

Problema di: Calorimetria - Q0027**Testo** [Q0027] [1★ 1🕒 2a📖]

Le temperature di fusione e di ebollizione del ferro sono: $T_{fus} = 1808\text{ K}$; $T_{eb} = 3023\text{ K}$. Alle seguenti temperature il ferro è solido, liquido o gassoso?

$$T_1 = 1600\text{ K} \quad | \quad T_2 = 1890^\circ\text{C} \quad | \quad T_3 = 1600^\circ\text{C} \quad | \quad T_4 = 1808\text{ K}$$

Spiegazione Per sapere se una sostanza è solida, liquida o gassosa, è necessario guardare la sua temperatura e conoscere le temperature di fusione ed ebollizione di tale sostanza. La massa non ha alcuna importanza nel determinare quale sia lo stato fisico della sostanza.

Svolgimento Analizziamo le informazioni che ci sono state date

- 10 kg di ferro alla temperatura $T = 1600\text{ K}$. La sostanza ha una temperatura inferiore a quella di fusione: la sostanza è solida.
- 20 kg di ferro alla temperatura $T = 1890^\circ\text{C}$. La sostanza ha una temperatura superiore a quella di fusione, ma inferiore a quella di ebollizione: la sostanza è liquida.
- 20 kg di ferro alla temperatura $T = 1600^\circ\text{C}$. La sostanza ha una temperatura superiore a quella di fusione, ma inferiore a quella di ebollizione: la sostanza è liquida.
- 10 kg di ferro alla temperatura $T = 1808\text{ K}$. La sostanza ha una temperatura pari alla temperatura di fusione: la sostanza è in parte solida ed in parte liquida; i due stati della materia sono presenti contemporaneamente.

Problema di: Calorimetria - Q0028**Testo** [Q0028] [1★ 2🕒 2a📖]

Rispondi alle seguenti domande.

1. Perché l'alcool etilico bolle alla temperatura di circa $T_{eb-1} = 80^\circ\text{C}$ mentre l'acqua bolle alla temperatura di $T_{eb-2} = 100^\circ\text{C}$
2. Se prendo una certa massa di ferro alla temperatura $T = 1600\text{ K}$, è solida, liquida, gassosa o plasma? Spiega perché.
3. L'acqua alla temperatura $T = 327\text{ K}$ è solida, liquida, gassosa o plasma? Spiega perché.

Spiegazione In questo esercizio vengono presentate tre situazioni in cui bisogna applicare i concetti studiati in calorimetria.

Svolgimento

1. Il valore della temperatura di ebollizione di una sostanza dipende da quanto sono forti i legami chimici tra le molecole di quella sostanza. L'acqua bolle ad una temperatura superiore a quella dell'alcool, quindi i legami chimici tra le molecole dell'acqua sono più forti dei legami chimici tra le molecole dell'alcool.
2. La temperatura di fusione del ferro è $T_{fus-Fe} = 1808\text{ K}$. Il testo della domanda specifica che il ferro ha una temperatura inferiore alla sua temperatura di fusione, quindi è necessariamente solido.
3. La temperatura di fusione dell'acqua è $T_{fus-H_2O} = 273,15\text{ K}$, mentre quella di ebollizione è $T_{eb-H_2O} = 373,15\text{ K}$. La temperatura dell'acqua in questo esercizio è maggiore della temperatura di fusione, ma minore della temperatura di ebollizione, quindi la sostanza è liquida.

Problema di: calorimetria - Q0020**Testo** [Q0020] [1 ★ 2 🕒 2a 📖]

1. Cos'è il calore? Cos'è la temperatura di un oggetto?
2. Come varia la temperatura di un corpo durante una transizione di fase?
3. Cosa succede alle molecole di una sostanza durante una transizione di fase?
4. Cosa può succedere ad una sostanza solida se le forniamo calore?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare**Svolgimento**

1. Il calore è una forma di energia. La temperatura di un oggetto è un indice dell'energia cinetica media delle molecole dell'oggetto.
2. Non cambia, rimane costante.
3. Durante una transizione di fase si formano o si spezzano i legami tra le molecole
4. Dando calore ad un solido, esso può scaldarsi e di conseguenza dilatarsi, o, se siamo alla temperatura di una transizione di fase, può fondere o sublimare.

Problema di: calorimetria - Q0022**Testo** [Q0022] [1 ★ 2 🕒 2a 📖]

1. Cosa succede se mettiamo due corpi, con temperatura differente, a contatto tra loro? Perché?
2. Le molecole di un oggetto possono rimanere ferme?
3. Se fornisco energia ad un corpo e lo vedo fondere, come è stata utilizzata quell'energia?
4. Esiste un limite inferiore alla temperatura che può avere un oggetto? Quale?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare**Svolgimento**

1. Il più caldo cede calore al più freddo fino a quando raggiungono la stessa temperatura.
2. No, le molecole si muovono sempre, e la loro velocità è legata alla loro temperatura.
3. Durante la fusione di un corpo, l'energia fornita viene utilizzata per rompere i legami tra le molecole.
4. Sì, esiste un limite inferiore per la temperatura, ed esso corrisponde a $T_{zero} = 0\text{ K} = -273,15\text{ °C}$. Visto che la temperatura è legata all'energia cinetica delle molecole, tale limite ideale alla temperatura corrisponderebbe ad una situazione di molecole *ferme*.

Problema di: Calorimetria - Q0016c**Testo** [Q0016c] [1★ 1⌚ 2a📖]

Quale potenza ha un fornello che sta scaldando una massa $m = 5 \text{ kg}$ di acqua da un tempo $\Delta t = 60 \text{ s}$ facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 50 \text{ K}$, sapendo che quell'acqua si trovava inizialmente alla temperatura $T_i = 20^\circ \text{C}$?

Spiegazione Inizialmente abbiamo una certa massa di acqua che si trova ad una certa temperatura. Gradualmente gli forniamo del calore e vediamo che aumenta la sua temperatura. Innanzi tutto dobbiamo chiederci quali siano i fenomeni fisici che accadono in questa situazione. Visto che l'oggetto è passato da una temperatura iniziale $T_i = 20^\circ \text{C}$ ad una finale $T_f = 70^\circ \text{C}$ noi siamo sicuri che l'acqua si trova allo stato liquido e che non subisce alcuna transizione di fase. Le temperature di fusione e di ebollizione dell'acqua sono infatti rispettivamente $T_{fus} = 0^\circ \text{C}$ e $T_{eb} = 100^\circ \text{C}$. L'unico fenomeno che avviene è quindi il riscaldamento dell'oggetto.

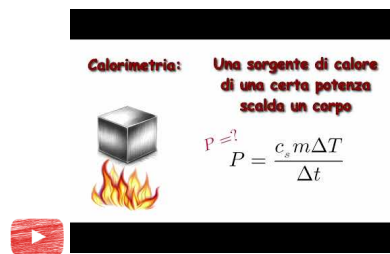


Fig. 3.1: Guarda il video youtu.be/Hb_vj5N6CBI

Svolgimento Il calore fornito all'acqua dal fornello è dato da

$$\Delta Q = P \Delta t$$

con i dati del problema possiamo anche dire che

$$\Delta Q = c_s \cdot m \cdot \Delta T$$

da cui

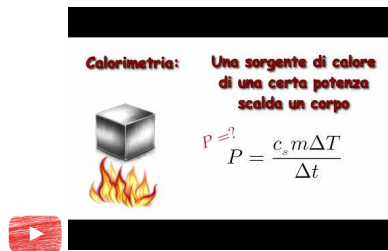
$$P = \frac{c_s m \Delta T}{\Delta t}$$

$$P = \frac{4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 5 \text{ kg} \cdot 50 \text{ K}}{60 \text{ s}} = 17,442 \text{ kW}$$

Problema di: Calorimetria - Q0016d**Testo** [Q0016d] [1★ 1⌚ 2a📖]

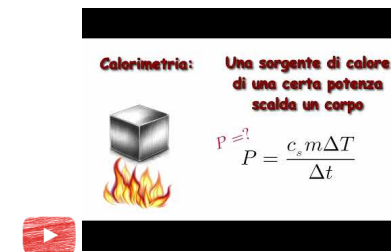
Un fornello di potenza $P = 1000\text{ W}$ scalda una massa $m = 5\text{ kg}$ di ferro per un tempo $\Delta t = 10\text{ min}$. Di quanto ne fa aumentare la temperatura?

Spiegazione Il fornello fornisce calore all'acqua, la quale, dice il testo, non subisce alcuna transizione di fase. Stabilito quanto calore è necessario, tanto più il fornello è potente, tanto meno tempo ci impiega.

Fig. 3.2: Guarda il video youtu.be/Hb_vj5N6CBI**Svolgimento** [...]**Problema di: Calorimetria - Q0016e****Testo** [Q0016e] [1★ 1⌚ 2a📖]

Un fornello di potenza $P = 1000\text{ W}$ scalda una massa di ferro per un tempo $\Delta t = 10\text{ min}$ facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 20\text{ K}$. Quanta massa di ferro sta scaldando?

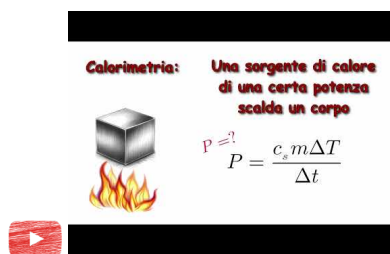
Spiegazione Il fornello fornisce calore all'acqua, la quale, dice il testo, non subisce alcuna transizione di fase. Stabilito quanto calore è necessario, tanto più il fornello è potente, tanto meno tempo ci impiega.

Fig. 3.3: Guarda il video youtu.be/Hb_vj5N6CBI**Svolgimento** [...]

Problema di: Calorimetria - Q0016f**Testo** [Q0016f] [1★ 1⌚ 2a📖]

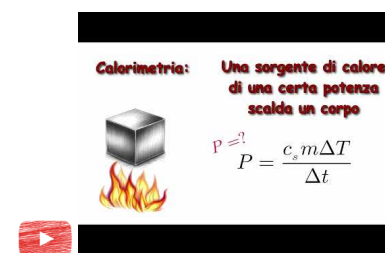
Un fornello di potenza $P = 2,2\text{ kW}$ scalda un corpo di massa $m = 2\text{ kg}$ per un tempo $\Delta t = 1000\text{ s}$ facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 2,5\text{ K}$. Di quale materiale è fatto il corpo?

Spiegazione Il fornello fornisce calore all'acqua, la quale, dice il testo, non subisce alcuna transizione di fase. Stabilito quanto calore è necessario, tanto più il fornello è potente, tanto meno tempo ci impiega. Per stabilire il materiale di cui è fatto il corpo è sufficiente calcolarsi il valore di una sua grandezza caratteristica e confrontarlo con i valori presenti nelle tabelle.

Fig. 3.4: Guarda il video youtu.be/Hb_vj5N6CBI**Svolgimento** [...]**Problema di: Calorimetria - Q0016****Testo** [Q0016] [1★ 1⌚ 2a📖]

Un fornello di potenza $P = 1000\text{ W}$ sta scaldando una massa $m = 5\text{ kg}$ di acqua liquida facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 45\text{ K}$. Quanto tempo ci impiega?

Spiegazione Il fornello fornisce calore all'acqua, la quale, dice il testo, non subisce alcuna transizione di fase. Stabilito quanto calore è necessario, tanto più il fornello è potente, tanto meno tempo ci impiega.

Fig. 3.5: Guarda il video youtu.be/Hb_vj5N6CBI**Svolgimento** Il calore necessario vale

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 5\text{ kg} \cdot 45\text{ K} = 941850\text{ J}$$

Il tempo impiegato dal fornello vale

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{941850\text{ J}}{1000\text{ W}} = 941,85\text{ s}$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un fornello di potenza $P = 1000\text{ W}$ sta scaldando una massa di acqua facendone aumentare la temperatura di $\Delta t = 45\text{ K}$ in un tempo $\Delta t = 30\text{ s}$. Quanta massa di acqua sta scaldando?

