

**Problema di: Termodinamica - T0001****Testo** [T0001] [2★ 2⌚ 3a📖]

Se un certo quantitativo di gas che si trova alla temperatura  $T_1 = 380\text{ K}$  compie una trasformazione isobara passando da un volume  $V_1 = 10\text{ cm}^3$  ad un volume  $V_2 = 20\text{ cm}^3$ , quale temperatura ha raggiunto?

**Spiegazione** Questo esercizio parla di un certo quantitativo di gas, che si trova ad una temperatura  $T_i = 380\text{ K}$ , all'interno di un certo contenitore di volume  $V_i = 10\text{ cm}^3$ . Ad un certo punto il contenitore del gas aumenta il suo volume fino a raddoppiare e raggiunge il volume  $V_f = 20\text{ cm}^3$ . Durante questa *trasformazione* per un qualche meccanismo, che adesso non ci interessa, la pressione del gas non cambia mai: il gas sta compiendo infatti una trasformazione *isobara* che vuol dire *a pressione costante*. Durante questa trasformazione in cui cambia il volume, cambia anche la temperatura del gas: quale temperatura avrà il gas alla fine della trasformazione?

**Svolgimento** La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema:

$$\begin{cases} PV_f = NKT_f \\ PV_i = NKT_i \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione dividendo le due equazioni del sistema:

$$\frac{PV_f}{PV_i} = \frac{NKT_f}{NKT_i}$$

da cui, semplificando, si ottiene

$$\frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

ed infine

$$T_f = \frac{V_f T_i}{V_i}$$

Inserendo a questo punto i dati del problema nella formula finale otteniamo:

$$T_f = \frac{20\text{ cm}^3 \cdot 380\text{ K}}{10\text{ cm}^3} = 760\text{ K}$$

**Problema di: Termodinamica - T0001a****Testo** [T0001a] [2★ 2🕒 3a📖]

Durante una trasformazione isocora, un gas alla pressione iniziale  $P_i = 25000 \text{ Pa}$  passa da una temperatura  $T_i = 380 \text{ K}$  ad una temperatura  $T_f = 450 \text{ K}$ ; quale pressione  $P_f$  ha raggiunto?

**Spiegazione** Abbiamo un gas che compie una trasformazione isocora durante la quale aumenta la temperatura. Sia per lo stato iniziale del gas che per quello finale vale la legge dei gas perfetti. Impostando il sistema risolviamo l'esercizio.

**Svolgimento** La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema, nel quale, essendo una trasformazione isocora, non facciamo differenza tra volume iniziale e finale:

$$\begin{cases} P_f V = NKT_f \\ P_i V = NKT_i \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione dividendo le due equazioni del sistema:

$$\frac{P_f V}{P_i V} = \frac{NKT_f}{NKT_i}$$

da cui, semplificando, si ottiene

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

ed infine

$$P_f = \frac{P_i T_f}{T_i} = \frac{25000 \text{ Pa} \cdot 450 \text{ K}}{380 \text{ K}} = 29605 \text{ Pa}$$

**Problema di: Termodinamica - T0001b****Testo** [T0001b] [2★ 2🕒 3a📖]

Durante una trasformazione isoterma, un gas alla pressione iniziale  $P_i = 25000 \text{ Pa}$  passa da un volume  $V_i = 10 \text{ cm}^3$  ad un volume  $V_f = 20 \text{ cm}^3$ ; quale pressione  $P_f$  ha raggiunto?

**Spiegazione** Abbiamo un gas che compie una trasformazione isoterma durante la quale aumenta il volume. Sia per lo stato iniziale del gas che per quello finale vale la legge dei gas perfetti. Impostando il sistema risolviamo l'esercizio.

**Svolgimento** La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema, nel quale, essendo una trasformazione isoterma, non facciamo differenza tra temperatura iniziale e finale:

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT \\ P_i V_i = NKT \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione con il metodo di sostituzione:

$$P_f V_f = P_i V_i$$

da cui, semplificando, si ottiene

$$P_f = \frac{P_i V_i}{V_f} = \frac{25000 \text{ Pa} \cdot 10 \text{ cm}^3}{20 \text{ cm}^3} = 12500 \text{ Pa}$$

**Problema di: Termodinamica - T0060****Testo** [T0060] [2★ 2⌚ 3a📖]

Un gas si trova a pressione  $P = 2 \text{ atm}$  ed occupa un volume  $V = 4 \text{ m}^3$ . Aumentando la sua pressione di  $|\Delta P| = 3 \text{ atm}$  con una trasformazione isoterma, quale volume occuperà alla fine?

**Spiegazione** In questo esercizio abbiamo informazioni sullo stato iniziale di un gas ed alcune informazioni sul suo stato finale. La legge dei gas è quindi la soluzione di questo problema.

**Svolgimento** La pressione finale raggiunta dal gas è  $P_f = P_i + \Delta P = 5 \text{ atm}$  Quindi

$$\begin{cases} P_i V_i = NKT \\ P_f V_f = NKT \end{cases} \Rightarrow V_f = \frac{P_i V_i}{P_f} = \frac{2}{5} \cdot 4 \text{ m}^3 = 1,6 \text{ m}^3$$

**Problema di: Termodinamica - T0060a****Testo** [T0060a] [2★ 2⌚ 3a📖]

Un gas si trova a pressione  $P = 6 \text{ atm}$  ed occupa un volume  $V = 4 \text{ m}^3$ . Diminuendo il suo volume di  $|\Delta V| = 1 \text{ m}^3$  con una trasformazione isoterma, quale pressione avrà alla fine?

**Spiegazione** In questo esercizio abbiamo informazioni sullo stato iniziale di un gas ed alcune informazioni sul suo stato finale. La legge dei gas è quindi la soluzione di questo problema.

**Svolgimento** La pressione finale raggiunta dal gas è  $V_f = V_i + \Delta V = 3 \text{ m}^3$  Quindi

$$\begin{cases} P_i V_i = NKT \\ P_f V_f = NKT \end{cases} \Rightarrow P_f = \frac{P_i V_i}{V_f} = \frac{4}{3} \cdot 6 \text{ atm} = 8 \text{ atm}$$

**Problema di: Termodinamica - T0060b****Testo** [T0060b] [2★ 2🕒 3a📖]

Un gas si trova a pressione  $P = 6 \text{ atm}$  ed occupa un volume  $V = 8 \text{ m}^3$ . Aumentando il suo volume di  $|\Delta V| = 4 \text{ m}^3$  con una trasformazione isoterma, quale pressione avrà alla fine?

**Spiegazione** In questo esercizio abbiamo informazioni sullo stato iniziale di un gas ed alcune informazioni sul suo stato finale. La legge dei gas è quindi la soluzione di questo problema.

**Svolgimento** La pressione finale raggiunta dal gas è  $V_f = V_i + \Delta V = 12 \text{ m}^3$  Quindi

$$\begin{cases} P_i V_i = NKT \\ P_f V_f = NKT \end{cases} \Rightarrow P_f = \frac{P_i V_i}{V_f} = \frac{4}{12} \cdot 6 \text{ atm} = 2 \text{ atm}$$

**Problema di: Termodinamica - T0060c****Testo** [T0060c] [2★ 2🕒 3a📖]

Un gas si trova a pressione  $P = 5 \text{ atm}$  ed occupa un volume  $V = 9 \text{ m}^3$ . Diminuendo la sua pressione di  $|\Delta P| = 2 \text{ atm}$  con una trasformazione isoterma, quale volume occuperà alla fine?

**Spiegazione** In questo esercizio abbiamo informazioni sullo stato iniziale di un gas ed alcune informazioni sul suo stato finale. La legge dei gas è quindi la soluzione di questo problema.

**Svolgimento** La pressione finale raggiunta dal gas è  $P_f = P_i + \Delta P = 3 \text{ atm}$  Quindi

$$\begin{cases} P_i V_i = NKT \\ P_f V_f = NKT \end{cases} \Rightarrow V_f = \frac{P_i V_i}{P_f} = \frac{2}{3} \cdot 9 \text{ m}^3 = 6 \text{ m}^3$$

**Problema di: Termodinamica - T0001****Testo** [T0001c] [2★ 2🔧 3a📖]

Alla partenza di un viaggio, quando la temperatura è  $T_i = 15^\circ\text{C}$ , le ruote di un'auto sono gonfiate alla pressione  $P_i = 2\text{ atm}$ . Dopo molti chilometri le ruote si sono scaldate fino alla temperatura  $T_f = 45^\circ\text{C}$ . Quale pressione hanno raggiunto?

**Spiegazione** Abbiamo un gas che compie una trasformazione isocora, in quanto il volume della gomma della ruota non cambia, durante la quale aumenta la temperatura. Sia per lo stato iniziale del gas che per quello finale vale la legge dei gas perfetti. Impostando il sistema risolviamo l'esercizio.

**Svolgimento** La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema, nel quale, essendo una trasformazione isocora, non facciamo differenza tra volume iniziale e finale:

$$\begin{cases} P_f V = NKT_f \\ P_i V = NKT_i \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione dividendo le due equazioni del sistema:

$$\frac{P_f V}{P_i V} = \frac{NKT_f}{NKT_i}$$

da cui, semplificando, si ottiene

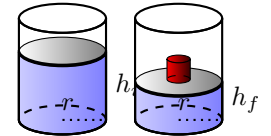
$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

ed infine

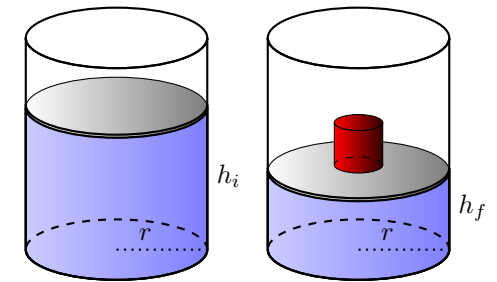
$$P_f = \frac{P_i T_f}{T_i} = \frac{2\text{ atm} \cdot (273,15 + 45)\text{ K}}{(273,15 + 15)\text{ K}} = 2,2\text{ atm}$$

**Problema di: Termodinamica - DT0001****Testo** [DT0001] [2★ 3🔧 3a📖]

Un contenitore cilindrico, inizialmente alto  $h_i = 3\text{ dm}$ , chiuso da un pistone mobile di massa  $m = 10\text{ kg}$  e di superficie  $S = 1\text{ dm}^2$ , è riempito con un gas perfetto alla temperatura  $T = 27^\circ\text{C}$ . Quante molecole ci sono nel gas? Mantenendo costante la temperatura, appoggiamo sul pistone un peso di massa  $M = 100\text{ kg}$ ; quanto risulterà alto il contenitore alla fine?



**Spiegazione** In questo problema si parla di un gas che effettua una trasformazione **isoterma**. Bisognerà quindi utilizzare la legge dei gas perfetti. Il volume del gas lo si ricava sapendo che il contenitore è cilindrico con area di base  $S$  ed altezza  $h$ . La pressione del gas la ottengo sapendo che è pari alla pressione atmosferica aumentata della pressione dovuta al peso del pistone e della massa poi aggiunta sul pistone.



**Svolgimento** Indichiamo il volume del gas, negli istanti finale e iniziale:

$$V_f = S \cdot h_f$$

$$V_i = S \cdot h_i = 1\text{ dm}^2 \cdot 3\text{ dm} = 3\text{ dm}^3$$

Indichiamo anche le pressioni negli istanti iniziali e finali:

$$P_i = P_{atm} + \frac{m \cdot g}{S} = 100000\text{ Pa} + \frac{10\text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1\text{ dm}^2} = 109800\text{ Pa}$$

$$P_f = P_{atm} + \frac{(m + M) \cdot g}{S} = 100000\text{ Pa} + \frac{110\text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1\text{ dm}^2} = 207800\text{ Pa}$$

Utilizziamo la legge dei gas per calcolare il numero di molecole del gas

$$n = \frac{P_i \cdot V_i}{KT} = \frac{109800 \text{ Pa} \cdot 0,003 \text{ m}^3}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = 8 \cdot 10^{21}$$

Consideriamo adesso la trasformazione isoterma. Avremo che

$$\begin{cases} P_i V_i = NKT \\ P_f V_f = NKT \end{cases}$$

da cui

$$V_f = \frac{P_i \cdot V_i}{P_f}$$

$$S \cdot h_f = \frac{P_i \cdot S \cdot h_i}{P_f}$$

$$h_f = \frac{P_i \cdot h_i}{P_f} = \frac{109800 \text{ Pa} \cdot 3 \text{ dm}}{207800 \text{ Pa}} = 1,6 \text{ dm}$$

### Problema di: Termodinamica - T0028

**Testo** [T0028] [2★ 3👤 3a📖]

Un frigorifero ha una porta di superficie  $S = 1,5 \text{ m}^2$ . Inizialmente spento e aperto, l'aria al suo interno ha una temperatura  $T_i = 22^\circ\text{C}$ . Una volta in funzione l'aria al suo interno raggiunge la temperatura  $T_f = 4^\circ\text{C}$ . Con quale forza la porta viene schiacciata conto il frigorifero e tenuta chiusa?

**Spiegazione** Abbiamo un gas che compie un raffreddamento isocoro, in quanto il volume del frigorifero non cambia. Sia per lo stato iniziale del gas che per quello finale vale la legge dei gas perfetti. Impostando il sistema risolviamo l'esercizio. La porta è tenuta chiusa dalla differenza di pressione che si genera tra l'aria all'interno e l'aria all'esterno.

**Svolgimento** La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema, nel quale, essendo una trasformazione isocora, non facciamo differenza tra volume iniziale e finale:

$$\begin{cases} P_f V = NKT_f \\ P_i V = NKT_i \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione dividendo le due equazioni del sistema:

$$\frac{P_f V}{P_i V} = \frac{NKT_f}{NKT_i}$$

da cui, semplificando, si ottiene

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

La pressione dell'aria all'interno del frigo inizialmente è pari a quella atmosferica che assumiamo essere  $P_{atm} = 1 \text{ atm}$

$$P_f = \frac{P_{atm} T_f}{T_i} = \frac{1 \text{ atm} \cdot (273,15 + 4) \text{ K}}{(273,15 + 22) \text{ K}} = 0,94 \text{ atm}$$

La forza esercitata sulla porta del frigo è quindi

$$F = \Delta P \cdot S = 0,06 \text{ atm} \cdot 1,5 \text{ m}^2 = 9 \text{ kN}$$

### Problema di: Termodinamica - T0020

**Testo** [T0020] [2★ 3🔒 3a📖]

Una massa  $m = 560 \text{ g}$  di azoto gassoso ( $PM = 28 \frac{\text{g}}{\text{mole}}$ ) si trova alla temperatura iniziale  $T_i = 270 \text{ K}$ . Essa è contenuta in un cilindro metallico di sezione  $S = 1000 \text{ cm}^2$  e di altezza  $h = 1 \text{ m}$ . A quale pressione si trova il gas? Se la temperatura aumenta di  $\Delta T = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ , a quale pressione arriva il gas?

**Spiegazione** Con i dati a disposizione è possibile calcolarsi quante molecole ci sono nel gas e di conseguenza il valore di pressione a cui si trova. Visto che il contenitore è di metallo, e che l'aumento di temperatura del contenitore lo fa dilatare in modo trascurabile ai fini dello stato del gas, possiamo affermare che il gas compie una trasformazione isocora.

**Svolgimento** Cominciamo a calcolarci quante molecole di azoto ci sono nel gas.

$$N = \frac{m}{PM} \cdot N_A = \frac{560 \text{ g}}{28 \frac{\text{g}}{\text{mole}}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mole}^{-1} = 1,2044 \cdot 10^{25}$$

La superficie di base del cilindro è

$$S = 1000 \text{ cm}^2 = 0,1 \text{ m}^2$$

La pressione a cui si trova il gas è quindi

$$P = \frac{NKT}{V} = \frac{NKT}{Sh}$$

$$P = \frac{1,2044 \cdot 10^{25} \cdot 1,381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 270 \text{ K}}{0,1 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ m}} = 4491 \text{ hPa}$$

Vediamo adesso di quanto aumenta la pressione durante la trasformazione isocora. Noi sappiamo che la legge dei gas vale sia nell'istante iniziale che nell'istante finale della trasformazione, quindi

$$\begin{cases} P_i \cdot V = N \cdot K \cdot T_i \\ P_f \cdot V = N \cdot K \cdot T_f \end{cases}$$

nel quale ho indicato con  $V$  il volume sempre uguale in tutti gli istanti della trasformazione. Ricavando  $V$  nella prima equazione e sostituendolo nella seconda avremo

$$\begin{cases} V = \frac{N \cdot K \cdot T_i}{P_i} \\ P_f \cdot \frac{N \cdot K \cdot T_i}{P_i} = N \cdot K \cdot T_f \end{cases}$$

Da cui si ricava, semplificando  $N \cdot K$

$$P_f = \frac{P_i \cdot T_f}{T_i}$$

$$P_f = \frac{4491 \text{ hPa} \cdot 300 \text{ K}}{270 \text{ K}} = 4990 \text{ hPa}$$

#### Problema di: Calorimetria e termodinamica - QT0009

**Testo** [QT0009] [2½★ 3⌚ 3a📖]

Si vuole costruire un contenitore completamente sigillato per contenere azoto liquido. L'azoto  $N_2$ , il cui peso molecolare è  $p = 28,0134 \frac{g}{mole}$ , se liquido ha densità  $\rho = 806,11 \frac{kg}{m^3}$  e bolle alla temperatura di  $-195,80^\circ C$ ). Spiega perché il contenitore potrebbe esplodere. Se si vuole che il contenitore non esploda quando viene dimenticato per troppo tempo in un magazzino alla temperatura di  $40^\circ C$ , quale pressione deve essere in grado di sopportare?

**Spiegazione** Identifica cosa succede al liquido ed in cosa si trasforma. Quindi immagina la situazione che si viene a creare nel contenitore.

**Svolgimento** In un certo volume di azoto liquido sono presenti un numero di moli pari a

$$n = \frac{\rho V}{p}$$

Alla temperatura  $T = 49^\circ C$ , corrispondente a  $T = 322,15 \text{ K}$ , sono sicuramente in forma gassosa, quindi possiamo calcolare la pressione nel contenitore

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$P = \frac{\rho V RT}{V p} = \frac{\rho RT}{p}$$

Il contenitore deve quindi reggere questa pressione

$$P = \frac{RT\rho}{p} = \frac{8,3145 \frac{J}{mol \text{ K}} \cdot 322,15 \text{ K} \cdot 806,11 \frac{kg}{m^3}}{28,0134 \frac{g}{mol}} = 7,7 \cdot 10^7 \text{ Pa} \simeq 761 \text{ atm}$$

**Problema di: Termodinamica - T0033****Testo** [T0033] [2★ 7🕒 4a📖]

Un gas perfetto monoatomico compie una trasformazione isoterma a temperatura  $T_A = 300\text{ K}$  dallo stato A a pressione  $P_A = 3\text{ atm}$ , allo stato B a pressione  $P_B = 1\text{ atm}$ . Successivamente subisce una compressione isobara fino allo stato C a volume  $V_C = 4\text{ dm}^3$ , ed infine una trasformazione isocora per ritornare nello stato A. Dopo aver disegnato il grafico della trasformazione calcola il numero di moli del gas, e le coordinate termodinamiche (P,V,T) dei tre stati A, B, C.

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste.

**Svolgimento** Il volume nello stato A è uguale al volume dello stato C visto che la trasformazione tra A e C è un'isocora

$$V_A = V_C = 0,004\text{ m}^3$$

Il numero di moli del gas è dato da

$$n = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{3 \cdot 10^5\text{ Pa} \cdot 0,004\text{ m}^3}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 300\text{ K}} = 4\text{ mol}$$

La prima trasformazione è un'isoterma, quindi

$$T_B = T_A = 300\text{ K}$$

Dalla legge dei gas sappiamo che per un'isoterma

$$P_A V_A = P_B V_B$$

e quindi

$$V_B = V_A \cdot \frac{P_A}{P_B} = 0,012\text{ m}^3$$

Sappiamo poi che

$$P_C = P_B = 1\text{ atm}$$

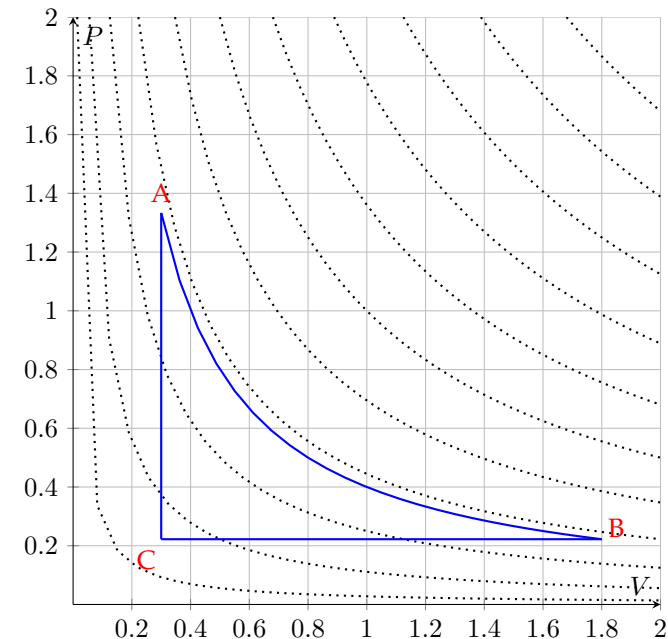


Fig. 4.1: Una trasformazione isobara seguita da una adiabatica e poi da una isoterma. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

perché la trasformazione  $B \rightarrow C$  è isobara.

Per trovare la temperatura in C possiamo utilizzare la trasformazione isobara

$$V_B T_C = V_C T_B$$

$$T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = 100\text{ K}$$

**Problema di: Termodinamica - T0036****Testo** [T0036] [2★ 7🕒 4a📖]

Una mole di gas perfetto monoatomico compie la trasformazione ciclica indicata di seguito. Disegna la trasformazione nel piano (P,V) e determina le coordinate termodinamiche dei tre stati A, B, C.

$A \rightarrow B$ : trasformazione isobara con  $P_A = 1 \text{ atm}$ ,  $V_A = 2 \text{ litri}$  e  $V_B = 6 \text{ litri}$ ;

$B \rightarrow C$ : trasformazione isocora

$C \rightarrow A$ : trasformazione isoterma

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste. Il diagramma delle trasformazioni è rappresentato in figura 4.2.

**Svolgimento** Per lo stato A avremo

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 24 \text{ K}$$

Per lo stato B raggiunto con una isobara avremo

$$P_B = P_A = 1 \text{ atm}$$

$$T_B V_A = T_A V_B$$

$$T_B = T_A \cdot \frac{V_B}{V_A} = 72 \text{ K}$$

Per lo stato C, raggiunto con una isocora da B e connesso con un'isoterma ad A, avremo

$$V_C = V_B = 6 \text{ litri}$$

$$T_C = T_A = 24 \text{ K}$$

ed infine

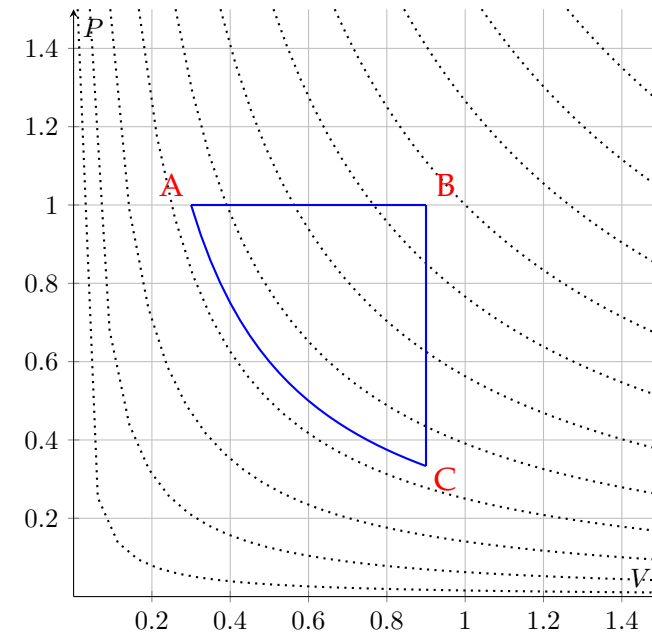


Fig. 4.2: Un ciclo termodinamico. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

$$P_C T_B = P_B T_C$$

$$P_C = P_B \cdot \frac{T_C}{T_B} = \frac{1}{3} \text{ atm}$$

**Problema di: Termodinamica - T0044****Testo** [T0044] [2★ 7🕒 4a📖]

Tre moli di gas perfetto monoatomico compiono la trasformazione ciclica indicata di seguito. Disegna la trasformazione nel piano (P,V) e determina le coordinate termodinamiche dei quattro stati A, B, C, D.

$A \rightarrow B$ : riscaldamento isocoro con  $P_a = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $P_b = 4P_a$  e  $T_a = 300 \text{ K}$

$B \rightarrow C$ : espansione isobara con  $V_c = 2V_b$

$C \rightarrow D$ : espansione isoterma con  $P_d = P_a$

$D \rightarrow A$ : compressione isobara

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste.

**Svolgimento** Le coordinate termodinamiche che dobbiamo determinare sono

$$\begin{cases} P_a = ? \\ T_a = ? \\ V_a = ? \end{cases} \begin{cases} P_b = ? \\ T_b = ? \\ V_b = ? \end{cases} \begin{cases} P_c = ? \\ T_c = ? \\ V_c = ? \end{cases} \begin{cases} P_d = ? \\ T_d = ? \\ V_d = ? \end{cases}$$

Utilizzando le informazioni del testo sui valori delle variabili e sul tipo di trasformazioni, avremo

$$\begin{cases} P_a = 10^5 \text{ Pa} \\ T_a = 300 \text{ K} \\ V_a = ? \end{cases} \begin{cases} P_b = 4P_a \\ T_b = ? \\ V_b = V_a \end{cases} \begin{cases} P_c = P_b = 4P_a \\ T_c = T_b \\ V_c = 2V_b = 2V_a \end{cases} \begin{cases} P_d = P_a \\ T_d = T_c \\ V_d = ? \end{cases}$$

Utilizziamo adesso la legge dei gas per trovare nell'ordine  $V_a, V_b, T_b, T_c, T_d, V_d$

$$\begin{cases} P_a = 10^5 \text{ Pa} \\ T_a = 300 \text{ K} \\ V_a = \frac{nRT_a}{P_a} = 0,07479 \text{ m}^3 \end{cases} \begin{cases} P_b = 4P_a = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ T_b = \frac{4nRT_a}{nR} = 4T_a = 1200 \text{ K} \\ V_b = V_a = 0,07479 \text{ m}^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_c = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ T_c = T_b = 2400 \text{ K} \\ V_c = 0,14958 \text{ m}^3 \end{cases} \begin{cases} P_d = 10^5 \text{ Pa} \\ T_d = T_c = 2400 \text{ K} \\ V_d = \frac{nRT_d}{P_d} = 0,59832 \text{ m}^3 \end{cases}$$

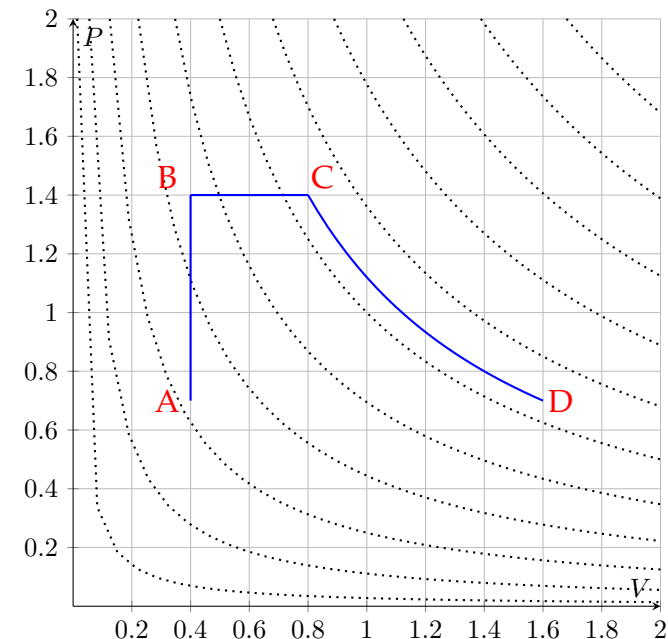


Fig. 4.3: Un ciclo termodinamico. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

**Problema di: Termodinamica - T0031****Testo** [T0031] [4★ 4🕒 4a📖]

Una mole di gas monoatomico compie una trasformazione isobara da uno stato iniziale  $A$  ad uno stato  $B$  e successivamente compie una trasformazione adiabatica verso uno stato  $C$ . Sappiamo che  $T_A = T_C = 20^\circ\text{C}$ ,  $P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e  $V_B = 2V_A$ . Determinare i valori delle variabili termodinamiche ( $P, V, T$ ) nei tre stati  $A, B$ , e  $C$ .

