$; disegna infine il vettore che annulla la loro somma. Ridisegna poi due vettori della stessa lunghezza di $\vec{a}$ e $\vec{b}$, ma posizionati in modo che la loro somma risulti più corta rispetto a $\vec{c}$.

Spiegazione In questo esercizio semplicemente disegniamo due vettori e svolgiamo delle operazioni su di essi.

Svolgimento Il disegno dei due vettori è il seguente



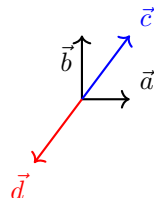
La loro somma la si disegna con il metodo del parallelogramma



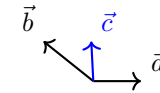
Essendo i due vettori posti perpendicolarmente, la loro somma la calcolo con il teorema di Pitagora

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{36 + 64} = 10$$

Il vettore che annulla la somma $\vec{a} + \vec{b}$ è il vettore opposto e uguale a $\vec{c}$ che disegno in rosso



Per riposizionare i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ in modo che la somma risulti più corta, è sufficiente aumentare il valore dell'angolo tra i due vettori, come mostrato nel seguente disegno.

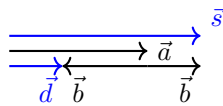


Problema di: Generalità - I0021**Testo** [I0021] [2★ 4⌚ 2a📖]

Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, determinare i loro moduli sapendo che la loro somma massima vale 18 e la loro somma minima vale 8.

Spiegazione La somma di due vettori è un vettore il cui modulo dipende dai moduli dei due vettori ma anche **dall'angolo** tra i due vettori. Il risultato della somma è massimo se l'angolo tra i vettori è nullo; il risultato è minimo se l'angolo tra i due vettori è 180°

Svolgimento Proviamo a disegnare i due vettori *somma massima* $\vec{s}$ e *somma minima* $\vec{d}$



Come si vede dal disegno, la differenza di valore tra la somma massima e la somma minima è pari al doppio del valore del vettore più corto. Quindi

$$2b = 18 - 8$$

$$b = 5$$

e quindi

$$a = 10$$

Un modo più matematico di affrontare il problema è il seguente. Visto il testo del problema possiamo scrivere:

$$\begin{cases} a + b = 18 \\ a - b = 8 \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} a + b = 18 \\ a = 8 + b \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} 8 + b + b = 18 \\ a = 8 + b \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\begin{cases} 8 + 2b = 18 \\ a = 8 + b \end{cases} \quad (3.4)$$

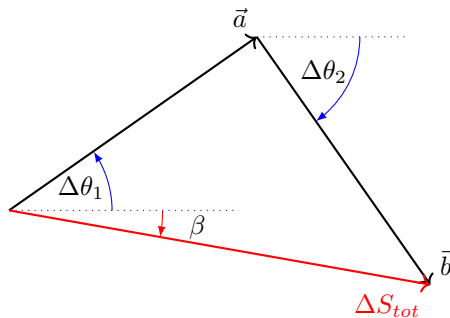
$$\begin{cases} 2b = 10 \\ a = 8 + b \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\begin{cases} b = 5 \\ a = 13 \end{cases} \quad (3.6)$$

Problema di: Vettori - I0031**Testo** [I0031] [3★ 1🕒 2a📖]

Rispetto alla direzione est, una persona si sposta di $\Delta S = 12\text{ m}$ ad un angolo $\Delta\theta_1 = +35^\circ$ (cioè in senso antiorario nel disegno), e successivamente di altri $\Delta S_2 = 12\text{ m}$ ad un angolo di $\Delta\theta_2 = -55^\circ$ (cioè in senso orario nel disegno). Di quanto, e a quale angolo rispetto al nord, si è spostata in tutto la persona?

Spiegazione Disegnati i due vettori, notando che hanno la stessa lunghezza, si deve lavorare dal punto di vista geometrico. Il triangolo formato dai due vettori e dal vettore spostamento totale ha infatti precise caratteristiche.

**Svolgimento**

Il triangolo formato dai tre vettori è rettangolo e isoscele.

$$\Delta S_{tot} = \sqrt{(12)^2 + (12)^2} = 17\text{ m}$$

GLi angoli alla base sono uguali e misurano $\alpha = 45^\circ$ quindi rispetto all'est di riferimento lo spostamento totale è inclinato di

$$\beta = +35^\circ - 45^\circ = -10^\circ$$

(cioè in senso orario nel disegno).

Problema di: Vettori - I0006**Testo** [I0006] [3★ 4🕒 1a📖]

Calcola la somma di due vettori lunghi entrambi $r = 9$ posti ad un angolo $\theta = 60^\circ$ tra loro.

Spiegazione Per sommare due vettori a $\theta = 60^\circ$ tra loro è sufficiente un po' di geometria euclidea.

Svolgimento I due vettori, uguali in modulo, sono due lati di un triangolo equilatero. Il triangolo che formano è infatti isoscele perché i due vettori hanno lo stesso modulo, e visto che l'angolo tra loro è $\theta = 60^\circ$, i due angoli alla base, sicuramente uguali, hanno come somma 120° e quindi sono entrambi di 60° .

I due vettori possono essere scomposti lungo la linea della bisettrice e lungo la linea perpendicolare alla bisettrice. Le due componenti perpendicolari sono uguali ed opposte e quindi si annullano. Per le altre due si sommano i moduli.

Le due componenti parallele coincidono con l'altezza del triangolo equilatero che può essere calcolata come

$$h = \sqrt{l^2 + \frac{l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Quindi il vettore somma, diretto lungo la bisettrice dell'angolo tra i due vettori, vale

$$|c| = 2 \cdot 9 \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

Problema di: Vettori - I0019**Testo** [I0019] [2½★ 3🕒 2a📖]

Dobbiamo costruire il vettore $\vec{P} = 5\vec{i} + 9\vec{j}$ sommando un vettore $\vec{A} = a\vec{j}$ con un multiplo λ di un vettore $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Trovate a e λ .

Spiegazione Somma di vettori con i versori. Bisogna impostare il corretto sistema.**Svolgimento** L'equazione da scrivere è

$$\vec{P} = \vec{A} + \lambda\vec{B}$$

che in termini delle componenti significa

$$5\vec{i} + 9\vec{j} = a\vec{j} + \lambda\vec{i} + 2\lambda\vec{j}$$

$$(5 - \lambda)\vec{i} + (9 - a - 2\lambda)\vec{j} = 0$$

Questa si concretizza nel sistema

$$\begin{cases} 5 - \lambda = 0 \\ 9 - a - 2\lambda = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda = 5 \\ a = -1 \end{cases}$$

Problema di: Vettori - I0016**Testo** [I0016] [3★ 4🕒 2a📖]

Dati i vettori $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{c} = 13\vec{i} + 14\vec{j}$, determina i parametri α e β in modo che $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \vec{c}$

Spiegazione In questo problema dobbiamo sommare algebricamente due vettori nel piano in modo da ottenere un terzo vettore. L'equazione è un'equazione vettoriale che va scomposta nel sistema di due equazioni scalari**Svolgimento** Dall'equazione iniziale

$$\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \vec{c}$$

otteniamo

$$\alpha\vec{i} + 3\alpha\vec{j} + 2\beta\vec{i} + \beta\vec{j} = 13\vec{i} + 14\vec{j}$$

$$(\alpha + 2\beta)\vec{i} + (3\alpha + \beta)\vec{j} = 13\vec{i} + 14\vec{j}$$

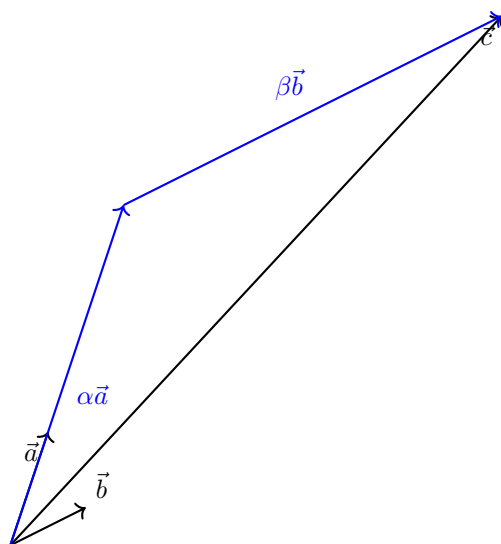
Da qui il sistema

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = 13 \\ 3\alpha + \beta = 14 \end{cases}$$

che come soluzione da

$$\begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 5 \end{cases}$$

Qui di seguito vedete disegnati i vettori del testo dell'esercizio ed in blu i vettori da voi trovati identificando i valori α e β