2. Un fornello di potenza $P = 1000 \text{ W}$ sta scaldando una massa $m = 5 \text{ kg}$ di acqua da un tempo $\Delta t = 60 \text{ s}$. Di quanto aumenta la temperatura dell'acqua?
3. Di quanto aumenta la temperatura di $m = 10 \text{ kg}$ di piombo che si trovano inizialmente alla temperatura $T_i = 350 \text{ K}$, se vengono messi in un forno di potenza $P = 1000 \text{ W}$ per un tempo $\Delta t = 2 \text{ min}$?

Problema di: Calorimetria - Q0016a

Testo [Q0016a] [1★ 1🕒 2a📖]

Un fornello di potenza $P = 1000 \text{ W}$ sta scaldando una massa $m = 2 \text{ kg}$ di ferro facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 10 \text{ K}$. Quanto tempo ci impiega?

Spiegazione Il fornello fornisce calore all'acqua, la quale, dice il testo, non subisce alcuna transizione di fase. Stabilito quanto calore è necessario, tanto più il fornello è potente, tanto meno tempo ci impiega.

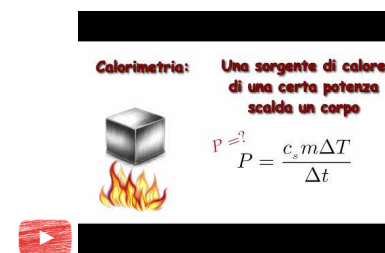


Fig. 3.6: Guarda il video youtu.be/Hb_vj5N6CBI

Svolgimento Il calore necessario vale

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 440 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ K} = 8800 \text{ J}$$

Il tempo impiegato dal fornello vale

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{8800 \text{ J}}{1000 \text{ W}} = 8,8 \text{ s}$$

Problema di: Calorimetria - Q0016b**Testo** [Q0016b] [1★ 1⌚ 2a📖]

In quanto tempo un forno di potenza $P = 500 \text{ W}$ incrementa di $\Delta T = 20 \text{ K}$ la temperatura di $m = 20 \text{ kg}$ di acqua liquida?

Spiegazione In questo problema, ammettendo che non avvenga alcuna trasformazione di fase durante il riscaldamento, l'unico fenomeno che accade è il riscaldamento dell'acqua. Il calore che serve a scaldare quell'acqua viene dato in un certo intervallo di tempo dal forno. L'intervallo di tempo sarà tanto più piccolo quanto più potente è il forno.

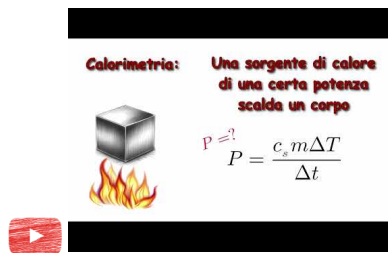


Fig. 3.7: Guarda il video youtu.be/Hb_vj5N6CBI

Svolgimento Il calore necessario per scaldare l'acqua è

$$\Delta Q = c_s m \Delta T$$

Tale calore viene dato dal forno di potenza

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

quindi

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{c_s m \Delta T}{P}$$

$$\Delta t = \frac{4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 20 \text{ kg} \cdot 20 \text{ K}}{500 \text{ W}} = 3348,8 \text{ s}$$

Problema di: Calorimetria - Q0007**Testo** [Q0007] [1★ 1⌚ 2a📖]

Un blocco di ferro solido di massa $m = 50 \text{ kg}$ si trova alla temperatura di fusione. Quanto calore devo fornire se voglio fondere una percentuale $p = 10\%$ del blocco di ferro?

Spiegazione Visto che il blocco di ferro si trova già alla temperatura di fusione, tutto il calore che forniamo serve per fondere del ferro.

Svolgimento La quantità di ferro che vogliamo fondere è

$$m_f = m \cdot p = 50 \text{ kg} \cdot 0,1 = 5 \text{ kg}$$

La quantità di calore necessaria per fonderlo vale

$$\Delta Q = Q_{\text{lat-fus}} \cdot m_f = 247,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 5 \text{ kg} = 1236 \text{ kJ}$$

Problema di: Calorimetria - Q0039**Testo** [Q0039] [2★ 2👤 2a📖]

Se fornisco $\Delta Q = 120 \text{ kJ}$ ad una massa $m = 1 \text{ kg}$ di acqua alla temperatura $T_i = 80^\circ\text{C}$, si scalderrà tanto da iniziare a bollire? Perché?

Spiegazione In questo problema abbiamo dell'acqua allo stato liquido e la scaldiamo fornendo del calore. Si scalderrà a sufficienza per raggiungere il punto di ebollizione?

Svolgimento Per arrivare alla temperatura di ebollizione, l'acqua deve scaldarsi di

$$\Delta T = T_{eb} - T_i = 20^\circ\text{C}$$

Per variare la sua temperatura di quel ΔT , è necessario fornire

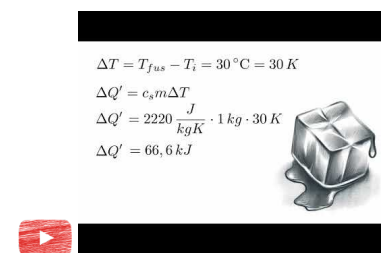
$$\Delta Q' = c_s m \Delta T = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 20^\circ\text{C} = 83,720 \text{ kJ}$$

Il testo dice che all'acqua vengono forniti $\Delta Q = 120 \text{ kJ}$, molti di più di quelli necessari per far arrivare l'acqua al punto di ebollizione. Quindi l'acqua bollerà.

Problema di: Calorimetria - Q0039a**Testo** [Q0039a] [2★ 2👤 2a📖]

Se fornisco $\Delta Q = 120 \text{ kJ}$ ad una massa $m = 1 \text{ kg}$ di acqua ghiacciata alla temperatura $T_i = -30^\circ\text{C}$, si scalderrà tanto da iniziare a fondere? Perché? [il calore specifico del ghiaccio vale $c_s = 2220 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$; il ghiaccio fonde a $T_f = 0^\circ\text{C}$]

Spiegazione In questo problema abbiamo del ghiaccio e lo scaldiamo fornendo del calore. Si scalderrà a sufficienza per raggiungere il punto di fusione?



$$\begin{aligned}\Delta T &= T_{fus} - T_i = 30^\circ\text{C} = 30 \text{ K} \\ \Delta Q' &= c_s m \Delta T \\ \Delta Q' &= 2220 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 30 \text{ K} \\ \Delta Q' &= 66,6 \text{ kJ}\end{aligned}$$

Fig. 3.8: Guarda il video youtu.be/Q8CgcQ3mdt0

Svolgimento Per arrivare alla temperatura di fusione, il ghiaccio deve scaldarsi di

$$\Delta T = T_{fus} - T_i = 30^\circ\text{C} = 30 \text{ K}$$

Per variare la sua temperatura di quel ΔT , è necessario fornire

$$\Delta Q' = c_s m \Delta T = 2220 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 30 \text{ K} = 66,6 \text{ kJ}$$

Il testo dice che al ghiaccio vengono forniti $\Delta Q = 120 \text{ kJ}$, molti di più di quelli necessari per far arrivare il ghiaccio al punto di fusione. Quindi il ghiaccio fonderà.

Problema di: Calorimetria - Q0039b**Testo** [Q0039b] [2★ 2🕒 2a📖]

Se fornisco $\Delta Q = 120 \text{ kJ}$ ad una massa $m = 1 \text{ kg}$ di ferro alla temperatura $T_i = 1400^\circ\text{C}$, si scalderrà tanto da iniziare a fondere? Perché? [il calore specifico del ferro vale $c_s = 440 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$; il ferro fonde a $T_f = 1535^\circ\text{C}$]

Spiegazione In questo problema abbiamo del ferro allo stato solido e lo scaldiamo fornendo del calore. Si scalderrà a sufficienza per raggiungere il punto di fusione?

Svolgimento Il ferro si trova alla temperatura

$$T_i = 1400^\circ\text{C} = 1673 \text{ K}$$

Per arrivare alla temperatura di fusione, l'acqua deve scaldarsi di

$$\Delta T = T_{eb} - T_i = 1808 \text{ K} - 1673 \text{ K} = 135 \text{ K}$$

Per variare la sua temperatura di quel ΔT , è necessario fornire

$$\Delta Q' = c_s m \Delta T = 440 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 135 \text{ K} = 59,4 \text{ kJ}$$

Il testo dice che al ferro vengono forniti $\Delta Q = 120 \text{ kJ}$, molti di più di quelli necessari per far arrivare il ferro al punto di ebollizione. Quindi il ferro fonderà.

Problema di: Calorimetria - Q0041**Testo** [Q0041] [2★ 2🕒 2a📖]

Se fornisco $\Delta Q = 240 \text{ kJ}$ ad un cubo di rame di lato $L = 10 \text{ cm}$ e alla temperatura $T_i = 1300^\circ\text{C}$, si scalderrà fino a fondere? [$c_{s\text{-rame}} = 380 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$; $\rho_{\text{rame}} = 8920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $T_{fus\text{-rame}} = 1357,6^\circ\text{C}$]

Spiegazione Dando calore al rame, esso si scalderrà. Se il calore dato è maggiore di quello necessario per raggiungere la temperatura di fusione allora il rame fonderà.

Svolgimento La massa del rame è in questo caso

$$m = \rho \cdot L^3 = 8920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1000 \text{ cm}^3 = 8,92 \text{ kg}$$

Il calore necessario per scaldare il rame fino alla temperatura di fusione è

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 380 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 8,92 \text{ kg} \cdot (57,6^\circ\text{C}) = 195,2 \text{ kJ}$$

molto meno del calore a disposizione. Quindi il rame fonderà.

Problema di: Calorimetria - Q0041a**Testo** [Q0041a] [2★ 2🕒 2a📖]

Se fornisco $\Delta Q = 240 \text{ kJ}$ ad un cubo di rame di lato $L = 20 \text{ cm}$ e alla temperatura $T_i = 30^\circ\text{C}$, si scalderrà fino a fondere? [$c_{s\text{-rame}} = 380 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$; $\rho_{\text{rame}} = 8920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $T_{\text{fus-rame}} = 1357,6^\circ\text{C}$]

Spiegazione Dando calore al rame, esso si scalderrà. Se il calore dato è maggiore di quello necessario per raggiungere la temperatura di fusione allora il rame fonderà.

Svolgimento La massa del rame è in questo caso

$$m = \rho \cdot L^3 = 8920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8000 \text{ cm}^3 = 71,36 \text{ kg}$$

Il calore necessario per scaldare il rame fino alla temperatura di fusione è

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 380 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 71,36 \text{ kg} \cdot (1327,6^\circ\text{C}) = 36 \text{ MJ}$$

molto di più del calore a disposizione. Quindi il rame non fonderà.

Problema di: Calorimetria - Q0001**Testo** [Q0001] [2★ 2🕒 2a📖]

Quanta energia serve per innalzare la temperatura di un oggetto di ferro di $\Delta T = 50 \text{ K}$ sapendo che ha una massa $m = 10 \text{ kg}$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 300 \text{ K}$? Se la temperatura iniziale fosse stata $T_i = 1800 \text{ K}$ sarebbe servita più energia? [rispondi indicando anche il perché]

Spiegazione Inizialmente abbiamo un oggetto di ferro di una certa massa e che si trova ad una certa temperatura. Gradualmente gli forniamo del calore e vogliamo che aumenti la sua temperatura. Innanzi tutto dobbiamo chiederci quali siano i fenomeni fisici che accadono in questa situazione. Visto che l'oggetto dovrà passare da una temperatura iniziale $T_i = 300 \text{ K}$ ad una finale $T_f = 350 \text{ K}$ noi siamo sicuri che l'oggetto si trova allo stato solido e che non subisce alcuna transizione di fase. La temperatura di fusione del ferro è infatti $T_{\text{fus}} = 1808 \text{ K}$, molto più alta delle temperature assunte dall'oggetto. L'unico fenomeno che avviene è quindi il riscaldamento dell'oggetto.