**Spiegazione** Le informazioni fornite sono sufficienti per determinare i valori di tutte le variabili degli stati  $A, B$  e  $C$  utilizzando la legge dei gas e le proprietà delle trasformazioni.

**Svolgimento** Per quanto riguarda lo stato  $A$  avremo

$$\begin{cases} T_A = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K} \\ P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = \frac{1 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293 \text{ K}}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0,0113 \text{ m}^3 \end{cases}$$

Per quanto riguarda lo stato  $B$  avremo che essendo la trasformazione  $A \rightarrow B$  un'isobara la pressione sarà la stessa dello stato  $A$ .

$$\begin{cases} P_B = P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V_B = 2V_A = 0,0227 \text{ m}^3 \\ T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 2T_A = 586 \text{ K} \end{cases}$$

La trasformazione  $B \rightarrow C$  è un'adiabatica con  $\gamma = \frac{5}{3}$ , quindi

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$$

$$\begin{cases} T_C = T_A = 293 \text{ K} \\ V_C = V_B \cdot \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 2 \cdot 0,0227 \text{ m}^3 \cdot 2^{\frac{3}{2}} = 0,1284 \text{ m}^3 \\ P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 18963 \text{ Pa} \end{cases}$$

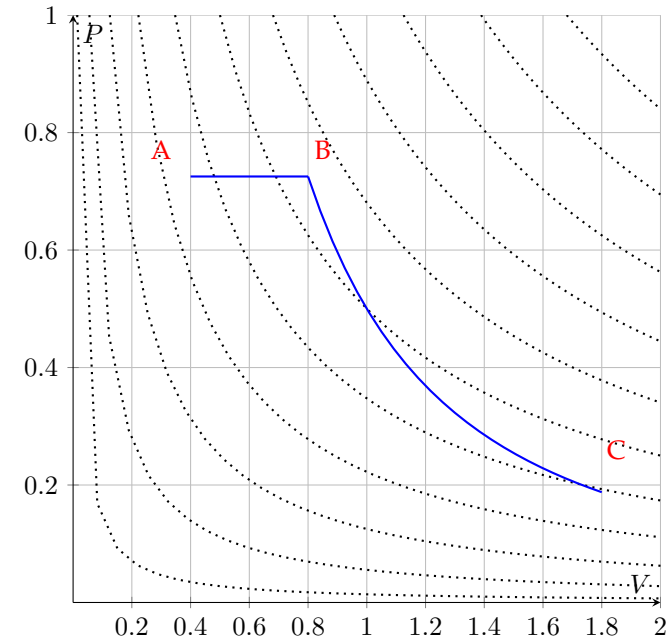
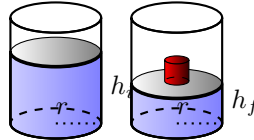


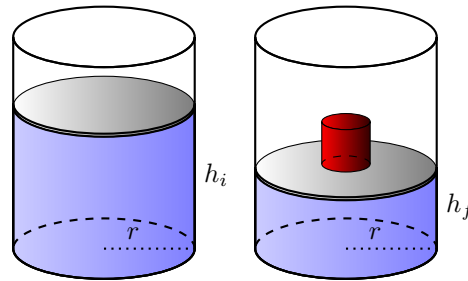
Fig. 4.4: Una trasformazione isobara seguita da una adiabatica. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

**Problema di: Termodinamica - DT0004****Testo** [DT0004] [3★ 3🕒 3a📖]

Un contenitore cilindrico adiabatico, inizialmente alto  $h_i = 3 \text{ dm}$ , chiuso da un pistone mobile di massa  $m = 10 \text{ kg}$  e di superficie  $S = 1 \text{ dm}^2$ , è riempito con un gas perfetto monoatomico alla temperatura  $T = 27^\circ\text{C}$ . Quante molecole ci sono nel gas? Appoggiamo sul pistone un peso di massa  $M = 100 \text{ kg}$ ; quanto risulterà alto il contenitore alla fine?



**Spiegazione** In questo problema si parla di un gas che effettua una trasformazione **adiabatica**. Bisognerà quindi utilizzare la legge dei gas perfetti. Il volume del gas lo si ricava sapendo che il contenitore è cilindrico con area di base  $S$  ed altezza  $h$ . La pressione del gas la ottengo sapendo che è pari alla pressione atmosferica aumentata della pressione dovuta al peso del pistone e della massa poi aggiunta sul pistone.



**Svolgimento** Indichiamo il volume del gas, negli istanti finale e iniziale:

$$V_f = S \cdot h_f$$

$$V_i = S \cdot h_i = 1 \text{ dm}^2 \cdot 3 \text{ dm} = 3 \text{ dm}^3$$

Indichiamo anche le pressioni negli istanti iniziali e finali:

$$P_i = P_{atm} + \frac{m \cdot g}{S} = 100000 \text{ Pa} + \frac{10 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ dm}^2} = 109800 \text{ Pa}$$

$$P_f = P_{atm} + \frac{(m + M) \cdot g}{S} = 100000 \text{ Pa} + \frac{110 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ dm}^2} = 207800 \text{ Pa}$$

Utilizziamo la legge dei gas per calcolare il numero di molecole del gas

$$n = \frac{P_i \cdot V_i}{KT} = \frac{109800 \text{ Pa} \cdot 0,003 \text{ m}^3}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = 8 \cdot 10^{21}$$

Consideriamo adesso la trasformazione adiabatica. Essendo il gas monoatomico, avremo  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$

Dall'equazione per l'adiabatica

$$V_f^\gamma = \frac{P_i \cdot V_i^\gamma}{P_f}$$

$$S^\gamma \cdot h_f^\gamma = \frac{P_i \cdot S^\gamma \cdot h_i^\gamma}{P_f}$$

$$h_f^\gamma = \frac{P_i \cdot h_i^\gamma}{P_f}$$

$$h_f = \frac{P_i^{\frac{1}{\gamma}} \cdot h_i}{P_f^{\frac{1}{\gamma}}}$$

$$h_f = \frac{1057,7 \text{ Pa}^{\frac{1}{\gamma}} \cdot 3 \text{ dm}}{1550,9 \text{ Pa}^{\frac{1}{\gamma}}} = 2,05 \text{ dm}$$

**Problema di: Termodinamica - T0062****Testo** [T0063] [3★ 3🕒 4a📖]

Un contenitore cilindrico è chiuso da un lato da un pistone mobile e sul lato opposto da un tappo di sezione  $S = 20 \text{ cm}^2$  che copre tutta la superficie inferiore del cilindro. Il contenitore è tenuto a temperatura costante. Il tappo è in grado di resistere ad una forza  $F = 5 \cdot 10^7 \text{ N}$  prima di rompersi. Inizialmente il pistone è posto ad un'altezza  $h_i = 30 \text{ cm}$ , ed il cilindro è riempito con un gas alla pressione  $P_i = 1,5 \text{ atm}$ . Di quanto è possibile abbassare il pistone e ridurre quindi il volume del gas senza rompere il tappo?

**Spiegazione** Il pistone scende e diminuisce il volume del contenitore facendo aumentare la pressione interna del gas con una trasformazione isoterma. Per calcolare la forza che agisce sul tappo è importante non dimenticare la presenza dell'atmosfera esterna al cilindro.

**Svolgimento** La forza che agisce sul tappo del cilindro è data dalla differenza di pressione tra l'interno e l'esterno del tappo sulla superficie dello stesso:

$$F = \frac{P_f - P_{atm}}{S}$$

con  $P_f$  la pressione interna del cilindro dopo che il pistone è stato abbassato. Quindi

$$P_f = F \cdot S + P_{atm}$$

Essendo isoterma la trasformazione subita dal gas, ed essendo cilindrico il contenitore, la pressione interna sarà

$$P_f = P_i \frac{V_i}{V_f} = P_i \frac{S \cdot h_i}{S \cdot h_f} = P_i \frac{h_i}{h_f}$$

Riprendendo l'equazione precedente avremo

$$P_i \frac{h_i}{h_f} = F \cdot S + P_{atm}$$

da cui

$$\frac{h_f}{h_i} = \frac{P_i}{F \cdot S + P_{atm}}$$

$$h_f = h_i \cdot \frac{P_i}{F \cdot S + P_{atm}}$$

$$h_f = 30 \text{ cm} \cdot \frac{150000 \text{ Pa}}{100000 \text{ Pa} + 100000 \text{ Pa}} = 22,5 \text{ cm}$$

**Problema di: Termodinamica - T0021****Testo** [T0021] [3★ 3⌚ 3a📖]

Un contenitore è separato da una sottile paratia in due volumi uguali nei quali sono contenuti due gas, rispettivamente alla pressione  $P_{i_A} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e  $P_{i_B} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Il contenitore è mantenuto a temperatura costante, e i due gas sono in equilibrio termico con il contenitore. Quale pressione si avrà all'interno del contenitore dopo la rimozione della paratia di separazione?

**Spiegazione** Nell'esercizio in questione abbiamo due gas inizialmente separati che successivamente si mescolano tra loro. Rimossa la paratia di separazione, ognuno dei due gas occuperà tutto lo spazio a disposizione. Essendo il contenitore a temperatura costante, la trasformazione termodinamica che avviene è un'isoterma. Per la legge di Dalton, la pressione complessiva sul contenitore è la somma delle pressioni parziali dei due gas.

**Svolgimento** Per una trasformazione isoterma noi possiamo scrivere

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT \\ P_i V_i = NKT \end{cases}$$

Per trasformazioni quasistatiche come quelle ideali che consideriamo, la legge dei gas perfetti vale infatti in ogni istante della trasformazione, e quindi vale sia nell'istante iniziale che nell'istante finale della trasformazione. Trattandosi di una trasformazione isoterma non si è fatta distinzione tra la temperatura iniziale e quella finale, per cui  $T_i = T_f = T$

Dal sistema si ricava

$$P_f V_f = P_i V_i$$

$$P_f = \frac{P_i V_i}{V_f}$$

Tale formula è applicabile ad entrambi i gas dell'esercizio, che per comodità indicheremo con  $A$  e  $B$ .

Per la legge di Dalton

$$P_f = P_{f_A} + P_{f_B} = \frac{P_{i_A} V_{i_A}}{V_{f_A}} + \frac{P_{i_B} V_{i_B}}{V_{f_B}}$$

Dai dati dell'esercizio sappiamo che il contenitore era inizialmente diviso a metà, per cui

$$\frac{V_{i_A}}{V_{f_A}} = \frac{V_{i_B}}{V_{f_B}} = \frac{1}{2}$$

Quindi

$$P_f = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \cdot 3,3 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 2,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

**Problema di: Dinamica - Termodinamica - DT0003****Testo** [DT0003] [4★ 7👍 3a📖]

Un palloncino pieno d'aria, di volume liberamente variabile e di massa complessiva  $m = 100\text{ g}$ , è tenuto completamente immerso da una molla di costante elastica  $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$  legata al fondo di un contenitore. Sappiamo che quando l'acqua è alla temperatura  $T_i = 27^\circ\text{C}$  la molla è allungata di  $\Delta l = 5\text{ cm}$ . Ammettendo che la pressione a cui si trova il palloncino sia costante, quanto sarà allungata la molla se portiamo l'acqua alla temperatura  $T_f = 87^\circ\text{C}$ ?

**Spiegazione** Il palloncino allunga la molla in quanto la forza di Archimede tende a farlo salire, mentre la forza di gravità è minore di quella di Archimede. La forza di Archimede dipende dal volume del palloncino che, a sua volta, dipende dalla temperatura a cui si trova.

**Svolgimento** Cominciamo con lo scrivere l'equazione dell'equilibrio dinamico relativo al palloncino.

$$F_{el} + F_g = F_{Arc}$$

$$k \cdot \Delta l + mg = \rho_{H_2O} Vg$$

Inizialmente l'equazione di equilibrio per il palloncino è

$$k \cdot \Delta l_i + mg = \rho_{H_2O} V_i g$$

Se scaldiamo l'acqua, si scalda il gas nel palloncino e quindi aumenta il volume dello stesso cambiando il valore della forza di Archimede. In particolare il testo dell'esercizio ci dica che il gas ha compiuto una trasformazione isobara.

$$\begin{cases} PV_i = NKT_i \\ PV_f = NKT_f \end{cases}$$

$$V_f = \frac{T_f}{T_i} V_i$$

L'equazione dell'equilibrio nello stato finale è

$$k \cdot \Delta l_f + mg = \rho_{H_2O} V_f g$$

quindi

$$\begin{cases} k \cdot \Delta l_i + mg = \rho_{H_2O} V_i g \\ k \cdot \Delta l_f + mg = \rho_{H_2O} V_f g \end{cases}$$

Considerando la trasformazione termodinamica

$$\begin{cases} k \cdot \Delta l_i + mg = \rho_{H_2O} V_i g \\ k \cdot \Delta l_f + mg = \rho_{H_2O} \frac{T_f}{T_i} V_i g \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i = \frac{k \cdot \Delta l_i + mg}{\rho_{H_2O} g} \\ k \cdot \Delta l_f - k \cdot \Delta l_i = \rho_{H_2O} \frac{T_f}{T_i} V_i g - \rho_{H_2O} V_i g \end{cases}$$

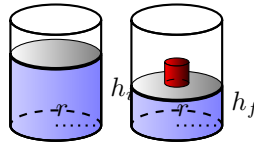
$$\begin{cases} V_i = \frac{k \cdot \Delta l_i + mg}{\rho_{H_2O} g} \\ \Delta l_f - \Delta l_i = \frac{\rho_{H_2O} V_i g}{k} \left( \frac{T_f}{T_i} - 1 \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i = \frac{k \cdot \Delta l_i + mg}{\rho_{H_2O} g} \\ \Delta l_f = \Delta l_i + \frac{\rho_{H_2O} V_i g}{k} \left( \frac{T_f}{T_i} - 1 \right) \end{cases}$$

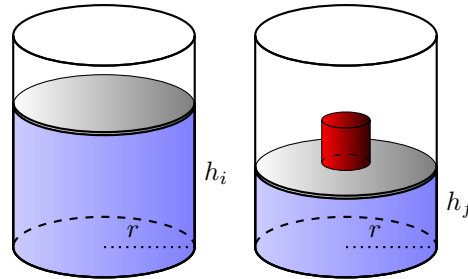
$$\begin{cases} V_i = \frac{k \cdot \Delta l_i + mg}{\rho_{H_2O} g} \\ \Delta l_f = \Delta l_i + \frac{k \cdot \Delta l_i + mg}{k} \left( \frac{T_f}{T_i} - 1 \right) \end{cases}$$

**Problema di: Termodinamica - DT0005****Testo** [DT0005] [2★ 3🔑 3a📖]

Un contenitore cilindrico mantenuto a temperatura costante è utilizzato come bilancia per misurare la massa  $M$  di un pesino posto sul pistone mobile che chiude il cilindro. Ipotizziamo che il pistone abbia massa trascurabile. La base del cilindro è  $S = 5 \text{ dm}^2$  e l'altezza iniziale senza il pesino è  $h_i = 2 \text{ dm}$ . Avendo osservato che con il pesino il pistone si abbassa di  $\Delta h = 5 \text{ cm}$ , quanto vale la massa  $M$  del pesino?



**Spiegazione** In questo problema si parla di un gas che effettua una trasformazione **isoterma**. Bisognerà quindi utilizzare la legge dei gas perfetti. Il pesino aumenta la pressione sul gas e di conseguenza diminuisce il volume. Calcolando di quanto cambia il volume è possibile risalire alla variazione di pressione e quindi alla massa del pesino.



**Svolgimento** Dall'equazione dell'isoterma<sup>1</sup>

$$P_i V_i = P_f V_f$$

$$P_i S h_i = \left( P_i + \frac{Mg}{S} \right) S h_f$$

$$P_i h_i = \left( P_i + \frac{Mg}{S} \right) h_f$$

$$P_i h_i = P_i h_f + \frac{Mg}{S} h_f$$

$$P_i (h_i - h_f) \frac{S}{gh_f} = M$$

$$M = 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,05 \text{ m} \frac{0,05 \text{ m}^2}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,15 \text{ m}} = 170 \text{ kg}$$

<sup>1</sup>Scrivo qui direttamente l'equazione dell'isoterma. E' fondamentale che voi sappiate ricavarla a partire dalla legge dei gas.

**Problema di: Termodinamica - T0022****Testo** [T0022] [4★ 8👍 3a📖]

Un contenitore è separato da una sottile paratia in due volumi uguali nei quali sono contenuti due gas, rispettivamente ossigeno  $O_2$  alla pressione  $P_{iA} = 1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e idrogeno  $H_2$  alla pressione  $P_{iB} = 2,8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Assumendo che il contenitore sia mantenuto alla temperatura costante  $T = 200^\circ\text{C}$  e che i due gas siano in equilibrio termico con il contenitore, quale pressione si avrà all'interno del contenitore dopo la rimozione della paratia di separazione? Quale pressione si avrà poi dopo che un dispositivo elettrico fa scoccare una scintilla attraverso la miscela di idrogeno e ossigeno?

**Spiegazione** Nella prima parte dell'esercizio in questione abbiamo due gas inizialmente separati che successivamente si mescolano tra loro. Rimossa la paratia di separazione, ognuno dei due gas occuperà tutto lo spazio a disposizione. Essendo il contenitore a temperatura costante, la trasformazione termodinamica che avviene è un'isoterma. Per la legge di Dalton, la pressione complessiva sul contenitore è la somma delle pressioni parziali dei due gas.

Nella seconda parte dell'esercizio, la scintilla farà reagire insieme l'idrogeno e l'ossigeno cambiano il numero di molecole presenti nel contenitore, mantenendo costanti il volume del contenitore e la sua temperatura. Il testo dell'esercizio afferma infatti che il contenitore è mantenuto a temperatura costante, quindi il calore prodotto dalla reazione viene assorbito dal contenitore e poi disperso verso l'esterno dalla macchina che mantiene costante la temperatura del contenitore.

**Svolgimento** Per una trasformazione isoterma di un generico gas composto da un numero  $N$  di molecole alla temperatura costante  $T$ , possiamo scrivere

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT \\ P_i V_i = NKT \end{cases}$$

Per trasformazioni quasistatiche come quelle ideali che consideriamo, la legge dei gas perfetti vale infatti in ogni istante della trasformazione, e quindi vale sia nell'istante iniziale che nell'istante finale della trasformazione. Trattandosi di una

trasformazione isoterma non si è fatta distinzione tra la temperatura iniziale e quella finale, per cui  $T_i = T_f = T$

Dal sistema si ricava

$$P_f V_f = P_i V_i$$

$$P_f = \frac{P_i V_i}{V_f}$$

Tale formula è applicabile ad entrambi i gas dell'esercizio, che per comodità indicheremo con  $A$  e  $B$ .

Per la legge di Dalton

$$P_f = P_{fO_2} + P_{fH_2} = \frac{P_{iO_2} V_{iO_2}}{V_{fO_2}} + \frac{P_{iH_2} V_{iH_2}}{V_{fH_2}}$$

Dai dati dell'esercizio sappiamo che il contenitore era inizialmente diviso a metà, per cui

$$\frac{V_{iO_2}}{V_{fO_2}} = \frac{V_{iH_2}}{V_{fH_2}} = \frac{1}{2}$$

Quindi

$$P_f = \frac{1}{2} \cdot 1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \cdot 2,8 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Se osserviamo adesso i valori iniziali di volume, pressione, temperatura e numero di molecole dei due gas, avremo che  $V_{iO_2} = V_{iH_2} = V_i$ ,  $T_{iO_2} = T_{iH_2} = T$

$$\begin{cases} P_{iO_2} V_i = N_{iO_2} KT \\ P_{iH_2} V_i = N_{iH_2} KT \end{cases}$$

da cui

$$P_{iO_2} V_{iO_2} = P_{iH_2} V_{iH_2}$$

$$\frac{N_{iO_2}}{N_{iH_2}} = \frac{P_{iO_2}}{P_{iH_2}} = \frac{1}{2}$$

Questo significa che idrogeno ed ossigeno sono nelle esatte proporzioni per reagire in modo tale che tutte le molecole di idrogeno si combinano con tutte le molecole

di ossigeno a formare molecole di acqua. Essendo il contenitore alla temperatura  $T = 200^\circ\text{C}$ , l'acqua prodotta dalla reazione rimane allo stato gassoso. Il numero di molecole presente nel contenitore cambia, in quanto ogni tre molecole di reagenti se ne producono due di prodotti della reazione. Questo ci permette di scrivere

$$\frac{N_{H_2O}}{N_{H_2+O_2}} = \frac{2}{3}$$

Indichiamo con  $P_{i2} = P_f$  il valore di pressione che ha il gas prima della reazione chimica, e  $P_{f2}$  il valore di pressione dopo che è avvenuta la reazione chimica.

Dopo la reazione chimica, raggiunto l'equilibrio termico con il contenitore, potremo scrivere

$$\begin{cases} P_{f2}V = N_{f2}KT \\ P_{i2}V = N_{i2}KT \end{cases}$$

da cui si ricava

$$\frac{P_{f2}}{P_{i2}} = \frac{N_{H_2O}}{N_{H_2+O_2}}$$

$$P_{f2} = P_{i2} \frac{N_{H_2O}}{N_{H_2+O_2}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{2}{3} = 1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

### Problema di: Termodinamica - T0029

**Testo** [T0029] [4★ 6🕒 3a📖]

Un contenitore cilindrico di superficie di base  $S = 10 \text{ cm}^2$  contiene una mole di gas alla pressione  $P_i = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  ed alla temperatura  $T_i = 300 \text{ K}$ . Il cilindro è chiuso da un pistone tenuto in posizione da una molla di costante elastica  $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$ . Di quanto si solleva il pistone se scaldiamo il gas fino alla temperatura  $T_f = 400 \text{ K}$ ?

**Spiegazione** In questo problema abbiamo una trasformazione termodinamica differente dalle quattro standard di cui di solito si tratta. Non è ovviamente isoterma in quanto è scritto nel testo che la temperatura aumenta; non è isobara né isocora in quanto l'aumento di temperatura implica un aumento del prodotto  $P \cdot V$  nella legge dei gas. Un aumento di  $V$  però implica lo schiacciamento della molla che tiene il cilindro, e quindi un aumento della pressione esercitata.  $P$  e  $V$ , visto il sistema fisico che è stato costruito, sono tra loro legati.

**Svolgimento** Cominciamo con il determinare la relazione che intercorre tra il volume e la pressione del gas. Un aumento del volume del gas implica un aumento dell'altezza del cilindro che corrisponde alla compressione della molla e quindi ad un aumento della pressione.

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S}$$

$$\Delta P = \frac{k \cdot \Delta h}{S} = \frac{k \cdot \Delta V}{S^2}$$

Utilizzando la legge dei gas avremo

$$\begin{cases} P_i V_i = NKT_i \\ P_f V_f = NKT_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_i V_i = NKT_i \\ (P_i + \frac{k \cdot \Delta h}{S}) \cdot (V_i + S \cdot \Delta h) = NKT_f \end{cases}$$

Ricaviamo  $V_i$  dalla prima equazione sostituendo poi nella seconda, ed avremo

$$\begin{cases} V_i = \frac{NKT_i}{P_i} \\ \left(P_i + \frac{k \cdot \Delta h}{S}\right) \cdot \left(\frac{NKT_i}{P_i} + S \cdot \Delta h\right) = NKT_f \end{cases}$$

Consideriamo adesso la seconda equazione

$$NKT_i + P_i \cdot S \cdot \Delta h + \Delta h \cdot \frac{k \cdot NKT_i}{P_i \cdot S} + k\Delta h^2 = NKT_f$$

Per comodità indichiamo con  $X = \Delta h$  l'incognita da trovare

$$k \cdot X^2 + \left(P_i \cdot S + \frac{k \cdot NKT_i}{P_i \cdot S}\right) \cdot X - NK\Delta T = 0$$

mettendo tutto in unità standard e trascurando di scriverle<sup>2</sup>, avremo

$$10^5 X^2 + \left(2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} + \frac{10^5 \cdot 8,314 \cdot 300}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}\right) \cdot X - 8,314 \cdot 100 = 0$$

$$10^5 X^2 + (200 + 12,471 \cdot 10^5) X - 831,4 = 0$$

Il valore di  $X$  è la soluzione del problema.

<sup>2</sup>Questo ovviamente non è corretto da un punto di vista matematico; lo faccio solo per non rendere troppo pesante la scrittura e facilitare la comprensione.

### Problema di: Termodinamica - T0030

**Testo** [T0030] [3★ 3👤 4a📖]

Un cilindro adiabatico, riempito di elio gassoso alla temperatura  $T_i = 47^\circ\text{C}$ , è chiuso da un pistone mobile all'altezza  $h_i = 30\text{ cm}$ . Di quanto si deve abbassare il pistone per portare il gas alla temperatura  $T_f = 77^\circ\text{C}$ ?

**Spiegazione** Il contenitore in questione è adiabatico, quindi non scambia calore con l'esterno. Abbassando il pistone si diminuisce il volume del gas e quindi, essendo la trasformazione adiabatica, il gas si scalda.

**Svolgimento** In questo esercizio il volume del gas diminuisce e quindi aumenta pressione e temperatura. La diminuzione del volume è legata alla diminuzione dell'altezza del cilindro.

L'equazione delle trasformazioni adiabatiche

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

Essendo l'elio un gas monoatomico avremo che  $\gamma = \frac{5}{3}$

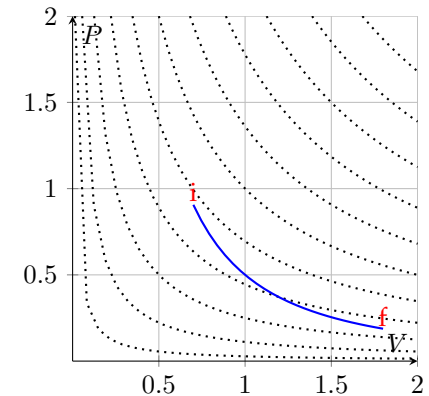
Il volume finale del gas è quindi

$$V_f = V_i \left(\frac{T_i}{T_f}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Il volume del gas ha la forma di un cilindro, quindi

$$Sh_f = Sh_i \left(\frac{T_i}{T_f}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$h_f = 30\text{ cm} \cdot \left(\frac{320\text{ K}}{350\text{ K}}\right)^{\frac{3}{2}} = 26,2\text{ cm}$$



**Problema di: Termodinamica - T0038****Testo** [T0038] [3★ 3⌚ 4a📖]

Una mole di gas compie una trasformazione adiabatica passando dalla temperatura  $T_i = 20^\circ\text{C}$  alla temperatura  $T_f = 40^\circ\text{C}$  e da un volume  $V_i = 1\text{ m}^3$  ad un volume  $V_f = 0,848\text{ m}^3$ . Che tipo di gas si sta analizzando?