Problema di: Vettori - I0016a

Testo [I0016a] [3★ 4🕒 2a📖]

Dati i vettori $\vec{a} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ e $\vec{c} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$, determina i parametri α e β in modo che $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \vec{c}$

Spiegazione In questo problema dobbiamo sommare algebricamente due vettori nel piano in modo da ottenere un terzo vettore. L'equazione è un'equazione vettoriale che va scomposta nel sistema di due equazioni scalari

Svolgimento Dall'equazione iniziale

$$\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \vec{c}$$

otteniamo

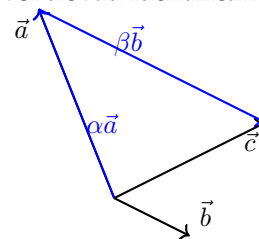
$$-2\alpha\vec{i} + 5\alpha\vec{j} + 2\beta\vec{i} - \beta\vec{j} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$(-2\alpha + 2\beta)\vec{i} + (5\alpha - \beta)\vec{j} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$$

Da qui il sistema

$$\begin{cases} -2\alpha + 2\beta = 4 \\ 5\alpha - \beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

Qui di seguito vedete disegnati i vettori del testo dell'esercizio ed in blu i vettori da voi trovati identificando i valori α e β



Problema di: Cinematica - IC0013**Testo** [IC0013] [1★ 1🕒 1a📖]

Se mi muovo in avanti di $\Delta S_1 = 600\text{ m}$, e poi a destra di $\Delta S_2 = 800\text{ m}$, quanti metri ho percorso? Di quanti metri mi sono spostato rispetto al punto di partenza? Disegna i due spostamenti e lo spostamento totale.

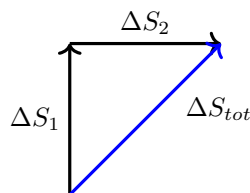
Spiegazione La grandezza fisica chiamata *Spostamento* è una grandezza vettoriale, cioè ha tre caratteristiche (modulo, direzione e verso) e si può rappresentare con un vettore. In questo problema i due vettori spostamento sono perpendicolari tra loro, quindi il vettore somma altro non è se non l'ipotenusa di un triangolo rettangolo che per cateti ha i due vettori indicati dal problema. Ovviamente il modulo dello spostamento totale è la distanza tra il punto di partenza ed il punto di arrivo, e non è da confondersi con il numero di metri percorsi. Il numero di metri percorsi è la lunghezza del percorso seguito.

Svolgimento La lunghezza del percorso fatto (cioè il numero di metri percorsi) è la somma delle lunghezze dei due spostamenti

$$\Delta l_{tot} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 1400\text{ m}$$

Lo spostamento totale è la somma vettoriale dei due spostamenti e vale

$$\Delta S_{tot} = \sqrt{\Delta S_1^2 + \Delta S_2^2} = \sqrt{360000\text{ m}^2 + 640000\text{ m}^2} = 1000\text{ m}$$

**Problema di: Cinematica - IC0013a****Testo** [IC0013a] [1★ 1🕒 1a📖]

Se mi muovo verso nord di $\Delta S_1 = 600\text{ m}$, e poi verso est di $\Delta S_2 = 300\text{ m}$, ed infine verso sud di $\Delta S_3 = 200\text{ m}$, quanti metri ho percorso? Di quanti metri mi sono spostato rispetto al punto di partenza? Disegna i tre spostamenti e lo spostamento totale.

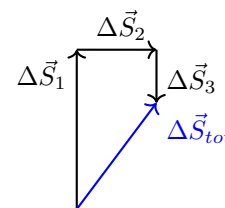
Spiegazione La grandezza fisica chiamata *Spostamento* è una grandezza vettoriale, cioè ha tre caratteristiche (modulo, direzione e verso) e si può rappresentare con un vettore che parte dal punto di partenza ed arriva nel punto di arrivo.

Svolgimento La lunghezza del percorso fatto (cioè il numero di metri percorsi) è la somma delle lunghezze dei tre spostamenti

$$L_{tot} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = 1100\text{ m}$$

Lo spostamento totale è la somma vettoriale dei tre spostamenti. Per calcolarla dobbiamo osservare che lo spostamento richiesto è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo di cateti rispettivamente $a = \Delta S_2 = 300\text{ m}$ e $b = \Delta S_1 - \Delta S_3 = 400\text{ m}$

$$\Delta S_{tot} = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2} = \sqrt{90000\text{ m}^2 + 160000\text{ m}^2} = 500\text{ m}$$



Problema di: Vettori - ID0004**Testo** [ID0004] [1★ 2⌚ 1a📖]

In un parcheggio, un container rimane fermo nonostante venga tirato utilizzando due corde. Supponi le corde agganciate nello stesso punto. La prima corda è tirata con una tensione $T_1 = 1600\text{ N}$, mentre la seconda è tirata con una tensione $T_2 = 2310\text{ N}$ ed è posta a 90° rispetto alla prima. Quanto vale la somma delle due forze? Quanto vale la forza di attrito che tiene fermo il container? Disegna lo schema delle forze.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Vettori - ID0005****Testo** [ID0005] [2★ 2⌚ 1a📖]

In un parcheggio, un container rimane fermo nonostante venga tirato utilizzando due corde. Supponi le corde agganciate nello stesso punto. La prima corda è tirata con una tensione $T_1 = 1600\text{ N}$, mentre la seconda è tirata con una tensione $T_2 = 2310\text{ N}$ ed è posta a 60° rispetto alla prima. Quanto vale la somma delle due forze? Quanto vale la forza di attrito che tiene fermo il container? Disegna lo schema delle forze.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]

Problema di: Vettori - ID0006**Testo** [ID0006] [2½★ 3🕒 1a📖]

In un parcheggio, un container rimane fermo nonostante venga tirato utilizzando tre corde. Supponi le corde agganciate nello stesso punto. La prima corda è tirata con una tensione $T_1 = 1600\text{ N}$, mentre la seconda è tirata con una tensione $T_2 = 2310\text{ N}$ ed è posta a 90° rispetto alla prima. La terza corda è posta a $\beta = 30^\circ$ rispetto alla prima, dalla parte opposta della seconda. La sua tensione vale $T_3 = 4620\text{ N}$. Calcola la somma delle tre forze. Quanto vale la forza di attrito che tiene fermo il container? Disegna lo schema delle forze.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Vettori - ID0007****Testo** [ID0007] [3★ 3🕒 1a📖]

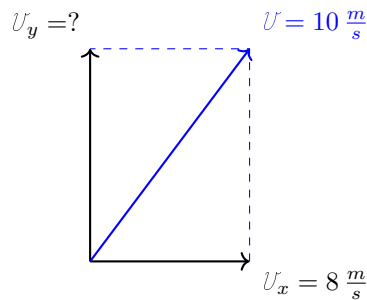
In un parcheggio, un container rimane fermo nonostante venga tirato utilizzando tre corde. Supponi le corde agganciate nello stesso punto. La prima corda è tirata con una tensione $T_1 = 1500\text{ N}$, mentre la seconda è tirata con una tensione $T_2 = 2000\text{ N}$ ed è posta a 90° rispetto alla prima. La terza corda è posta a $\beta = 30^\circ$ rispetto alla prima, dalla parte opposta della seconda. La sua tensione vale $T_3 = 3000\text{ N}$. Calcola la somma delle tre forze. Quanto vale la forza di attrito che tiene fermo il container? Disegna lo schema delle forze.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]

Problema di: Vettori - IC0018**Testo** [IC0018] [1★ 1⌚ 1a📖]

Una barca attraversa un fiume muovendosi in diagonale con velocità $U = 10 \frac{m}{s}$. La barca si muove contemporaneamente lungo la direzione della corrente con velocità $U_x = 8 \frac{m}{s}$ e lungo la direzione tra le due sponde. Con quale velocità si sta avvicinando alla sponda opposta? Disegna tale vettore.

Spiegazione La barca si muove in diagonale tra una sponda e l'altra. Il suo movimento può quindi essere scomposto nella somma di due movimenti: il primo lungo la direzione del fiume, ed il secondo nella direzione tra una sponda e l'altra.