Svolgimento

$$\Delta Q = c_s \cdot m \cdot \Delta T = 440 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 10 \text{ kg} \cdot 50 \text{ K} = 220 \text{ kJ}$$

Se la temperatura iniziale fosse stata $T_i = 1800 \text{ K}$ allora sarebbe avvenuta anche una transizione di fase e ci sarebbe voluta molta più energia.

Problema di: Calorimetria - Q0009**Testo** [Q0009] [2★ 3👍 2a📖]

Quanta energia mi serve per portare una massa $m = 5 \text{ kg}$ di piombo, tenuta in un opportuno contenitore ermetico e rigido, dalla temperatura $T_i = 400^\circ\text{C}$ alla temperatura $T_f = 2000^\circ\text{C}$?

Spiegazione Per scaldare una massa di piombo è necessario fornire del calore. Considerando le temperature in gioco, la massa di piombo all'inizio è liquida, alla fine è gassosa; per questo motivo, oltre a fornire l'energia per scaldare, bisogna anche fornire l'energia per fare bollire il ferro.

Svolgimento La temperatura di fusione del piombo è $T_{fus} = 600,61 \text{ K} = 327,41^\circ\text{C}$; quella di ebollizione è $T_{eb} = 2022 \text{ K} = 1749^\circ\text{C}$.

Il calore necessario per portare il piombo alla temperatura di ebollizione è

$$\Delta Q_1 = c_s m \Delta T = c_s m (T_{eb} - T_i)$$

$$\Delta Q_1 = 129 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 5 \text{ kg} \cdot (1749 - 400) \text{ K} = 870105 \text{ J} \simeq 870 \text{ kJ}$$

Il calore necessario per far bollire quel ferro è

$$\Delta Q_{eb} = Q_{lat} m = 23161 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 5 \text{ kg} = 115806 \text{ kJ}$$

Il calore necessario per arrivare adesso alla temperatura finale, considerando che parliamo di un gas a volume costante, è

$$\Delta Q_2 = c_{sv} m \Delta T = c_s m (T_f - T_{eb})$$

$$\Delta Q_2 = 60,2 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 5 \text{ kg} \cdot 251 \text{ K} = 75551 \text{ J} \simeq 76 \text{ kJ}$$

Il calore totale che bisogna fornire è quindi

$$\Delta Q_{tot} = \Delta Q_1 + \Delta Q_{eb} + \Delta Q_2 = 116752 \text{ kJ}$$

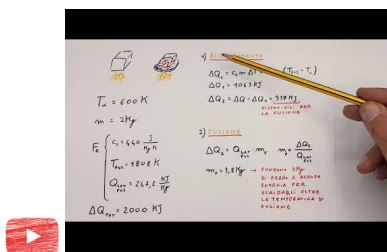
Esercizi concettualmente identici

1. Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di un oggetto di piombo fino alla temperatura $T_f = 4000 \text{ K}$ sapendo che ha una massa $m = 2 \text{ kg}$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 30 \text{ K}$? $[\Delta Q = 2787060 \text{ J}]$

Problema di: Calorimetria - Q0010**Testo** [Q0010] [2★ 3🕒 2a📖]

Quanta energia mi serve per portare una massa $m = 5 \text{ kg}$ di acqua, in un contenitore rigido ed ermetico, dalla temperatura $T_i = 20^\circ\text{C}$ alla temperatura $T_f = 130^\circ\text{C}$?

Spiegazione L'acqua inizialmente è in forma liquida. Per portarla alla temperatura iniziale bisogna scaldarla e farla bollire. Dobbiamo quindi calcolare tutto il calore per farla scaldare e tutto il calore per farla bollire.

Fig. 3.9: Guarda il video youtu.be/fpoV59BC6ZM

Svolgimento Il calore per farla scaldare fino alla temperatura di ebollizione vale

$$\Delta Q_1 = c_s m \Delta t = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 5 \text{ kg} \cdot (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) = 1674400 \text{ J} = 1674,4 \text{ kJ}$$

Il calore per farla bollire vale

$$\Delta Q_{eb} = Q_{lat-eb} m = 2272 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 5 \text{ kg} = 11360 \text{ kJ}$$

La quantità di energia necessaria per aumentare la temperatura dell'acqua da $T_{eb} = 100^\circ\text{C}$ fino a $T_f = 130^\circ\text{C}$, tenendo conto che si tratta di un gas chiuso in un contenitore rigido, per cui dobbiamo utilizzare il calore specifico del gas a volume costante espresso in $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$, vale

$$\Delta Q_3 = c_{sv} \cdot m \cdot \Delta T = 1616 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 5 \text{ kg} \cdot 30 \text{ K} = 242,4 \text{ kJ}$$

Il calore totale che serve vale quindi

$$\Delta Q_{tot} = \Delta Q_1 + \Delta Q_{eb} + \Delta Q_3 = 13276,8 \text{ kJ}$$

Griglia di valutazione

- 60% - Identificazione dei fenomeni fisici che capitano e delle equazioni che devono essere utilizzate
- 40% - Calcolo dei due calori e del calore complessivo necessario.

Problema di: Calorimetria - Q0003**Testo** [Q0003] [2★ 3👤 2a📖]

Quanta energia serve per innalzare, in un contenitore ermetico rigido, la temperatura di $m = 10 \text{ kg}$ di acqua da $T_i = 80^\circ\text{C}$ fino a $T_f = 130^\circ\text{C}$?

Spiegazione Per aumentare la temperatura di un materiale è necessario fornirgli del calore. Daremo quindi del calore per portare inizialmente l'acqua fino alla temperatura $T_{eb} = 100^\circ\text{C}$ alla quale l'acqua comincia a bollire. Continuiamo a fornire calore e l'acqua rimarrà alla stessa temperatura fino a quando si sarà trasformata tutta in vapore acqueo. Fornendo ulteriore calore possiamo finalmente innalzare la temperatura dell'acqua fino alla temperatura finale $T_f = 130^\circ\text{C}$.

Svolgimento La quantità di energia necessaria per aumentare la temperatura dell'acqua da $T_i = 80^\circ\text{C}$ fino alla temperatura di ebollizione $T_{eb} = 100^\circ\text{C}$ vale

$$\Delta Q_1 = c_s \cdot m \cdot \Delta T = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 10 \text{ kg} \cdot 20 \text{ K} \simeq 837 \text{ kJ}$$

La quantità di energia necessaria per far bollire completamente l'acqua vale

$$\Delta Q_2 = Q_{lat-eb} \cdot m = 2272 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 10 \text{ kg} = 22720 \text{ kJ}$$

La quantità di energia necessaria per aumentare la temperatura dell'acqua da $T_{eb} = 100^\circ\text{C}$ fino a $T_f = 130^\circ\text{C}$, tenendo conto che si tratta di un gas chiuso in un contenitore rigido, per cui dobbiamo utilizzare il calore specifico a volume costante espresso in $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$, vale

$$\Delta Q_3 = c_{sv} \cdot m \cdot \Delta T = 1616 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 10 \text{ kg} \cdot 30 \text{ K} = 484,8 \text{ kJ}$$

La quantità totale di energia che bisogna quindi fornire all'acqua è

$$\Delta Q_{tot} = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 = 24042 \text{ kJ}$$

Problema di: Calorimetria - Q0026**Testo** [Q0026] [2★ 3👤 2a📖]

Fornendo $\Delta Q_{tot} = 3000 \text{ kJ}$ ad un oggetto di piombo alla temperatura $T_i = 280 \text{ K}$, riesco a portarlo alla temperatura di fusione e fonderlo interamente. Quanta massa di piombo liquido avrò alla temperatura di fusione?

Spiegazione Per scaldare una massa di piombo è necessario fornire del calore. Per fonderla è necessario del calore. Sapendo che con il calore a disposizione riesco a scaldare il piombo fino alla temperatura di fusione, e riesco poi anche a fonderlo tutto, il problema si risolve eguagliando il calore a disposizione con quello necessario a scaldare prima, e fondere poi, il piombo



Fig. 3.10: Guarda il video youtu.be/eGdJhOG3p-U

Svolgimento Il calore necessario a scaldare il piombo è

$$\Delta Q_{ris} = c_s \cdot m \cdot \Delta T$$

considerando che il piombo lo devo scaldare fino alla temperatura di fusione

$$\Delta Q_{ris} = c_s \cdot m \cdot (T_{fus} - T_i)$$

Il calore necessario per far fondere il piombo è

$$\Delta Q_{fus} = Q_{lat-fus} \cdot m$$

Il calore ΔQ_{tot} indicato nel testo dell'esercizio serve sia per scaldare che per fondere il ferro, quindi

$$\Delta Q_{tot} = \Delta Q_{ris} + \Delta Q_{fus}$$

per cui

$$\Delta Q_{tot} = c_s \cdot m \cdot (T_{fus} - T_i) + Q_{lat-fus} \cdot m$$

$$\Delta Q_{tot} = m \cdot [c_s \cdot (T_{fus} - T_i) + Q_{lat-fus}]$$

ed infine

$$m = \frac{\Delta Q_{tot}}{c_s \cdot (T_{fus} - T_i) + Q_{lat-fus}}$$

$$m = \frac{3000000 \text{ J}}{129 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (600,61 \text{ K} - 280 \text{ K}) + 23,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 72,5 \text{ kg}$$

Problema di: Calorimetria - Q0017

Testo [Q0017] [3★ 4👤 2a📖]

Ad una sbarra di ferro di massa $m = 50 \text{ kg}$ e temperatura $T_i = 1500 \text{ K}$, fornisco $\Delta Q = 12000 \text{ kJ}$ di calore. Quale massa di ferro riesco a far fondere?

Spiegazione Alla temperatura a cui si trova il ferro, il calore che diamo serve per far scaldare quel ferro. Raggiunta la temperatura di fusione, il calore che avanza verrà utilizzato per far fondere parte del ferro.

Svolgimento Il calore necessario a scaldare la sbarra fino alla temperatura di fusione del ferro è

$$\Delta Q_{ris} = c_s m \Delta t = c_s m (T_{fus} - T_i)$$

$$\Delta Q_{ris} = 440 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 50 \text{ kg} \cdot (1808 \text{ K} - 1500 \text{ K}) = 6776 \text{ kJ}$$

Avanzano per la fusione

$$\Delta Q_{fus} = \Delta Q - \Delta Q_{ris} = 12000 \text{ kJ} - 6776 \text{ kJ} = 5224 \text{ kJ}$$

Questo calore fa fondere una certa massa di ferro

$$m_{fus} = \frac{\Delta Q_{fus}}{Q_{lat-fus}} = \frac{5224 \text{ kJ}}{247,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 21,13 \text{ kg}$$

Esercizi concettualmente identici

1. Ad un blocco di ghiaccio di massa $m = 10 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_i = -10^\circ \text{C}$ fornisco una quantità di calore $\Delta Q = 500 \text{ kJ}$. Quanto ghiaccio riesco a far sciogliere?

Problema di: Calorimetria - Q0006**Testo** [Q0006] [3★ 4🕒 2a📖]

Ad un oggetto di ferro di massa $m = 2\text{ kg}$, alla temperatura iniziale $T_i = 600\text{ K}$ vengono forniti $\Delta Q_{tot} = 2000\text{ kJ}$ di calore. Quanti kilogrammi di ferro riesco a far fondere?