**Spiegazione** La trasformazione adiabatica fornisce i dati necessari per determinare il fattore  $\gamma$ , con in quale si può determinare se il gas è monoatomico, biatomico o poliatomico.

**Svolgimento** Per la legge delle trasformazioni adiabatiche avremo

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_i}{T_f} = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{293}{313} = (0,848)^{\gamma-1}$$

$$\gamma - 1 = \frac{\ln 0,936}{\ln 0,848} = 0,4$$

$$\gamma = 1,4 = \frac{7}{5}$$

Il gas è quindi biatomico. Per un gas biatomico, infatti,  $c_v = \frac{5}{2}$  e  $c_p = \frac{7}{2}$ , per cui

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5} = 1,4$$

**Problema di: Termodinamica - T0038a****Testo** [T0038a] [3★ 3⌚ 4a📖]

Una mole di gas compie una trasformazione adiabatica passando dalla temperatura  $T_i = 20^\circ\text{C}$  alla temperatura  $T_f = 40^\circ\text{C}$  e da un volume  $V_i = 1\text{ m}^3$  ad un volume  $V_f = 0,906\text{ m}^3$ . Che tipo di gas si sta analizzando?

**Spiegazione** La trasformazione adiabatica fornisce i dati necessari per determinare il fattore  $\gamma$ , con in quale si può determinare se il gas è monoatomico, biatomico o poliatomico.

**Svolgimento** Per la legge delle trasformazioni adiabatiche avremo

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_i}{T_f} = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{293}{313} = (0,906)^{\gamma-1}$$

$$\gamma - 1 = \frac{\ln 0,936}{\ln 0,906} = 0,67$$

$$\gamma = 1,67 \sim \frac{5}{3}$$

Il gas è quindi monoatomico. Per un gas monoatomico, infatti,  $c_v = \frac{3}{2}$  e  $c_p = \frac{5}{2}$ , per cui

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3} \sim 1,67$$

La non perfetta corrispondenza è solo dovuta alle approssimazioni nell'indicare i dati nel testo.

**Problema di: Termodinamica - T0038b****Testo** [T0038b] [3★ 3🕒 4a📖]

Una mole di gas compie una trasformazione adiabatica passando dalla temperatura  $T_i = 20^\circ\text{C}$  alla temperatura  $T_f = 40^\circ\text{C}$  e da un volume  $V_i = 1\text{ m}^3$  ad un volume  $V_f = 0,794\text{ m}^3$ . Che tipo di gas si sta analizzando?

**Spiegazione** La trasformazione adiabatica fornisce i dati necessari per determinare il fattore  $\gamma$ , con in quale si può determinare se il gas è monoatomico, biatomico o poliatomico.

**Svolgimento** Per la legge delle trasformazioni adiabatiche avremo

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_i}{T_f} = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{293}{313} = (0,794)^{\gamma-1}$$

$$\gamma - 1 = \frac{\ln 0,936}{\ln 0,794} = 0,2867$$

$$\gamma = 1,2867 \sim \frac{9}{7}$$

Il gas è quindi poliatomico. Per un gas poliatomico, infatti,  $c_v = \frac{7}{2}$  e  $c_p = \frac{9}{2}$ , per cui

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{9}{7} = 1,2857$$

La non perfetta corrispondenza è solo dovuta alle approssimazioni nell'indicare i dati nel testo.

**Problema di: Termodinamica - T0056****Testo** [T0056] [4★ 5🕒 4a📖]

Un gas biatomico compie una trasformazione isoterma dallo stato  $A$  ( $10^5\text{ Pa}$ ;  $2\text{ m}^3$ ;  $300\text{ K}$ ) raddoppiando il suo volume. Volendo ottenere la stessa trasformazione  $A \rightarrow B$  utilizzando un riscaldamento isocoro ed una espansione adiabatica, quale pressione massima verrebbe raggiunta?

**Spiegazione** Identificate lo stato  $B$ ; successivamente trovate lo stato  $X$  che rappresenta l'intersezione tra l'isocora che passa da  $A$  e l'adiabatica che passa da  $B$ . Il percorso  $A \rightarrow C \rightarrow B$  è il percorso indicato dal testo dell'esercizio. La pressione dello stato  $X$  è la risposta al problema.

**Svolgimento** Lo stato  $B$  è identificabile tramite la legge dei gas.

$$\begin{cases} P_a V_a = nRT \\ P_b V_b = nRT \end{cases} \Rightarrow P_b = \frac{P_a V_a}{V_b} = \frac{P_a}{2} = 5 \cdot 10^4\text{ Pa}$$

L'adiabatica che passa da  $B$  è identificata dall'equazione

$$P_b V_b^\gamma = P_x V_x^\gamma$$

Il fattore  $\gamma = \frac{7}{5}$  è determinato sapendo che il gas è un gas biatomico. Considerando che la trasformazione  $A \rightarrow X$  è isocora abbiamo

$$P_b V_b^\gamma = P_x V_a^\gamma$$

$$P_b \cdot 2^\gamma = P_x$$

$$P_x = 2^{\frac{7}{5}} \cdot 5 \cdot 10^4\text{ Pa} = 1,3 \cdot 10^5\text{ Pa}$$

**Problema di: Termodinamica - T0058****Testo** [T0058] [4★ 5🕒 4a📖]

Un gas monoatomico compie una trasformazione isoterma dallo stato termodinamico  $A$  ( $10^5 \text{ Pa}$ ;  $2 \text{ m}^3$ ;  $300 \text{ K}$ ) raddoppiando il suo volume. Volendo ottenere la stessa trasformazione  $A \rightarrow B$  utilizzando nell'ordine un riscaldamento isobaro ed una espansione adiabatica, quale temperatura massima verrebbe raggiunta?

**Spiegazione** Per questa trasformazione è necessario applicare le leggi relative alle trasformazioni indicate. Disegnate il percorso delle trasformazioni sul piano di Clapeyron per orientarvi nella comprensione della soluzione.

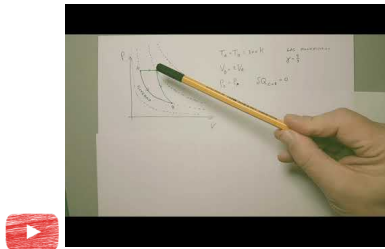


Fig. 4.5: Guarda il video [youtu.be/E1hO044Cau0](https://youtu.be/E1hO044Cau0)

**Svolgimento** Lo stato finale  $B$ , utilizzando la legge dei gas

$$P_A V_A = P_B V_B$$

è dato da  $B$  ( $5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ;  $4 \text{ m}^3$ ;  $300 \text{ K}$ )

La massima temperatura raggiunta è quella dello stato intermedio  $C$  dato da

$$\begin{cases} T_A V_C = T_C V_A \\ T_C V_C^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_A V_C = T_C V_A \\ T_C V_C^{\gamma-1} = 2^{\gamma-1} T_A V_A^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{T_A V_C}{V_A} = T_C \\ \frac{T_A V_C^\gamma}{V_A} = 2^{\gamma-1} T_A V_A^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{T_A V_C}{V_A} = T_C \\ V_C^\gamma = 2^{\gamma-1} V_A^\gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{T_A V_C}{V_A} = T_C \\ V_C = 2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} V_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_C = T_A 2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \\ V_C = 2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} V_A \end{cases}$$

Per cui

$$T_C = T_A 2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 396 \text{ K}$$

**Problema di: Termodinamica - T0058a****Testo** [T0058a] [4★ 5👍 4a📖]

Un gas monoatomico compie una trasformazione isoterma a partire dallo stato termodinamico  $A$  ( $10^5 \text{ Pa}; 2 \text{ m}^3; 300 \text{ K}$ ) raddoppiando il suo volume. Volendo ottenere la stessa trasformazione  $A \rightarrow B$  utilizzando nell'ordine un riscaldamento isocoro ed una espansione adiabatica, quale temperatura massima verrebbe raggiunta?

**Spiegazione** Identificate lo stato  $B$ ; successivamente trovate lo stato  $X$  che rappresenta l'intersezione tra l'isocora che passa da  $A$  e l'adiabatica che passa da  $B$ . Il percorso  $A \rightarrow C \rightarrow B$  è il percorso indicato dal testo dell'esercizio. La pressione dello stato  $X$  è la risposta al problema.

**Svolgimento** Lo stato  $B$  è identificabile tramite la legge dei gas.

$$\begin{cases} P_a V_a = nRT \\ P_b V_b = nRT \end{cases} \Rightarrow P_b = \frac{P_a V_a}{V_b} = \frac{P_a}{2} = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

L'adiabatica che passa da  $B$  è identificata dall'equazione

$$T_b V_b^{\gamma-1} = T_x V_x^{\gamma-1}$$

Il fattore  $\gamma = \frac{5}{3}$  è determinato sapendo che il gas è un gas monoatomico. Quindi

$$T_b V_b^{\frac{2}{3}} = T_x V_x^{\frac{2}{3}}$$

Considerando che la trasformazione  $A \rightarrow X$  è isobara abbiamo

$$T_b P_b^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_x P_x^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_b P_b^{-\frac{2}{5}} = T_x P_a^{-\frac{2}{5}}$$

$$T_x = T_b \cdot 2^{\frac{2}{5}} = 396 \text{ K}$$

**Problema di: Termodinamica - T0058b****Testo** [T0058b] [4★ 5👍 4a📖]

Un gas monoatomico compie una trasformazione isoterma a partire dallo stato termodinamico  $A$  ( $10^5 \text{ Pa}; 2 \text{ m}^3; 300 \text{ K}$ ) raddoppiando il suo volume. Volendo ottenere la stessa trasformazione  $A \rightarrow B$  utilizzando nell'ordine una espansione adiabatica ed un riscaldamento isocoro, quale temperatura minima verrebbe raggiunta?

**Spiegazione** Per questa trasformazione è necessario applicare le leggi relative alle trasformazioni indicate. Disegnate il percorso delle trasformazioni sul piano di Clapeyron per orientarvi nella comprensione della soluzione.

**Svolgimento** Lo stato finale  $B$ , utilizzando la legge dei gas

$$P_A V_A = P_B V_B$$

è dato da  $B$  ( $5 \cdot 10^4 \text{ Pa}; 4 \text{ m}^3; 300 \text{ K}$ )

La minima temperatura raggiunta è quella dello stato intermedio  $C$  dato da

$$\begin{cases} T_B P_C = T_C P_B \\ P_C V_C^\gamma = P_A V_A^\gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2T_A P_C = T_C P_A \\ P_C V_C^\gamma = P_A V_A^\gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_C = \frac{T_C P_A}{2T_A} \\ \frac{T_C P_A}{2T_A} V_C^\gamma = P_A V_A^\gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_C = \frac{T_C P_A}{2T_A} \\ \frac{T_C}{2T_A} V_A^\gamma \cdot 2^\gamma = V_A^\gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_C = \frac{T_C P_A}{2T_A} \\ \frac{T_C}{2T_A} = 2^{-\gamma} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_C = \frac{T_C P_A}{2T_A} \\ T_C = 2^{1-\gamma} T_A \end{cases}$$

$$T_C = 0,63 * 300 \text{ K} = 189 \text{ K}$$

### Problema di: Termodinamica - T0058c

**Testo** [T0058c] [4★ 5🕒 4a📖]

Un gas monoatomico compie una trasformazione isoterma a partire dallo stato termodinamico  $A$  ( $10^5 \text{ Pa}$ ;  $2 \text{ m}^3$ ;  $300 \text{ K}$ ) raddoppiando il suo volume. Volendo ottenere la stessa trasformazione  $A \rightarrow B$  utilizzando nell'ordine una espansione adiabatica ed un riscaldamento isobaro, quale temperatura minima verrebbe raggiunta?

**Spiegazione** Per questa trasformazione è necessario applicare le leggi relative alle trasformazioni indicate. Disegnate il percorso delle trasformazioni sul piano di Clapeyron per orientarvi nella comprensione della soluzione.

**Svolgimento** Lo stato finale  $B$ , utilizzando la legge dei gas

$$P_A V_A = P_B V_B$$

è dato da  $B$  ( $5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ;  $4 \text{ m}^3$ ;  $300 \text{ K}$ )

La minima temperatura raggiunta è quella dello stato intermedio  $C$  dato da

$$\begin{cases} T_B V_C = T_C V_B \\ T_C V_C^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_B V_C = T_C V_B \\ T_C V_C^{\gamma-1} = 2^{1-\gamma} T_B V_B^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{T_C V_B}{T_B} = V_C \\ T_C \frac{T_C^{\gamma-1} V_B^{\gamma-1}}{T_B^{\gamma-1}} = 2^{1-\gamma} T_B V_B^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{T_C V_B}{T_B} = V_C \\ T_C^{\gamma} V_B^{\gamma-1} = 2^{1-\gamma} T_B^{\gamma} V_B^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{T_C V_B}{T_B} = V_C \\ T_C = 2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_B \end{cases}$$

da cui, essendo  $\gamma = \frac{5}{3}$  in quanto il gas è monoatomico, avremo

$$T_C = 2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_B = 227,4 \text{ K}$$

### Problema di: Termodinamica - T0062

**Testo** [T0062] [4★ 5👍 4a📖]

Un gas monoatomico compie una trasformazione isocora dallo stato  $A$  ( $10^5 \text{ Pa}; 2 \text{ m}^3; 300 \text{ K}$ ) raddoppiando la sua pressione. Volendo ottenere la stessa trasformazione  $A \rightarrow B$  utilizzando nell'ordine un riscaldamento isobaro ed una compressione adiabatica, quale volume massimo verrebbe raggiunto?

**Spiegazione** In questo esercizio applichiamo le leggi dei gas e delle trasformazioni termodinamiche indicate. Calcolando poi il calore scambiato otteniamo il rendimento del ciclo.

**Svolgimento** Lo stato finale  $B$ , utilizzando la legge dei gas per ottenere l'equazione della trasformazione isocora

$$P_A T_B = P_B T_A$$

è dato da  $B$  ( $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}; 2 \text{ m}^3; 600 \text{ K}$ )

Il massimo volume raggiunto è quella dello stato intermedio  $C$  dato da

$$\begin{cases} T_A V_C = T_C V_A \\ T_C V_C^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \end{cases}$$

Sapendo che da  $A$  verso  $B$  abbiamo una trasformazione isocora, abbiamo

$$\begin{cases} T_A = \frac{T_C V_A}{V_C} \\ T_C V_C^{\gamma-1} = 2 T_A V_A^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_A = \frac{T_C V_A}{V_C} \\ T_C V_C^{\gamma-1} = 2 \frac{T_C V_A}{V_C} V_A^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_A = \frac{T_C V_A}{V_C} \\ V_C^{\gamma} = 2 V_A^{\gamma} \end{cases}$$

e quindi

$$V_C = 2^{-\gamma} V_A$$

essendo il gas monoatomico

$$V_C = 2^{-\gamma} V_A = 2^{-\frac{5}{3}} \cdot 2 \text{ m}^3 = 0,63 \text{ m}^3$$

### Problema di: Termodinamica - T0035

**Testo** [T0035] [3★ 9🕒 4a📖]

$n = 2$  moli di gas monoatomico compiono un ciclo reversibile tra gli stati A, B, C, D indicato di seguito. Disegnare il ciclo termodinamico e calcolare le coordinate termodinamiche (P,V,T) nei quattro stati indicati.

$A \rightarrow B$ : espansione isoterma da  $P_A = 2 \text{ atm}$ ,  $V_A = 1 \text{ dm}^3$  a  $V_B = 2 \text{ dm}^3$ ;

$B \rightarrow C$ : espansione adiabatica fino a  $P_C = \frac{1}{4} P_A$ ;

$C \rightarrow D$ : compressione isobara fino al volume  $V_D = V_A$ ;

$D \rightarrow A$ : trasformazione isocora fino allo stato A.

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste. Il diagramma delle trasformazioni è rappresentato in figura 4.6.

**Svolgimento** La temperatura nello stato A è calcolabile dalla legge dei gas

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 12 \text{ K}$$

La pressione  $P_B$  la troviamo con la legge delle isoterme

$$T_B = T_A = 12 \text{ K}$$

$$P_B V_B = P_A V_A$$

$$P_B = P_A \cdot \frac{V_A}{V_B} = 1 \text{ atm}$$

Dai dati del problema avremo

$$P_C = 0,5 \text{ atm}$$

La legge delle adiabatiche mi permette di trovare il volume del gas nello stato C

$$P_C V_C^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

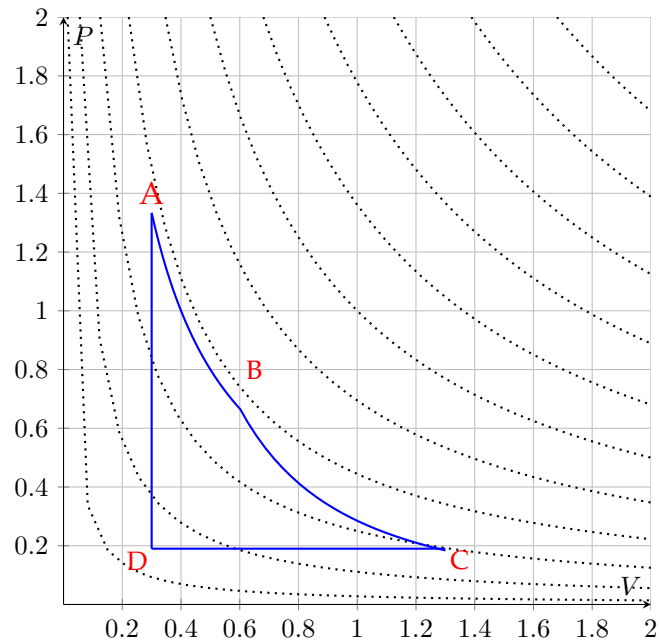


Fig. 4.6: Un ciclo termodinamico. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

$$V_C = V_B \cdot \left( \frac{P_B}{P_C} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$V_C = 2 \, dm^3 \cdot 2^{\frac{5}{3}} = 3,03 \, dm^3$$

per la temperatura nello stato C avremo

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = 9,1 \, K$$

Per lo stato D avremo

$$V_D = V_A = 1 \, dm^3$$

$$P_D = P_C = 0,5 \, atm$$

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = 3 \, K$$

**Problema di: Termodinamica - T0040****Testo** [T0040] [5★ 10🕒 4a📖]

Venti moli di gas perfetto monoatomico compiono la trasformazione ciclica indicata di seguito. Disegna la trasformazione nel piano (P,V) e determina le coordinate termodinamiche dei tre stati A, B, C. Calcola poi il rendimento del ciclo.

$A \rightarrow B$ : espansione adiabatica con  $T_A = 400\text{ K}$ ,  $V_B = 2\text{ m}^3$ ;

$B \rightarrow C$ : compressione isoterma a temperatura  $T_B = 300\text{ K}$

$C \rightarrow A$ : riscaldamento isocoro

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste. Il diagramma delle trasformazioni è rappresentato in figura 4.7.

**Svolgimento** Il gas è monoatomico, quindi  $\gamma = \frac{5}{3}$   
Cominciamo con il calcolare la pressione in B

$$P_B = \frac{nRT_B}{V_B} = 24930\text{ Pa}$$

Considerando la trasformazione adiabatica avremo

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$V_A = V_B \cdot \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 2\text{ m}^3 \cdot 0,65 = 1,3\text{ m}^3$$

La pressione in A è quindi

$$P_A = \frac{nRT_A}{V_A} = 51138\text{ Pa}$$

I valori delle variabili in C sono

$$T_C = T_B = 300\text{ K}$$

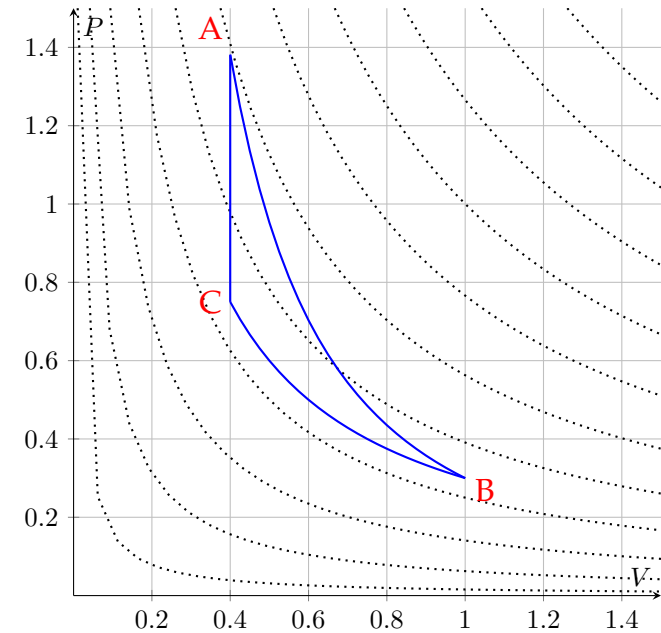


Fig. 4.7: Un ciclo termodinamico. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

$$V_C = V_A = 1,3\text{ m}^3$$

$$P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 38354\text{ Pa}$$

Gli scambi di calore con il mondo esterno avvengono in ingresso nel riscaldamento isocoro ed in uscita nella compressione isoterma. Per cui

$$\delta Q_{ass} = n c_v \Delta T_{C \rightarrow A} = 20\text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 100\text{ K} = 24930\text{ J}$$

$$\delta Q_{ced} = n R T_C \ln \left( \frac{V_C}{V_B} \right)$$

$$\delta Q_{ced} = 20\text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 300\text{ K} \ln(0,65) = -21479\text{ J}$$

Il rendimento del ciclo è quindi

$$\eta = \frac{\delta Q_{ass} - \delta Q_{ced}}{\delta Q_{ass}} = 0,138$$

### Problema di: Fluidodinamica - Termodinamica - FT0001

**Testo** [FT0001] [3★ 4🕒 3a📖]

Un subacqueo con capacità polmonare  $V_i = 5 \text{ dm}^3$  sta per andare a  $h_f = -30 \text{ m}$  di profondità sul livello del mare. Quanti litri d'aria si troverà nei polmoni a quella profondità?

**Spiegazione** Mentre il subacqueo cala in profondità, per la legge di Stevin la pressione a cui è sottoposto aumenta. L'aria nei suoi polmoni viene quindi compressa, e questo accade a temperatura costante, visto che il corpo di un uomo mantiene sempre la temperatura costante.

**Svolgimento** Cominciamo con il calcolarci a quale pressione l'uomo viene sottoposto raggiunta la profondità prevista. Per la legge di Stevin

$$P_f = P_i - \rho g (h_f - h_i)$$

$$P_f = 100000 \text{ Pa} - 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (-30 \text{ m} - 0 \text{ m}) = 402820 \text{ Pa}$$

Teniamo adesso conto che il gas nei polmoni subisce una trasformazione isoterma, per cui

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT \\ P_i V_i = NKT \end{cases}$$

e quindi

$$P_f V_f = P_i V_i$$

$$V_f = \frac{P_i V_i}{P_f}$$

$$V_f = \frac{100000 \text{ Pa} \cdot 5 \text{ dm}^3}{402820 \text{ Pa}} = 1,24 \text{ dm}^3$$

**Problema di: Calorimetria - Termodinamica QT0001****Testo** [QT0001] [3★ 4🕒 3a📖]

In un contenitore di ferro chiuso, di massa  $m_{Fe} = 1 \text{ kg}$ , ci sono  $m_{aria} = 3 \text{ kg}$  di aria. La temperatura iniziale del ferro è  $T_{i-Fe} = 10^\circ\text{C}$ , e quella dell'aria è  $T_{i-aria} = 30^\circ\text{C}$ . Il calore specifico dell'aria a volume costante è  $c_{v-aria} = 0,72 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ . Calcola il rapporto tra le pressioni finale ed iniziale  $x = \frac{P_f}{P_i}$  al raggiungimento dell'equilibrio termico.

**Spiegazione** I due corpi a contatto raggiungono una temperatura di equilibrio. In questo caso il gas scalda il contenitore, e per questo motivo il gas si raffredda. Calcolando la temperatura di equilibrio, si conoscono le due temperature, iniziale e finale, del gas. Visto che il gas è chiuso in un contenitore di ferro, allora fa una trasformazione isocora; sapendolo posso arrivare a dare la risposta al problema.

**Svolgimento** La temperatura di equilibrio raggiunta è

$$T_{eq} = \frac{c_{s-aria} m_{aria} T_{i-aria} + c_{s-Fe} m_{Fe} T_{i-Fe}}{m_{aria} + m_{Fe}}$$

$$T_{eq} = \frac{0,72 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \cdot 3 \text{ kg} \cdot 30^\circ\text{C} + 440 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 10^\circ\text{C}}{0,72 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \cdot 3 \text{ kg} + 440 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \cdot 1 \text{ kg}} = \frac{4464,8 \text{ J}}{442,16 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}} = 10,1^\circ\text{C}$$

Visto che il gas fa una trasformazione isocora indicheremo con la stessa lettera  $V$  sia il volume iniziale che quello finale

$$\begin{cases} P_i V = N K T_i \\ P_f V = N K T_{eq} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_f}{P_i} = \frac{T_{eq}}{T_i}$$

Per poter fare questo conto dobbiamo però trasformare le temperature in Kelvin

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{(10,1 + 273,15) \text{ K}}{(30 + 273,15) \text{ K}} = 0,934$$

**4.2 Primo principio della Termodinamica****Problema di: Termodinamica - T0011****Testo** [T0011] [1★ 4🕒 3a📖]

In una trasformazione termodinamica le variabili coinvolte sono sei: la variazione di pressione, la variazione di volume, la variazione di temperatura, la variazione di energia interna, il lavoro scambiato, il calore scambiato. Determina, motivando la risposta, il loro segno nei tre casi seguenti:

- |                             |                             |                                |
|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| 1. Riscaldamento<br>isobaro | 2. Riscaldamento<br>isocoro | 3. Riscaldamento<br>adiabatico |
|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|

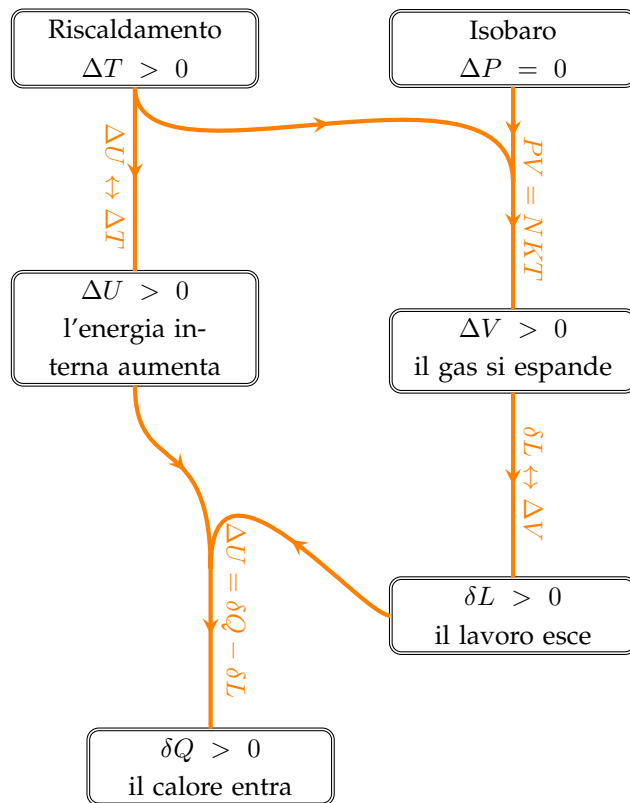
**Spiegazione** In questo esercizio ci vengono fornite due informazioni sull'andamento di due variabili del gas durante una trasformazione; dobbiamo dedurre l'andamento di tutte le altre variabili. Per fare questo utilizziamo soltanto quattro informazioni:

1. La legge dei gas perfetti:  $PV = NKT$
2. Il primo principio della termodinamica  $\Delta U = \delta Q - \delta L$
3. La legge che lega energia interna e temperatura: esse sono infatti direttamente proporzionale  $\Delta U \leftrightarrow \Delta T$
4. Il concetto per cui un gas si espande se e solo se compie lavoro verso l'esterno  $\delta L \leftrightarrow \Delta V$

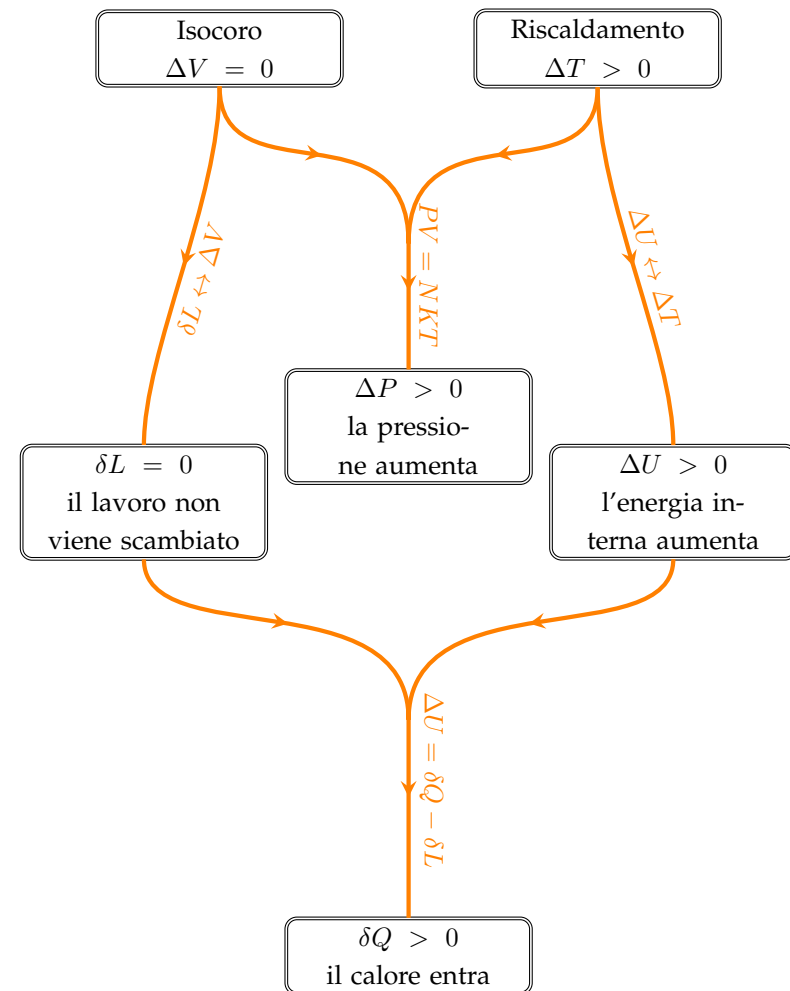
La soluzione dell'esercizio la presentiamo sotto forma di schema.