Svolgimento Le due componenti del vettore $\vec{U}$ sono tra loro perpendicolari, quindi possiamo utilizzare il teorema di Pitagora

$$U_y = \sqrt{U^2 - U_x^2} = \sqrt{100 \frac{m^2}{s^2} - 64 \frac{m^2}{s^2}} = 6 \frac{m}{s}$$

Problema di: Vettori e misure - ILab0001**Testo** [ILab0001] [2★ 3⌚ 1a📖]

Disegna con il righello due vettori, il primo $\vec{a}$ orizzontale lungo 4 cm ed il secondo $\vec{b}$ inclinato di circa 30° lungo 3 cm . Disegna i vettori $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$. Misura con il righello i vettori trovati indicando l'errore di misura assoluto e relativo.

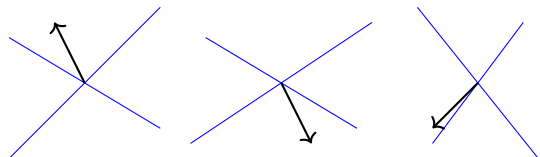
Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]

3.4 Scomposizione di vettori

Problema di: Vettori - I0009

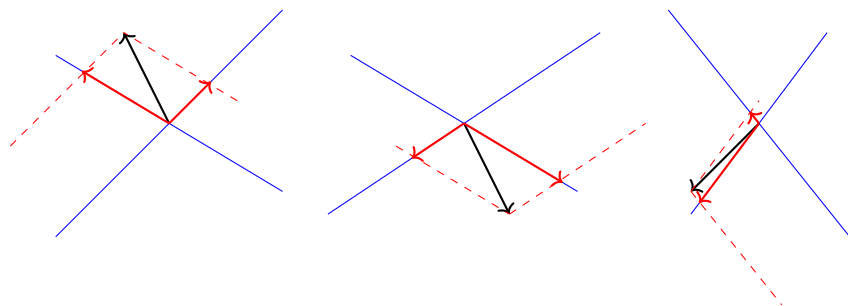
Testo [I0009] [1★ 3🕒 1a📖]

Scomponi i seguenti vettori lungo le direzioni indicate



Spiegazione La scomposizione di un vettore consiste nel trovare i due vettori che sommati danno il vettore dato.

Svolgimento Per trovare i vettori richiesti devi tracciare delle linee tratteggiate che partono dalla punta del vettore dato (quello in nero) e che siano parallele alle direzioni indicate dal problema (le linee blu). I due vettori disegnati in rosso rappresentano la soluzione richiesta. Quei due vettori, sommati, danno il vettore di partenza.



Problema di: Vettori - I0009a

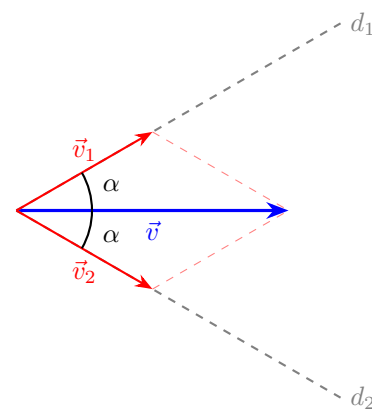
Testo [I0009a] [1★ 3🕒 1a📖]

Disegna un vettore e due direzioni distinte sulle quale scomporlo, in modo tale che il vettore sia la bisettrice dell'angolo tra le due direzioni. Le due componenti ottenute sono più lunghe o più corte del vettore iniziale? Qualunque sia il caso da te ottenuto, ripeti l'esercizio disegnando l'altro caso.

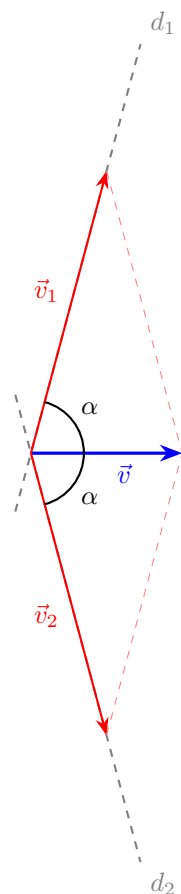
Spiegazione La scomposizione di un vettore consiste nel trovare i due vettori che sommati danno il vettore dato. E' importante avere chiaro che la lunghezza delle componenti dipende sia dall'angolo tra le due direzioni, sia dalla posizione del vettore rispetto ad esse.

Svolgimento Per trovare i vettori richiesti devi tracciare delle linee tratteggiate che partono dalla punta del vettore dato (quello in nero) e che siano parallele alle direzioni indicate dal problema (le linee blu). I due vettori disegnati in rosso rappresentano la soluzione richiesta. Quei due vettori, sommati, danno il vettore di partenza.

Caso 1: Componenti più corte del vettore iniziale (Angolo tra le direzioni $< 120^\circ$)



Caso 2: Componenti più lunghe del vettore iniziale (Angolo tra le direzioni $> 120^\circ$)

**Problema di: Vettori - I0010**

Testo [I0010] [2★ 2½🕒 1a📖]

Scomponi un vettore $c = 10$ lungo due direzioni tra loro perpendicolari, in modo che una delle due componenti del vettore sia lunga $a = 6$. Fatto il disegno, calcola l'altra componente del vettore.

Spiegazione La scomposizione di un vettore consiste nel trovare i due vettori che sommati danno il vettore dato.

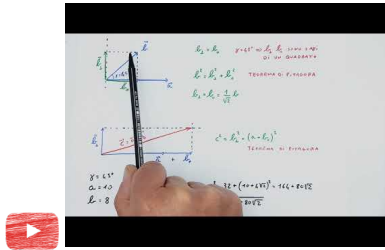
Svolgimento Per svolgere l'esercizio disegniamo due rette tra loro perpendicolari ed il vettore $\vec{c}$ applicato nell'intersezione tra le rette. Svolgiamo la scomposizione ed indichiamo il vettore $\vec{a}$. Il calcolo del vettore $\vec{b}$ verrà fatto con il teorema di Pitagora

$$b = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

Problema di: Introduzione alla fisica - vettori I0030**Testo** [I0030] [3★ 3🕒 1a📖]

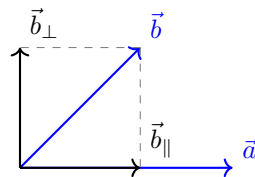
Dopo aver disegnato la somma di un vettore $|\vec{a}| = 10$ e di un vettore $|\vec{b}| = 8$ posti ad un angolo $\alpha = 45^\circ$ tra loro, calcolane il modulo.

Spiegazione Per sommare i due vettori è necessario scomporre uno dei due sulle direzioni parallela e perpendicolare all'altro vettore.

Fig. 3.3: Guarda il video youtu.be/gXoXaDMpp54

Svolgimento Prendiamo il vettore $\vec{b}$. Trovandosi a $\alpha = 45^\circ$ rispetto all'altro, le due componenti cercate saranno uguali

$$b_{\parallel} = b_{\perp}$$



Quindi

$$b^2 = b_{\parallel}^2 + b_{\perp}^2 = 2b_{\parallel}^2$$

$$b_{\parallel} = 4\sqrt{2} = 5,66$$

Possiamo ora sommare i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}_{\parallel}$ e sommare il risultato con $\vec{b}_{\perp}$ per ottenere il vettore $\vec{c}$

$$c = \sqrt{b_{\perp}^2 + (a + b_{\parallel})^2} = 16,65$$

Problema di: Introduzione alla fisica - vettori I0030a**Testo** [I0030a] [3★ 3🕒 1a📖]

Calcola il modulo della somma di un vettore $|\vec{a}| = 10$ e di un vettore $|\vec{b}| = 8$ posti ad un angolo $\alpha = 135^\circ$ tra loro.

Spiegazione Per sommare i due vettori è necessario scomporre uno dei due sulle direzioni parallela e perpendicolare all'altro vettore.