Spiegazione Il ferro alla temperatura iniziale indicata nel problema è solido. Fornendogli calore l'oggetto comincerà a scaldarsi, se arriva alla temperatura di fusione allora l'oggetto comincerà a fondere.

Svolgimento Il ferro fonde alla temperatura $T_{fus} = 1808\text{ K}$. L'energia necessaria per scaldare l'oggetto dalla temperatura iniziale fino alla temperatura di fusione vale:

$$\Delta Q_1 = c_s m \Delta T = c_s m (T_{fus} - T_i)$$

$$\Delta Q_1 = 440 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 2\text{ kg} \cdot 1208\text{ K} = 1063040\text{ J} = 1063,04\text{ kJ}$$

L'energia fornita complessivamente è molto maggiore, quindi avanza del calore che verrà utilizzato per far fondere il ferro. Nel complesso avanzano

$$\Delta Q_2 = \Delta Q_{tot} - \Delta Q_1 = 936,96\text{ kJ}$$

Utilizzando la legge della transizione di fase, con questa quantità di calore è possibile calcolare quanta massa di ferro è possibile far fondere.

$$m_f = \frac{\Delta Q_2}{Q_{lat-fus}} = \frac{936,96\text{ kJ}}{247,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 3,79\text{ kg}$$

Tutto il ferro a disposizione viene quindi fuso, in quanto con l'energia a disposizione saremmo in grado di fondere molto più dei 2 kg di ferro a disposizione.

Griglia di valutazione

- 20% - Identificare i fenomeni coinvolti identificando la prima fase di riscaldamento e la successiva fusione
- 40% - Calcolare il calore utilizzato per scaldare il ferro.
- 40% - calcolare la massa che si riesce a fondere facendo le opportune considerazioni a riguardo

Problema di: Calorimetria - Q0031**Testo** [Q0031] [3★ 5👍 3a📖]

Una sbarra di ferro di massa $m = 3 \text{ kg}$ alla temperatura $T_{i-\text{ferro}} = 800 \text{ K}$ viene fatta raffreddare per immersione in una vasca d'acqua alla temperatura $T_{i-\text{acqua}} = 300 \text{ K}$. Quale quantità *minima* di acqua devo usare per raffreddare il ferro senza che l'acqua cominci a bollire?

Spiegazione Il ferro e l'acqua a contatto raggiungeranno la stessa temperatura. Tanto meno acqua utilizzerò, tanto più alta sarà la temperatura di equilibrio raggiunta. La minima quantità di acqua utilizzabile corrisponderà alla massima temperatura raggiungibile. Visto che vogliamo che l'acqua non cominci a bollire, allora tale temperatura è quella di ebollizione dell'acqua.

Svolgimento Il ferro e l'acqua a contatto raggiungeranno la stessa temperatura:

$$T_{eq} = \frac{c_{s-Fe}m_{Fe}T_{i-Fe} + c_{s-H_2O}m_{H_2O}T_{i-H_2O}}{c_{s-Fe}m_{Fe} + c_{s-H_2O}m_{H_2O}}$$

$$(c_{s-Fe}m_{Fe} + c_{s-H_2O}m_{H_2O}) \cdot T_{eq} = c_{s-Fe}m_{Fe}T_{i-Fe} + c_{s-H_2O}m_{H_2O}T_{i-H_2O}$$

$$c_{s-Fe}m_{Fe}T_{eq} + c_{s-H_2O}m_{H_2O}T_{eq} = c_{s-Fe}m_{Fe}T_{i-Fe} + c_{s-H_2O}m_{H_2O}T_{i-H_2O}$$

$$c_{s-H_2O}m_{H_2O}T_{eq} - c_{s-H_2O}m_{H_2O}T_{i-H_2O} = c_{s-Fe}m_{Fe}T_{i-Fe} - c_{s-Fe}m_{Fe}T_{eq}$$

$$m_{H_2O} \cdot (c_{s-H_2O}T_{eq} - c_{s-H_2O}T_{i-H_2O}) = c_{s-Fe}m_{Fe}T_{i-Fe} - c_{s-Fe}m_{Fe}T_{eq}$$

$$m_{H_2O} = \frac{c_{s-Fe} \cdot m_{Fe} (T_{i-Fe} - T_{eq})}{c_{s-H_2O} \cdot (T_{eq} - T_{i-H_2O})}$$

$$m_{H_2O} = \frac{440 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 3 \text{ kg} (800 \text{ K} - 373,15 \text{ K})}{4186 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (373,15 \text{ K} - 300 \text{ K})} = 1,84 \text{ kg}$$

Problema di: Calorimetria - Q0030**Testo** [Q0030] [4★ 5👍 3a📖]

In un contenitore termicamente isolato sono presenti una massa $m_g = 500 \text{ g}$ di ghiaccio alla temperatura $T_{ig} = 0^\circ \text{C}$ ed una massa $m_v = 600 \text{ g}$ di vapore acqueo alla temperatura $T_{iv} = 100^\circ \text{C}$. Calcola la temperatura di equilibrio del sistema e quanto vapore rimane.

Spiegazione In natura il calore si sposta dagli oggetti più caldi verso gli oggetti più freddi. Il vapore fonde il ghiaccio cedendogli calore; il vapore, cedendo calore, si condensa.

Svolgimento La quantità di calore che serve per fondere il ghiaccio è

$$\Delta Q_{fus} = Q_{lat-fus} \cdot m = 335 \frac{kJ}{kg} \cdot 0,5 \text{ kg} = 167500 \text{ J}$$

Per poi portare il liquido alla temperatura di ebollizione servono

$$\Delta Q_{0 \rightarrow 100} = c_s m \Delta T = 4186 \frac{J}{kgK} \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot 100 \text{ K} = 209300 \text{ J}$$

Il calore totale sottratto al vapore è quindi

$$\Delta Q = \Delta Q_{fus} + \Delta Q_{0 \rightarrow 100} = 376800 \text{ J}$$

Sottraendo questa quantità di calore al vapore, la quantità di vapore che riesco a far condensare è

$$m_{cond} = \frac{\Delta Q}{Q_{lat-eb}} = \frac{376,8 \text{ kJ}}{2272 \frac{kJ}{kg}} = 0,166 \text{ kg}$$

Rimane quindi una massa di vapore pari a

$$m = m_v - m_{cond} = 434 \text{ g}$$

Problema di: Calorimetria - Q0018**Testo** [Q0018] [4★ 5🕒 3a📖]

Un pezzo di ferro di massa $m = 5 \text{ kg}$ alla temperatura $T_i = 1600 \text{ K}$ viene immerso in un volume $V = 2 \text{ litri}$ di acqua liquida alla temperatura di ebollizione. Quanta massa di acqua diventerà vapore?

Spiegazione In questo esercizio abbiamo un oggetto di ferro immerso nell'acqua. Visto che l'acqua si trova alla temperatura di ebollizione $T_{eb} = 100^\circ\text{C}$, e che il ferro ha una temperatura maggiore, il ferro cederà calore all'acqua. In questa situazione, il ferro si raffredderà, mentre la temperatura dell'acqua rimarrà costante visto che avviene il fenomeno dell'ebollizione. La temperatura finale del ferro sarà quindi uguale a quella di ebollizione dell'acqua.

Svolgimento Calcoliamo prima di tutto quanto calore il ferro cede all'acqua.

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 440 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 5 \text{ kg} \cdot (373,15 \text{ K} - 1600 \text{ K}) = -2699070 \text{ J}$$

Ovviamente il segno meno indica solamente che questo calore è in uscita dall'oggetto di ferro. Calcoliamo adesso quanta acqua passa allo stato gassoso grazie a quel calore ceduto

$$m_{eb} = \frac{\Delta Q}{Q_{lat-eb}} = \frac{2699,070 \text{ kJ}}{2272 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 1,188 \text{ kg}$$

Problema di: Calorimetria - Q0008**Testo** [Q0008] [2★ 2🕒 2a📖]

Di quanto devo scaldare una sbarra di alluminio di lunghezza iniziale $l_{Al-i} = 2000 \text{ mm}$ ed una sbarra di ferro di lunghezza iniziale $l_{Fe-i} = 2001 \text{ mm}$ affinché raggiungano la stessa lunghezza?

Spiegazione Ammettendo che le due sbarre, scaldandosi, non fondano, entrambe si dilatano aumentando la loro lunghezza. L'alluminio si dilata più di quanto faccia il ferro; quindi è possibile che le due sbarre abbiano alla fine la stessa lunghezza. Il punto chiave del problema è che l'aumento di temperatura delle due sbarre è lo stesso (probabilmente sono state messe nello stesso forno).

Svolgimento Per prima cosa chiamiamo x la differenza di lunghezza delle due sbarre; quindi $x = l_{Fe} - l_{Al}$

Visto che le lunghezze finali delle due sbarre devono essere uguali, allora

$$l_{Al-f} = l_{Fe-f}$$

$$\Delta l_{Al} = \Delta l_{Fe} + x$$

$$\lambda_{Al} l_{Al-i} \Delta T = \lambda_{Fe} l_{Fe-i} \Delta T + x$$

$$(\lambda_{Al} l_{Al-i} - \lambda_{Fe} l_{Fe-i}) \Delta T = x$$

$$\Delta T = \frac{x}{\lambda_{Al} l_{Al-i} - \lambda_{Fe} l_{Fe-i}} = 38,5 \text{ K}$$

Esercizi concettualmente identici

- Una sbarra di rame e una d'oro lunghe entrambe $l_i = 50 \text{ cm}$ si trovano in uno stretto contenitore lungo $l_c = 100,01 \text{ cm}$. Di quanto posso scaldare al massimo le due sbarre?

[$\Delta t = 6,45 \text{ K}$]

Problema di: Calorimetria - Q0024**Testo** [Q0024] [2★ 3👤 2a📖]

Un termometro a mercurio è costituito da una piccola ampolla che contiene mercurio. Da tale ampolla esce un tubicino di sezione $S = 0,2 \text{ mm}^2$. La quantità totale di mercurio nel termometro è $m = 30 \text{ g}$. Inizialmente il termometro si trova a $T_i = 20^\circ\text{C}$. Il coefficiente di dilatazione termica volumetrico del mercurio è $\delta = 0,18 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$. Di quanti millimetri sale il livello del mercurio nel tubicino se in una giornata calda siamo a $T_f = 35^\circ\text{C}$

Spiegazione Il livello del mercurio nel tubicino sale in quanto il mercurio, scaldandosi, si dilata ed aumenta il suo volume. Il volume in più rispetto a prima è quello che si è posizionato nel tubicino ed ha quindi forma cilindrica di sezione S

Svolgimento Cominciamo con il calcolarci il volume iniziale del mercurio:

$$V_i = \frac{m}{\rho} = \frac{30 \text{ g}}{13,579 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 2,21 \text{ cm}^3$$

Calcoliamo adesso la variazione di temperatura del mercurio (ricordandoci che stiamo calcolando una *variazione* di temperatura e quindi $K = ^\circ\text{C}$).

$$\Delta T = T_f - T_i = 15^\circ\text{C} = 15 \text{ K}$$

Calcoliamo adesso la variazione di volume del mercurio

$$\Delta V = \delta V_i \Delta T = 0,18 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \cdot 2,21 \text{ cm}^3 \cdot 15 \text{ K} = 0,006 \text{ cm}^3 = 6 \text{ mm}^3$$

Possiamo infine calcolarci di quanto è salita la colonnina di mercurio.

$$h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{6 \text{ mm}^3}{0,2 \text{ mm}^2} = 30 \text{ mm}$$

Problema di: Calorimetria - Q0029**Testo** [Q0029] [3★ 2👤 2a📖]

Un corpo di $m = 5 \text{ kg}$ di ferro a temperatura $T = 300 \text{ K}$, riceve $\Delta Q = 4400 \text{ J}$ di calore. Di quanto aumenta il suo volume?