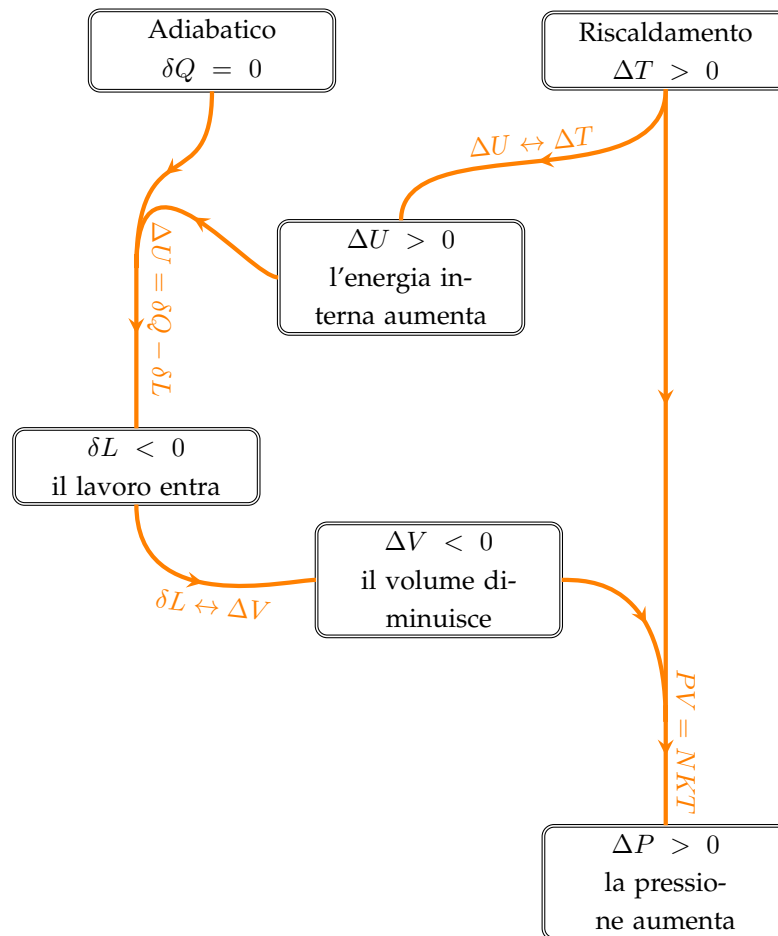
**Svolgimento**

## Riscaldamento isobaro



## Riscaldamento isocoro



**Riscaldamento adiabatico****Problema di: Termodinamica - T0011b****Testo** [T0011b] [1★ 4🔑 3a📖]

In una trasformazione termodinamica le variabili coinvolte sono sei: la variazione di pressione, la variazione di volume, la variazione di temperatura, la variazione di energia interna, il lavoro scambiato, il calore scambiato. Determina, motivando la risposta, il loro segno nei tre casi seguenti:

- |                           |                           |                              |
|---------------------------|---------------------------|------------------------------|
| 1. Raffreddamento isobaro | 2. Raffreddamento isocoro | 3. Raffreddamento adiabatico |
|---------------------------|---------------------------|------------------------------|

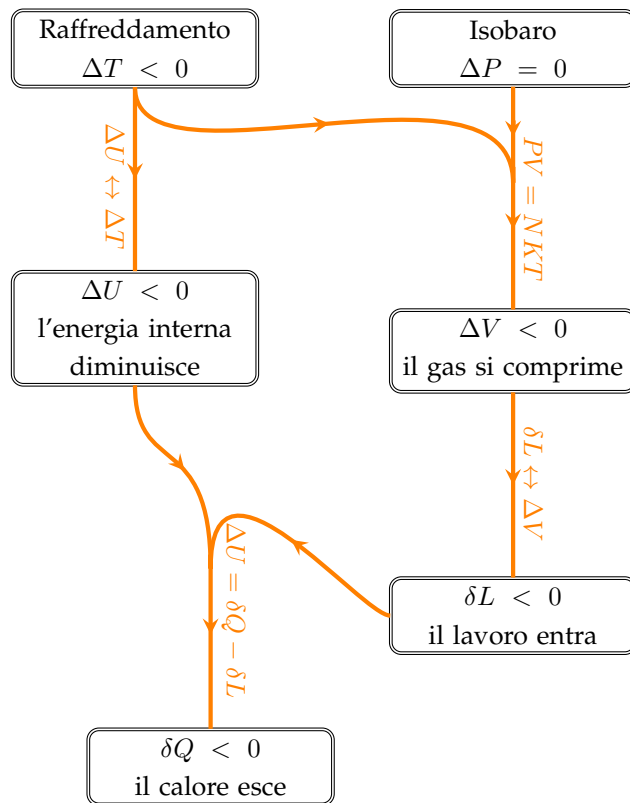
**Spiegazione** In questo esercizio ci vengono fornite due informazioni sull'andamento di due variabili del gas durante una trasformazione; dobbiamo dedurre l'andamento di tutte le altre variabili. Per fare questo utilizziamo soltanto quattro informazioni:

1. La legge dei gas perfetti:  $PV = NKT$
2. Il primo principio della termodinamica  $\Delta U = \delta Q - \delta L$
3. La legge che lega energia interna e temperatura: esse sono infatti direttamente proporzionale  $\Delta U \leftrightarrow \Delta T$
4. Il concetto per cui un gas si espande se e solo se compie lavoro verso l'esterno  $\delta L \leftrightarrow \Delta V$

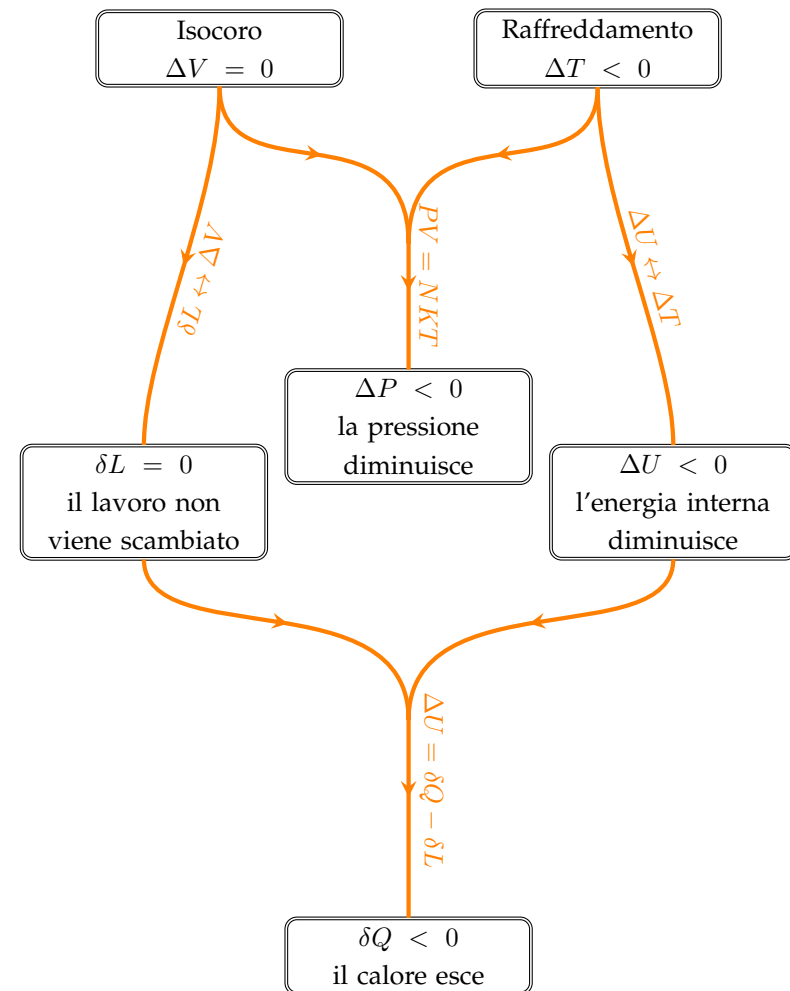
La soluzione dell'esercizio la presentiamo sotto forma di schema.

**Svolgimento**

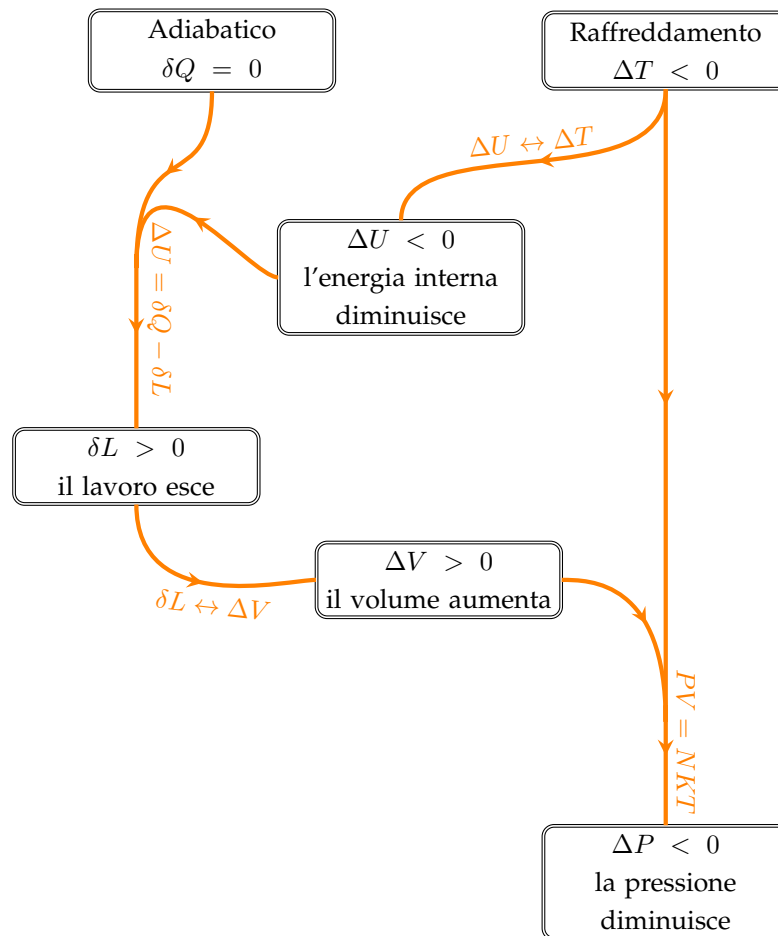
## Raffreddamento isobaro



## Raffreddamento isocoro



## Raffreddamento adiabatico



## Problema di: Termodinamica - T0011c

Testo [T0011c] [1 ★ 4 🍷 2a 📖]

In una trasformazione termodinamica le variabili coinvolte sono sei: la variazione di pressione, la variazione di volume, la variazione di temperatura, la variazione di energia interna, il lavoro scambiato, il calore scambiato. Determina, motivando la risposta, il loro segno nei tre casi seguenti:

- |                         |                          |                            |
|-------------------------|--------------------------|----------------------------|
| 1. Compressione isobara | 2. Compressione isoterma | 3. Compressione adiabatica |
|-------------------------|--------------------------|----------------------------|

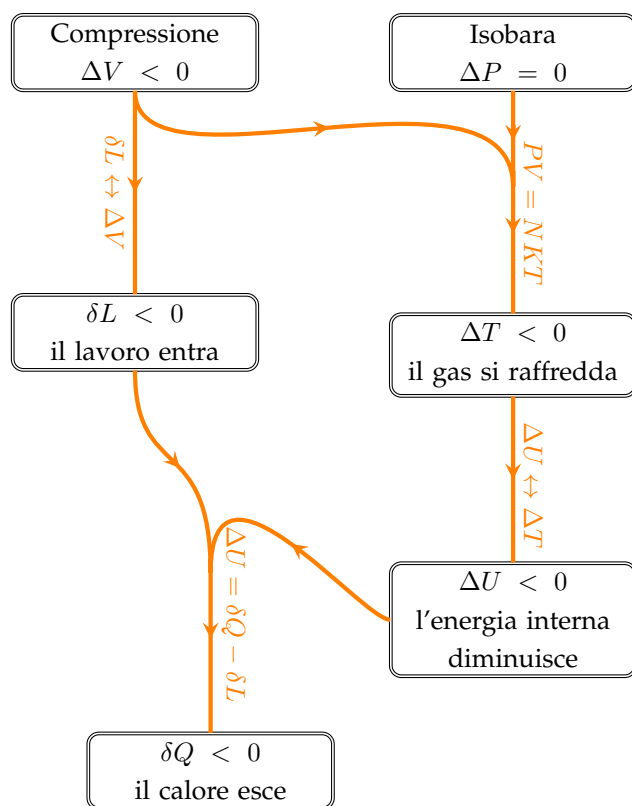
**Spiegazione** In questo esercizio ci vengono fornite due informazioni sull'andamento di due variabili del gas durante una trasformazione; dobbiamo dedurre l'andamento di tutte le altre variabili. Per fare questo utilizziamo soltanto quattro informazioni:

1. La legge dei gas perfetti:  $PV = NKT$
2. Il primo principio della termodinamica  $\Delta U = \delta Q - \delta L$
3. La legge che lega energia interna e temperatura: esse sono infatti direttamente proporzionale  $\Delta U \leftrightarrow \Delta T$
4. Il concetto per cui un gas si espande se e solo se compie lavoro verso l'esterno  $\delta L \leftrightarrow \Delta V$

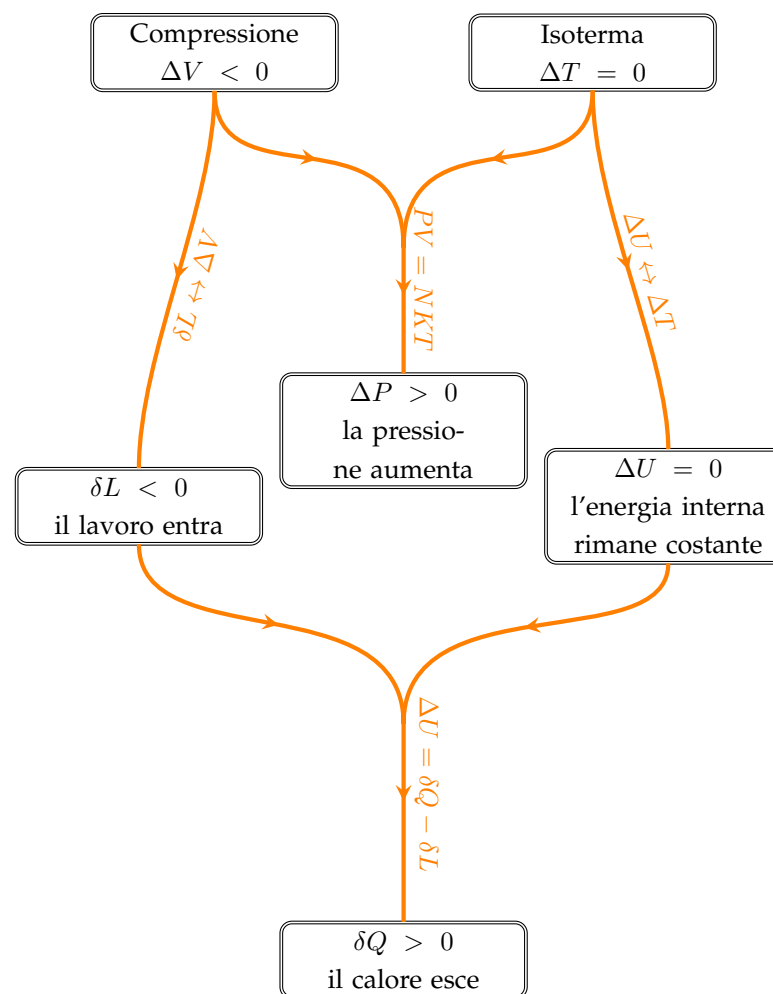
La soluzione dell'esercizio la presentiamo sotto forma di schema.

## Svolgimento

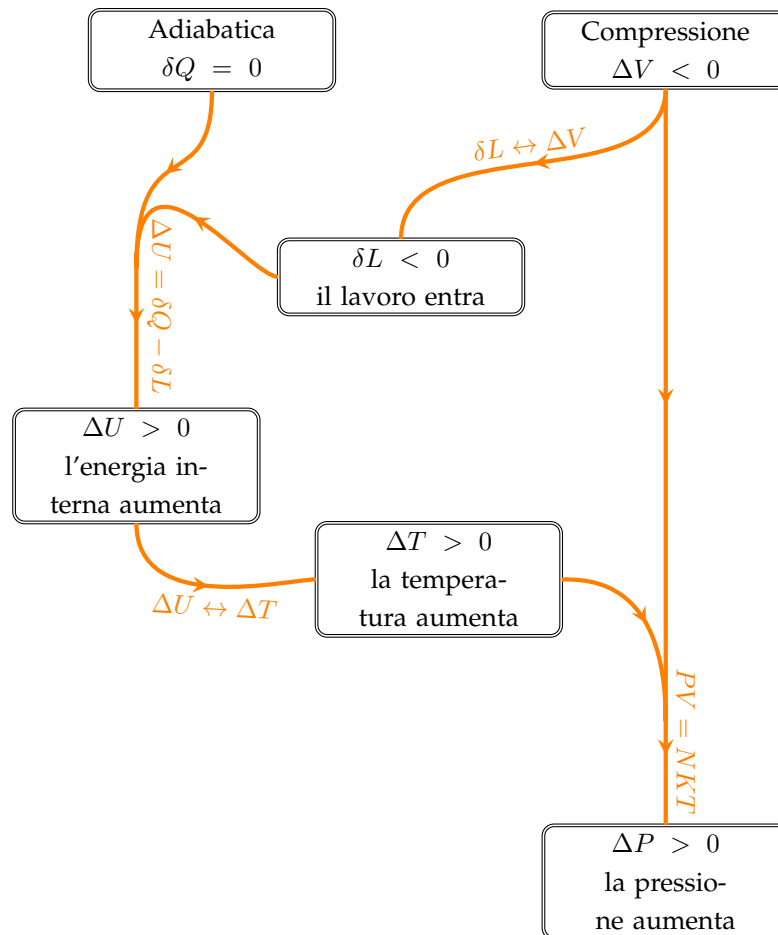
## Compressione isobara



## Compressione isoterma



### Compressione adiabatica



### Problema di: Termodinamica - T0011a

**Testo** [T0011a] [1 ★ 4 🕒 2a 📖]

In una trasformazione termodinamica le variabili coinvolte sono sei: la variazione di pressione, la variazione di volume, la variazione di temperatura, la variazione di energia interna, il lavoro scambiato, il calore scambiato. Determina, motivando la risposta, il loro segno nei tre casi seguenti:

- |                       |                        |                          |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1. Espansione isobara | 2. Espansione isoterma | 3. Espansione adiabatica |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|

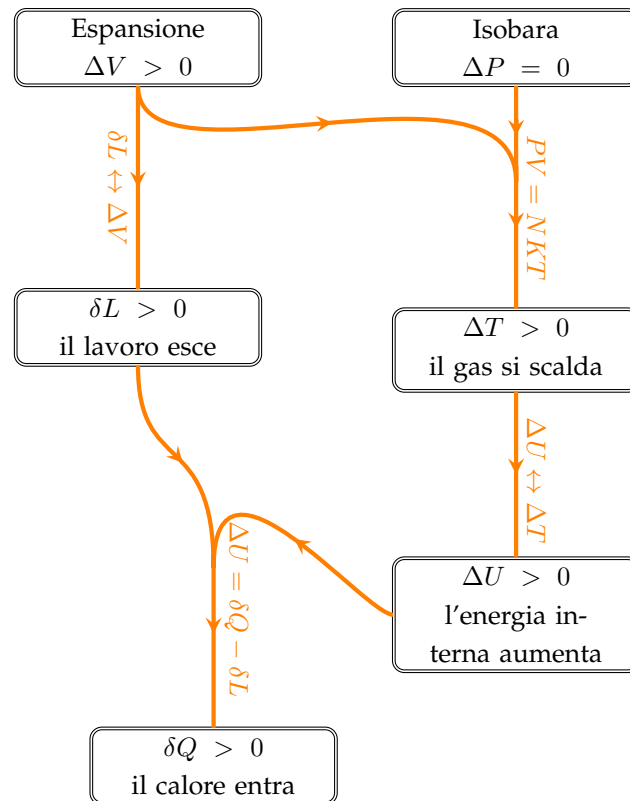
**Spiegazione** In questo esercizio ci vengono fornite due informazioni sull'andamento di due variabili del gas durante una trasformazione; dobbiamo dedurre l'andamento di tutte le altre variabili. Per fare questo utilizziamo soltanto quattro informazioni:

1. La legge dei gas perfetti:  $PV = NKT$
2. Il primo principio della termodinamica  $\Delta U = \delta Q - \delta L$
3. La legge che lega energia interna e temperatura: esse sono infatti direttamente proporzionale  $\Delta U \leftrightarrow \Delta T$
4. Il concetto per cui un gas si espande se e solo se compie lavoro verso l'esterno  $\delta L \leftrightarrow \Delta V$

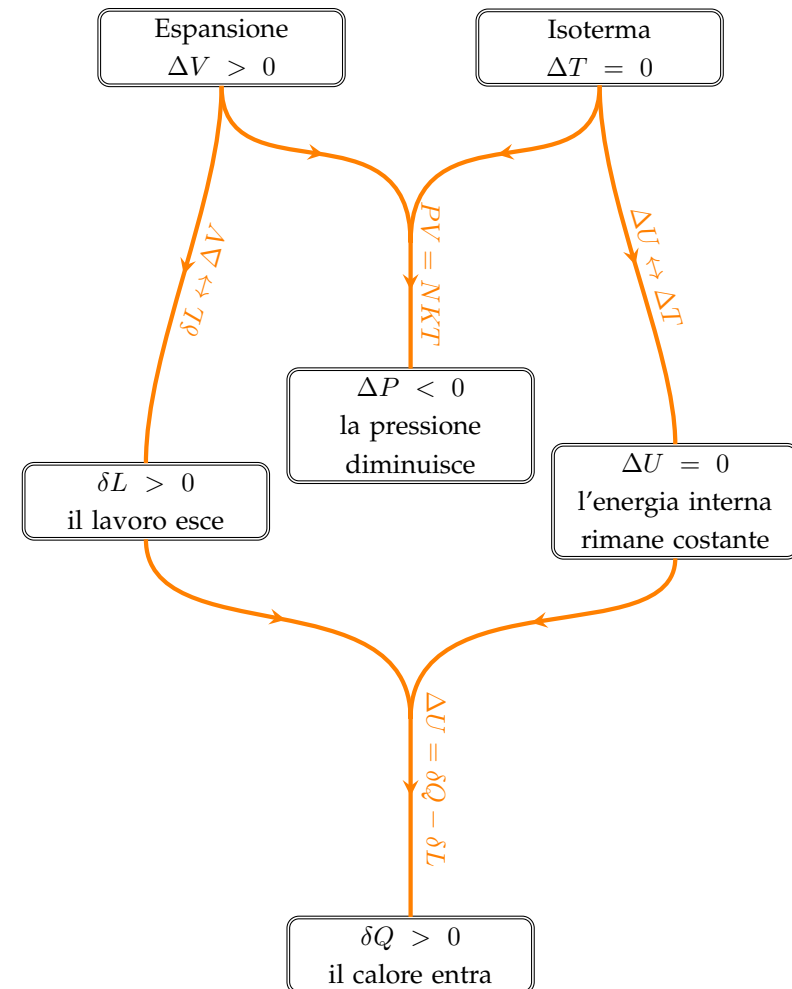
La soluzione dell'esercizio la presentiamo sotto forma di schema.