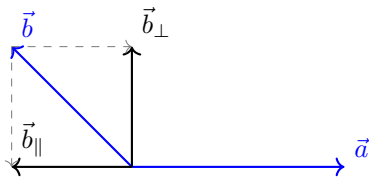
Svolgimento Prendiamo il vettore $\vec{b}$. Trovandosi a $\alpha = 135^\circ$ rispetto all'altro, le due componenti cercate saranno uguali

$$b_{\parallel} = b_{\perp}$$

Quindi

$$b^2 = b_{\parallel}^2 + b_{\perp}^2 = 2b_{\parallel}^2$$

$$b_{\parallel} = 4\sqrt{2} = 5,66$$



Possiamo ora sommare i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}_{\parallel}$ e sommare il risultato con $\vec{b}_{\perp}$ per ottenere il vettore $\vec{c}$

$$c = \sqrt{b_{\perp}^2 + (a - b_{\parallel})^2} = 7,13$$

Problema di: Vettori - I0032**Testo** [I0032] [2★ 2½🕒 1a📖]

Ad un vettore diagonale lungo $\vec{a} = 13$ è sommato un vettore orizzontale $\vec{b}$, in modo tale che il vettore somma sia un vettore verticale lungo $\vec{c} = 12$. Quanto vale il modulo di $\vec{b}$?

Spiegazione Per come è scritto il testo, il vettore $\vec{a}$ ha come sue componenti perpendicolari due vettori lunghi b e $c = 12$.

Svolgimento Dalle indicazioni del testo, si deve fare il disegno dei vettori in questione. Il vettore $\vec{a}$ ha come sue componenti perpendicolari due vettori lunghi b e $c = 12$. Infatti se

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

allora

$$\vec{a} = \vec{c} + (-\vec{b})$$

Se ne deduce che

$$b = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

Problema di: Vettori - I0013**Testo** [I0013] [1½★ 3🕒 1a📖]

Disegna un oggetto su di un piano inclinato. Disegna l'accelerazione di gravità che subisce e scomponila lungo le linee significative per questo problema. Spiega perché le componenti risultano più corte del vettore iniziale.

Spiegazione La scomposizione di un vettore consiste nel trovare i due vettori che sommati danno il vettore dato. In questo problema, comprendendo il disegno, devi anche individuare correttamente le due direzioni significative.

Svolgimento [...]**Problema di: Vettori - I0013a****Testo** [I0013a] [1½★ 1🕒 1a📖]

Un oggetto viene sparato in diagonale con una certa velocità iniziale. Individua le direzioni significative sulle quali studiare il moto dell'oggetto e scomponi la velocità iniziale nelle sue due componenti. Spiega perché le componenti risultano più corte del vettore iniziale.

Spiegazione La scomposizione di un vettore consiste nel trovare i due vettori che sommati danno il vettore dato. In questo problema, comprendendo il disegno, devi anche individuare correttamente le due direzioni significative.

Svolgimento [...]

Problema di: Vettori - I0013b**Testo** [I0013b] [1½★ 1⌚ 1a📖]

Un oggetto è appeso ad un pendolo. Mentre oscilla l'accelerazione di gravità che subisce è sempre verticale. Disegnala e scomponila lungo le due direzioni significative per questo problema. Spiega perché le componenti risultano più corte del vettore iniziale.

Spiegazione La scomposizione di un vettore consiste nel trovare i due vettori che sommati danno il vettore dato. In questo problema, comprendendo il disegno, devi anche individuare correttamente le due direzioni significative.

Svolgimento [...]**Problema di: Vettori - I0036****Testo** [I0036] [2★ 3⌚ 1a📖]

Scomponi un vettore lungo 10 su due direzioni tra loro perpendicolari, sapendo che forma con una di esse un angolo di 35° . Calcola le due componenti.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]

Problema di: Vettori - IC0004**Testo** [IC0004] [2★ 3🕒 2a📖]

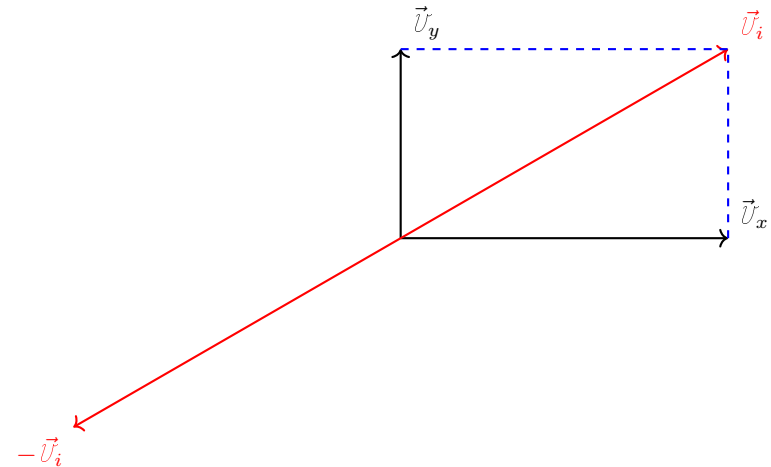
Una persona sta camminando in avanti procedendo a zig-zag. Compie in tutto quattro spostamenti rispettivamente di $\Delta S_1 = 10\text{ m}$, $\Delta S_2 = 9\text{ m}$, $\Delta S_3 = 8\text{ m}$, $\Delta S_4 = 7\text{ m}$. Ognuno di questi è stato eseguito, rispetto alla direzione in avanti, ad un angolo $\alpha_1 = +60^\circ$, $\alpha_2 = -45^\circ$, $\alpha_3 = +30^\circ$, $\alpha_4 = 0^\circ$. Nel complesso, di quanto si è spostata in avanti?

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Vettori - IC0020****Testo** [IC0020] [1½★ 2🕒 1a📖]

Un oggetto viene sparato con una velocità iniziale inclinata di $\alpha = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Scomponi il vettore lungo le linee orizzontali e verticali e calcola il modulo delle due componenti utilizzando le operazioni di $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$. Disegna infine il vettore che annulla la somma delle due componenti.

Spiegazione La scomposizione è un'operazione tra vettori. Per calcolare le componenti devi conoscere le relazioni tra ipotenusa, cateti e angoli in un triangolo rettangolo.

Svolgimento Il disegno del vettore e delle due componenti è il seguente. E' anche indicato il vettore che annulla la somma delle componenti. Per disegnarlo è sufficiente disegnare il vettore opposto a $\vec{v}_i$

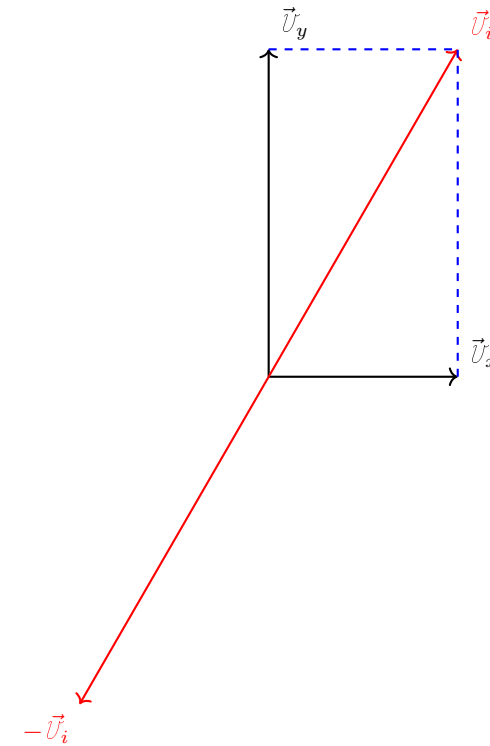


Problema di: Vettori - IC0020a**Testo** [IC0020a] [1½★ 2🕒 1a📖]

Un oggetto viene sparato con una velocità iniziale inclinata di $\alpha = 60^\circ$ rispetto all'orizzontale. Scomponi il vettore lungo le linee orizzontali e verticali e calcola il modulo delle due componenti utilizzando le operazioni di $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$. Disegna infine il vettore che annulla la somma delle due componenti.

Spiegazione La scomposizione è un'operazione tra vettori. Per calcolare le componenti devi conoscere le relazioni tra ipotenusa, cateti e angoli in un triangolo rettangolo.

Svolgimento Il disegno del vettore e delle due componenti è il seguente. E' anche indicato il vettore che annulla la somma delle componenti. Per disegnarlo è sufficiente disegnare il vettore opposto a $\vec{v}_i$.