Spiegazione Se forniamo ad un pezzo di ferro solido del calore senza che il pezzo di ferro cominci a fondere, allora questo si scalda e si dilata. Possiamo quindi calcolarci di quanto aumenta il suo volume a causa della dilatazione termica.

Svolgimento L'oggetto di ferro si trovava alla temperatura $T_i = 300 \text{ K}$, quindi inizialmente si scalda. Calcoliamoci di quanto aumenta la sua temperatura.

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{c_s \cdot m} = \frac{4400 \text{ J}}{440 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 5 \text{ kg}} = 2 \text{ K}$$

L'oggetto si trovava inizialmente alla temperatura $T_i = 300 \text{ K}$ e quindi non arriva alla temperatura di fusione del ferro $T_{fus} = 1808 \text{ K}$. Gli unici fenomeni che accadono sono il riscaldamento e la dilatazione termica.

Calcoliamoci adesso il volume iniziale del ferro, conoscendone la densità, e la variazione del suo volume.

$$V_i = \frac{m}{\rho_{Fe}} = \frac{5 \text{ kg}}{7874 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 6,35 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\Delta V = 3\lambda V_i \Delta T = 36 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \cdot 6,35 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot 2 \text{ K} = 4,572 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$$

La formula finale dell'esercizio facendo solo conti letterali sarebbe

$$\Delta V = 3\lambda \cdot \frac{m}{\rho_{Fe}} \cdot \frac{\Delta Q}{c_s \cdot m} = \frac{3\lambda}{\rho_{Fe}} \cdot \frac{\Delta Q}{c_s}$$

Problema di: Calorimetria - Q0040**Testo** [Q0040] [4★ 4⌚ 3a📖]

Due barrette sottili della stessa lunghezza $x = 1\text{ m}$ e spessore $2d = 2\text{ mm}$, una di rame ed una di alluminio, sono saldate insieme. Variando la temperatura esse assumono forma circolare. Calcola il raggio della circonferenza in funzione della variazione di temperatura.

Spiegazione In questo problema viene presentato il comportamento di un materiale bimetallico. Due barrette di materiale differente scaldandosi si dilatano in modo differente. Di lunghezza differente, devono comunque mantenere uguale la lunghezza del lato saldato, e quindi devono potere dilatarsi senza muoversi una rispetto all'altra. Il modo in cui questo può avvenire è assumendo una forma circolare. La barretta esterna sarà più lunga senza che le due barrette sul lato saldato debbano muoversi.

Svolgimento Gli allungamenti delle due barrette sono

$$\Delta l_{Cu} = \lambda_{Cu} x \Delta T$$

$$\Delta l_{Al} = \lambda_{Al} x \Delta T$$

La lunghezza delle due sbarre scaldate è quindi

$$l_{Cu} = x (1 + \lambda_{Cu} \Delta T)$$

$$l_{Al} = x (1 + \lambda_{Al} \Delta T)$$

Detto r il raggio di curvatura del materiale bimetallico, le due barrette si dispongono su di una forma circolare di raggi

$$r_{Cu} = r - d$$

$$r_{Al} = r + d$$

La lunghezza delle due circonferenze disegnate dal rame e dall'alluminio è differente di un fattore

$$c = 2\pi \frac{r + d}{r - d}$$

Le due sbarre differiscono in lunghezza di un fattore

$$c' = \frac{l_{Al}}{l_{Cu}} = \frac{1 + \lambda_{Cu} \Delta T}{1 + \lambda_{Al} \Delta T}$$

Il problema si risolve imponendo che i due fattori siano uguali

$$c = c'$$

$$2\pi \frac{r + d}{r - d} = \frac{1 + \lambda_{Cu} \Delta T}{1 + \lambda_{Al} \Delta T}$$

$$2\pi (r + d) (1 + \lambda_{Al} \Delta T) = (r - d) (1 + \lambda_{Cu} \Delta T)$$

$$2\pi r (1 + \lambda_{Al} \Delta T) + 2\pi d (1 + \lambda_{Al} \Delta T) = r (1 + \lambda_{Cu} \Delta T) - d (1 + \lambda_{Cu} \Delta T)$$

Problema di: Calorimetria - Q0036**Testo** [Q0036] [4★ 5👍 5a📖]

Un contenitore pieno di un certo liquido a temperatura T_i scambia energia con l'ambiente esterno a temperatura T_a supposta costante, ed inferiore alla temperatura del liquido. Sappiamo che la rapidità con cui il calore viene ceduto dal liquido è proporzionale alla differenza di temperatura con l'ambiente esterno. Trovare l'andamento della temperatura del liquido in funzione del tempo.

Spiegazione Questo è un problema che parla del raffreddamento di un liquido, con l'informazione su quanto rapidamente il calore viene ceduto. Scrivendo tali informazioni di costruisce l'equazione differenziale che risolve il problema.

Svolgimento Trattandosi del raffreddamento di un liquido avremo

$$\Delta Q = c_s m \Delta T$$

ed al tempo stesso sappiamo che

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\alpha (T - T_a)$$

con T la temperatura del corpo e ΔQ il calore fornito al corpo.

Quindi

$$\frac{c_s m \Delta T}{\Delta t} = -\alpha (T - T_a)$$

$$\frac{\Delta T}{(T - T_a)} = -\frac{\alpha}{c_s m} \Delta t$$

in forma differenziale

$$\frac{dT}{(T - T_a)} = -\frac{\alpha}{c_s m} dt$$

integrando l'equazione avremo

$$\int_{T_i}^T \frac{dT}{(T - T_a)} = -\frac{\alpha}{c_s m} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{(T - T_a)}{(T_i - T_a)} = -\frac{\alpha}{c_s m} t$$

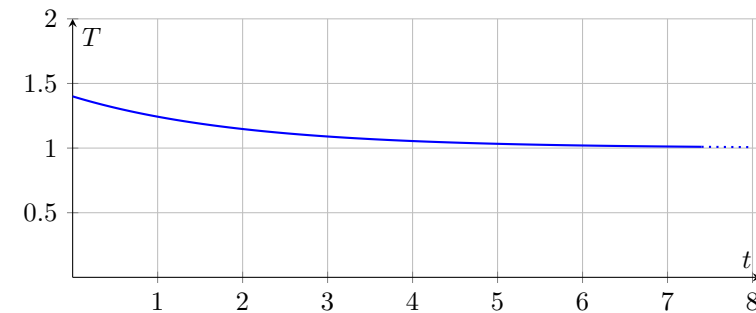
$$(T - T_a) = (T_i - T_a) e^{-\frac{\alpha}{c_s m} t}$$

$$T = T_a + (T_i - T_a) e^{-\frac{\alpha}{c_s m} t}$$

Nel caso di un corpo che Parte dalla temperatura iniziale $T_i = 1.4 \cdot T_a$ secondo l'equazione

$$T = T_a - 0,4T_a e^{-\frac{1}{2}t}$$

Sull'asse verticale del grafico le unità sono indicate in funzione di T_a



Problema di: Leggi di calorimetria e leggi di conservazione - LQ0002**Testo** [LQ0002] [2★ 2🕒 2a📖]

Un corpo di ferro ha massa $m = 20 \text{ kg}$ e temperatura iniziale $T_i = 400 \text{ K}$. Esso striscia, fino a fermarsi, su di un piano orizzontale, con una velocità iniziale $V_i = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ammettendo che tutto il calore prodotto sia utilizzato per scaldare il corpo, di quanto aumenta la sua temperatura?

Spiegazione Le forze di attrito trasformano l'energia cinetica dell'oggetto in calore. Il calore è trasferito all'oggetto che di conseguenza aumenta la sua temperatura. Il problema chiede di strascicare il calore trasferito al piano di appoggio ed all'aria.

Svolgimento La quantità di energia cinetica persa dall'oggetto è

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = 10 \text{ kg} \cdot 16 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = -160 \text{ J}$$

Il calore in ingresso nell'oggetto è quindi

$$\Delta Q = -\Delta E_c = 160 \text{ J}$$

Di conseguenza l'aumento di temperatura del corpo di ferro, ammettendo che non ci siano dispersioni nell'ambiente circostante, sarà

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{c_s m} = \frac{160 \text{ J}}{440 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 20 \text{ kg}} = 1,82 \cdot 10^{-2} \text{ K}$$

Problema di: Leggi di calorimetria e leggi di conservazione - LQ0001**Testo** [LQ0001] [3★ 3🕒 2a📖]

Un corpo ferro di massa $m = 20 \text{ kg}$ si trova in una piccola piscina, fermo ed immerso nell'acqua, all'altezza dal fondo $h_i = 50 \text{ cm}$. Nella piscina ci sono $m_2 = 50 \text{ kg}$ di acqua. La piscina è termicamente isolata dal mondo esterno. Ad un certo punto l'oggetto comincia a cadere verso il fondo della piscina fino a fermarsi sul fondo. Di quanto si scalda l'acqua della piscina?

Spiegazione L'oggetto che cade perde energia potenziale gravitazionale. Parte dell'energia diventa energia potenziale gravitazionale dell'acqua che sale ad occupare il volume precedentemente occupato dal ferro; l'energia restante, essendo trasferita all'acqua sotto forma di calore, ne fa innalzare la temperatura.

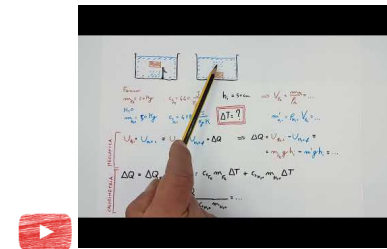


Fig. 3.11: Guarda il video youtu.be/ABnNhU9ZXaQ

Svolgimento Il volume dell'oggetto di ferro è

$$V_{Fe} = \frac{m}{\rho_{Fe}} = \frac{20 \text{ kg}}{7874 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 2,54 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

L'oggetto è sceso verso il fondo, ed un eguale volume di acqua è salita dal fondo fino all'altezza $h = 50 \text{ cm}$. Le variazioni di energia potenziale gravitazionale e la conseguente produzione di calore sono

$$\Delta U_{Fe} = mg\Delta h = 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5 \text{ m} = 98 \text{ J}$$

$$\Delta U_{H_2O} = mg\Delta h = \rho_{H_2O} V_{Fe} g \Delta h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2,54 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (-0,5 \text{ m}) = -12,45 \text{ J}$$

$$\Delta Q = \Delta U_{Fe} + \Delta U_{H_2O} = 85,55 \text{ J}$$

Di conseguenza l'aumento di temperatura dell'acqua, ammettendo che non ci siano dispersioni nell'ambiente circostante, e considerando che tale aumento avverrà anche nell'oggetto di ferro, sarà

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{c_{s_{H_2O}} m_{H_2O} + c_{s_{Fe}} m_{Fe}} = \frac{85,55 \text{ J}}{4186 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 50 \text{ kg} + 440 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 20 \text{ kg}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ K}$$

Problema di: Leggi di Conservazione e calorimetria- LPQ0003

Testo [LPQ0003] [4★ 4🕒 3a📖]

Un proiettile di piombo di massa $m = 20 \text{ g}$ alla temperatura iniziale $T_{ip} = 200^\circ\text{C}$ viene sparato alla velocità $U = 800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ contro un blocco di legno di massa $M = 380 \text{ g}$ alla temperatura $T_{il} = 30^\circ\text{C}$. Quale temperatura raggiungerà il blocco con il proiettile inserito? $\left[c_{s_{legno}} = 2000 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \right]$

Spiegazione Il proiettile urta anelasticamente un blocco di legno trasferendogli dell'energia. Inoltre proiettile e legno si scambiano calore essendo a temperature differenti.