### Svolgimento

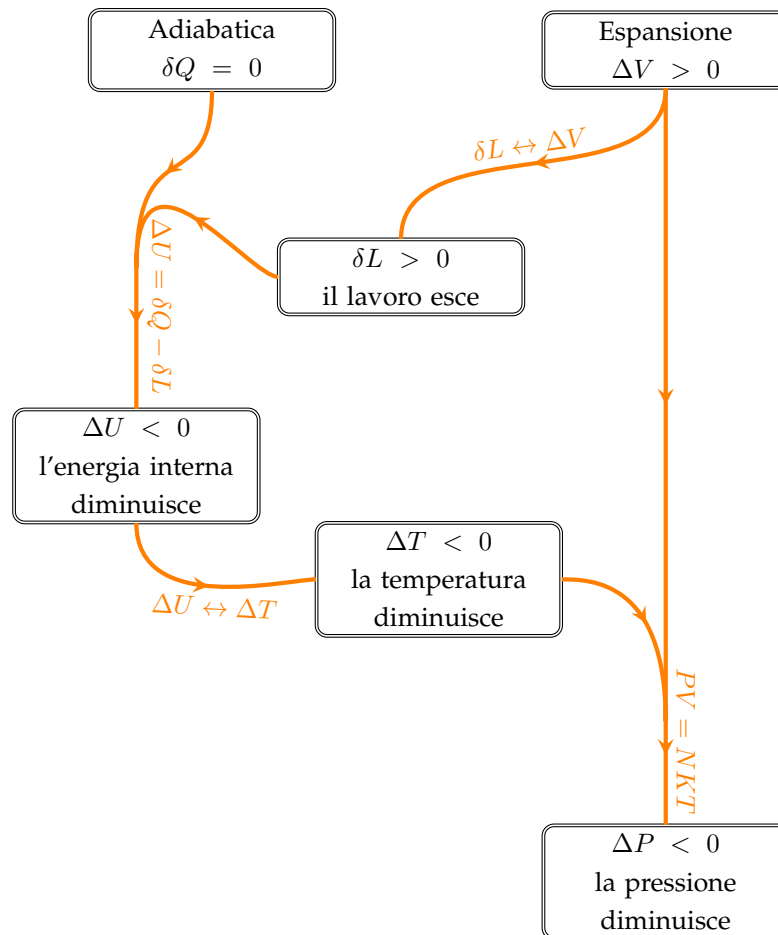
## Espansione isobara



## Espansione isoterma



## Espansione adiabatica



## Problema di: Termodinamica - T0005

**Testo** [T0005] [2★ 2🕒 3a📖]

Un gas compie un ciclo termodinamico formato da due isobare e due isocore. Il ciclo comincia con un'espansione isobara che parte dallo stato  $A(3\text{ m}^3; 8\text{ atm})$ ; successivamente abbiamo un raffreddamento isocoro; la compressione isobara inizia invece dallo stato  $B(5\text{ m}^3; 3\text{ atm})$ ; infine un riscaldamento isocoro. Quanto lavoro ha fatto il ciclo?

**Spiegazione** Dopo aver disegnato il ciclo termodinamico nel piano  $PV$  dobbiamo calcolare il lavoro fatto in ognuna delle quattro trasformazioni del ciclo e calcolare infine il lavoro totale.

**Svolgimento** Il grafico del ciclo termodinamico è mostrato in figura. Il lavoro svolto nelle due isocore è nullo. Nell'espansione isobara il lavoro vale

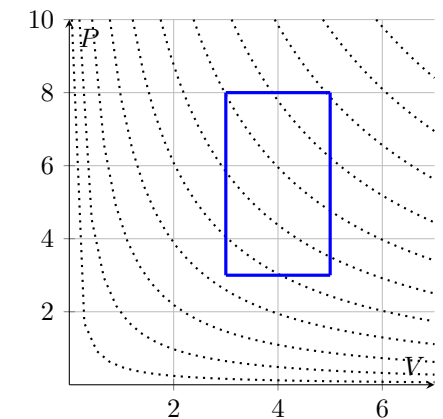
$$\delta L = P \cdot \Delta V = 8\text{ atm} \cdot 2\text{ m}^3 = 1600000\text{ J}$$

Nella compressione isobara il lavoro vale

$$\delta L = P \cdot \Delta V = 3\text{ atm} \cdot (-2\text{ m}^3) = -600000\text{ J}$$

Il lavoro fatto dal ciclo vale quindi

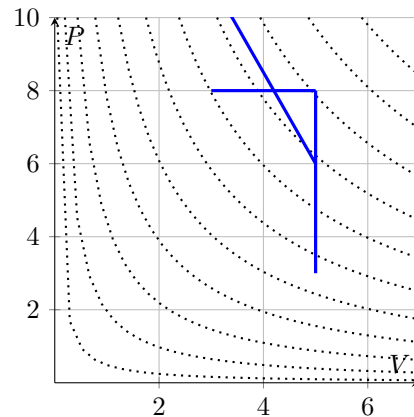
$$\delta L = 1000000\text{ J}$$



**Problema di: Termodinamica - T0007****Testo** [T0007] [2★ 2🕒 3a📖]

Un gas compie un ciclo termodinamico formato da una isobara, un'isocora, ed una trasformazione, rettilinea nel piano PV, che chiude il ciclo. Il ciclo comincia con un'espansione isobara che parte dallo stato  $A(3\text{ m}^3; 8\text{ atm})$ ; successivamente abbiamo un raffreddamento isocoro che lo porta nello stato  $B(5\text{ m}^3; 3\text{ atm})$ . Quanto lavoro ha fatto il ciclo?

**Spiegazione** Dopo aver disegnato il ciclo termodinamico nel piano PV dobbiamo calcolare il lavoro fatto in ognuna delle tre trasformazioni del ciclo e calcolare infine il lavoro totale. In alternativa è sufficiente calcolare l'area racchiusa dal ciclo.

**Svolgimento** [...]**Problema di: Termodinamica - T0043****Testo** [T0043] [2★ 3🕒 4a📖]

Due moli di gas ideale monoatomico si espandono assorbendo  $\delta Q = 12\text{ kJ}$  di calore. Sapendo che il lavoro compiuto dal gas è pari al doppio della sua variazione di energia interna, calcola la variazione di temperatura del gas.

**Spiegazione** In questa generica trasformazione utilizzeremo il primo principio della termodinamica. Con esso ricaveremo la variazione di energia interna del gas e di conseguenza la variazione di temperatura.

**Svolgimento** Sappiamo che

$$\Delta U = \delta Q - \delta L = \delta Q - 2\Delta U$$

$$\Delta U = \frac{1}{3}\delta Q$$

La variazione di energia interna di un gas monoatomico è legata alla temperatura attraverso la relazione

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

e quindi avremo

$$\Delta T = \frac{2}{9nR}\Delta Q = 160\text{ K}$$

**Problema di: Termodinamica - T0048****Testo** [T0048] [2★ 3⌚ 4a📖]

Due moli di gas ideale monoatomico si espandono assorbendo  $\delta Q = 12 \text{ kJ}$  di calore. Sapendo che la variazione di energia interna è pari a metà del calore assorbito, calcola la variazione di temperatura del gas.

**Spiegazione** In questa generica trasformazione utilizzeremo il primo principio della termodinamica. Con esso ricaveremo la variazione di energia interna del gas e di conseguenza la variazione di temperatura.

**Svolgimento** Sappiamo che

$$\Delta U = \frac{1}{2} \delta Q$$

Questo significa che metà del calore assorbito è uscito sotto forma di lavoro, infatti

$$\Delta U = \delta Q - \delta L$$

$$\delta L = \frac{1}{2} \delta Q$$

La variazione di energia interna di un gas monoatomico è legata alla temperatura attraverso la relazione

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

e quindi avremo

$$\Delta T = \frac{1}{3nR} \Delta Q = 241 \text{ K}$$

**Problema di: Termodinamica - T0047****Testo** [T0047] [2★ 3⌚ 4a📖]

Due moli di gas ideale monoatomico si espandono assorbendo  $\delta Q = 12 \text{ kJ}$  di calore. Sapendo che il lavoro compiuto dal gas è pari a metà del calore assorbito, calcola la variazione di temperatura del gas. [per il calcolo di  $\Delta U$  cercate una opportuna trasformazione]

**Spiegazione** Questa trasformazione è un'espansione di cui non conosciamo nulla sul percorso fatto. L'unica cosa che possiamo utilizzare è il primo principio della termodinamica. A questo punto il calcolo della variazione di energia interna, che non dipende dal percorso fatto, è fattibile considerando una trasformazione isocora seguita da una trasformazione isoterma.

**Svolgimento** Definiamo  $A$  e  $B$  gli stati iniziale e finale della trasformazione.

Per il primo principio della termodinamica possiamo scrivere

$$\Delta U = \delta Q - \delta L$$

$$\Delta U = \delta Q - \frac{1}{2} \delta Q$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \delta Q$$

Se consideriamo una trasformazione isocora che dallo stato  $A$  conduce il gas a temperatura  $T_B$  e successivamente una trasformazione isoterma che porta nello stato  $B$ , allora

$$\Delta U = \Delta U_{isocora} + \Delta U_{isoterma} = n c_v \Delta T + 0$$

quindi

$$n c_v \Delta T = \frac{1}{2} \delta Q$$

$$\Delta T = \frac{1}{2 n c_v} \delta Q = \frac{12 \text{ kJ}}{3 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}} = 481,3 \text{ K}$$

**Problema di: Termodinamica - T0051****Testo** [T0051] [2★ 3⌚ 4a📖]

Due moli di gas ideale monoatomico si espandono compiendo un lavoro  $\delta L = 5 \text{ kJ}$ . Sapendo che il lavoro compiuto dal gas è pari al doppio del calore assorbito, calcola la variazione di temperatura del gas.

**Spiegazione** In questa generica trasformazione utilizzeremo il primo principio della termodinamica. Con esso ricaveremo la variazione di energia interna del gas e di conseguenza la variazione di temperatura.

**Svolgimento** Sappiamo che

$$\Delta U = \delta Q - \delta L = \frac{1}{2}\delta L - \delta L$$

$$\Delta U = -\frac{1}{2}\delta L$$

La variazione di energia interna di un gas monoatomico è legata alla temperatura attraverso la relazione

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

e quindi avremo

$$\Delta T = -\frac{1}{3nR}\Delta L = -100,3 \text{ K}$$

**Problema di: Termodinamica - T0045****Testo** [T0045] [3★ 9⌚ 4a📖]

Tre moli di gas perfetto monoatomico compiono la trasformazione indicata di seguito. Calcola il lavoro fatto dalla trasformazione.

$A \rightarrow B$ : riscaldamento isocoro con  $P_b = 4P_a$  e  $T_a = 300 \text{ K}$

$B \rightarrow C$ : espansione isobara con  $V_c = 2V_d$

$C \rightarrow D$ : espansione isoterma con  $P_d = P_a$

**Spiegazione** Per calcolare il lavoro della trasformazione dobbiamo calcolare e poi sommare i lavori nelle singole trasformazioni.

**Svolgimento**

$$\delta L_{A \rightarrow D} = \delta L_{A \rightarrow B} + \delta L_{B \rightarrow C} + \delta L_{C \rightarrow D}$$

Il lavoro della trasformazione isocora è nullo.

Per le altre due trasformazioni avremo

$$\delta L_{A \rightarrow D} = 0 + P_b \cdot (V_c - V_b) + nRT_c \ln \left( \frac{V_d}{V_c} \right)$$

Utilizzando le informazioni del testo sui valori delle variabili e sul tipo di trasformazioni, ed utilizzando la legge dei gas, avremo

$$\begin{cases} T_a = 300 \text{ K} \\ V_a = \frac{nRT_a}{P_a} \end{cases} \quad \begin{cases} P_b = 4P_a \\ V_b = V_a \\ T_b = \frac{P_b V_b}{nR} = 4T_a \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_c = P_b = 4P_a \\ V_c = 2V_b = 2V_a \\ T_c = \frac{P_c V_c}{nR} = 8T_a \end{cases} \quad \begin{cases} P_d = P_a \\ T_d = T_c \\ V_d = \frac{nRT_d}{P_d} = \frac{8nRT_a}{P_a} = 8V_a \end{cases}$$

Il calcolo del lavoro risulta quindi

$$\delta L_{A \rightarrow D} = 2P_b V_b + nRT_c \ln 4 = 8nRT_a + 8nRT_a \ln 4 = 8(1 + \ln 4)nRT_a = 142,8 \text{ kJ}$$

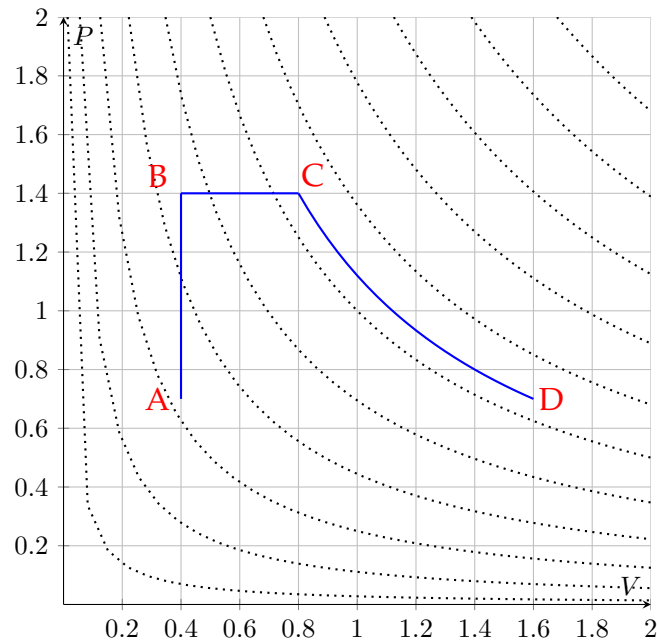
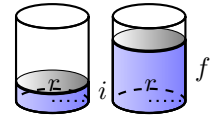


Fig. 4.8: Tre trasformazioni in sequenza. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

### Problema di: Termodinamica - T0055

**Testo** [T0055] [3★ 4⌚ 4a📖]

Due moli di ossigeno gassoso sono contenute in un cilindro a pressione costante chiuso da un pistone mobile. Il gas si trova alla temperatura iniziale  $T_i = 300\text{ K}$  ed al volume iniziale  $V_i = 5\text{ dm}^3$ . Il gas viene scaldato in modo da triplicarne il volume. Quanto lavoro e quanto calore sono scambiati dal gas?



**Spiegazione** Il cilindro ha un pistone mobile che mantiene il gas a pressione costante.

**Svolgimento** Essendo la trasformazione a pressione costante avremo che

$$\frac{T_i}{V_i} = \frac{T_f}{V_f}$$

da cui

$$T_f = T_i \frac{V_f}{V_i} = 900\text{ K}$$

Per determinare la pressione a cui si trova il gas possiamo nuovamente utilizzare la legge dei gas

$$P = \frac{nRT_i}{V_i} = \frac{2 \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 300\text{ K}}{0,005\text{ m}^3} = 10\text{ atm}$$

Il lavoro fatto dal gas è

$$\delta L = P \cdot \Delta V = 10^6\text{ Pa} \cdot 10^{-2}\text{ m}^3 = 10^4\text{ J}$$

La variazione di energia interna interna sarà

$$\Delta U = nc_v \Delta T = \frac{5}{2} n R \Delta T = 5\text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 600\text{ K} = 24930\text{ J}$$

Quindi il calore scambiato sarà

$$\delta Q = \Delta U + \delta L = 34930\text{ J}$$

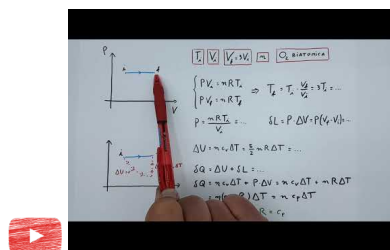


Fig. 4.9: Guarda il video [youtu.be/x8xyQGsoaf0](https://youtu.be/x8xyQGsoaf0)

### Problema di: Termodinamica - T0042

Testo [T0042] [4★ 3👤 4a📖]

In un contenitore rigido,  $n_H = 2 \text{ mol}$  di idrogeno sono mescolate a  $n_O = 1 \text{ mol}$  di ossigeno entrambi gassosi. La reazione chimica che produce acqua, libera anche un certo quantitativo di energia  $Q_r = 451,2 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}_{H_2O}}$ . Sapendo che il contenitore è tenuto alla temperatura costante  $T = 200^\circ\text{C}$ , quanto calore è stato ceduto dal gas verso il mondo esterno?

**Spiegazione** La reazione chimica in questione libera dell'energia. Il gas che si viene a formare avrà nuove coordinate termodinamiche all'interno del contenitore. La differenza tra l'energia interna del gas prima della reazione e dopo la reazione, corrisponde all'energia prodotta dalla reazione ma rimasta all'interno del gas. La restante parte dell'energia viene ceduta al mondo esterno. La trasformazione in questione avviene a volume e temperatura costanti. La variazione del numero di molecole determina una variazione della pressione. La variazione del numero di molecole e del tipo di molecole determina una variazione dell'energia interna del gas.

**Svolgimento** L'energia interna del gas biatomico che abbiamo inizialmente è

$$U_i = \frac{5}{2}n_iRT = \frac{15}{2}RT$$

L'energia interna del vapore acqueo che abbiamo alla fine è

$$U_f = \frac{7}{2}n_fRT = \frac{14}{2}RT$$

Il calore ceduto al mondo esterno è dato quindi dalla somma del calore prodotto nella reazione chimica e di quello ceduto affinché il gas mantenga volume e temperatura.

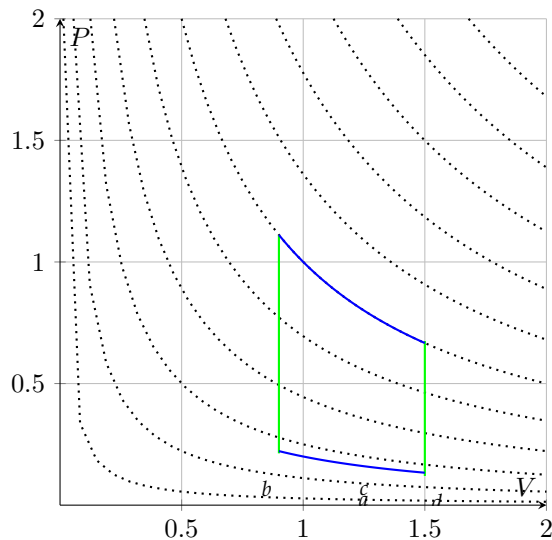
$$\delta Q_{ced} = Q_r + \frac{15}{2}RT - \frac{14}{2}RT = Q_r + \frac{1}{2}RT = (451,2 \cdot 1000 + 8,31 \cdot 473) \text{ J} = 455131 \text{ J}$$

**Problema di: Termodinamica - T0026****Testo** [T0026] [2★ 3🕒 3a📖]

Disegna un ciclo termodinamico formato da due isoterme e due isocore. Indica, motivando la risposta, per ogni trasformazione il segno degli scambi di calore e di lavoro e della variazione di energia interna.

**Spiegazione** Per questo problema è necessario aver compreso il primo principio della termodinamica ed i significati di trasformazione *isocora* e *isoterma*. L'equazione da utilizzare sarà sempre  $\Delta U = \delta Q - \delta L$ . Bisogna poi ricordare che le variazioni di temperatura sono direttamente proporzionali alle variazioni di energia interna, e che un gas compie lavoro verso l'esterno quando si espande.

**Svolgimento** Il ciclo termodinamico in questione è formato dalle seguenti quattro trasformazioni: un riscaldamento isocoro, un'espansione isoterma, un raffreddamento isocoro ed una compressione isoterma. Il grafico del ciclo è il seguente:



Per le quattro trasformazioni avremo:

## 1. Riscaldamento isocoro.

- Il volume non cambia, quindi il lavoro scambiato è nullo:  $\delta L = 0$ .
- Il gas si riscalda, quindi l'energia interna aumenta:  $\Delta U > 0$
- Ne segue che  $\delta Q > 0$  e quindi il calore entra e va ad aumentare l'energia interna del gas.

## 2. Espansione isoterma.

- Il volume aumenta, quindi il lavoro scambiato è positivo (esce):  $\delta L > 0$ .
- Il gas mantiene costante la temperatura, quindi l'energia interna non varia:  $\Delta U = 0$
- Ne segue che  $\delta Q > 0$  e quindi il calore entra e viene trasformato in lavoro verso l'esterno.

## 3. Raffreddamento isocoro.

- Il volume non cambia, quindi il lavoro scambiato è nullo:  $\delta L = 0$ .
- Il gas si raffredda, quindi l'energia interna diminuisce:  $\Delta U < 0$
- Ne segue che  $\delta Q < 0$  e quindi il calore esce facendo diminuire l'energia interna del gas.

## 4. Compressione isoterma.

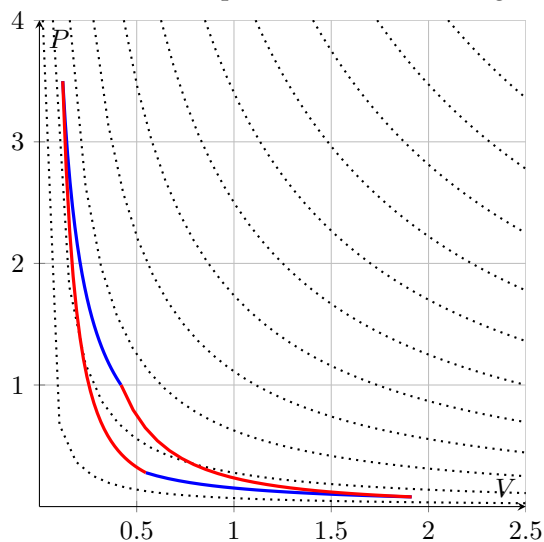
- Il volume diminuisce, quindi il lavoro è negativo (entra):  $\delta L < 0$ .
- La temperatura è costante, quindi l'energia interna non varia:  $\Delta U = 0$
- Ne segue che  $\delta Q < 0$  e quindi il calore esce provenendo dal lavoro in ingresso nel gas.

**Problema di: Termodinamica - T0026a****Testo** [T0026a] [2★ 3👤 3a📖]

Un ciclo termodinamico è formato da due isoterme e due adiabatice. Indica, motivando la risposta, per ogni trasformazione il segno degli scambi di calore e di lavoro e della variazione di energia interna.

**Spiegazione** Per questo problema è necessario aver compreso il primo principio della termodinamica ed i significati di trasformazione *adiabatica* e *isoterma*. L'equazione da utilizzare sarà sempre  $\Delta U = \delta Q - \delta L$ . Bisogna poi ricordare che le variazioni di temperatura sono direttamente proporzionali alle variazioni di energia interna, e che un gas compie lavoro verso l'esterno quando si espande.

**Svolgimento** Il ciclo termodinamico in questione è formato dalle seguenti quattro trasformazioni: una compressione isoterma, una compressione adiabatica, un'espansione isoterma, una espansione adiabatica. Il grafico del ciclo è il seguente:



Per le quattro trasformazioni avremo:

1. Compressione isoterma.

- Il volume diminuisce, quindi il lavoro scambiato è negativo:  $\delta L < 0$ .
- la temperatura non varia, quindi l'energia interna non varia:  $\Delta U = 0$
- Ne segue che  $\delta Q < 0$  e quindi il calore esce dal gas.

2. Compressione abiabatica.

- Il volume diminuisce, quindi il lavoro scambiato è negativo:  $\delta L < 0$ .
- La trasformazione è adiabatica, quindi il calore scambiato è nullo  $\delta Q = 0$
- Ne segue che  $\Delta U > 0$ : energia interna e temperatura del gas aumentano.

3. Espansione isoterma.

- Il volume aumenta, quindi il lavoro scambiato è positivo:  $\delta L > 0$ .
- Il gas compie una trasformazione isoterma e quindi non cambia la temperatura; quindi l'energia interna rimane invariata:  $\Delta U = 0$
- Ne segue che  $\delta Q > 0$  e quindi il calore entra nel gas.

4. Espansione adiabatica.

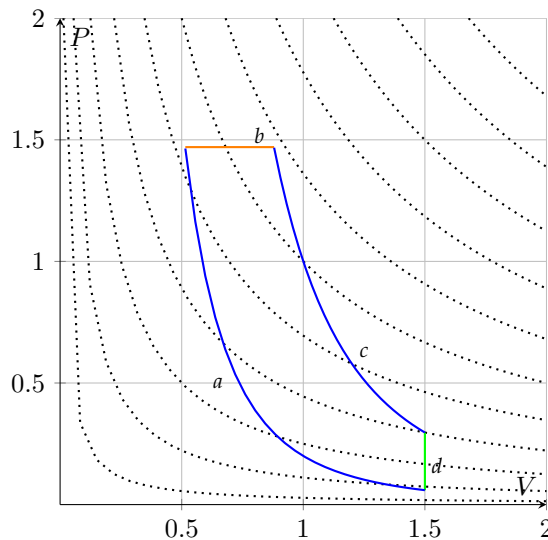
- Il volume aumenta, quindi il lavoro scambiato è positivo:  $\delta L > 0$ .
- La trasformazione è adiabatica, quindi il calore scambiato è nullo  $\delta Q = 0$
- Ne segue che  $\Delta U < 0$ : energia interna e temperatura diminuiscono.

**Problema di: Termodinamica - T0026b****Testo** [T0026b] [2★ 3🕒 3a📖]

Disegna un ciclo termodinamico formato da due adiabatiche, una isobara ed un'isocora. Indica, motivando la risposta, per ogni trasformazione il segno degli scambi di calore e di lavoro e della variazione di energia interna.

**Spiegazione** Per questo problema è necessario aver compreso il primo principio della termodinamica ed i significati di trasformazione *adiabatica* e *isocora* e *isobara*. L'equazione da utilizzare sarà sempre  $\Delta U = \delta Q - \delta L$ . Bisogna poi ricordare che le variazioni di temperatura sono direttamente proporzionali alle variazioni di energia interna, e che un gas compie lavoro verso l'esterno quando si espande.

**Svolgimento** Il ciclo termodinamico in questione è formato dalle seguenti quattro trasformazioni: una compressione adiabatica, una espansione isobara, una espansione adiabatica, un raffreddamento isocoro. Il grafico del ciclo è il seguente:



Per le quattro trasformazioni avremo:

1. Compressione adiabatica.

- Il volume diminuisce, quindi il lavoro scambiato è negativo:  $\delta L < 0$ .
- La trasformazione è adiabatica, quindi il calore scambiato è nullo  $\delta Q = 0$
- Ne segue che  $\delta U > 0$ : energia interna e la temperatura del gas aumentano.

2. Espansione isobara.

- Il volume aumenta, quindi il lavoro scambiato è positivo (esce):  $\delta L > 0$ .
- La temperatura aumenta, quindi  $\Delta U > 0$ . Lo si vede bene dal diagramma in quanto ci si sposta da isoterme inferiori ad isoterme superiori.
- Ne segue che  $\delta Q > 0$  e quindi il calore entra nel gas.

3. Espansione adiabatica.

- Il volume aumenta, quindi il lavoro scambiato è positivo:  $\delta L > 0$ .
- La trasformazione è adiabatica, quindi il calore scambiato è nullo  $\delta Q = 0$
- Ne segue che  $\Delta U < 0$ : energia interna e temperatura diminuiscono.

4. Raffreddamento isocoro.

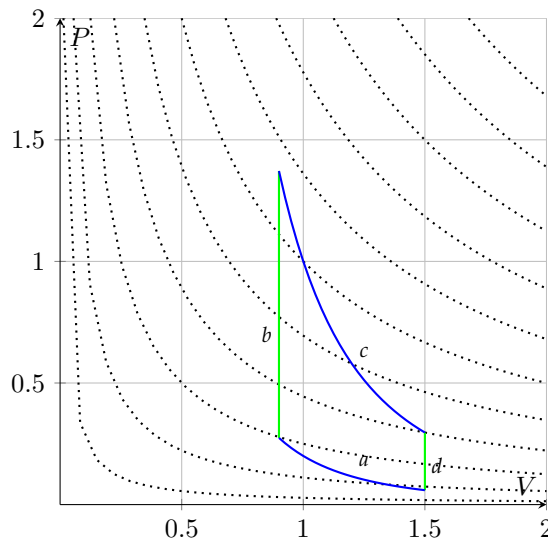
- Il volume non cambia, quindi il lavoro scambiato è nullo:  $\delta L = 0$ .
- Il gas si raffredda, quindi l'energia interna diminuisce:  $\Delta U < 0$
- Ne segue che  $\delta Q < 0$  e quindi il calore esce facendo diminuire l'energia interna del gas.

**Problema di: Termodinamica - T0026c****Testo** [T0026c] [2★ 3🕒 3a📖]

Disegna un ciclo termodinamico formato da due adiabatice e due isocore. Indica, motivando la risposta, per ogni trasformazione il segno degli scambi di calore e di lavoro e della variazione di energia interna.