Problema di: Generalità - ID0003**Testo** [ID0003] [2★ 2🕒 1a📖]

Un oggetto di massa $m = 2\text{ kg}$ si muove orizzontalmente su di un tavolo sotto la spinta di una forza $F = 100\text{ N}$ in diagonale verso il basso ad un angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Oltre alla forza di gravità anche la forza F contribuisce a schiacciare l'oggetto contro il tavolo.

Scomponi la forza F lungo le linee orizzontale e verticale. Calcola il valore delle due componenti F_x e F_y . Calcola la forza che in totale sta schiacciando l'oggetto contro il tavolo..

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**3.5 Misure cumulate****Problema di: Misure - Lab0010****Testo** [Lab0010] [1★ 1🕒 1a📖]

Un libro di 500 pagine, misurato con un righello, è spesso $h = 3,5\text{ cm} \pm 0,1\text{ cm}$. Quanto è spessa ogni singola pagina? Calcola l'errore assoluto e relativo sulla misura della singola pagina.

Spiegazione La misura fatta con il righello ha una certa precisione. Dividendo per il numero di pagine, anche la relativa precisione cambia.

Svolgimento Lo spessore di una singola pagina risulta essere:

$$h_1 = \frac{h}{500} = 0,0070\text{ cm} \pm 0,0002\text{ cm}$$

L'errore relativo è:

$$E_r = \frac{E_a}{Mis} = \frac{0,0002}{0,0070} = 2,86\%$$

Problema di: Misure - Lab0007**Testo** [Lab0007] [1★ 2👤 1a📖]

Misurate con un righello lo spessore di una moneta da 1 euro. Indica come ridurre l'errore a $0,1 \text{ mm}$ utilizzando lo stesso strumento.

Spiegazione Eseguire una misura è un procedimento non banale che deve essere fatto con attenzione. Non basta trovare un risultato, bisogna soprattutto saper stimare in modo adeguato gli errori di misura.

Svolgimento Per prima cosa utilizziamo una singola moneta. Sul righello vediamo indicati un po' più di 2 millimetri, quindi l'altezza vale

$$h = 2,5 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$$

se adesso prendiamo una pila di 10 monete sul righello vediamo indicati un po' più di 23 millimetri.

$$h_{10} = 23,5 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$$

$$h = 2,35 \text{ mm} \pm 0,05 \text{ mm}$$

Otteniamo quindi una precisione 10 volte maggiore.

Problema di: Laboratorio - Lab0009**Testo** [Lab0009] [1★ 4👤 1a📖]

Se stai misurando il periodo T di un pendolo utilizzando un cronometro (portata $P = 10 \text{ h}$; precisione $E = 0,01 \text{ s}$) azionato dalla tua mano, quanto vale l'errore di misura che fai sulla singola misurazione? Come puoi fare, facendo solo una misura, a migliorarne la precisione fino a $E_a = 0,02 \text{ s}$

Spiegazione La misura del periodo del pendolo è come tutte le misure affetta da errore. Essendo il cronometro azionato dalla mano, l'errore che si compie è legato ai riflessi del corpo umano. La scelta di un'opportuna tecnica di misura permette di ridurre l'errore che si compie.

Svolgimento Nel fare la misura del periodo del pendolo il cronometro viene azionato due volte, quindi l'errore assoluto sulla misura è pari ad doppio del tempo di reazione dei riflessi umani

$$E_a = 2 \cdot 0,1 \text{ s} = 0,2 \text{ s}$$

L'errore di misura dello strumento, essendo piccolo rispetto all'imprecisione dovuta ai riflessi umani, non viene tenuto in considerazione.

Per migliorare la misura, invece di misurare con il cronometro la durata di una oscillazione, possiamo misurare la durata di dieci oscillazioni. In questo modo avremo che

$$T_{10} = 10T \pm 0,2 \text{ s}$$

dividendo per 10 avremo la durata di una oscillazione

$$T_1 = \frac{10T}{10} \pm \frac{0,2 \text{ s}}{10} = T \pm 0,02$$

ottenendo così una stima della durata di una oscillazione.

3.6 Misure ripetute

Problema di: Laboratorio - Lab0002

Testo [Lab0002] [1★ 2🕒 1a📖]

Hai misurato con un cronometro la durata dell'oscillazione di un pendolo ottenendo i seguenti risultati: $T_0 = 12,4\text{ s}$, $T_1 = 12,3\text{ s}$, $T_2 = 12,3\text{ s}$, $T_3 = 12,6\text{ s}$, $T_4 = 12,6\text{ s}$, $T_5 = 12,2\text{ s}$, $T_6 = 12,4\text{ s}$. Calcola il periodo di oscillazione di quel pendolo indicando gli errori di misura assoluto e relativo.

Spiegazione Per misurare una grandezza fisica spesso è opportuno ripetere la misura molte volte per avere un'idea chiara non solo del valore della grandezza, ma soprattutto delle incertezze sperimentali sulla misura effettuata.

Svolgimento Per prima cosa calcoliamo il valore medio delle misure ottenute:

$$T_{med} = \frac{T_0 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6}{7} = 12,4\text{ s}$$

L'incertezza sperimentale la si calcola ora scrivendo:

$$Err_{ass} = \frac{T_{max} - T_{min}}{2} = 0,2\text{ s}$$

Il risultato della misura è quindi

$$T = 12,4\text{ s} \pm 0,2\text{ s}$$

Con un errore relativo

$$E_{rel} = \frac{0,2\text{ s}}{12,4\text{ s}} = 0,016 = 1,6\%$$

Problema di: Laboratorio - Lab0013

Testo [Lab0013] [2★ 3🕒 1a📖]

Dopo aver misurato cinque volte la durata di quattro oscillazioni di un pendolo, hai ottenuto i valori $T\{121, 131, 125, 124, 129\}\text{ s}$. Tutti i valori sono stati misurati con uno strumento che introduce un errore di $E_a = 1\text{ s}$. Determina la durata della singola oscillazione indicando gli errori assoluto e relativo.

Spiegazione Questa è una misura ripetuta di misure cumulate. Applica le opportune regole per il calcolo dell'errore.

Svolgimento Con i dati del problema, calcolando la media e l'errore nel caso di misure ripetute, otteniamo che da durata di tre oscillazioni è

$$T_4 = \frac{121 + 131 + 125 + 124 + 129}{5} = 126\text{ s}$$

L'errore lo si calcola come

$$E_a = \frac{131\text{ s} - 122\text{ s}}{2} = 5\text{ s}$$

Considerando che queste sono misure cumulate di tre oscillazioni avremo

$$T_1 = \frac{126\text{ s}}{4} = 31,5\text{ s}$$

$$E_a = \frac{5\text{ s}}{4} = 1,25\text{ s}$$

Quindi

$$T_1 = 31,50\text{ s} \pm 1,25\text{ s}$$

L'errore relativo risulta quindi

$$E_r = \frac{E_a}{T_1} = 0,04 = 4\%$$

Problema di: Laboratorio - Lab0015**Testo** [Lab0015] [2★ 2🕒 1a📖]

Due gruppi di studenti misurano il periodo di oscillazione di un pendolo ottenendo i due seguenti set di risultati: $T_1\{250; 274; 268; 259; 269\}$ cs, $T_1\{253; 255; 265; 258; 259\}$ cs. E' verosimile che abbiano misurato pendoli della stessa lunghezza? Motiva la tua risposta.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Laboratorio - Lab0015a****Testo** [Lab0015a] [2★ 2🕒 1a📖]

Due gruppi di studenti misurano il periodo di oscillazione di un pendolo ottenendo i due seguenti set di risultati: $T_1\{270; 274; 269; 268; 269\}$ cs, $T_1\{253; 255; 265; 258; 259\}$ cs. E' verosimile che abbiano misurato pendoli della stessa lunghezza? Motiva la tua risposta.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]

3.7 Propagazione del massimo errore

Problema di: Laboratorio - Lab0004

Testo [Lab0004] [1★ 1🕒 1a📖]

Su di una bilancia vengono messi tre oggetti la cui massa risulta: $m_1 = (54 \pm 1) \text{ kg}$, $m_2 = (22,8 \pm 0,1) \text{ kg}$ e $m_3 = (2,48 \pm 0,01) \text{ kg}$. Scrivi la misura della massa complessiva di tali oggetti indicando l'errore di misura.

Spiegazione Quando si realizza una misura è sempre presente un errore di misura. Se non viene indicato si assume essere di un'unità sull'ultima cifra diversa da zero del valore misurato.