Svolgimento Cominciamo con il determinare la velocità U_f del blocco dopo l'urto

$$mU = (m + M) U_f$$

$$U_f = \frac{m}{M + m} U = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Il calore disperso a causa dell'urto anelastico risulta essere la differenza tra l'energia meccanica prima e dopo l'urto. Con la legge di conservazione dell'energia otteniamo

$$\Delta Q = E_{c_i} - E_{c_f} = \frac{1}{2} m U^2 - \frac{1}{2} (M + m) U_f^2$$

$$\Delta Q = \frac{1}{2} m U^2 - \frac{1}{2} \frac{m^2}{M + m} U^2 = \frac{1}{2} m U^2 \cdot \left(\frac{M}{M + m} \right)$$

$$\Delta Q = 6080 \text{ J}$$

Dobbiamo adesso determinare la temperatura di equilibrio raggiunta. Il calore in ingresso nel proiettile sommato al calore in ingresso nel blocco di legno deve essere uguale al calore fornito dall'urto anelastico.

$$\Delta Q_p + \Delta Q_l = \Delta Q$$

$$c_{s_p} m (T_f - T_{ip}) + c_{s_l} M (T_f - T_{il}) = \Delta Q$$

da cui ricaviamo T_f

$$T_f = \frac{\Delta Q + c_{sp} m T_{ip} + c_{sl} M T_{il}}{c_{sp} m + c_{sl} M}$$

$$T_f = \frac{6080 \text{ J} + 130 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,02 \text{ kg} \cdot 473 \text{ K} + 2000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,38 \text{ kg} \cdot 303 \text{ K}}{130 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,02 \text{ kg} + 2000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,38 \text{ kg}}$$

$$T_f = 311,6 \text{ K}$$

Problema di: Calorimetria - Q0006a

Testo [Q0006a] [3★ 4🕒 2a📖]

Ad un oggetto di ferro di massa $m = 2 \text{ kg}$, alla temperatura iniziale $T_i = 2500 \text{ K}$ vengono tolti $\Delta Q_{tot} = 2000 \text{ kJ}$ di calore. Quanti kilogrammi di ferro riesco a fare solidificare?

Spiegazione [...]

Svolgimento [...]

Griglia di valutazione

- 20% - Identificare i fenomeni coinvolti identificando la prima fase di raffreddamento e la successiva solidificazione
- 40% - Calcolare il calore sottratto per raffreddare il ferro.
- 40% - calcolare la massa che si riesce a solidificare facendo le opportune considerazioni a riguardo

3.2 Temperatura di equilibrio

Problema di: calorimetria - Q0021

Testo [Q0021] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖]

Due oggetti dello stesso materiale, di massa $m_1 = 5\text{ kg}$ ed $m_2 = 15\text{ kg}$, e con temperature $T_1 = 300^\circ\text{C}$ e $T_2 = 500^\circ\text{C}$, vengono messi a contatto. Senza fare calcoli, cosa puoi dire della temperatura che raggiungeranno? Perché?

Spiegazione Due oggetti a contatto si scambiano calore. Il più caldo darà calore al più freddo fino a che non raggiungono la stessa temperatura. La differente capacità termica dei due oggetti determinerà quale dei due cambia maggiormente la sua temperatura.

Svolgimento Visti i valori delle temperature iniziali, il primo oggetto si scalderà mentre il secondo si raffredderà. Visto che i due oggetti sono dello stesso materiale, per determinare la capacità termica contano solo le masse dei due oggetti. Quindi

$$C_1 < C_2$$

Il primo oggetto cambierà maggiormente la sua temperatura di quanto farà il secondo oggetto. La media delle due temperature è $T = 400^\circ\text{C}$. Visto che il primo oggetto deve scaldarsi molto ed il secondo raffreddarsi meno, allora la temperatura di equilibrio raggiunta sarà

$$400^\circ\text{C} < T_{eq} < 500^\circ\text{C}$$

Problema di: calorimetria - Q0021a

Testo [Q0021a] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖]

Due oggetti dello stesso materiale, di massa $m_1 = 5\text{ kg}$ ed $m_2 = 15\text{ kg}$, e di temperatura $T_1 = 500^\circ\text{C}$ e $T_2 = 300^\circ\text{C}$, sono messi a contatto. Senza fare calcoli, cosa puoi dire della temperatura che raggiungeranno?

Svolgimento L'esercizio è assolutamente identico all'esercizio [Q0021] solo che qui il primo oggetto, quello cioè che cambia maggiormente la sua temperatura, è quello più caldo che si raffredda, mentre il secondo, quello che cambia di poco la sua temperatura, è quello più freddo. Quindi

$$300^\circ\text{C} < T_{eq} < 400^\circ\text{C}$$

Problema di: Calorimetria - Q0013**Testo** [Q0013] [1★ 1🔑 2a📖]

Un oggetto di materiale sconosciuto e di massa $m_1 = 5 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{i1} = 350 \text{ K}$ viene messo a contatto con un oggetto dello stesso materiale e di massa $m_2 = 30 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{i2} = 300 \text{ K}$. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i due oggetti?

Spiegazione Per calcolare la temperatura di equilibrio tra due oggetti messi a contatto abbiamo una sola formula da utilizzare

Svolgimento Utilizziamo la giusta formula:

$$T_{eq} = \frac{c_s m_1 T_{i1} + c_s m_2 T_{i2}}{c_s m_1 + c_s m_2}$$

Essendo i due oggetti fatti dello stesso materiale, i calori specifici sono stati indicati con lo stesso simbolo c_s che poi possiamo raccogliere a fattore comune.

$$T_{eq} = \frac{c_s (m_1 T_{i1} + m_2 T_{i2})}{c_s (m_1 + m_2)}$$

Adesso possiamo semplificare i calori specifici.

$$T_{eq} = \frac{m_1 T_{i1} + m_2 T_{i2}}{m_1 + m_2} = \frac{1750 \text{ kg K} + 9000 \text{ kg K}}{35 \text{ kg}} = 307,14 \text{ K}$$

Problema di: Calorimetria - Q0013a**Testo** [Q0013a] [1★ 1🔑 2a📖]

Un oggetto di ferro a temperatura $T_{i1} = 350 \text{ K}$ viene messo a contatto con un oggetto di rame della stessa massa, a temperatura $T_{i2} = 300 \text{ K}$. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i due oggetti?

Spiegazione Per calcolare la temperatura di equilibrio tra due oggetti messi a contatto abbiamo una sola formula da utilizzare. Teniamo comunque presente che le masse dei due oggetti sono uguali.

Svolgimento Utilizziamo la giusta formula:

$$T_{eq} = \frac{c_{s1} m T_{i1} + c_{s2} m T_{i2}}{c_{s1} m + c_{s2} m}$$

Avendo i due oggetti la stessa massa, tale grandezza è stata indicata con la stessa lettera per i due oggetti in modo da raccogliere a fattor comune.

$$T_{eq} = \frac{m (c_{s1} T_{i1} + c_{s2} T_{i2})}{m (c_{s1} + c_{s2})}$$

Adesso possiamo semplificare i calori specifici.

$$T_{eq} = \frac{c_{s1} T_{i1} + c_{s2} T_{i2}}{c_{s1} + c_{s2}} = \frac{440 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 350 \text{ K} + 380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}}{820 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 326,8 \text{ K}$$

Problema di: Calorimetria - Q0013b**Testo** [Q0013b] [1★ 1½🕒 2a📖]

Tre oggetti dello stesso materiale, rispettivamente di massa $m_1 = 20 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{1i} = 300 \text{ K}$, di massa $m_2 = 10 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{2i} = 350 \text{ K}$, e di massa $m_3 = 1 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{3i} = 325 \text{ K}$, sono messi a contatto. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno?

Spiegazione Per calcolare la temperatura di equilibrio tra tre oggetti messi a contatto abbiamo una sola formula da utilizzare

Svolgimento Utilizziamo la giusta formula, con lo stesso calore specifico essendo dli oggetti dello stesso materiale, otteniamo:

$$T_{eq} = \frac{c_s m_1 T_{1i} + c_s m_2 T_{2i} + c_s m_3 T_{3i}}{c_s m_1 + c_s m_2 + c_s m_3}$$

Essendo i due oggetti fatti dello stesso materiale, i calori specifici sono stati indicati con lo stesso simbolo c_s che poi possiamo raccogliere a fattore comune.

$$T_{eq} = \frac{c_s (m_1 T_{1i} + m_2 T_{2i} + m_3 T_{3i})}{c_s (m_1 + m_2 + m_3)}$$

Adesso possiamo semplificare i calori specifici.

$$T_{eq} = \frac{m_1 T_{1i} + m_2 T_{2i} + m_3 T_{3i}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Problema di: Calorimetria - Q0013c**Testo** [Q0013c] [1★ 2🕒 2a📖]

Un oggetto di materiale sconosciuto e di massa $m_1 = 5 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{i1} = 350 \text{ K}$ viene messo a contatto con un oggetto di ferro, di massa $m_2 = 30 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{i2} = 300 \text{ K}$. Sapendo che raggiungeranno la stessa temperatura, quanto vale il calore specifico del materiale sconosciuto?

Spiegazione Per calcolare la temperatura di equilibrio tra due oggetti messi a contatto abbiamo una sola formula da utilizzare. Chiedendo il calore specifico di uno dei due materiali, sarà necessario svolgere un po' di passaggi algebrici.

Svolgimento Utilizziamo la giusta formula otteniamo:

$$T_{eq} = \frac{c_{s1} m_1 T_{i1} + c_{sx} m_2 T_{i2}}{c_{s1} m_1 + c_{sx} m_2}$$

Moltiplichiamo per il denominatore

$$c_{s1} m_1 T_{eq} + c_{sx} m_2 T_{eq} = c_{s1} m_1 T_{i1} + c_{sx} m_2 T_{i2}$$

Portiamo l'incognita dalla stessa parte dell'uguale

$$c_{sx} m_2 T_{eq} - c_{sx} m_2 T_{i2} = c_{s1} m_1 T_{i1} - c_{s1} m_1 T_{eq}$$

Raccogliamo a fattor comune e risolviamo

$$c_{sx} (m_2 T_{eq} - m_2 T_{i2}) = c_{s1} m_1 T_{i1} - c_{s1} m_1 T_{eq}$$

$$c_{sx} = \frac{c_{s1} m_1 T_{i1} - c_{s1} m_1 T_{eq}}{(m_2 T_{eq} - m_2 T_{i2})}$$

Problema di: Calorimetria - Q0013d**Testo** [Q0013d] [1★ 2⌚ 2a📖]

Un oggetto di ferro, di massa $m_1 = 5 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{i1} = 350 \text{ K}$, viene messo a contatto con un oggetto di rame alla temperatura iniziale $T_{i2} = 300 \text{ K}$. Sapendo che raggiungeranno la stessa temperatura $T_{eq} = 320 \text{ K}$, quanto vale la massa del rame?

Spiegazione Per calcolare la temperatura di equilibrio tra due oggetti messi a contatto abbiamo una sola formula da utilizzare. Chiedendo la massa di uno dei due materiali, sarà necessario svolgere un po' di passaggi algebrici.

Svolgimento [...]**Problema di: Calorimetria - Q0038****Testo** [Q0038] [1½★ 2⌚ 2a📖]

Se metto un pezzo di ferro di massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ alla temperatura $T_1 = 200^\circ\text{C}$ dentro un contenitore pieno di $m = 5 \text{ kg}$ di acqua alla temperatura $T_2 = 20^\circ\text{C}$, di quanti gradi si scalda l'acqua?

Spiegazione L'acqua ed il ferro, avendo temperature differenti, raggiungono una temperatura di equilibrio. In particolare per questo problema l'acqua si scalda ed il ferro si raffredda.