**Spiegazione** Per questo problema è necessario aver compreso il primo principio della termodinamica ed i significati di trasformazione *adiabatica* e *isocora*. L'equazione da utilizzare sarà sempre  $\Delta U = \delta Q - \delta L$ . Bisogna poi ricordare che le variazioni di temperatura sono direttamente proporzionali alle variazioni di energia interna, e che un gas compie lavoro verso l'esterno quando si espande.

**Svolgimento** Il ciclo termodinamico in questione è formato dalle seguenti quattro trasformazioni: una compressione adiabatica, un riscaldamento isocoro, una espansione adiabatica, un raffreddamento isocoro. Il grafico del ciclo è il seguente:



Per le quattro trasformazioni avremo:

1. Compressione adiabatica.

- Il volume diminuisce, quindi il lavoro scambiato è negativo:  $\delta L < 0$ .
- La trasformazione è adiabatica, quindi il calore scambiato è nullo  $\delta Q = 0$
- Ne segue che  $\delta U > 0$ : energia interna e la temperatura del gas aumentano.

2. Riscaldamento isocoro.

- Il volume non cambia, quindi il lavoro scambiato è nullo:  $\delta L = 0$ .
- Il gas si riscalda, quindi l'energia interna aumenta:  $\Delta U > 0$
- Ne segue che  $\delta Q > 0$  e quindi il calore entra facendo aumentare l'energia interna del gas.

3. Espansione adiabatica.

- Il volume aumenta, quindi il lavoro scambiato è positivo:  $\delta L > 0$ .
- La trasformazione è adiabatica, quindi il calore scambiato è nullo  $\delta Q = 0$
- Ne segue che  $\Delta U < 0$ : energia interna e temperatura diminuiscono.

4. Raffreddamento isocoro.

- Il volume non cambia, quindi il lavoro scambiato è nullo:  $\delta L = 0$ .
- Il gas si raffredda, quindi l'energia interna diminuisce:  $\Delta U < 0$
- Ne segue che  $\delta Q < 0$  e quindi il calore esce facendo diminuire l'energia interna del gas.

**Problema di: Termodinamica - T0057****Testo** [T0057] [3★ 3⌚ 4a📖]

Un ciclo di Carnot (due isoterme e due adiabatiche) di rendimento  $\eta = 25\%$  parte dallo stato  $A$  ( $10^5 \text{ Pa}; 2 \text{ m}^3; 300 \text{ K}$ ) con un'espansione isoterma. Esso produce un lavoro  $\delta L = 1000 \text{ J}$ . Determina la temperatura alla quale cede calore, il calore assorbito, il volume finale della trasformazione isoterma.

**Spiegazione** Sapendo che il ciclo termodinamico in questione è quello di Carnot, è sufficiente applicare le leggi a riguardo.

**Svolgimento** Il rendimento di un ciclo termodinamico di Carnot è

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = 1 - \frac{T_b}{T_a}$$

Avremo quindi che il calore assorbito è

$$\delta Q = \frac{\delta L}{\eta} = 4000 \text{ J}$$

Allo stesso modo possiamo calcolare la temperatura dell'isoterma fredda

$$T_b = T_a (1 - \eta) = 225 \text{ K}$$

Il numero di moli del gas è ricavabile con la legge dei gas

$$n = \frac{P_A V_A}{RT} = 80 \text{ mol}$$

Sappiamo che il calore è assorbito durante l'espansione adiabatica

$$\delta Q_{ass} = nR \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$e^{\frac{\delta Q_{ass}}{nR}} = \frac{V_B}{V_A}$$

$$V_B = V_A e^{\frac{\delta Q_{ass}}{nR}} = 6 \text{ m}^3$$

**Problema di: Termodinamica - T0059****Testo** [T0059] [4★ 12⌚ 4a📖]

Un gas monoatomico compie un ciclo rettangolare (due isocore e due isobare) che parte dallo stato  $A$  ( $10^5 \text{ Pa}; 2 \text{ m}^3; 300 \text{ K}$ ) con un'espansione isobara che ne raddoppia il volume. Il ciclo produce un lavoro  $\delta L = 1000 \text{ J}$ . Calcola le coordinate dei quattro stati della trasformazione ed il rendimento del ciclo.

**Spiegazione** In questo esercizio applichiamo le leggi dei gas e delle trasformazioni termodinamiche indicate. Calcolando poi il calore scambiato otteniamo il rendimento del ciclo.

**Svolgimento** Cominciamo con il calcolarci il numero di moli del gas considerando i valori dello stato  $A$

$$n = \frac{P_A V_A}{RT_A} = 80,22 \text{ moli}$$

Considerando la trasformazione isobara  $A \rightarrow B$  avremo

$$P_B = P_A = 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_B = T_A \frac{V_B}{V_A} = 600 \text{ K}$$

Il lavoro compiuto dal gas è

$$\delta L = P_A \Delta V - P_C \Delta V$$

quindi

$$P_C = P_A - \frac{\delta L}{\Delta V} = 99500 \text{ Pa}$$

Considerando l'isobara  $B \rightarrow C$  avremo

$$V_C = V_B = 4 \text{ m}^3$$

$$T_C = T_B \frac{P_B}{P_C} = 597 \text{ K}$$

Per quanto riguarda lo stato  $D$  avremo

$$V_D = 2 \text{ m}^3$$

$$P_D = 99500 \text{ Pa}$$

$$T_D = T_A \frac{P_D}{P_A} = 298,5 \text{ K}$$

Per il calcolo del rendimento dobbiamo calcolarci il calore assorbito. Il calore è assorbito nelle trasformazioni  $D \rightarrow A$  e  $A \rightarrow B$

$$\delta Q_{ass} = nC_v \Delta T_{D \rightarrow A} + nC_p \Delta T_{A \rightarrow B}$$

$$\delta Q_{ass} = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Il rendimento è quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = 0,2\%$$

### Problema di: Termodinamica - T0067

**Testo** [T0067] [2½★ 2🕒 3a📖]

Quattro moli di ossigeno compiono una trasformazione a pressione costante  $P = 10^5 \text{ Pa}$  a seguito dell'aumento della temperatura del gas da  $T_i = 0^\circ \text{C}$  a  $T_f = 500 \text{ K}$ . Calcola il lavoro compiuto, il calore assorbito e la variazione di energia interna.

**Spiegazione** [...]

**Svolgimento** [...]

**Problema di: Termodinamica - DT0006****Testo** [DT0006] [4★ 4👍 3a📖]

Un cilindro di sezione  $S$  e lunghezza  $L$  è diviso in due parti da un pistone mobile di massa trascurabile e libero di muoversi senza attrito. Da un lato sono presenti  $n = 10$  moli di un gas monoatomico e dall'altro il vuoto. La pressione del gas è bilanciata da una molla di costante elastica  $k = 100 \frac{N}{cm}$  e lunghezza a riposo  $L$  come la lunghezza del cilindro. Inizialmente il gas si trova alla temperatura  $T_i = 300 K$  e gli viene fornito una quantità di calore  $\delta Q = 1000 J$  che fa espandere il gas. Determina lo schiacciamento della molla alle temperature  $T_i$  e  $T_f$  ed il lavoro fatto dal gas durante la trasformazione.

**Spiegazione** La pressione a cui si trova il gas è determinata da quanto la molla lo sta schiacciando. In questo esercizio il lavoro fatto dal gas è interamente immagazzinato all'interno della molla. Possiamo quindi valutarlo prendendo in considerazione l'energia potenziale elastica della molla. Il cilindro è adiabatico, quindi non assorbe calore dal gas. L'unico calore scambiato è quello fornito da noi.

**Svolgimento** Cominciamo con il considerare lo stato di equilibrio del gas. La pressione a cui si trova il gas è data dalla forza esercitata dalla molla sulla superficie del pistone

$$P_i = \frac{k\Delta l}{S}$$

Data la geometria del sistema, il volume del gas è quello di un cilindro la cui altezza corrisponde alla variazione di lunghezza della molla. Quindi

$$V = S \cdot \Delta l$$

e di conseguenza

Dalla legge dei gas

$$P_i V_i = nRT_i$$

$$T_i = \frac{k\Delta l_i^2}{nR}$$

da cui con la formula inversa possiamo calcolare lo schiacciamento della molla in funzione della temperatura.

$$\Delta l_i = \sqrt{\frac{nRT_i}{k}}$$

Il lavoro fatto dal gas è stato immagazzinato nella molla

$$\delta L = \frac{1}{2}k\Delta l_f^2 - \frac{1}{2}k\Delta l_i^2 = \frac{1}{2}nR\Delta T$$

Se adesso troviamo la relazione tra il calore fornito e la variazione di temperatura, possiamo eseguire tutti i calcoli. La trasformazione in questione è adiabatica, quindi

$$\Delta U = \delta Q - \delta L$$

$$nc_v\Delta T + \frac{1}{2}nR\Delta T = \delta Q$$

$$\Delta T \left( nc_v + \frac{1}{2}nR \right) = \delta Q$$

$$\Delta T = \frac{\delta Q}{\left( nc_v + \frac{1}{2}nR \right)}$$

essendo il gas monoatomico, allora

$$\Delta T = \frac{\delta Q}{2nR}$$

Conoscendo  $\delta Q$  posso quindi calcolare  $\Delta T$ ,  $T_f$  e quindi il lavoro  $\delta L$

**Problema di: Fluidodinamica - Termodinamica - FT0002****Testo** [FT0002] [3★ 3🕒 3a📖]

Consideriamo un palloncino di volume  $V_i = 25 \text{ dm}^3$ . Esso viene immerso in un contenitore riempito d'acqua e mantenuto a temperatura costante. Rispetto alla superficie, il palloncino viene immerso ad una profondità  $h_f = -2 \text{ m}$ . Qual'è il volume finale del palloncino? Quanto calore ha fornito il palloncino all'acqua circostante?

**Spiegazione** Il palloncino viene portato ad una pressione maggiore, quindi il suo volume diminuisce. La trasformazione che compie il gas è isoterma, quindi il gas durante la compressione cede calore all'acqua.

**Svolgimento** Cominciamo con l'analizzare lo stato del gas

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT_f \\ P_i V_i = NKT_i \end{cases}$$

Il gas si comprime a temperatura costante, quindi

$$P_i V_i = P_f V_f$$

La pressione finale a cui si trova il gas è ricavabile con l'equazione di Stevin

$$P_f = P_i - \rho g \Delta h = 10^5 \text{ Pa} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (-2 \text{ m} - 0 \text{ m}) = 119600 \text{ Pa}$$

Il volume finale del gas è quindi

$$V_f = V_i \cdot \frac{P_i}{P_f} = 21 \text{ dm}^3$$

Il calore che il gas ha scambiato con l'acqua è dato, considerando che la trasformazione è isoterma, dall'equazione

$$\delta Q = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Ricordando che

$$nRT = PV$$

otteniamo

$$\delta Q = P_i V_i \ln \frac{V_f}{V_i} = 2500 \text{ J} \cdot 0,18 = 447 \text{ J}$$

### 4.3 Cicli termodinamici e rendimenti

**Problema di:** Termodinamica - T0061

**Testo** [T0061] [1★ 2⌚ 3a📖]

Una macchina termica di rendimento  $\eta = 25\%$  produce  $\delta L = 5 J$  di lavoro ad ogni ciclo termodinamico. Quanto calore assorbe e quanto calore cede se fatta funzionare per  $n = 5$  cicli?

**Spiegazione** Per questo problema è unicamente necessario sapere cosa fa un ciclo termodinamico e conoscere il concetto di rendimento.

**Svolgimento** Per ogni singolo ciclo

$$\delta Q_{ass} = \frac{\delta L}{\eta} = 20 J$$

$$\delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L = 15 J$$

Per  $n = 5$  cicli è sufficiente moltiplicare per 5 i valori precedenti.

**Problema di:** Termodinamica - T0064

**Testo** [T0064] [2★ 2⌚ 3a📖]

A partire dallo stato  $A(0,2 m^3; 1 atm)$  di minimo volume, un numero  $n = 10 moli$  di gas compiono un ciclo termodinamico di Carnot con rendimento  $\eta = 0,5$ . Determina la minima temperatura raggiunta dal gas. Determina poi fino a quale volume deve espandersi il gas durante l'espansione isoterma, sapendo che produrrà in tale trasformazione un lavoro  $\delta L = 100 kJ$ .

**Spiegazione** Sapendo che si tratta di un ciclo di Carnot, possiamo determinare la temperatura minima del ciclo.

Conoscendo il lavoro fatto dall'espansione isoterma posso conoscerne il volume raggiunto.

**Svolgimento** Lo stato  $A$  corrisponde all'inizio dell'isoterma di alta temperatura, in quanto quello è lo stato di minimo volume. La temperatura dello stato  $A$  è

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{10^5 Pa \cdot 2 m^3}{10 mol \cdot 8,314 \frac{J}{mol K}} = 2406 K$$

La temperatura minima del ciclo la ricavo dal suo rendimento

$$T_{bassa} = T_{alta} \cdot (1 - \eta) = 1203 K$$

Nell'isoterma il lavoro fatto è uguale al calore assorbito.

$$\delta Q = \delta L = nRT_A \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right)$$

$$e^{\frac{\delta L}{nRT_A}} = \left( \frac{V_B}{V_A} \right)$$

$$V_B = V_A \cdot e^{\frac{\delta L}{nRT_A}} = 3,3 m^3$$

**Problema di: Termodinamica - T0010****Testo** [T0010] [1★ 1⌚ 3a📖]

Un ciclo di Carnot assorbe  $\delta Q_{ass} = 1000 J$  alla temperatura  $T_1 = 1000 K$  e cede calore alla temperatura  $T_2 = 400 K$ . Quanto lavoro viene prodotto?

**Spiegazione** Un ciclo termodinamico assorbe calore per trasformarne una parte in lavoro. In un ciclo di Carnot il rendimento del ciclo, cioè la percentuale di calore trasformata in lavoro, dipende unicamente dalle temperature a cui viene scambiato il calore.

**Svolgimento** Il rendimento del ciclo di Carnot è:

$$\eta = 1 - \frac{T_{bassa}}{T_{alta}} = 1 - \frac{4}{10} = \frac{6}{10} = 0,6 = 60\%$$

Il lavoro prodotto sarà quindi

$$\delta L = \eta \delta Q_{ass} = 0,6 \cdot 1000 J = 600 J$$

**Problema di: Termodinamica - T0006****Testo** [T0006] [1★ 3⌚ 3a📖]

Un ciclo termodinamico assorbe calore  $\delta Q_{ass}$  ad alta temperatura, cede calore  $\delta Q_{ced}$  a bassa temperatura, e cede lavoro  $\delta L$ . Il tutto è fatto con un certo rendimento  $\eta$ . Esegui i seguenti esercizi:

1. Sapendo che  $\delta Q_{ass} = 5000 J$  e che  $\delta Q_{ced} = 3500 J$ , quanto valgono  $\delta L$  ed  $\eta$ ?
2. Sapendo che  $\delta Q_{ass} = 5000 J$  e che  $\delta L = 2000 J$ , quanto valgono  $\delta Q_{ced}$  ed  $\eta$ ?
3. Sapendo che  $\delta L = 5000 J$  e che  $\eta = 0,4$ , quanto valgono  $\delta Q_{ass}$  e  $\delta Q_{ced}$ ?

**Spiegazione** Un ciclo termodinamico serve a trasformare del calore in lavoro. soltanto due formule descrivono questo processo:

$$\delta Q_{ass} = \delta Q_{ced} + \delta L \quad \eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}}$$

In tutte le domande del testo vengono forniti due dati; di conseguenza con le due equazioni a disposizione possiamo trovare gli altri due.

**Svolgimento**

1.  $\delta L = \delta Q_{ass} - \delta Q_{ced} = 1500 J$        $\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = \frac{1500 J}{5000 J} = 0,3 = 30\%$
2.  $\delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L = 3000 J$        $\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = \frac{2000 J}{5000 J} = 0,4 = 40\%$
3.  $\delta Q_{ass} = \frac{\delta L}{\eta} = 12500 J$        $\Delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L = 7500 J$

**Problema di: Termodinamica - T0006a****Testo** [T0006a] [1★ 3👤 3a📖]

Un ciclo termodinamico assorbe calore  $\delta Q_{ass}$  ad alta temperatura, cede calore  $\delta Q_{ced}$  a bassa temperatura, e cede lavoro  $\delta L$ . Il tutto è fatto con un certo rendimento  $\eta$ . Esegui i seguenti esercizi:

1. Sapendo che  $\delta Q_{ass} = 5000 \text{ J}$  e che  $\eta = 0,2$ , quanto valgono  $\delta L$  e  $\delta Q_{ced}$ ?
2. Sapendo che  $\delta L = 4000 \text{ J}$  e che  $\delta Q_{ced} = 6000 \text{ J}$ , quanto valgono  $\delta Q_{ass}$  ed  $\eta$ ?
3. Sapendo che  $\delta Q_{ced} = 8000 \text{ J}$  e che  $\eta = 0,2$ , quanto valgono  $\delta Q_{ass}$  e  $\delta L$ ?

**Spiegazione** Un ciclo termodinamico serve a trasformare del calore in lavoro. soltanto due formule descrivono questo processo:

$$\delta Q_{ass} = \delta Q_{ced} + \delta L \quad \eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}}$$

In tutte le domande del testo vengono forniti due dati; di conseguenza con le due equazioni a disposizione possiamo trovare gli altri due.

**Svolgimento**

1.  $\delta L = \eta \delta Q_{ass} = 0,2 \cdot 5000 \text{ J} = 1000 \text{ J}$        $\delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L = 4000 \text{ J}$
2.  $\delta Q_{ass} = \delta Q_{ced} + \delta L = 10000 \text{ J}$        $\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = 0,4 = 40\%$
3.  $\delta Q_{ass} = \frac{\delta Q_{ced}}{1-\eta} = 10000 \text{ J}$        $\delta L = \eta \delta Q_{ass} = 2000 \text{ J}$

**Problema di: Termodinamica - T0034****Testo** [T0034] [4★ 12👤 4a📖]

Un gas perfetto monoatomico compie una trasformazione isoterma a temperatura  $T_A = 400 \text{ K}$  dallo stato A a pressione  $P_A = 2 \text{ atm}$ , allo stato B a pressione  $P_B = 1 \text{ atm}$ . Successivamente subisce una compressione isobara fino allo stato C a volume  $V_C = 5 \text{ dm}^3$ , ed infine una trasformazione isocora per ritornare nello stato A. Dopo aver disegnato il grafico della trasformazione calcola il numero di moli del gas, e le coordinate termodinamiche (P,V,T) dei tre stati A, B, C. Calcola gli scambi di energia nei tre tratti del ciclo ed il rendimento del ciclo.

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste. Il diagramma delle trasformazioni è rappresentato in figura 4.10.

**Svolgimento** Il volume nello stato A è lo stesso dello stato C perché la trasformazione  $C \rightarrow A$  è isocora, quindi

$$V_A = V_C = 5 \text{ dm}^3$$

Il numero di moli del gas è dato da

$$n = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,005 \text{ m}^3}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 400 \text{ K}} = 20,775 \text{ mol}$$

La prima trasformazione è un'isoterma, quindi

$$T_B = T_A = 400 \text{ K}$$

Dalla legge dei gas sappiamo che per un'isoterma

$$P_A V_A = P_B V_B$$

e quindi

$$V_B = V_A \cdot \frac{P_A}{P_B} = 0,005 \text{ m}^3 \cdot 2 = 0,01 \text{ m}^3$$

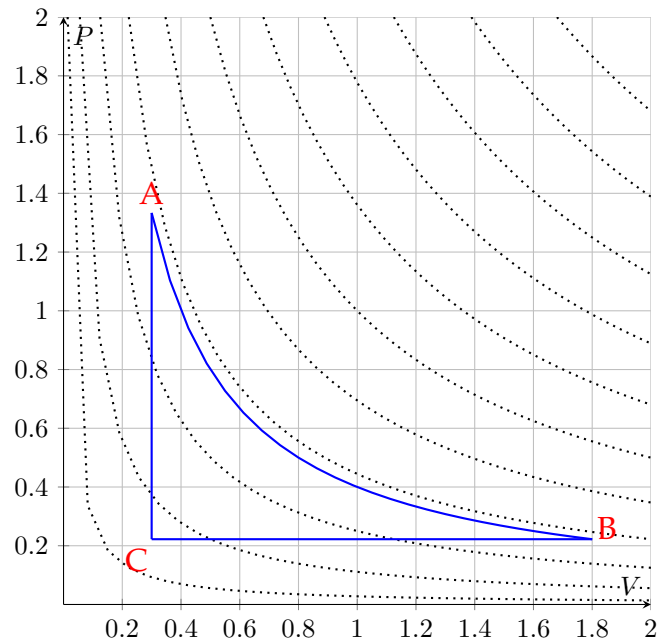


Fig. 4.10: Una trasformazione isobara seguita da una adiabatica e poi da una isoterma. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

Sappiamo poi che

$$P_C = P_B = 1 \text{ atm}$$

perché la trasformazione  $B \rightarrow C$  è isobara.

La temperatura nel punto C la troviamo con l'equazione dell'isobara

$$T_C V_B = T_B V_C$$

$$T_C = T_B \cdot \frac{V_C}{V_B} = 400 \text{ K} \cdot \frac{0,005 \text{ m}^3}{0,01 \text{ m}^3} = 200 \text{ K}$$

Il ciclo termodinamico compie lavoro nel tratto isoterma

$$\delta L = nRT \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$\delta L = 20,775 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 400 \text{ K} \cdot \ln \left( \frac{0,01}{0,005} \right)$$

$$\delta L = 47866 \text{ J}$$

Il calore è assorbito durante l'isoterma e durante l'isocora.

$$\delta Q = n c_v \Delta T + n R T \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$\delta Q = 51792 \text{ J} + 47866 \text{ J} = 99658 \text{ J}$$

Il rendimento del ciclo è quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = 0,48$$

**Problema di: Termodinamica - T0065****Testo** [T0065] [3★ 5🕒 4a📖]

Una quantità di 1000 *moli* di un gas biatomico compiono un ciclo termodinamico formato da due isobare e due isocore. Il ciclo comincia con un'espansione isobara che parte dallo stato  $A(3\text{ m}^3; 6\text{ atm})$ ; successivamente abbiamo un raffreddamento isocoro; la compressione isobara inizia invece dallo stato  $C(5\text{ m}^3; 3\text{ atm})$ ; infine un riscaldamento isocoro. Quanto lavoro ha fatto il ciclo? Quanto vale il rendimento del ciclo?

**Spiegazione** Dopo aver disegnato il ciclo termodinamico nel piano  $PV$  dobbiamo calcolare il lavoro fatto in ognuna delle quattro trasformazioni del ciclo e calcolare infine il lavoro totale. Lo stesso lo facciamo per il calore scambiato andando a calcolare solo il calore assorbito.

**Svolgimento** Il grafico del ciclo termodinamico è mostrato in figura. Il lavoro svolto nelle due isocore è nullo. Nell'espansione isobara il lavoro vale

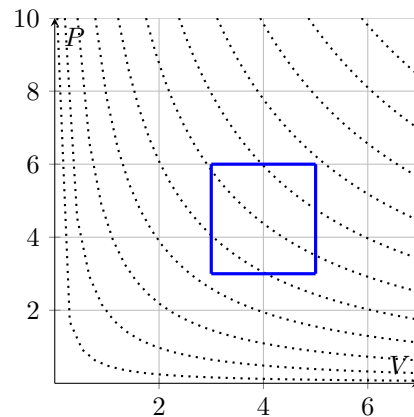
$$\delta L_{AB} = P \cdot \Delta V = 6\text{ atm} \cdot 2\text{ m}^3 = 1200000\text{ J}$$

Nella compressione isobara il lavoro vale

$$\delta L_{BC} = P \cdot \Delta V = 3\text{ atm} \cdot (-2\text{ m}^3) = -600000\text{ J}$$

Il lavoro fatto dal ciclo vale quindi

$$\delta L = 600000\text{ J}$$



Indicando gli stati con le lettere  $A, B, C$ , e  $D$ , avremo

$$T_A = \frac{P_A \cdot V_A}{nR} = 217\text{ K}$$

$$T_B = \frac{P_B \cdot V_B}{nR} = 361\text{ K}$$

$$T_C = \frac{P_C \cdot V_C}{nR} = 181\text{ K}$$

$$T_D = \frac{P_D \cdot V_D}{nR} = 108\text{ K}$$

Il gas assorbe calore solo nel riscaldamento isocoro e nell'espansione isobara, quindi:

$$\delta Q_{ass} = nc_v \Delta T_{DA} + nc_p \Delta T_{AB} = \frac{5}{2}nR(T_A - T_D) + \frac{7}{2}nR(T_B - T_A) = 6453\text{ kJ}$$

Il rendimento del ciclo risulta essere

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = 0,93\%$$

**Problema di: Termodinamica - T0037****Testo** [T0037] [4★ 12🕒 4a📖]

$n = 0,1 \text{ mol}$  di gas perfetto biatomico compiono la trasformazione ciclica indicata di seguito. Disegna la trasformazione nel piano (P,V) e determina le coordinate termodinamiche (P,V,T) dei tre stati A, B, C. Calcola poi gli scambi di energia durante il ciclo ed il rendimento del ciclo.

$A \rightarrow B$ : trasformazione isobara con  $P_A = 1 \text{ atm}$ ,  $V_A = 2 \text{ litri}$  e  $V_B = 6 \text{ litri}$ ;

$B \rightarrow C$ : trasformazione isocora

$C \rightarrow A$ : trasformazione isoterma

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste. Il diagramma delle trasformazioni è rappresentato in figura 4.11.

**Svolgimento** Per lo stato A avremo

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 0,002 \text{ m}^3}{0,1 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}}} = 240,7 \text{ K}$$

Per lo stato B raggiunto con una isobara avremo

$$P_B = P_A = 1 \text{ atm}$$

$$T_B V_A = T_A V_B$$

$$T_B = T_A \cdot \frac{V_B}{V_A} = 722,0 \text{ K}$$

Per lo stato C, raggiunto con una isocora da B e connesso con un'isoterma ad A, avremo

$$V_C = V_B = 6 \text{ litri}$$

$$T_C = T_A = 240,7 \text{ K}$$

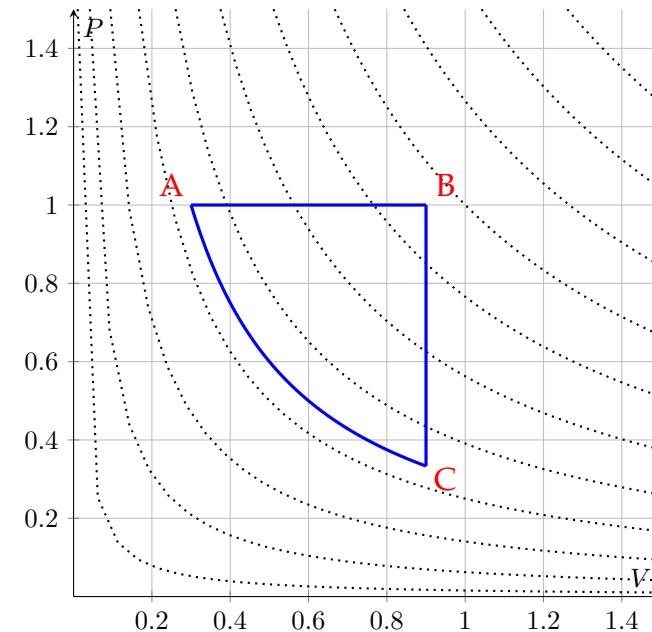


Fig. 4.11: Un ciclo termodinamico. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

ed infine

$$P_C T_B = P_B T_C$$

$$P_C = P_B \cdot \frac{T_C}{T_B} = P_B \cdot \frac{T_A}{T_A \cdot \frac{V_B}{V_A}} = \frac{1}{3} \text{ atm}$$

Per calcolare il rendimento del ciclo dobbiamo calcolarci gli scambi di calore durante il ciclo.