Svolgimento Scriviamo i tre valori di massa misurati e la loro somma:

$$\begin{cases} m_1 = 54 \text{ kg} \pm 1 \text{ kg} \\ m_2 = 22,8 \text{ kg} \pm 0,1 \text{ kg} \\ m_3 = 2,48 \text{ kg} \pm 0,01 \text{ kg} \end{cases} \Leftrightarrow m_{tot} = 79,28 \text{ kg} \pm 1,11 \text{ kg}$$

Visto il valore dell'errore, il modo più saggio di scriverlo è

$$m_{tot} = 79,3 \text{ kg} \pm 1,1 \text{ kg}$$

Problema di: Misure di laboratorio - Lab0006

Testo [Lab0006] [1½★ 1🕒 1a📖]

L'altezza di due scatole una sull'altra è $h_{tot} = 54,7 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$, e la prima è alta $h_1 = 24,3 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$. Calcola l'altezza della seconda scatola con il suo errore di misura.

Spiegazione Il problema chiede di calcolare errore assoluto e relativo sulla differenza tra due grandezze

Svolgimento

$$h_{tot} = h_1 + h_2$$

$$h_2 = h_{tot} - h_1 = 30,4 \text{ cm}$$

$$Err_{ass} = 0,1 \text{ cm} + 0,1 \text{ cm} = 0,2 \text{ cm}$$

$$Err_{rel} = \frac{Err_{ass}}{h_2} = \frac{0,2 \text{ cm}}{30,4 \text{ cm}} = 0,0658$$

Problema di: Laboratorio - Lab0008**Testo** [Lab0008] [2★ 3🔑 1a📖]

Hai misurato il diametro di base e l'altezza di un cilindro ottenendo $d = 20\text{ mm} \pm 1\text{ mm}$ e $h = 50\text{ mm} \pm 1\text{ mm}$. Calcolane il volume con la relativa incertezza. [La formula per il volume è $V = \frac{\pi}{4} d^2 h$]

Spiegazione Per calcolare il volume del cilindro semplicemente dovete utilizzare la formula giusta. La parte complessa del lavoro è stabilire il valore dell'errore di misura sul volume. Per farlo prima dovremo evidenziare gli errori assoluti e relativi sulle singole misure prese con il righello.

Svolgimento Per prima cosa calcoliamo il volume del cilindro

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = 3,14159 \cdot 100\text{ mm}^2 \cdot 50\text{ mm} = 15708\text{ mm}^3$$

Calcoliamo adesso l'errore relativo sulle due misure fatte col righello

$$E_{rel-d} = \frac{E_{a-d}}{d} = \frac{1\text{ mm}}{20\text{ mm}} = 0,05 = 5\%$$

$$E_{rel-h} = \frac{E_{a-h}}{h} = \frac{1\text{ mm}}{50\text{ mm}} = 0,02 = 2\%$$

Nella formula per calcolare il volume del cilindro si moltiplica il diametro per se stesso ed ancora per l'altezza

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d \cdot d}{2 \cdot 2}\right) \cdot h$$

quindi l'errore relativo sul volume sarà la somma degli errori relativi di queste grandezze

$$E_{rel-V} = E_{rel-d} + E_{rel-d} + E_{rel-h} = 0,12 = 12\%$$

quindi l'errore assoluto sul volume vale

$$E_a = E_{rel-V} \cdot V = 1885\text{ mm}^3$$

Il risultato finale da scrivere sarà quindi

$$V = 15708\text{ mm}^3 \pm 1885\text{ mm}^3$$

che può essere più saggiamente scritto

$$V = 15,7\text{ cm}^3 \pm 1,9\text{ cm}^3$$

Problema di: Laboratorio - Lab0008a**Testo** [Lab0008a] [2★ 6👤 1a📖]

Hai misurato con un righello i tre spigoli di un parallelepipedo, ottenendo $a = 20\text{ mm} \pm 1\text{ mm}$, $b = 40\text{ mm} \pm 1\text{ mm}$, e $h = 10\text{ mm} \pm 1\text{ mm}$. Calcolane il volume con gli errori assoluto e relativo.

Spiegazione Per calcolare il volume del parallelepipedo semplicemente dovete utilizzare la formula giusta. La parte complessa del lavoro è stabilire il valore dell'errore di misura sul volume. Per farlo prima dovremo evidenziare gli errori assoluti e relativi sulle singole misure prese con il righello. Poi propagare l'errore sul valore del volume.

Svolgimento Per prima cosa calcoliamo il volume del parallelepipedo

$$V = a \cdot b \cdot h = 20\text{ mm} \cdot 40\text{ mm} \cdot 10\text{ mm} = 8000\text{ mm}^3$$

Calcoliamo adesso l'errore relativo sulle tre misure fatte col righello

$$E_{rel-a} = \frac{E_{a,a}}{a} = \frac{1\text{ mm}}{20\text{ mm}} = 0,05 = 5\%$$

$$E_{rel-b} = \frac{E_{a,b}}{b} = \frac{1\text{ mm}}{40\text{ mm}} = 0,025 = 2,5\%$$

$$E_{rel-h} = \frac{E_{a,h}}{h} = \frac{1\text{ mm}}{10\text{ mm}} = 0,1 = 10\%$$

Nella formula per calcolare il volume del parallelepipedo si moltiplicano le misure dei tre spigoli quindi l'errore relativo sul volume sarà la somma degli errori relativi di queste grandezze, e di conseguenza calcoliamo l'errore assoluto

$$E_{rel-v} = E_{rel-a} + E_{rel-b} + E_{rel-h} = 0,175 = 17,5\%$$

$$E_a = E_{rel-v} \cdot V = 1400\text{ mm}^3$$

Il risultato finale da scrivere sarà quindi

$$V = 8000\text{ mm}^3 \pm 1400\text{ mm}^3$$

Problema di: Laboratorio - Lab0008b**Testo** [Lab0008b] [2★ 7👤 1a📖]

Hai misurato con un righello la base e l'altezza di un rettangolo ottenendo $b = 10,0\text{ cm} \pm 0,1\text{ cm}$ e $h = 5,0\text{ cm} \pm 0,1\text{ cm}$. Calcola l'area ed il perimetro del rettangolo indicandone gli errori di misura.

Spiegazione Il calcolo dell'area e del perimetro è un conto banale; questo esercizio punta sulla corretta stima degli errori di misura su tali grandezze.

Svolgimento Cominciamo a calcolarci area e perimetro del rettangolo.

$$A = b \cdot h = 50\text{ cm}^2$$

$$P = 2(b + h) = 30\text{ cm}$$

Passiamo adesso alla stima degli errori di misura. Gli errori assoluti sulle due misure ci sono già stati dati dal testo del problema.

$$E_{a-base} = 0,1\text{ cm}$$

$$E_{a-alt} = 0,1\text{ cm}$$

Possiamo quindi calcolare gli errori relativi sulle misure della base e dell'altezza del rettangolo.

$$E_{r-base} = \frac{0,1\text{ cm}}{10,0\text{ cm}} = 0,01 = 1\%$$

$$E_{r-alt} = \frac{0,1\text{ cm}}{5,0\text{ cm}} = 0,02 = 2\%$$

Il calcolo dell'errore sul perimetro prevede che si sommino gli errori assoluti di base ed altezza, visto che per calcolare il perimetro si deve cominciare a calcolare la *somma* dei suoi lati. La somma dei due lati va poi moltiplicata per 2 per avere il valore del perimetro; per questo motivo moltiplico per 2 anche il valore dell'errore assoluto.

$$E_{a-perim} = 2 \cdot (0,1\text{ cm} + 0,1\text{ cm}) = 0,4\text{ cm}$$

Il calcolo dell'errore sull'area prevede che si sommino gli errori relativi di base ed altezza, visto che per calcolare l'area si deve calcolare il *prodotto* dei suoi lati

$$E_{r-area} = 0,01 + 0,02 = 0,03$$

$$E_{a-area} = A \cdot 0,03 = 1,5 \text{ cm}^2$$

Problema di: Laboratorio - Lab0005

Testo [Lab0005] [3★ 3½🕒 1a📖]

Un cilindro graduato contiene un volume $V_i = 250 \text{ cm}^3 \pm 1 \text{ cm}^3$ di acqua. Dopo averci immerso un oggetto di massa $m = 1,12 \text{ kg} \pm 0,01 \text{ kg}$, il cilindro segna un volume $V_f = 375 \text{ cm}^3 \pm 1 \text{ cm}^3$. Calcola volume e densità dell'oggetto con gli opportuni errori di misura.