Svolgimento La temperatura che i due oggetti raggiungono è

$$T_{eq} = \frac{c_{s1}m_1T_1 + c_{s2}m_2T_2}{c_{s1}m_1 + c_{s2}m_2} = \frac{440 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot 200^\circ\text{C} + 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 5 \text{ kg} \cdot 20^\circ\text{C}}{440 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 2 \text{ kg} + 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 5 \text{ kg}}$$

$$T_{eq} = \frac{594600 \frac{\text{J}^\circ\text{C}}{\text{K}}}{21810 \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 27,3^\circ\text{C}$$

L'aumento di temperatura dell'acqua è quindi

$$\Delta T = T_{eq} - T_2 = 7,3^\circ\text{C}$$

E' importante controllare che la temperatura raggiunta dall'acqua sia sotto il valore per l'ebollizione. In questo caso ne è molto al di sotto.

Problema di: Calorimetria - Q0037**Testo** [Q0037] [4★ 5👍 5a📖]

Un contenitore adiabatico contiene due liquidi differenti a temperatura iniziale rispettivamente T_{1i} e $T_{2i} > T_{1i}$, separati da una paratia che permette scambi di calore. La rapidità dello scambio di calore è proporzionale alla superficie della paratia di separazione. Calcola l'andamento delle temperature dei due liquidi in funzione del tempo. Utilizza la funzione trovata per verificare la formula della temperatura di equilibrio tra due corpi posti a contatto.

Spiegazione Questo è un problema che parla dello scambio di calore tra due liquidi e della conseguente variazione di temperatura. Sappiamo inoltre quanto rapidamente il calore viene ceduto da un liquido all'altro. Scrivendo tali informazioni si costruisce l'equazione differenziale che risolve il problema.

Svolgimento Il processo di scambio del calore può essere scritto come

$$\Delta Q_1 + \Delta Q_2 = 0$$

indicando ΔQ come *il calore in ingresso* ed affermando che tutto il calore in uscita dal corpo più caldo entra in quello più freddo. In forma differenziale, avremo

$$\begin{cases} dQ_1 + dQ_2 = 0 \\ \frac{dQ_1}{dt} = -\alpha (T_1 - T_2) \\ dQ_1 = C_1 dT_1 \\ dQ_2 = C_2 dT_2 \end{cases}$$

Da queste equazioni possiamo scrivere

$$\frac{dQ_1}{dt} = C_1 \frac{dT_1}{dt}$$

$$C_1 \frac{dT_1}{dt} = -\alpha (T_1 - T_2)$$

derivando

$$C_1 \frac{d^2 T_1}{dt^2} = -\alpha \left(\frac{dT_1}{dt} - \frac{dT_2}{dt} \right)$$

sappiamo poi che il calore in uscita dal corpo caldo entra nel corpo freddo

$$dQ_1 = dQ_2$$

$$C_1 dT_1 = -C_2 dT_2$$

e quindi

$$C_1 \frac{d^2 T_1}{dt^2} = -\alpha \left(\frac{dT_1}{dt} + \frac{C_1}{C_2} \frac{dT_1}{dt} \right)$$

$$\frac{d^2 T_1}{dt^2} = -\alpha \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) \frac{dT_1}{dt}$$

Integrando l'equazione ed indicando con k la costante di integrazione

$$\frac{dT_1}{dt} = -\alpha \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) T_1 + k$$

Per valutare ora la costante k teniamo presenti le seguenti condizioni per l'istante iniziale $t = t_i = 0$:

$$\begin{cases} t_i = 0 \\ T_1 = T_{i1} \\ \frac{dT_1}{dt} = -\frac{\alpha}{C_1} (T_{i1} - T_{i2}) \end{cases}$$

da cui

$$k = -\frac{\alpha}{C_1} (T_{i1} - T_{i2}) + \frac{\alpha}{C_1} \left(\frac{C_1 + C_2}{C_2} \right) T_{i1} = \alpha \frac{C_2 + C_1}{C_2 C_1} \frac{C_1 T_{i1} + C_2 T_{i2}}{C_1 + C_2}$$

definendo

$$T_{eq} = \frac{C_1 T_{i1} + C_2 T_{i2}}{C_1 + C_2}$$

avremo

$$k = \alpha \frac{C_2 + C_1}{C_2 C_1} T_{eq}$$

L'equazione è adesso

$$\frac{dT_1}{dt} = -\alpha \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) T_1 + \alpha \frac{C_2 + C_1}{C_2 C_1} T_{eq}$$

$$\frac{dT_1}{dt} = -\alpha \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) (T_1 - T_{eq})$$

Integrando avremo

$$\int_{T_{i1}}^{T_1} \frac{dT_1}{(T_1 - T_{eq})} = \int_0^t -\alpha \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) dt$$

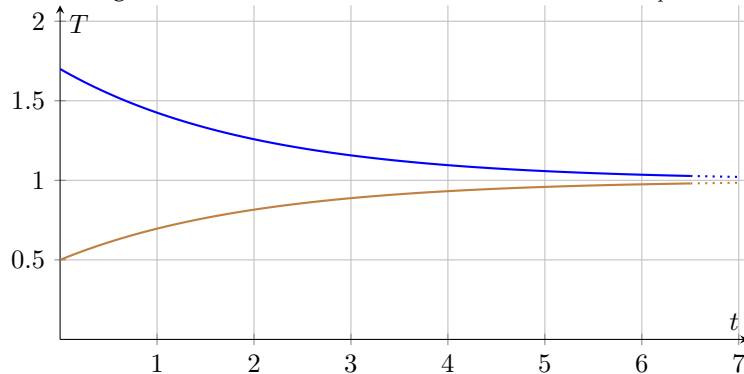
$$\ln \frac{T_1 - T_{eq}}{T_{i1} - T_{eq}} = -\alpha \frac{C_2 + C_1}{C_2 C_1} t$$

$$T_1 = T_{eq} + (T_{i1} - T_{eq}) e^{-\alpha \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} t}$$

In modo analogo si ricava l'altra equazione

$$T_2 = T_{eq} + (T_{i2} - T_{eq}) e^{-\alpha \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} t}$$

Rappresentiamo le due curve nell'ipotesi che $T_{i1} = 1.4T_{eq}$ e $T_{i2} = 1.4T_{eq}$. Sull'asse verticale del grafico le unità sono indicate in funzione di T_{eq}



3.3 Dilatazione termica

Problema di: Calorimetria - Q0004

Testo [Q0004] [1★ 2⌚ 2a📖]

Due sbarre di eguale lunghezza $l_i = 3\text{ m}$, una di ferro e l'altra di alluminio, vengono scaldate di $\Delta T = 50\text{ K}$. Ammettendo che nessuna delle due raggiunga il punto di fusione, di quanto una risulterà più lunga dell'altra?

Spiegazione Il fenomeno fisico descritto da questo esercizio è quello della dilatazione termica lineare. Entrambe le sbarre si allungano in quanto aumenta la loro temperatura, ma essendo di materiali differenti, una si allungherà più dell'altra.

Svolgimento La prima sbarra si allunga di

$$\Delta l_{Fe} = \lambda_{Fe} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \cdot 3\text{ m} \cdot 50\text{ K} = 18 \cdot 10^{-4}\text{ m} = 1,8\text{ mm}$$

La seconda sbarra si allunga di

$$\Delta l_{Al} = \lambda_{Al} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Al} = 25 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \cdot 3\text{ m} \cdot 50\text{ K} = 37,5 \cdot 10^{-4}\text{ m} = 3,75\text{ mm}$$

La differenza di lunghezza tra le due sbarre sarà quindi

$$d = \Delta l_{Al} - \Delta l_{Fe} = 1,95\text{ mm}$$

Problema di: Calorimetria - Q0011**Testo** [Q0011] [2★ 2👤 2a📖]

Quanta energia serve per far allungare di $\Delta l = 0,1 \text{ mm}$ una sbarra di alluminio di lunghezza $l_i = 200 \text{ cm}$ e massa $m = 0,5 \text{ kg}$?

Spiegazione In questo problema i fenomeni fisici coinvolti sono due: riscaldamento e dilatazione termica. Assumiamo ovviamente che la sbarra non fonda mentre viene riscaldata.

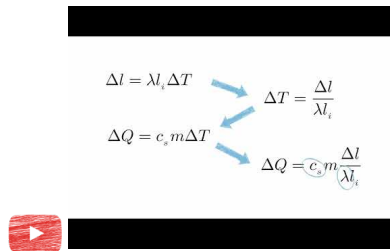


Fig. 3.12: Guarda il video youtu.be/SpOByAQANd4

Svolgimento Sapendo che la sbarra viene scaldata possiamo scrivere

$$\Delta Q = c_s m \Delta T$$

inoltre la sbarra si dilata, quindi

$$\Delta l = \lambda l_i \Delta T$$

Entrambi i fenomeni capitano contemporaneamente, quindi le due formule valgono contemporaneamente. Ricavando ΔT dalla seconda equazione con una formula inversa, e inserendolo nella prima otteniamo:

$$\Delta Q = c_s m \frac{\Delta l}{\lambda l_i}$$

$$\Delta Q = 900 \frac{J}{kgK} \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot \frac{0,1 \text{ mm}}{25 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \cdot 2000 \text{ mm}} = 900 \text{ J}$$

Problema di: Calorimetria - Q0014**Testo** [Q0014] [2★ 2👤 2a📖]

Posso scaldare una sbarra di ferro della lunghezza $l_i = 50 \text{ cm}$ e che si trova alla temperatura $T_i = 350 \text{ K}$ per farla allungare fino alla lunghezza $l_f = 51 \text{ cm}$?

Spiegazione In questo problema noi dobbiamo fornire del calore per fare aumentare la temperatura della sbarra e di conseguenza farla dilatare. Per ottenere la dilatazione richiesta dal problema, serve aumentare la temperatura di un certo valore; bisogna però controllare che a causa del tentato aumento di temperatura la sbarra non cominci a fondere invece che allungarsi.

Svolgimento L'aumento di temperatura necessario per allungare la sbarra è:

$$\Delta T = \frac{\Delta l}{\lambda l_i} = \frac{1 \text{ cm}}{12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \cdot 50 \text{ cm}} = 1667 \text{ K}$$

Tale aumento non è però possibile, in quanto la sbarra arriverebbe alla temperatura finale

$$T_f = T_i + \Delta T = 2017 \text{ K}$$

che è superiore alla temperatura di fusione del ferro. Per questo motivo la sbarra, arrivata alla temperatura $T_{fus} = 1808 \text{ K}$, comincerebbe a fondere.

Problema di: Calorimetria - Q0005**Testo** [Q0005] [2★ 2👤 2a📖]

Una sbarra di ferro di massa $m = 15 \text{ kg}$, lunga $l_i = 3 \text{ m}$ ed alla temperatura $T_i = 1600 \text{ K}$ viene immersa in una massa $m_{H_2O} = 100 \text{ kg}$ d'acqua alla temperatura $T_{H_2O} = 300 \text{ K}$. Di quanto si accorcia?

Spiegazione Il fenomeno fisico di cui tratta l'esercizio è la dilatazione termica lineare. In questo caso la variazione di temperatura della sbarra avviene in quanto essa è stata immersa nell'acqua e raggiunge con essa l'equilibrio termico.

Svolgimento La temperatura di equilibrio raggiunta tra acqua e ferro vale

$$T_{eq} = \frac{c_{s-Fe} m_{Fe} T_{i-Fe} + c_{s-H_2O} m_{H_2O} T_{i-H_2O}}{c_{s-Fe} m_{Fe} + c_{s-H_2O} m_{H_2O}}$$

$$T_{eq} = \frac{136140000 \text{ J}}{425200 \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 320,18 \text{ K}$$

L'acqua si scalda quindi di $\Delta T_{H_2O} = 20,18 \text{ K}$ e non inizia a bollire.