Il gas assorbe calore durante la trasformazione  $A \rightarrow B$

$$\delta Q_{ass} = n c_p \Delta T_{A \rightarrow B} = 0,1 \text{ mol} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 481,3 \text{ K} = 1400 \text{ J}$$

Nelle altre due trasformazioni il gas cede calore

$$\delta Q_{ced} = n c_v \Delta T_{B \rightarrow C} + n R T \ln \left( \frac{V_A}{V_B} \right)$$

$$\delta Q_{ced} = -0,1 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 481,3 \text{ K} + 0,1 \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 240,7 \text{ K} \cdot \ln \left( \frac{1}{3} \right)$$

$$\delta Q_{ced} = -999,9 \text{ J} - 219,7 \text{ J} = -780 \text{ J}$$

Il rendimento risulta quindi

$$\eta = \frac{\delta Q_{ass} - \delta Q_{ced}}{\delta Q_{ass}} = 0,443$$

### Problema di: Termodinamica - T0039

**Testo** [T0039] [2★ 3👤 4a📖]

Una macchina di Carnot è costituita da  $n = 2 \text{ moli}$  di un gas perfetto che compiono un ciclo tra le temperature  $T_a = 227^\circ\text{C}$  e  $T_b = 127^\circ\text{C}$ . Alla temperatura più alta il gas assorbe una quantità di calore  $\Delta Q = 13000 \text{ J}$ . Calcolare il rendimento del ciclo, il lavoro fatto dal ciclo, ed il rapporto  $\frac{V_f}{V_i}$  tra il volume finale e quello iniziale nell'isoterma a temperatura maggiore.

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste.

**Svolgimento** Cominciamo con il calcolare il rendimento del ciclo

$$\eta = 1 - \frac{T_b}{T_a} = 1 - \frac{400 \text{ K}}{500 \text{ K}} = 0,2$$

Il lavoro prodotto dal ciclo è

$$\delta L = \eta \cdot \delta Q_{ass} = 2600 \text{ J}$$

Durante la trasformazione isoterma superiore, il gas produce un lavoro

$$\delta L_1 = \delta Q_{ass} = n R T_a \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$\frac{\delta Q_{ass}}{n R T_a} = \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$\frac{V_f}{V_i} = e^{\frac{\delta Q_{ass}}{n R T_a}} = e^{1,564} = 4,78$$

**Problema di: Termodinamica - T0046****Testo** [T0046] [4★ 10🕒 4a📖]

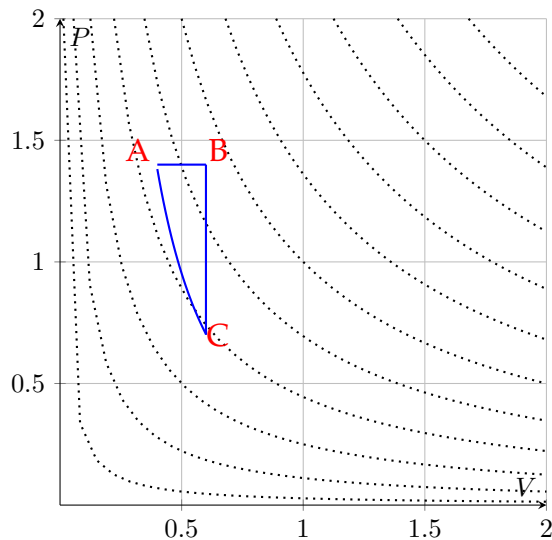
Due moli di gas perfetto monoatomico compiono la trasformazione ciclica indicata di seguito. Disegna la trasformazione nel piano (P,V) e determina le coordinate termodinamiche dei tre stati A, B, C. Calcola poi il rendimento del ciclo.

$A \rightarrow B$ : espansione isobara con  $T_A = 400\text{ K}$ ,  $V_A = 2\text{ m}^3$ ,  $V_B = 6\text{ m}^3$ ;

$B \rightarrow C$ : raffreddamento isocoro

$C \rightarrow A$ : compressione adiabatica

**Spiegazione** Per calcolare le varie coordinate termodinamiche occorre utilizzare la legge dei gas e le informazioni sulle singole trasformazioni. Il calcolo del rendimento avverrà calcolando gli scambi di calore durante tutte le trasformazioni del ciclo.

**Svolgimento**

Le trasformazioni di questo esercizio sono mostrate in figura. I valori sugli assi sono arbitrari e non in relazione con l'esercizio. Cominciamo con il considerare lo stato A

$$P_A = \frac{nRT_A}{V_A} = 3324\text{ Pa}$$

Considerando la trasformazione isobara  $A \rightarrow B$  avremo

$$P_B = P_A = 3324\text{ Pa}$$

Considerando lo stato B avremo

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 1200\text{ K}$$

Lo stato C ha un volume  $V_C = V_B = 6\text{ m}^3$  in quanto raggiunto da B con una trasformazione isocora. Quello stato è raggiunto da A con una trasformazione adiabatica, quindi

$$P_C V_C^\gamma = P_A V_A^\gamma$$

$$P_C = P_A \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{5}{3}} = 533\text{ Pa}$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = 192,3\text{ K}$$

Calcoliamo adesso il rendimento del ciclo. Il ciclo assorbe calore durante la trasformazione isobara e cede calore durante il raffreddamento isocoro. Calcoliamo i calori scambiati in valore assoluto

$$\delta Q_{ass} = n c_p |\Delta T_{A \rightarrow B}|$$

$$\delta Q_{ced} = n c_v |\Delta T_{B \rightarrow C}|$$

$$\eta = 1 - \frac{\delta Q_{ced}}{\delta Q_{ass}}$$

$$\eta = 1 - \frac{c_v \Delta T_{B \rightarrow C}}{c_p \Delta T_{C \rightarrow B}}$$

$$\eta = 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{1008\text{ K}}{800\text{ K}} = 24,4\%$$

**Problema di: Termodinamica - T0049****Testo** [T0049] [4★ 10🕒 4a📖]

Due moli di gas perfetto monoatomico compiono la trasformazione ciclica indicata di seguito. Disegna la trasformazione nel piano (P,V) e determina le coordinate termodinamiche dei tre stati A, B, C. Calcola poi il rendimento del ciclo.

$A \rightarrow B$ : compressione isobara con  $T_A = 400\text{ K}$ ,  $V_A = 6\text{ m}^3$ ,  $V_B = 2\text{ m}^3$ ;

$B \rightarrow C$ : riscaldamento isocoro

$C \rightarrow A$ : espansione adiabatca

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste. Il diagramma delle trasformazioni è rappresentato in figura 4.12. Il rendimento del ciclo lo si trova poi analizzando gli scambi di calore durante la trasformazione.

**Svolgimento** Il gas è monoatomico, quindi  $\gamma = \frac{5}{3}$   
Cominciamo con il calcolare la pressione nello stato A

$$P_A = \frac{nRT_A}{V_A} = \frac{2\text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 400\text{ K}}{6\text{ m}^3} = 1108\text{ Pa}$$

da cui, tenendo conto che  $B \rightarrow C$  è un'isobara, avremo

$$P_B = P_A = 1108\text{ Pa K}$$

Calcoliamo ora la temperatura in B

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{1108\text{ Pa} \cdot 2\text{ m}^3}{2\text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}}} = 133\text{ K}$$

Considerando la trasformazione isocora avremo

$$V_C = V_B = 2\text{ m}^3$$

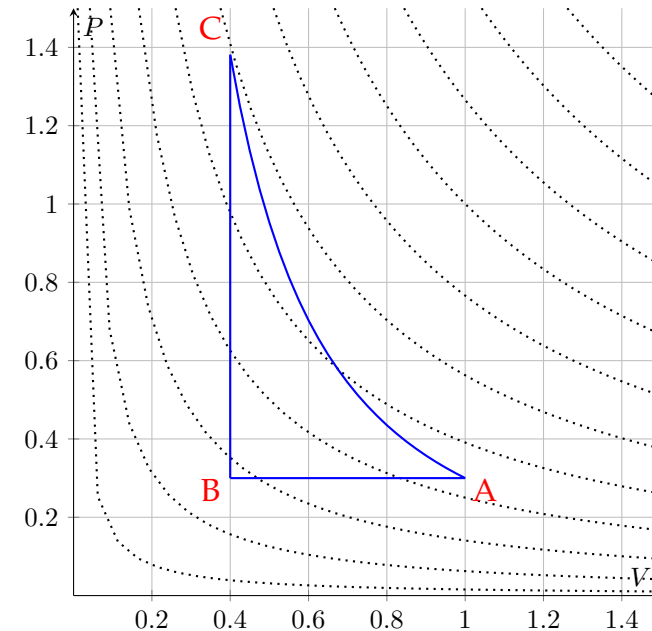


Fig. 4.12: Un ciclo termodinamico. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$$

$$T_C = T_A \cdot \left( \frac{V_A}{V_C} \right)^{\gamma-1} = 400\text{ K} \cdot 0,48 = 832\text{ K}$$

La pressione in C è quindi

$$P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 6914\text{ Pa}$$

I valori delle variabili in C sono

$$T_C = 832\text{ K}$$

$$V_C = 2\text{ m}^3$$

$$P_C = 6914 \text{ Pa}$$

Gli scambi di calore con il mondo esterno avvengono in ingresso nel riscaldamento isocoro ed in uscita nella compressione isobara. Per cui

$$\delta Q_{ass} = n c_v \Delta T_{B \rightarrow C} = 2 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot (699 \text{ K}) = 17426 \text{ J}$$

$$\delta Q_{ced} = n c_p \Delta T_{A \rightarrow B} = -11094 \text{ J}$$

Il rendimento del ciclo è quindi

$$\eta = \frac{\delta Q_{ass} - |\delta Q_{ced}|}{\delta Q_{ass}} = 36,3\%$$

### Problema di: Termodinamica - T0050

**Testo** [T0050] [4★ 10👤 4a📖]

Due moli di gas perfetto biatomico compiono la trasformazione ciclica indicata di seguito. Disegna la trasformazione nel piano (P,V) e determina le coordinate termodinamiche dei tre stati A, B, C. Calcola poi il rendimento del ciclo.

$A \rightarrow B$ : espansione adiabatica con  $T_A = 500 \text{ K}$ ,  $V_B = 2 \text{ m}^3$ ;

$B \rightarrow C$ : compressione isoterma

$C \rightarrow A$ : riscaldamento isocoro con assorbimento di  $\delta Q_{ass} = 2 \text{ kJ}$

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste. Il diagramma delle trasformazioni è rappresentato in figura 4.13. Il rendimento del ciclo lo si trova poi analizzando gli scambi di calore durante la trasformazione.

**Svolgimento** Il gas è biatomico, quindi  $\gamma = \frac{7}{5}$

Cominciamo con il calcolare la variazione di temperatura durante la trasformazione  $C \rightarrow A$

$$\Delta T_{C \rightarrow A} = \frac{\delta Q}{n c_v} = 48 \text{ K}$$

da cui, tenendo conto che  $B \rightarrow C$  è un'isoterma, avremo

$$T_B = T_C = T_A - \Delta T_{C \rightarrow A} = 452 \text{ K}$$

Calcoliamo ora la pressione in B

$$P_B = \frac{n R T_B}{V_B} = \frac{2 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 452 \text{ K}}{2 \text{ m}^3} = 3756 \text{ Pa}$$

Considerando la trasformazione adiabatica avremo

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

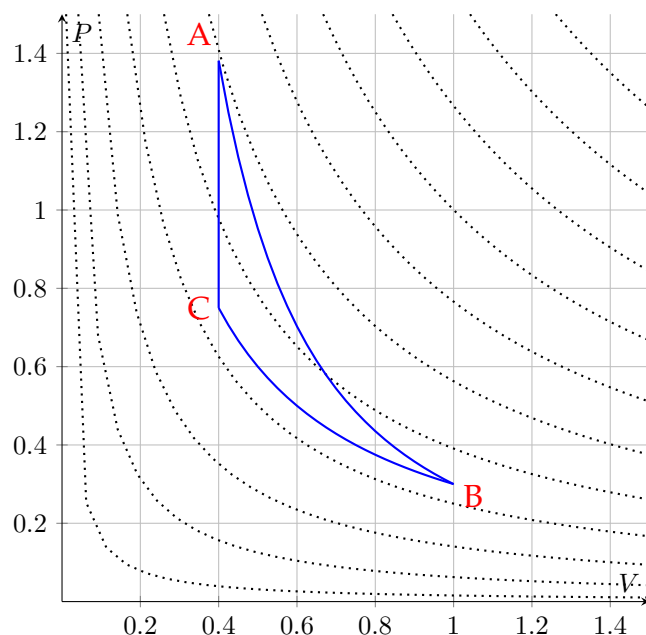


Fig. 4.13: Un ciclo termodinamico. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

$$V_A = V_B \cdot \left( \frac{T_B}{T_A} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 2 \text{ m}^3 \cdot 0,96 = 1,92 \text{ m}^3$$

Considerando la trasformazione isocora  $C \rightarrow A$  avremo

$$V_C = V_A = 1,92 \text{ m}^3$$

La pressione in A è quindi

$$P_A = \frac{nRT_A}{V_A} = 4155 \text{ Pa}$$

I valori delle variabili in C sono

$$T_C = T_B = 452 \text{ K}$$

$$V_C = V_A = 1,92 \text{ m}^3$$

$$P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 3913 \text{ Pa}$$

Gli scambi di calore con il mondo esterno avvengono in ingresso nel riscaldamento isocoro ed in uscita nella compressione isoterma. Per cui

$$\delta Q_{ced} = nRT_C \ln \left( \frac{V_C}{V_B} \right)$$

$$\delta Q_{ced} = 2 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 452 \text{ K} \ln (0,96) = -307 \text{ J}$$

Il rendimento del ciclo è quindi

$$\eta = \frac{\delta Q_{ass} - \delta Q_{ced}}{\delta Q_{ass}} = 0,8465 = 84,65\%$$

**Problema di: Termodinamica - T0050a****Testo** [T0050a] [4★ 10🕒 4a📖]

Due moli di gas perfetto biatomico compiono la trasformazione ciclica indicata di seguito. Disegna la trasformazione nel piano (P,V) e determina le coordinate termodinamiche dei tre stati A, B, C. Calcola poi il rendimento del ciclo.

$A \rightarrow B$ : espansione adiabatica con  $T_B = 500\text{ K}$ ,  $V_A = 2\text{ m}^3$ ;

$B \rightarrow C$ : compressione isoterma con calore ceduto di  $\delta Q_{ced} = -1\text{ kJ}$

$C \rightarrow A$ : riscaldamento isocoro

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste. Il diagramma delle trasformazioni è rappresentato in figura 4.14. Il rendimento del ciclo lo si trova poi analizzando gli scambi di calore durante la trasformazione.

**Svolgimento** Il gas è biatomico, quindi  $\gamma = \frac{7}{5}$   
La trasformazione  $C \rightarrow A$  è un'isocora, quindi

$$V_C = V_A = 2\text{ m}^3$$

Cominciamo con il calcolare il volume della stato B grazie alla trasformazione  $B \rightarrow C$

$$\delta Q_{ced} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$

$$e^{\frac{\delta Q_{ced}}{nRT_B}} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$

$$V_B = V_C \cdot e^{-\frac{\delta Q_{ced}}{nRT_B}}$$

$$V_B = 2\text{ m}^3 e^{\frac{1000\text{ J}}{2 \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 500\text{ K}}} = 2,256\text{ m}^3$$

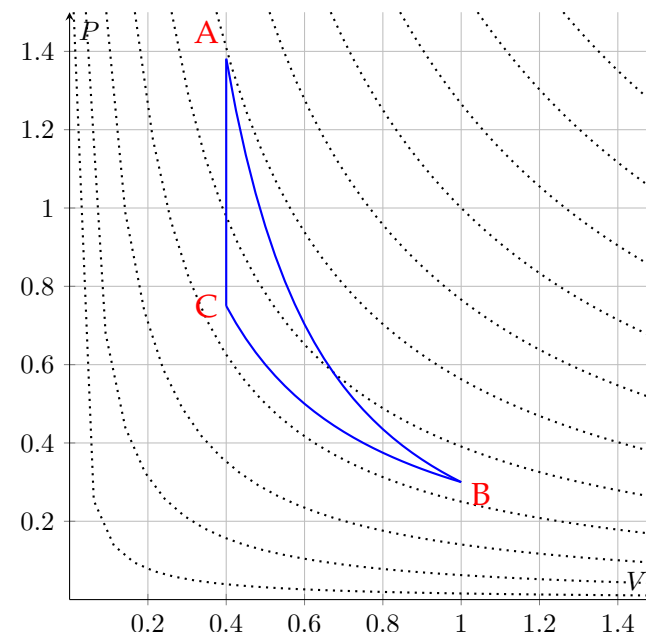


Fig. 4.14: Un ciclo termodinamico. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

La pressione in B è quindi

$$P_B = \frac{nRT_B}{V_B} = \frac{2\text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 500\text{ K}}{2,256\text{ m}^3} = 3684\text{ Pa}$$

La pressione in C è quindi

$$P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{2\text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 500\text{ K}}{2\text{ m}^3} = 4155\text{ Pa}$$

Considerando la trasformazione adiabatica  $A \rightarrow B$  avremo

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

$$P_A = P_B \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma = 3684\text{ Pa} \cdot 1,18 = 4361\text{ Pa}$$

Infine

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 525 \text{ K}$$

Gli scambi di calore con il mondo esterno avvengono in ingresso nel riscaldamento isocoro ed in uscita nella compressione isoterma. Per cui

$$\delta Q_{ass} = n c_v \Delta T_{C \rightarrow A}$$

$$\delta Q_{ass} = 2 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 25 \text{ K} = 1039 \text{ J}$$

Il rendimento del ciclo è quindi

$$\eta = \frac{\delta Q_{ass} - \delta Q_{ced}}{\delta Q_{ass}} = 0,037 = 3,7\%$$

### Problema di: Termodinamica - T0054

**Testo** [T0054] [5★ 12🕒 4a📖]

Cinquanta moli di gas biatomico compiono un ciclo Diesel formato da due adiabatichette, un'isobara ed un'isocora. Disegna la trasformazione nel piano (P,V) e determina le coordinate termodinamiche dei quattro stati A, B, C, D vertici della trasformazione. Calcola poi il rendimento del ciclo.

$A \rightarrow B$ : riscaldamento isobaro con  $P_A = 10^6 \text{ Pa}$ ,  $V_A = 0,1 \text{ m}^3$ ,  $T_B = 800 \text{ K}$

$B \rightarrow C$ : espansione adiabatica con  $V_C = 2V_B$

$C \rightarrow D$ : raffreddamento isocoro

$D \rightarrow A$ : compressione adiabatica

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste. Il rendimento del ciclo lo si trova poi analizzando gli scambi di calore durante la trasformazione.

**Svolgimento** Cominciamo con il determinare la temperatura dello stato A:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{10^6 \text{ Pa} \cdot 0,1 \text{ m}^3}{50 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}} = 241 \text{ K}$$

Possiamo adesso conoscere lo stato B:

$$P_B = P_A = 10^6 \text{ Pa}$$

$$V_B = \frac{V_A T_B}{T_A} = 0,33 \text{ m}^3$$

L'espansione adiabatica, con  $\gamma = \frac{7}{5}$  in quanto gas biatomico, ci permette di avere informazioni sullo stato C:

$$V_C = 2V_B = 0,66 \text{ m}^3$$

$$P_C V_C^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

$$P_C = P_B \frac{V_B^\gamma}{V_C^\gamma} = 10^6 \text{ Pa} \cdot 2^{-\frac{7}{5}} = 3,8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = 602 \text{ K}$$

Per quanto riguarda lo stato  $D$  dovremo intersecare la trasformazione isobara con la compressione adiabatica

$$V_D = V_C = 0,66 \text{ m}^3$$

$$P_A V_A^\gamma = P_D V_D^\gamma$$

$$P_D = P_A \frac{V_A^\gamma}{V_D^\gamma} = 10^6 \text{ Pa} \cdot 6,6^{-\frac{7}{5}} = 7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = 111 \text{ K}$$

Calcoliamo adesso il rendimento del ciclo. Il gas scambia lavoro durante l'espansione isobara, l'espansione adiabatica e la compressione adiabatica. Il gas assorbe calore durante l'espansione isobara. Quindi:

$$\delta L_{A \rightarrow B} = P \cdot \Delta V_{A \rightarrow B} = 10^6 \text{ Pa} \cdot 0,23 \text{ m}^3 = 2,3 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\delta L_{B \rightarrow C} = -nc_v \Delta T_{B \rightarrow C} = -50 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot (-198 \text{ K}) = 2,1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\delta L_{D \rightarrow A} = -nc_v \Delta T_{D \rightarrow A} = -50 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot (130 \text{ K}) = -1,4 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\delta Q_{A \rightarrow B} = nc_p \Delta T = 8,1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Il rendimento è quindi

$$\eta = \frac{\delta L_{tot}}{\delta Q_{ass}} = \frac{3}{8,1} = 37\%$$

### Problema di: Termodinamica - T0032

**Testo** [T0032] [5★ 12🕒 4a📖]

Due moli di gas biatomico compiono una trasformazione isobara a pressione  $P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  da uno stato iniziale  $A$  ad uno stato  $B$  con  $V_B = 2V_A$ ; successivamente una trasformazione adiabatica verso uno stato  $C$  ed infine un'isoterma a temperatura  $T_C = 293 \text{ K}$  che riporta il gas allo stato  $A$ . Calcola il rendimento del ciclo.

**Spiegazione** Le informazioni date dal testo del problema sono sufficienti, semplicemente utilizzando le leggi della termodinamica, per determinare tutte le grandezze richieste.

**Svolgimento** Per quanto riguarda lo stato  $A$  avremo

$$\begin{cases} T_A = 20^\circ \text{C} = 293 \text{ K} \\ P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = \frac{2 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 293 \text{ K}}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0,0243 \text{ m}^3 \end{cases}$$

Per quanto riguarda lo stato  $B$  avremo che essendo la trasformazione  $A \rightarrow B$  un'isobara la pressione sarà la stessa dello stato  $A$ .

$$\begin{cases} P_B = P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V_B = 2V_A = 0,0487 \text{ m}^3 \\ T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 2T_A = 586 \text{ K} \end{cases}$$

La trasformazione  $B \rightarrow C$  è un'adiabatica con  $\gamma = \frac{5}{3}$ , quindi

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$$

$$\begin{cases} T_C = T_A = 293 \text{ K} \\ V_C = V_B \cdot \left( \frac{T_B}{T_A} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 2 \cdot 0,0227 \text{ m}^3 \cdot 2^{\frac{3}{2}} = 0,2754 \text{ m}^3 \\ P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 17682 \text{ Pa} \end{cases}$$

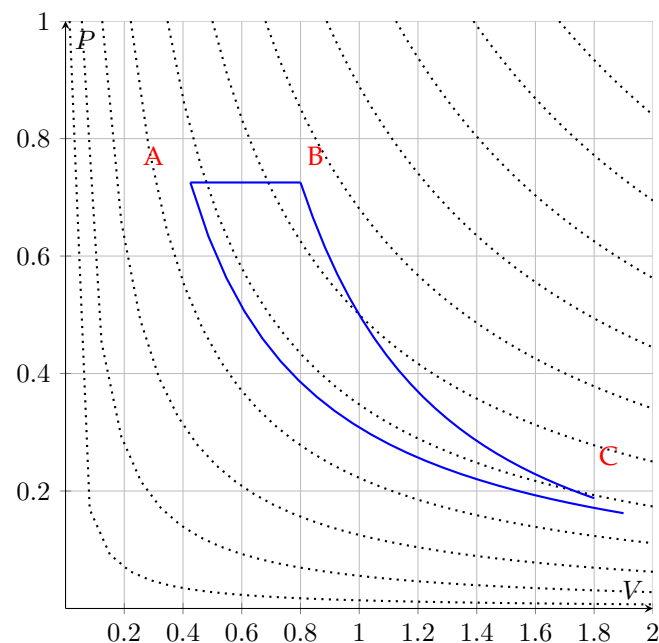


Fig. 4.15: Una trasformazione isobara seguita da una adiabatica e poi da una isoterma. [Nel grafico le unità numeriche sono arbitrarie e non in relazione con l'esercizio.]

Per calcolare adesso il rendimento del ciclo dobbiamo calcolare tutti gli scambi di energia che avvengono. Il ciclo assorbe energia sotto forma di calore nell'espansione isobara e cede energia nella compressione isoterma

$$\Delta Q_{ass} = n c_p \Delta T = n \cdot \frac{7}{2} R \cdot \Delta T = 2 \text{ mol} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 293 \text{ K} = 17044 \text{ J}$$

$$\Delta Q_{ced} = n R T \ln \left( \frac{V_A}{V_C} \right) = 4870 \text{ J} \cdot (-2,43) = -11835 \text{ J}$$

Il segno meno indica che il calore è in ingresso.

Il rendimento del ciclo risulta quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = \frac{\delta Q_{ass} - \delta Q_{ced}}{\delta Q_{ass}} = 0,306$$

**Problema di: Termodinamica - T0019****Testo** [T0019] [2★ 3⌚ 3a📖]

Quant'è la minima quantità di lavoro che bisogna utilizzare, con un ciclo di Carnot, per sottrarre  $\delta Q = 180 \text{ J}$  da un gas alla temperatura  $T_b = -3^\circ\text{C}$  e spostarlo in un ambiente alla temperatura  $T_a = 27^\circ\text{C}$ .

**Spiegazione** Per sottrarre calore da un gas e portarlo in un luogo a temperatura superiore, bisogna utilizzare un ciclo frigorifero. Il testo del problema suggerisce di utilizzare un ciclo frigorifero di Carnot. Un ciclo di Carnot assorbe una quantità di calore  $\delta Q_{Ta}$  da una sorgente a temperatura alta e cede una quantità di calore  $\delta Q_{Tb}$  ad un pozzo a temperatura bassa. Il lavoro prodotto  $\delta L = \delta Q_{Ta} - \delta Q_{Tb}$ . Per un ciclo frigorifero si invertono le frecce degli scambi di energia, ma non cambiano i valori numerici delle grandezze. Quindi il problema chiede di calcolare  $\delta L$  conoscendo  $T_a$ ,  $T_b$  e  $\delta Q_{Tb}$

**Svolgimento** Il rendimento del Ciclo di Carnot è

$$\eta_c = 1 - \frac{T_b}{T_a} = 1 - \frac{270}{300} = 0,1$$

Dalla definizione di ciclo termodinamico abbiamo

$$\begin{cases} \delta L = \delta Q_{Ta} \cdot \eta_c \\ \delta Q_{Tb} = \delta Q_{Ta} - \delta L \end{cases}$$

Svolgendo i conti abbiamo:

$$\begin{cases} \delta Q_{Ta} = \frac{\delta L}{\eta_c} \\ \delta Q_{Tb} = \frac{\delta L}{\eta_c} - \delta L \end{cases}$$

e quindi

$$\delta Q_{Tb} = \delta L \cdot \left( \frac{1}{\eta_c} - 1 \right)$$

$$\delta L = \delta Q_{Tb} \cdot \frac{\eta_c}{1 - \eta_c} = 180 \text{ J} \cdot \frac{0,1}{0,9} = 20 \text{ J}$$

**Problema di: Dinamica - LT0001****Testo** [LT0001] [2★ 3🕒 3a📖]

Una macchina termica funziona con un ciclo di Carnot tra le temperature  $T_b = 20^\circ\text{C}$  e  $T_a = 600^\circ\text{C}$ . Tale macchina brucia una massa  $m = 100\text{ g}$  di benzina dal potere calorifico  $C = 43,6 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ , per sollevare un peso  $M = 10\text{ kg}$ . Di quanto si riesce a sollevare tale peso?