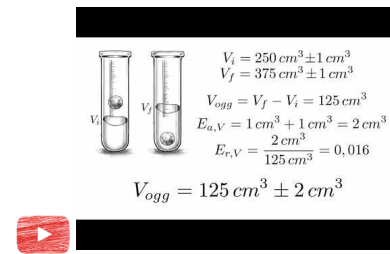


Fig. 3.4: Guarda il video youtu.be/3e3aF8zQEgE

Spiegazione Questo problema vogliamo misurare la densità di un oggetto tramite immersione in un liquido. Noi ne conosciamo la massa e ne misuriamo il volume. Nel cilindro graduato c'è un certo quantitativo di liquido; immergendo l'oggetto il livello del liquido sale. L'unica cosa da sapere è cosa sia la densità di un materiale, definita come il rapporto tra massa e volume di un qualunque oggetto fatto di quel materiale

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Visto che la densità di un oggetto dipende solo dal materiale di cui è fatto, è sufficiente confrontare le tabelle dei materiali per sapere il tipo di materiale.

Il volume dell'oggetto lo si ricava per differenza tra i livelli dei liquidi dopo e prima dell'immersione. La densità la calcoliamo con la formula

Svolgimento Il volume si ricava per differenza

$$V_{ogg} = V_f - V_i = 125 \text{ cm}^3$$

$$E_{a,V} = 1 \text{ cm}^3 + 1 \text{ cm}^3 = 2 \text{ cm}^3$$

$$E_{r,V} = \frac{2 \text{ cm}^3}{125 \text{ cm}^3} = 0,016$$

per cui

$$V_{ogg} = 125 \text{ cm}^3 \pm 2 \text{ cm}^3$$

La massa è

$$m = 1,12 \text{ kg} \pm 0,01 \text{ kg}$$

L'errore relativo sulla massa è

$$E_{r,m} = \frac{0,01 \text{ kg}}{1,12 \text{ kg}} = 0,009$$

La densità dell'oggetto vale

$$\rho_{ogg} = \frac{m}{V} = \frac{1,12 \text{ kg}}{125 \text{ cm}^3} = 0,00896 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{ogg} = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

L'errore relativo sulla densità, essendo stata calcolata facendo la *divisione* di due grandezze, si calcola sommando gli errori relativi delle due grandezze.

$$E_{r,\rho} = E_{r,m} + E_{r,V} = 0,009 + 0,016 = 0,025$$

possiamo ora calcolare l'errore assoluto sulla densità

$$E_{a,\rho} = E_{r,\rho} \cdot \rho_{ogg} = 0,025 \cdot 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0,22 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

La misura della densità dell'oggetto sarà quindi

$$\rho_{ogg} = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \pm 0,22 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

dove l'errore è stato opportunamente arrotondato.

Problema di: Misure - Lab0011

Testo [Lab0011] [2★ 2🕒 1a📖]

Vogliamo determinare la velocità media di un carrello che si trova nella posizione $S_i = 11,33 \text{ m}$ all'istante $t_i = 18 \text{ s}$, e si trova nella posizione $S_f = 12,53 \text{ m}$ all'istante $t_f = 33 \text{ s}$. Sapendo che misuriamo le posizioni con una precisione di $E_{as} = 1 \text{ cm}$ e i tempi con una precisione $E_{at} = 1 \text{ s}$, determina la velocità media del carrello con l'opportuno errore di misura.

Spiegazione Per calcolare l'errore sulla velocità è prima necessario calcolare gli errori sullo spostamento e sull'intervallo di tempo.

Svolgimento Lo spostamento fatto dal carrello è

$$\Delta S = S_f - S_i = 1,20 \text{ m}$$

L'errore assoluto sullo spostamento sarà la somma degli errori assoluti delle due posizioni

$$E_{a,\Delta S} = 1 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

L'errore relativo sullo spostamento sarà

$$E_{r,\Delta S} = \frac{0,02 \text{ m}}{1,20 \text{ m}} = \frac{1}{60}$$

L'intervallo di tempo tra le due misure è

$$\Delta t = t_f - t_i = 15 \text{ s}$$

L'errore assoluto su tale intervallo di tempo sarà la somma degli errori assoluti dei due orari

$$E_{a,\Delta t} = 1 \text{ s} + 1 \text{ s} = 2 \text{ s}$$

L'errore relativo sull'intervallo di tempo sarà

$$E_{r,\Delta t} = \frac{2 \text{ s}}{15 \text{ s}} = \frac{8}{60}$$

Il calcolo della velocità media sarà

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = 0,08 \frac{m}{s}$$

L'errore relativo sulla velocità è

$$E_{r,v} = \frac{8}{60} + \frac{1}{60} = \frac{3}{20} = 15\%$$

L'errore assoluto sulla misura è

$$E_{a,v} = \frac{3}{20} \cdot 0,08 \frac{m}{s} = 0,012 \frac{m}{s}$$

Il risultato finale è quindi

$$v_m = 0,080 \frac{m}{s} \pm 0,012 \frac{m}{s}$$

Problema di: Misure - Lab0012

Testo [Lab0012] [2½★ 3👍 1a📖]

Vogliamo determinare la pressione che esercita un cubo di legno di densità $\rho = 0,8 \frac{g}{cm^3} \pm 0,1 \frac{g}{cm^3}$ di lato $h = 10,0 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$ sul banco su cui è appoggiato. L'accelerazione di gravità della Terra è $g = 9,81 \frac{m}{s^2} \pm 0,01 \frac{m}{s^2}$

Spiegazione Per calcolare l'errore sulla pressione è prima necessario trovarsi la formula per calcolare la pressione e poi calcolarsi gli errori su tutti i termini della formula.

Svolgimento La pressione esercitata dal cubo è

$$P = \frac{mg}{h^2} = \frac{\rho V g}{h^2} = \rho h g = 784,8 \text{ Pa}$$

L'errore relativo sulla densità è $E_{r,\rho} = \frac{1}{8} = 0,125$ L'errore relativo sull'accelerazione di gravità è $E_{r,g} = \frac{0,01}{9,81} = 0,001$ L'errore relativo sul lato è $E_{r,h} = \frac{0,1}{10,0} = 0,01$

L'errore relativo sulla pressione è quindi

$$E_{r,P} = 0,136$$

L'errore assoluto sulla pressione è quindi

$$E_{a,P} = 0,136 \cdot 784,8 \text{ Pa} = 106,7$$

La pressione vale quindi

$$P = 7,8 \text{ hPa} \pm 1,1 \text{ hPa}$$

Problema di: Laboratorio - Lab0001**Testo** [Lab0001] [2½★ 5👍1a📖]

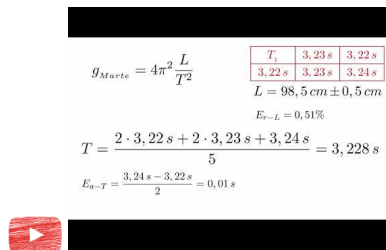
Su Marte misuri cinque volte il periodo di oscillazione di un pendolo lungo $L = 98,5 \text{ cm} \pm 0,5 \text{ cm}$, ottenendo i valori indicati in tabella. Calcola l'accelerazione di gravità di Marte.