Il ferro si raffredda di $\Delta T_{Fe} = -1279,82 \text{ K}$

La sbarra si accorcia quindi di

$$\Delta l_{Fe} = \lambda_{Fe} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 3 \text{ m} \cdot (-1279,82 \text{ K}) = -10,1 \cdot 10^{-3} \text{ m} = -46 \text{ mm}$$

Problema di: Calorimetria - Q0019**Testo** [Q0019] [2★ 2👤 2a📖]

Una sbarra di ferro di massa $m = 15 \text{ kg}$, lunga $l_i = 2 \text{ m}$ alla temperatura $T_i = 1600 \text{ K}$ viene immersa in una vasca riempita con $m_{H_2O} = 100 \text{ kg}$ d'acqua alla temperatura $T_{H_2O} = 300 \text{ K}$. Di quanto si accorcia la sbarra?

Spiegazione In questo esercizio una sbarra di ferro calda viene immersa in acqua fredda. L'acqua si scalda ed il ferro si raffredda, quindi il ferro si contrae. Calcolando prima la temperatura raggiunta dal ferro, si può poi calcolare di quanto si dilata la sbarra di ferro.

Svolgimento La temperatura di equilibrio raggiunta dal ferro è

$$T_{eq} = \frac{c_{s-Fe} m_{Fe} T_{Fe} + c_{s-H_2O} m_{H_2O} T_{H_2O}}{c_{s-Fe} m_{Fe} + c_{s-H_2O} m_{H_2O}}$$

$$T_{eq} = \frac{440 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 15 \text{ kg} \cdot 1600 \text{ K} + 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 100 \text{ kg} \cdot 300 \text{ K}}{440 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 15 \text{ kg} + 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 100 \text{ kg}}$$

$$T_{eq} = \frac{136140000 \text{ J}}{425200 \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 320,18 \text{ K}$$

Possiamo adesso calcolare la dilatazione della sbarra di ferro

$$\Delta l = \lambda_{Fe} l_i \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 2 \text{ m} \cdot (320,18 \text{ K} - 1600 \text{ K}) = 31 \text{ mm}$$

3.4 Trasporto di calore

Problema di: Calorimetria - Q0025

Testo [Q0025] [2★ 2⌚ 2a📖]

Una stufa elettrica mantiene in una stanza una temperatura $T_{int} = 24^\circ\text{C}$, mentre all'esterno la temperatura è $T_{ext} = 4^\circ\text{C}$. Il calore si disperde attraverso una finestra di vetro ($\rho_{vetro} = 1 \frac{W}{m \cdot K}$) rettangolare ($b = 1,5 m$ e $h = 1,8 m$) spessa $l = 3 mm$. Il costo dell'energia è $C = 0,18 \frac{\text{€}}{kWh}$; quanto costa riscaldare la stanza per un tempo $\Delta t = 3 h$?

Spiegazione Visto che c'è una differenza di temperatura tra la superficie interna ed esterna del vetro, allora attraverso di esso si muove del calore. Il calore quindi esce dalla stanza e deve essere rimpiazzato da nuovo calore proveniente dalla stufa elettrica.

Svolgimento La superficie della finestra è

$$S = bh = 2,7 m^2$$

La potenza dissipata attraverso il vetro è data da

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \rho \frac{S}{l} \Delta T = 1 \frac{W}{m \cdot K} \frac{2,7 m^2}{3 mm} 20 K = 18000 W = 18 kW$$

L'energia necessaria per compensare tale perdita è

$$\Delta Q = P \cdot \Delta t = 54 kWh$$

Tale energia elettrica costa

$$Costo = C \cdot \Delta Q = 0,18 \frac{\text{€}}{kWh} = 9,72 \text{€}$$

Ovviamente è un costo molto alto... ecco perché nessuno scalda gli appartamenti con stufette elettriche.

Problema di: Calorimetria - Q0033

Testo [Q0033] [3★ 4⌚ 3a📖]

Un muro è costituito da due strati: il primo di intonaco ($\rho_{int} = 0,8 \frac{W}{m \cdot K}$) spesso $L_{int} = 3 cm$; il secondo di mattone forato ($\rho_{ma} = 0,4 \frac{W}{m \cdot K}$) spesso $L_{ma} = 10 cm$. Sapendo che la temperatura sul lato interno del muro è $T_{int} = 25^\circ\text{C}$, e sul lato esterno $T_{ext} = 15^\circ\text{C}$, trovate la temperatura sulla superficie di separazione tra il mattone ed intonaco.

Spiegazione Il calore si muove dai luoghi più caldi verso quelli più freddi. La legge della conducibilità termica descrive questo spostamento nel problema in questione.

Svolgimento Considerando le temperature avremo

$$\Delta T_{muro} = \Delta T_{ma} + \Delta T_{in}$$

Considerato che per ogni superficie scelta il calore che attraversa uno strato di muro ogni secondo è lo stesso che poi attraversa lo strato successivo, avremo che

$$\frac{\Delta Q}{S \Delta t} = \frac{\Delta T_{in} \rho_{in}}{L_{in}} = \frac{\Delta T_{ma} \rho_{ma}}{L_{ma}}$$

quindi

$$\Delta T_{muro} = \Delta T_{ma} + \Delta T_{ma} \frac{\rho_{ma} L_{in}}{\rho_{in} L_{ma}}$$

$$\Delta T_{muro} \cdot \rho_{in} L_{ma} = \Delta T_{ma} \rho_{in} L_{ma} + \Delta T_{ma} \rho_{ma} L_{in}$$

$$\Delta T_{ma} = \Delta T_{muro} \frac{\rho_{in} L_{ma}}{\rho_{in} L_{ma} + \rho_{ma} L_{in}}$$

$$\Delta T_{ma} = 10^\circ\text{C} \cdot \frac{8}{9,4} = 8,5^\circ\text{C}$$

La temperatura richiesta è quindi

$$T = T_{in} - \Delta T_{ma} = 16,9^\circ\text{C}$$

Problema di: Calorimetria - Q0034**Testo** [Q0034] [3★ 5🕒 3a📖]

Un muro è costituito da tre strati: il primo di intonaco ($\rho_{int} = 0,8 \frac{W}{mK}$) spesso $L_{int} = 3 \text{ cm}$; il secondo di mattone forato ($\rho_{int} = 0,4 \frac{W}{mK}$) spesso $L_{int} = 10 \text{ cm}$; il terzo di legno ($\rho_{int} = 0,2 \frac{W}{mK}$) spesso $L_{int} = 5 \text{ cm}$. La temperatura sul lato interno del muro è $T_{int} = 25^\circ\text{C}$; sul lato esterno è $T_{ext} = 15^\circ\text{C}$. Trovate la temperatura sulla superficie di separazione tra il mattone e legno.

Spiegazione Il calore si muove dai luoghi più caldi verso quelli più freddi. La legge della conducibilità termica descrive questo spostamento nel problema in questione.

Svolgimento Indichiamo il legno con le , l'intonaco con in ed il mattone con ma . Considerando le temperature avremo

$$\Delta T_{muro} = \Delta T_{in} + \Delta T_{ma} + \Delta T_{le}$$

Considerato che per ogni superficie scelta il calore che attraversa uno strato di muro ogni secondo è lo stesso che poi attraversa lo strato successivo, avremo che

$$\frac{\Delta Q}{S \Delta t} = \frac{\Delta T_{in} \rho_{in}}{L_{in}} = \frac{\Delta T_{ma} \rho_{ma}}{L_{ma}} = \frac{\Delta T_{le} \rho_{le}}{L_{le}}$$

quindi

$$\begin{aligned} \Delta T_{muro} &= \Delta T_{le} + \Delta T_{le} \frac{\rho_{le} L_{ma}}{\rho_{ma} L_{le}} + \Delta T_{le} \frac{\rho_{le} L_{in}}{\rho_{in} L_{le}} \\ \Delta T_{muro} \cdot \rho_{in} \rho_{ma} L_{le} &= \Delta T_{le} \cdot \rho_{in} \rho_{ma} L_{le} + \Delta T_{le} \cdot \rho_{in} \rho_{le} L_{ma} + \Delta T_{le} \cdot \rho_{ma} \rho_{le} L_{in} \\ \Delta T_{le} &= \Delta T_{muro} \frac{\rho_{in} \rho_{ma} L_{le}}{\rho_{in} \rho_{ma} L_{le} + \rho_{in} \rho_{le} L_{ma} + \rho_{ma} \rho_{le} L_{in}} \\ \Delta T_{le} &= 10^\circ\text{C} \cdot \frac{1,6}{1,6 + 1,6 + 0,16} = 4,8^\circ\text{C} \end{aligned}$$

La temperatura richiesta sarà quindi

$$T = T_{in} - \Delta T_{le} = 21,2^\circ\text{C}$$

-  [\[youtu.be/G4nJNIT0YSU\]](https://youtu.be/G4nJNIT0YSU) Ripasso di Termodinamica
-  [\[youtu.be/79rO-WXUya8\]](https://youtu.be/79rO-WXUya8) Variabili di stato
-  [\[youtu.be/AJxvjpg6lTE\]](https://youtu.be/AJxvjpg6lTE) Legge dei gas perfetti
-  [\[youtu.be/aEPPr-iXLHA\]](https://youtu.be/aEPPr-iXLHA) Trasformazioni termodinamiche nel piano di Clapeyron
-  [\[youtu.be/Fg02Md0-WIY\]](https://youtu.be/Fg02Md0-WIY) Energia nei gas, lavoro e calore
-  [\[youtu.be/1yBDjN5OXBs\]](https://youtu.be/1yBDjN5OXBs) Calori specifici a volume e pressione costanti
-  [\[youtu.be/Ss2ohbWUQ5g\]](https://youtu.be/Ss2ohbWUQ5g) Cicli termodinamici
-  [\[youtu.be/68f6HVTYVV0\]](https://youtu.be/68f6HVTYVV0) Equivalenza dei postulati di Clausius e Kelvin
-  [\[youtu.be/SxttSJlfoJE\]](https://youtu.be/SxttSJlfoJE) Ciclo di Carnot
-  [\[youtu.be/60lTilWdrdw\]](https://youtu.be/60lTilWdrdw) Il ciclo di Stirling - spiegazione e dimostrazione pratica

4.1 Legge dei gas perfetti e calcolo di stati

Problema di: Dinamica - Termodinamica - DT0002

Testo [DT0002] [1½★ 2🕒 3a📖]

Un contenitore cilindrico è chiuso in verticale da un pistone mobile di massa $m = 10\text{ kg}$ e di superficie $S = 2\text{ dm}^2$. Il contenitore è alto $h = 4\text{ dm}$. Nel contenitore è presente un gas perfetto alla temperatura $T = 27^\circ\text{C}$. Quante molecole ci sono nel gas?

Spiegazione In questo problema si parla di un gas che ha un certo volume, una certa pressione ed una certa temperatura. Con la legge dei gas perfetti possiamo calcolare il numero di molecole presenti nel gas.

Svolgimento Indichiamo il volume del gas:

$$V = S \cdot h = 2\text{ dm}^2 \cdot 4\text{ dm} = 8\text{ dm}^3$$

Indichiamo la pressione del gas:

$$P = P_{atm} + \frac{m \cdot g}{S} = 100000\text{ Pa} + \frac{10\text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2\text{ dm}^2} = 104900\text{ Pa}$$

Utilizziamo la legge dei gas per calcolare il numero di molecole del gas

$$n = \frac{P \cdot V}{KT} = \frac{149000\text{ Pa} \cdot 0,008\text{ m}^3}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300\text{ K}} = 2 \cdot 10^{23}$$