**Spiegazione** Una macchina termica serve per convertire parte del calore assorbito in lavoro. In questo esercizio il lavoro prodotto viene utilizzato per sollevare un peso di una certa altezza, e viene fornito dalla combustione della benzina.

**Svolgimento** In questo esercizio calcoleremo nell'ordine:

1. Il calore assorbito che deriva dalla combustione della benzina
2. Il rendimento del ciclo di Carnot
3. Il lavoro prodotto dalla macchina
4. l'altezza di cui si è sollevato il peso

$$\begin{aligned}\delta Q_{ass} &= m \cdot C = 4,36\text{ J} \\ \eta &= 1 - \frac{T_b}{T_a} = 1 - \frac{293,15\text{ K}}{873,15\text{ K}} = 0,687 \\ \delta L &= \eta \cdot \delta Q_{ass} = 2,996\text{ J}\end{aligned}$$

Questo lavoro va ad aumentare l'energia potenziale gravitazionale del peso, quindi scriveremo

$$\delta L = mg\Delta h$$

da cui

$$\begin{aligned}\Delta h &= \frac{\delta L}{mg} \\ \Delta h &= \frac{2,996\text{ J}}{10\text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 30,6\text{ cm}\end{aligned}$$

**Problema di: Calorimetria - Termodinamica QT0002****Testo** [QT0002] [3★ 4🕒 3a📖]

Una centrale elettrica di potenza  $P = 500\text{ MW}$  funziona con un ciclo termodinamico di rendimento  $\eta = 0,35$ . Per raffreddarla viene utilizzato un piccolo fiume dal quale si preleva una portata d'acqua  $C = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ . Di quanto si scalda quell'acqua?

**Spiegazione** La centrale elettrica produce una certa potenza, quindi una certa quantità di energia nel tempo. La centrale elettrica funziona con un ciclo termodinamico che assorbe calore ad alta temperatura, una parte la trasforma in lavoro (energia elettrica) ed il restante lo cede a bassa temperatura. Questo calore ceduto deve essere portato via dalla centrale grazie all'impianto di raffreddamento. Il calore ceduto, viene infatti dato all'acqua presa dal fiume. Tale acqua quindi si scalda.

**Svolgimento** Il calore che scalda l'acqua è il calore ceduto dalla centrale nel suo ciclo termodinamico

$$\delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L$$

Sappiamo anche che in un ciclo termodinamico

$$\delta Q_{ass} = \frac{\delta L}{\eta}$$

quindi

$$\delta Q_{ced} = \frac{\delta L}{\eta} - \delta L = \delta L \frac{1 - \eta}{\eta}$$

Visto che la centrale ha una potenza  $P = \frac{\delta L}{\Delta t}$

$$\delta Q_{ced} = P \Delta t \frac{1 - \eta}{\eta}$$

Questo calore serve a scaldare l'acqua dell'impianto di raffreddamento. La portata dell'acqua in ingresso nella centrale è

$$C = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Quindi la massa di acqua che posso scaldare è

$$\Delta m = C \Delta t$$

Il problema chiede di calcolare di quanto si scalda l'acqua del sistema di raffreddamento:

$$\Delta T = \frac{\delta Q_{ced}}{c_s \cdot \Delta m}$$

$$\Delta T = \frac{P \Delta t \frac{1-\eta}{\eta}}{c_s \cdot C \Delta t} = \frac{P \frac{1-\eta}{\eta}}{c_s \cdot C}$$

$$\Delta T = \frac{5 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \frac{0,65}{0,35}}{4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 5 \cdot 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}} = 4,4 \text{ K}$$

### Problema di: Termodinamica - QT0003

**Testo** [QT0003] [3★ 3🕒 3a📖]

Una macchina termica di rendimento  $\eta = 0,2$  è utilizzata come frigorifero per raffreddare una massa  $m = 2 \text{ kg}$  di acqua dalla temperatura iniziale  $T_i = 20^\circ\text{C}$  alla temperatura finale  $T_f = 4^\circ\text{C}$ . Quanto lavoro impiega?

**Spiegazione** Una macchina frigorifera assorbe calore da un luogo a bassa temperatura per portarlo in un luogo ad alta temperatura. Dal momento che in natura questo fenomeno accadrebbe in modo spontaneo solo al contrario, per poterci riuscire la macchina frigorifera deve assorbire una certa quantità di lavoro dall'esterno. In questo caso la macchina frigorifera prende calore dall'acqua, raffreddandola.

**Svolgimento** Viste le temperature iniziali e finali dell'acqua, l'unico fenomeno calorimetrico che avviene è il raffreddamento, quindi la quantità di calore che bisogna assorbire dall'acqua vale

$$\delta Q = c_s m \Delta T = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot (-16^\circ\text{C}) = 133952 \text{ J}$$

A questa energia si deve sommare il lavoro assorbito dalla macchina termica per sapere quanto calore viene fornito al luogo con temperatura alta. Avremo quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta L + \delta Q}$$

$$\delta L = \eta \delta L + \eta \delta Q$$

$$(1 - \eta) \delta L = \eta \delta Q$$

$$\delta L = \frac{\eta}{1 - \eta} \delta Q$$

$$\delta L = 33488 \text{ J}$$

La formula finale per questo esercizio, per non fare calcoli intermedi, risulta essere

$$\delta L = c_s m \Delta T \frac{\eta}{1 - \eta}$$

### Problema di: Termodinamica - QT0004

**Testo** [QT0004] [3★ 5👤 3a📖]

Una macchina termica di rendimento  $\eta = 0,2$  viene utilizzata come frigorifero per raffreddare una massa  $m = 2 \text{ kg}$  di acqua dalla temperatura iniziale  $T_i = 20^\circ\text{C}$  alla temperatura finale  $T_f = -18^\circ\text{C}$ . Quanto lavoro impiega?

**Spiegazione** Una macchina frigorifera assorbe calore da un luogo bassa temperatura per portarlo in un luogo ad alta temperatura. Dal momento che in natura questo fenomeno accadrebbe in modo spontaneo solo al contrario, per poterci riuscire la macchina frigorifera deve assorbire una certa quantità di lavoro dall'esterno. In questo caso la macchina frigorifera prende calore dall'acqua, raffreddandola e facendola congelare.

**Svolgimento** Viste le temperature iniziali e finali dell'acqua, i due fenomeni calorimetrici che avvengono sono il raffreddamento e la solidificazione, quindi la quantità di calore che bisogna assorbire dall'acqua vale

$$\delta Q_{raffr} = c_s m \Delta T = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot (38^\circ\text{C}) = 318136 \text{ J}$$

$$\delta Q_{solid} = Q_{lat-fus} \cdot m = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 2 \text{ kg} = 670 \text{ kJ}$$

Il calore totale da sottrarre all'acqua è quindi

$$\delta Q = \delta Q_{raffr} + \delta Q_{solid} = 988136 \text{ J}$$

A questa energia di deve sommare il lavoro assorbito dalla macchina termica per sapere quanto calore viene fornito al luogo con temperatura alta. Avremo quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta L + \delta Q}$$

$$\delta L = \eta \delta L + \eta \delta Q$$

$$(1 - \eta) \delta L = \eta \delta Q$$

$$\delta L = \frac{\eta}{1 - \eta} \delta Q$$

$$\delta L = 247034 \text{ J}$$

La formula finale per questo esercizio, per non fare calcoli intermedi, risulta essere

$$\Delta L = m (c_s m \Delta T + Q_{lat-fus}) \frac{\eta}{1 - \eta}$$

### Problema di: Termodinamica - QT0005

**Testo** [QT0005] [3★ 3🕒 3a📖]

Una macchina termica di rendimento  $\eta = 0,2$  e potenza  $P = 100 \text{ W}$  viene utilizzata come frigorifero per raffreddare una massa  $m = 2 \text{ kg}$  di acqua dalla temperatura iniziale  $T_i = 20^\circ\text{C}$  alla temperatura finale  $T_f = 4^\circ\text{C}$ . Quanto tempo ci impiega?

**Spiegazione** Una macchina frigorifera assorbe calore da un luogo bassa temperatura per portarlo in un luogo ad alta temperatura. Dal momento che in natura questo fenomeno accadrebbe in modo spontaneo solo al contrario, per poterci riuscire la macchina frigorifera deve assorbire una certa quantità di lavoro dall'esterno. In questo caso la macchina frigorifera prende calore dall'acqua, raffreddandola.

**Svolgimento** Viste le temperature iniziali e finali dell'acqua, l'unico fenomeno calorimetrico che avviene è il raffreddamento, quindi la quantità di calore che bisogna assorbire dall'acqua vale

$$\delta Q = c_s m \Delta T = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot (-16^\circ\text{C}) = 133952 \text{ J}$$

A questa energia si deve sommare il lavoro assorbito dalla macchina termica per sapere quanto calore viene fornito al luogo con temperatura alta. Avremo quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta L + \delta Q}$$

$$\delta L = \eta \delta L + \eta \delta Q$$

$$(1 - \eta) \delta L = \eta \delta Q$$

$$\delta L = \frac{\eta}{1 - \eta} \delta Q$$

$$\delta L = 33488 \text{ J}$$

Della macchina termica noi conosciamo la potenza, quindi

$$\Delta t = \frac{\delta L}{P} = 334,88 \text{ s}$$

La formula finale per questo esercizio, per non fare calcoli intermedi, risulta essere

$$\Delta t = \frac{\eta}{1 - \eta} \frac{c_s m \Delta T}{P}$$

#### Problema di: Termodinamica - QT0006

**Testo** [QT0006] [3★ 5🕒 3a📖]

Una macchina termica di rendimento  $\eta = 0,2$  e potenza  $P = 100 \text{ W}$  viene utilizzata come frigorifero per raffreddare una massa  $m = 2 \text{ kg}$  di acqua dalla temperatura iniziale  $T_i = 20^\circ\text{C}$  alla temperatura finale  $T_f = -18^\circ\text{C}$ . Quanto tempo ci impiega?

**Spiegazione** Una macchina frigorifera assorbe calore da un luogo bassa temperatura per portarlo in un luogo ad alta temperatura. Dal momento che in natura questo fenomeno accadrebbe in modo spontaneo solo al contrario, per poterci riuscire la macchina frigorifera deve assorbire una certa quantità di lavoro dall'esterno. In questo caso la macchina frigorifera prende calore dall'acqua, raffreddandola e facendola congelare.

**Svolgimento** Viste le temperature iniziali e finali dell'acqua, i due fenomeni calorimetrici che avvengono sono il raffreddamento e la solidificazione, quindi la quantità di calore che bisogna assorbire dall'acqua vale

$$\delta Q_{raffr} = c_s m \Delta T = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot (38^\circ\text{C}) = 318136 \text{ J}$$

$$\delta Q_{solid} = Q_{latfus} \cdot m = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 2 \text{ kg} = 670 \text{ kJ}$$

Il calore totale da sottrarre all'acqua è quindi

$$\delta Q = \delta Q_{raffr} + \delta Q_{solid} = 988136 \text{ J}$$

A questa energia di deve sommare il lavoro assorbito dalla macchina termica per sapere quanto calore viene fornito al luogo con temperatura alta. Avremo quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta L + \delta Q}$$

$$\delta L = \eta \delta L + \eta \delta Q$$

$$(1 - \eta) \delta L = \eta \delta Q$$

$$\delta L = \frac{\eta}{1 - \eta} \delta Q$$

$$\delta L = 247034 \text{ J}$$

Della macchina termica noi conosciamo la potenza, quindi

$$\Delta T = \frac{\delta L}{P} = 2470,34 \text{ s}$$

La formula finale per questo esercizio, per non fare calcoli intermedi, risulta essere

$$\Delta T = \frac{\eta}{1 - \eta} \frac{m(c_s m \Delta T + Q_{lat-fus})}{P}$$

### Problema di: Calorimetria e Termodinamica - QT0007

**Testo** [QT0007] [3★ 3🕒 3a📖]

L'interno di un appartamento è raffreddato da una macchina frigorifera a ciclo di Carnot. All'interno dell'appartamento abbiamo una temperatura  $T_{int} = 24^\circ\text{C}$  mentre all'esterno abbiamo  $T_{ext} = 37^\circ\text{C}$ . Le dispersioni di calore avvengono interamente da una finestra di vetro ( $\rho_{vetro} = 0,8 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ ) di spessore  $d = 3 \text{ mm}$  e superficie  $S = 5 \text{ m}^2$ . Quanta energia consuma la macchina in un tempo  $\Delta t = 2 \text{ h}$ ?

**Spiegazione** Dalla finestra entra del calore; la macchina termica sposta quel calore all'esterno.

**Svolgimento** La perdita di calore è indicata da

$$\frac{\delta Q}{\Delta t} = \rho \frac{S}{L} \Delta T$$

Contemporaneamente la macchina frigorifera di Carnot, con rendimento

$$\eta = 1 - \frac{T_{int}}{T_{ext}} = 0,042$$

Il lavoro assorbito dalla macchina termica è dato da

$$\delta L = \eta (\delta Q + \delta L)$$

$$\delta L (1 + \eta) = \eta \delta Q$$

$$\delta L = \frac{\eta}{(1 + \eta)} \delta Q$$

Infine abbiamo

$$\delta L = \frac{\eta}{(1 + \eta)} \rho \frac{S}{L} \Delta T \Delta t$$

$$\delta L = \frac{0,042}{1,042} \cdot 0,8 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \frac{5 \text{ m}^2}{0,003 \text{ m}} \cdot 13 \text{ K} \cdot 7200 \text{ s} = 5 \cdot 10^6 \text{ J}$$

**Problema di: Calorimetria e Termodinamica - QT0008****Testo** [QT0008] [5★ 4🔒 4a📖]

In un contenitore adiabatico vengono versati  $m_1 = 3 \text{ kg}$  di acqua alla temperatura  $T_{1i} = 60^\circ\text{C}$  e  $m_2 = 2 \text{ kg}$  di acqua alla temperatura  $T_{2i} = 30^\circ\text{C}$ . Calcola la variazione di entropia del sistema dovuta al mescolamento dei due liquidi.

**Spiegazione** Questo è un problema standard nel quale semplicemente applichiamo le formule conosciute

**Svolgimento** La temperatura di equilibrio raggiunta dai due materiali è

$$T_{eq} = \frac{c_{s1}m_1T_{1i} + c_{s2}m_2T_{2i}}{c_{s1}m_1 + c_{s2}m_2} = \frac{m_1T_{1i} + m_2T_{2i}}{m_1 + m_2} = 48^\circ\text{C}$$

Nell'ultimo passaggio si è tenuto conto che i due materiali sono in questo problema lo stesso materiale.

Trattandosi del fenomeno del riscaldamento, la variazione di entropia dei due materiali è calcolabile con la formula

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} c_s m \frac{dT}{T} = c_s m \ln \frac{T_f}{T_i}$$

Per l'acqua che si riscalda avremo

$$\Delta S_2 = c_{s2}m_2 \ln \frac{T_{eq}}{T_{2i}} = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot \ln \left( \frac{321 \text{ K}}{303 \text{ K}} \right) = 483 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Per l'acqua che si raffredda avremo

$$\Delta S_1 = c_{s1}m_1 \ln \frac{T_{eq}}{T_{1i}} = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 3 \text{ kg} \cdot \ln \left( \frac{321 \text{ K}}{333 \text{ K}} \right) = -307 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

L'entropia totale del sistema fisico è quindi aumentata essendo

$$\Delta S_{tot} = +176 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

**Problema di: Termodinamica - T0023****Testo** [T0023] [5★ 5🔒 4a📖]

Un gas monoatomico ( $\gamma = \frac{5}{3}$ ) fa una trasformazione dallo stato

$$\{T_A = 300 \text{ K}; P_A = 100000 \text{ Pa}; V_A = 3 \text{ m}^3\}$$

allo stato

$$\{T_B = 400 \text{ K}; P_B = 200000 \text{ Pa}; V_B = 2 \text{ m}^3\}$$

Calcolate la variazione di entropia.

**Spiegazione** Il problema chiede la variazione di entropia del gas tra due stati. Dal momento che l'entropia è una variabile di stato, la sua variazione dipende unicamente dagli stati finale ed iniziale e non dalle trasformazioni avvenute. Possiamo quindi sceglierci le trasformazioni che con maggiore facilità ci permettono di calcolare la variazione di entropia.

**Svolgimento** Consideriamo una trasformazione adiabatica che porti il gas da uno stato  $A$  ad uno stato  $C$  ed in particolare dalla temperatura  $T_A$  alla temperatura  $T_C = T_B$ . Per tale trasformazione la variazione di entropia è nulla in quanto non avviene scambio di calore. Consideriamo poi una trasformazione isoterma che porti dallo stato  $C$  allo stato  $B$ . La corrispondente variazione di entropia è

$$\Delta S = \frac{\delta Q}{T} = NK \ln \left( \frac{V_C}{V_B} \right)$$

Per la serie delle due trasformazioni vale:

$$\begin{cases} \frac{P_A}{P_C} = \left( \frac{V_C}{V_A} \right)^\gamma \\ \frac{P_C}{P_B} = \frac{V_B}{V_C} \end{cases}$$

e quindi

$$\begin{cases} \frac{P_A \cdot V_C}{V_B \cdot P_B} = \frac{V_C^\gamma}{V_A^\gamma} \\ P_C = \frac{V_B \cdot P_B}{V_C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{P_A \cdot V_A^\gamma}{V_B \cdot P_B} = V_C^{\gamma-1} \\ P_C = \frac{V_B \cdot P_B}{V_C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left( \frac{P_A \cdot V_A^\gamma}{V_B \cdot P_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = V_C \\ P_C = \frac{V_B \cdot P_B}{V_C} \end{cases}$$

Il numero di molecole presenti nel gas è

$$N = \frac{P_A \cdot V_A}{K \cdot T_A}$$

$$\Delta S = \frac{P_A \cdot V_A}{T_A} \ln \left( \frac{\left( \frac{P_A \cdot V_A^\gamma}{V_B \cdot P_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{V_B} \right)$$

$$\Delta S = \frac{P_A \cdot V_A}{T_A} \ln \left( \frac{P_A \cdot V_A^\gamma}{P_B \cdot V_B^\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\Delta S = \frac{100000 \text{ Pa} \cdot 3 \text{ m}^3}{300 \text{ K}} \ln \left( \frac{3^{\frac{5}{3}}}{2 \cdot 2^{\frac{5}{3}}} \right)^{\frac{5}{2}}$$

$$\Delta S = \frac{2500 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3}{K} \ln \left( \frac{3^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{8}{3}}} \right)$$

$$\Delta S = -43,43 \frac{J}{K}$$

### Problema di: Termodinamica - T0052

**Testo** [T0052] [5★ 5🔒 4a📖]

Un frigorifero lavora tra una temperatura ambiente  $T_a = 28^\circ\text{C}$  ed una temperatura interna  $T_b = 5^\circ\text{C}$ . Calcola il coefficiente di prestazione del frigorifero. Sapendo che per raffreddare  $m = 500 \text{ g}$  di broccoli (calore specifico  $c_s = 3850 \frac{J}{\text{kgK}}$ ) vengono consumati  $\delta L = 9000 \text{ J}$ , indica se si tratta di una macchina termica reversibile. Calcola le variazioni di entropia dei broccoli e dell'ambiente.

**Spiegazione** I calcoli delle grandezze avvengono semplicemente applicando i concetti di base al problema ed utilizzando i dati forniti. Per affermare se una macchina termica è reversibile o meno, è possibile paragonare il rendimento teorico ed effettivo della macchina stessa.

**Svolgimento** Le temperature della macchina termica sono  $T_a = 28^\circ\text{C} = 301 \text{ K}$  e  $T_b = 5^\circ\text{C} = 278 \text{ K}$

La macchina ha sottratto ai broccoli

$$\delta Q_b = c_s m \Delta T = 3850 \frac{J}{\text{kgK}} \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot 23 \text{ K} = 44275 \text{ J}$$

Il rendimento teorico della macchina è quindi

$$\eta_t = 1 - \frac{T_b}{T_a} = \frac{23}{301} = 7,64\%$$

Nella realtà la macchina ha avuto un rendimento

$$\eta_r = 1 - \frac{\delta Q_b}{\delta Q_a} = 1 - \frac{\delta Q_b}{\delta Q_b + \delta L} = 1 - \frac{44275}{44275 + 9000} = 16,9\%$$

La macchina ha un rendimento reale differente a quello teorico, quindi è irreversibile.

La variazione di entropia dei broccoli è calcolabile con la formula

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} c_s m \frac{dT}{T} = c_s m \ln \frac{T_f}{T_i} = 3850 \frac{J}{\text{kgK}} \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot \ln \frac{278}{301} = -153,0 \frac{J}{K}$$

La variazione di entropia dell'ambiente avviene durante una trasformazione a temperatura costante, ma per il calcolo è necessario considerare una trasformazione reversibile. Nel ciclo reversibile, la macchina frigorifera avrebbe assorbito un lavoro differente e quindi ceduto alla sorgente calda un calore differente, pari a

$$\delta Q_{at} = \frac{\delta Q_b}{1 - \eta_t} = \frac{44275 \text{ J}}{1 - 0,0764} = 47937,4 \text{ J}$$

Quindi, scegliendo una trasformazione reversibile che permetta alla macchina termica di funzionare in modo reversibile e quindi farci calcolare in modo corretto le variazioni di entropia, avremo

$$\Delta S = \frac{\delta Q_{at}}{T} = \frac{47937,4 \text{ J}}{301 \text{ K}} = 159,3 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

L'entropia totale del sistema fisico è quindi aumentata essendo

$$\Delta S_{tot} = +6,3 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

## 4.4 Tensione di vapore

**Problema di: Termodinamica - T0041**

**Testo** [T0041] [3★ 4🕒 4a📖]

In un recipiente di volume  $V_r = 2 \text{ m}^3$  ci sono  $m = 100 \text{ kg}$  di acqua, in equilibrio con il suo vapore. Il recipiente è mantenuto a temperatura costante  $T = 60^\circ\text{C}$ . A quella temperatura la tensione di vapore dell'acqua è  $P = 20 \text{ kPa}$ . Quanto deve diventare il volume del recipiente per far condensare  $m = 9 \text{ g}$  di acqua?

**Spiegazione** La compressione del gas, visto che è in equilibrio con il suo liquido, avviene a pressione costante e, in base alle informazioni del problema, anche a temperatura costante. La diminuzione del volume implica quindi la diminuzione del numero di molecole di gas.

**Svolgimento** Cominciamo con il considerare che  $m_l = 100 \text{ kg}$  occupano un volume

$$V_l = \frac{m_l}{\rho_{H_2O}} = 100 \text{ dm}^3 = 0,1 \text{ m}^3$$

Per far condensare  $m = 9 \text{ g}$  di acqua, devono condensare  $n = 0,5 \text{ moli}$  di acqua, visto che il peso molecolare dell'acqua è 18. Abbiamo quindi che i valori iniziali delle variabili del gas sono  $V_i = 2 \text{ m}^3 - 0,1 \text{ m}^3 = 1,9 \text{ m}^3$ ;  $P_i = P = 20 \text{ kPa}$ ;  $T_i = 60^\circ\text{C}$ ;

$$n_i = \frac{P_i V_i}{RT_i} = \frac{20 \text{ kPa} \cdot 1,9 \text{ m}^3}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} 333 \text{ K}} = 368 \text{ mol}$$

Il tipo di trasformazione considerata permette di scrivere il seguente sistema:

$$\begin{cases} PV_i = n_i RT \\ PV_f = n_f RT \end{cases} \Rightarrow V_f = V_i \frac{n_f}{n_i} = 1,9 \text{ m}^3 \cdot \frac{367,5}{368} = 1,897 \text{ m}^3$$

Il volume complessivo del recipiente dovrà quindi diventare

$$V_{r,f} = V_f + V_l = 1,997 \text{ m}^3$$

cioè dovrà comprimersi di

$$\Delta V = 3 \text{ dm}^3$$



-  [\[youtu.be/WuoxQvYiz9k\]](https://youtu.be/WuoxQvYiz9k) Equazione d'onda
-  [\[youtu.be/GMwuZry3SvQ\]](https://youtu.be/GMwuZry3SvQ) Intensità di un'onda tridimensionale
-  [\[youtu.be/PiYxrAtSzpI\]](https://youtu.be/PiYxrAtSzpI) Intensità di un'onda un chiarimento
-  [\[youtu.be/EH5RJid55og\]](https://youtu.be/EH5RJid55og) Riflessione totale di un raggio di luce
-  [\[youtu.be/fELcUeNoZz0\]](https://youtu.be/fELcUeNoZz0) Doppia rifrazione
-  [\[youtu.be/72L5nwKQqek\]](https://youtu.be/72L5nwKQqek) Lente convergente
-  [\[youtu.be/cuEL7RuTSLM\]](https://youtu.be/cuEL7RuTSLM) Lenti convergenti e divergenti
-  [\[youtu.be/KgFF3kbvXnw\]](https://youtu.be/KgFF3kbvXnw) Costruzione dell'immagine di una lente
-  [\[youtu.be/QIH8E6f0Z7w\]](https://youtu.be/QIH8E6f0Z7w) C al Microonde
-  [\[youtu.be/j5LATQt8\\_PA\]](https://youtu.be/j5LATQt8_PA) Onde stazionarie: Frequenze discrete
-  [\[youtu.be/SOUIrg9o7Mw\]](https://youtu.be/SOUIrg9o7Mw) Onde stazionarie: matematica dell'onda
-  [\[youtu.be/6UdZhiniSQ0\]](https://youtu.be/6UdZhiniSQ0) Levitazione con onde sonore stazionarie ultrasuoni
-  [\[youtu.be/DjrlvgIR5x8\]](https://youtu.be/DjrlvgIR5x8) Suono di un diapason
-  [\[youtu.be/AmHlrRjPaDY\]](https://youtu.be/AmHlrRjPaDY) Il fenomeno dei battimenti
-  [\[youtu.be/RCJ0HDvDPfk\]](https://youtu.be/RCJ0HDvDPfk) Polarizzazione lineare di una onda trasversale
-  [\[youtu.be/HvGmKodSyfs\]](https://youtu.be/HvGmKodSyfs) Visibilità di un raggio laser
-  [\[youtu.be/UIVwugFYimk\]](https://youtu.be/UIVwugFYimk) Effetto Doppler
-  [\[youtu.be/z7NX1-tE3gM\]](https://youtu.be/z7NX1-tE3gM) Boom supersonico

## 5.1 Grandezze fisiche ondulatorie

**Problema di:** Onde - O0011

**Testo** [\[O0011\]](#) [1 ★ 4 ⌚ 4a 📖]

1. Cos'è un'onda?
2. Indica la differenza tra onde trasversali ed onde longitudinali
3. Indica la differenza tra onde meccaniche ed onde elettromagnetiche
4. Disegna un'onda ed indicane tutte le variabili che la descrivono

**Spiegazione** Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare

### Svolgimento

1. Un'onda è un movimento di energia.
2. In un'onda trasversale l'oscillazione avviene su di una linea perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda, per le onde longitudinali tale oscillazione è parallela alla direzione di propagazione dell'onda.
3. Un'onda meccanica è data dall'oscillazione del mezzo entro il quale si propaga; in un'onda elettromagnetica ciò che oscilla è un campo elettromagnetico e non il materiale entro cui l'onda si propaga
4. Le variabili che descrivono un'onda sono:
  - (a) l'ampiezza (il massimo valore dell'oscillazione)
  - (b) la frequenza (il numero di oscillazioni al secondo)
  - (c) la lunghezza d'onda (la distanza tra un picco ed il picco successivo)
  - (d) la velocità (il numero di metri al secondo)
  - (e) il periodo (la durata di una oscillazione)