T_1	3,23 s	3,22 s
3,22 s	3,23 s	3,24 s

Spiegazione La fisica del pendolo ci dice che

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

La misura di L e di T permette di calcolare g . Le incertezze di misura su L e su T si propagano di conseguenza sul risultato di g



$$g_{Marte} = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

T_1	3,23 s	3,22 s
3,22 s	3,23 s	3,24 s

$$L = 98,5 \text{ cm} \pm 0,5 \text{ cm}$$

$$E_{r-L} = 0,51\%$$

$$T = \frac{2 \cdot 3,22 \text{ s} + 2 \cdot 3,23 \text{ s} + 3,24 \text{ s}}{5} = 3,228 \text{ s}$$

$$E_{a-T} = \frac{3,24 \text{ s} - 3,22 \text{ s}}{2} = 0,01 \text{ s}$$

Fig. 3.5: Guarda il video youtu.be/bLPug0YSvic**Svolgimento** Cominciamo con il calcolare il valore del periodo di oscillazione del pendolo con i relativi errori

$$T = \frac{2 \cdot 3,22 \text{ s} + 2 \cdot 3,23 \text{ s} + 3,24 \text{ s}}{5} = 3,228 \text{ s}$$

$$E_{a-T} = \frac{3,24 \text{ s} - 3,22 \text{ s}}{2} = 0,01 \text{ s}$$

Possiamo quindi scrivere

$$T = 3,228 \text{ s} \pm 0,010 \text{ s}$$

e calcolare l'errore relativo.

$$E_{r-T} = \frac{0,010 \text{ s}}{3,228 \text{ s}} = 0,0031$$

$$E_{r-T} = 0,31\%$$

Calcoliamo adesso l'errore di misura su L . Dal momento che

$$L = 98,5 \text{ cm} \pm 0,5 \text{ cm}$$

avremo che

$$E_{r-L} = \frac{0,005 \text{ m}}{0,985 \text{ m}} = 0,0051$$

$$E_{r-L} = 0,51\%$$

Calcoliamo adesso il valore di g ed il suo errore relativo

$$g_{Marte} = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} = 3,732 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Visto che le due misure sono state tra loro divise, avremo che

$$E_{r-g} = E_{r-L} + 2 \cdot E_{r-T} = 0,0112$$

$$E_{r-g} = 1,12\%$$

e quindi

$$E_{a-g} = E_{r-g} \cdot g_{Marte} = 0,0112 \cdot 3,732 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$E_{a-g} = 0,042 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

L'accelerazione di gravità su Marte misurata da te è quindi

$$g_{Marte} = 3,732 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \pm 0,042 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Problema di: Laboratorio - Lab0001a**Testo** [Lab0001a] [2½★ 5🕒 1a📖]

Hai misurato cinque volte la massa e la densità di un oggetto ottenendo i seguenti valori: $m = \{1,52; 1,38; 1,41; 1,50; 1,45\} \text{ kg}$; $\rho = 0,88 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \pm 0,01 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$. Calcola gli errori assoluti e relativi sulla massa e sulla densità. Calcola poi il volume dell'oggetto con l'errore assoluto e relativo.

Spiegazione [...]**Svolgimento** [...]**Problema di: Laboratorio - Lab00014****Testo** [Lab00014] [2★ 3🕒 1a📖]

Dopo aver misurato cinque volte la durata del percorso da casa verso la scuola, hai ottenuto i valori $T = \{23, 29, 23, 28, 27\} \text{ min}$. Il percorso di ritorno, fatto nel pomeriggio, dura invece $T = \{25, 30, 27, 24, 29\} \text{ min}$. Determina la durata del percorso complessivo indicando gli errori assoluto e relativo.

Spiegazione In questo problema abbiamo due misure ripetute che vengono poi sommate. Applica le opportune regole per il calcolo dell'errore.

Svolgimento Il percorso di andata ha durata

$$T_1 = \frac{23 + 29 + 23 + 28 + 27}{5} \text{ min} = 26 \text{ min}$$

L'errore assoluto è

$$E_a = \frac{29 - 23}{2} \text{ min} = 3 \text{ min}$$

Il percorso di ritorno ha durata

$$T_1 = \frac{25 + 30 + 27 + 24 + 29}{5} \text{ min} = 27 \text{ min}$$

L'errore assoluto è

$$E_a = \frac{30 - 25}{2} \text{ min} = 2,5 \text{ min}$$

Il percorso complessivo ha quindi durata

$$T = 26 \text{ min} + 27 \text{ min} = 53 \text{ min}$$

$$E_a = 3,0 \text{ min} + 2,5 \text{ min} = 5,5 \text{ min}$$

$$E_r = \frac{E_a}{T} = \frac{5,5 \text{ min}}{53 \text{ min}} = 10,4\%$$

Problema di: Laboratorio - Lab0003**Testo** [Lab0003] [2½★ 4🕒 1a📖]

Per misurare la velocità di un'auto con un errore relativo $E_{r-V} = 2\%$, cronometriamo il tempo impiegato a percorrere la distanza $\Delta S = 20,0\text{ m} \pm 0,1\text{ m}$. Quale incertezza relativa deve avere il cronometro? Se l'auto viaggia a circa $V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, quale incertezza assoluta ha la misura?

Spiegazione Ogni misura ha sempre un certo livello di incertezza. La misura della velocità si ottiene dividendo la misura della distanza percorsa per il tempo trascorso: $V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$. L'errore relativo sulla velocità sarà la somma degli errori relativi sullo spostamento e sul tempo.

Svolgimento Considerando che $V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ allora avremo

$$E_{r-V} = E_{r-\Delta S} + E_{r-\Delta t}$$

$$E_{r-\Delta t} = E_{r-V} - \frac{0,1\text{ m}}{20,0\text{ m}} = 1,5\%$$

L'incertezza del cronometro deve quindi essere al massimo

$$E_{a-\Delta t} = E_{r-\Delta t} \cdot \Delta t = E_{r-\Delta t} \cdot \frac{\Delta S}{V} = 1,5\% \cdot \frac{20\text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,03\text{ s}$$

-  [\[youtu.be/PwbMN3Gej7s\]](https://youtu.be/PwbMN3Gej7s) La meccanica classica: uno schema complessivo

-  [\[youtu.be/PwbMN3Gej7s\]](https://youtu.be/PwbMN3Gej7s) La meccanica classica: uno schema complessivo
-  [\[youtu.be/9L5uTXfdqXw\]](https://youtu.be/9L5uTXfdqXw) Sistemi di riferimento e trasformazioni di Galileo
-  [\[youtu.be/n9fUEqPOkZQ\]](https://youtu.be/n9fUEqPOkZQ) Cinematica: Velocità relativa tra due corpi in movimento
-  [\[youtu.be/nDgvBqOMBf8\]](https://youtu.be/nDgvBqOMBf8) Rappresentazione di un moto in un grafico Spazio-tempo
-  [\[youtu.be/_4eRtqTkR0A\]](https://youtu.be/_4eRtqTkR0A) Accelerazione e moti
-  [\[youtu.be/Q-weIQiYQ9A\]](https://youtu.be/Q-weIQiYQ9A) Moto rettilineo uniforme
-  [\[youtu.be/iuHLF4tq45Y\]](https://youtu.be/iuHLF4tq45Y) Moto uniformemente accelerato
-  [\[youtu.be/mfsBk__uqxk\]](https://youtu.be/mfsBk__uqxk) Moto parabolico
-  [\[youtu.be/Wv11MoSHXxo\]](https://youtu.be/Wv11MoSHXxo) Moto circolare uniforme
-  [\[youtu.be/hZf-kS-xUNQ\]](https://youtu.be/hZf-kS-xUNQ) Analisi di un moto circolare uniforme
-  [\[youtu.be/SPApePiZFX4\]](https://youtu.be/SPApePiZFX4) Moto elicoidale
-  [\[youtu.be/7-5iPat-nJU\]](https://youtu.be/7-5iPat-nJU) Moto armonico: teoria e analisi del moto di un corpo collegato ad una molla
-  [\[youtu.be/tjckRDyKkBI\]](https://youtu.be/tjckRDyKkBI) Derivazione dell'equazione caratteristica del moto armonico di un pendolo
-  [\[youtu.be/_vxLaacu2XQ\]](https://youtu.be/_vxLaacu2XQ) Condizione di puro rotolamento

5.1 Grandezze cinematiche

Problema di: Cinematica - IC0062

Testo [IC0062] [2★ 2🕒 2a📖]

Una palla da tennis urta contro un muro con velocità $U = 20 \frac{m}{s}$ ad un angolo $\alpha = 60^\circ$ rispetto alla perpendicolare alla superficie del muro, e rimbalza con lo stesso angolo. L'urto dura un tempo $\Delta t = 0,01 s$. Calcola l'accelerazione media subita dalla pallina.

Spiegazione In questo problema semplicemente si applica la definizione di accelerazione

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{U}}{\Delta t}$$

Svolgimento L'accelerazione fa cambiare la sola componente della velocità perpendicolare al muro. Quindi

$$a = \frac{\Delta U_{\perp}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 20 \frac{m}{s} \cdot \cos(60^\circ)}{0,01 s} = 2000 \frac{m}{s^2}$$