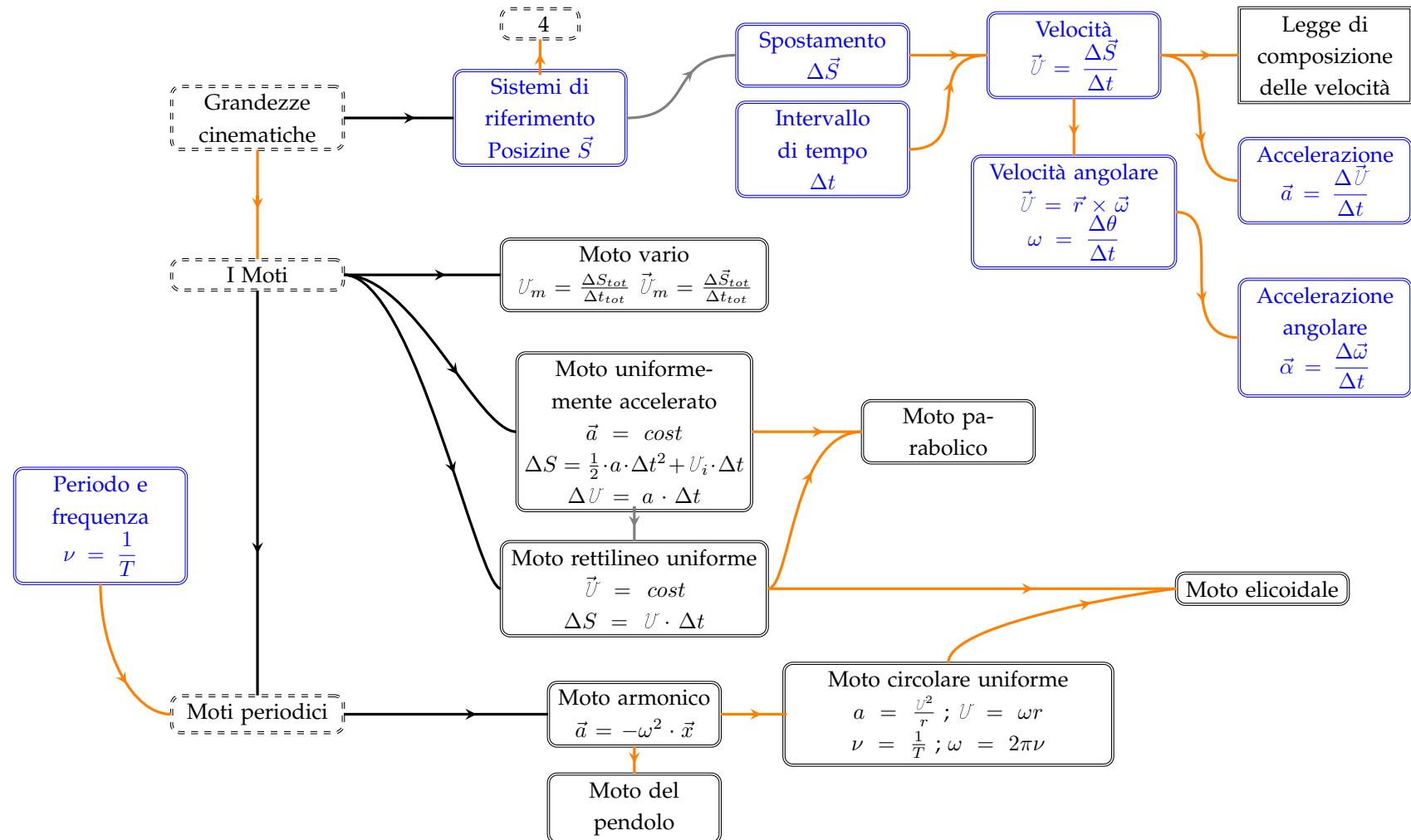


Parte III

Cinematica



Un sistema di riferimento serve per poter indicare quale sia la posizione di un oggetto e descriverne il movimento.

18.1 Punto di riferimento e assi cartesiani

Se provate ad indicare la posizione di un qualunque oggetto intorno a voi vedrete che per poter dire *dove sta* siete sempre costretti a fare *riferimento* ad un qualche altro oggetto. Ciò rispetto al quale vi riferite si chiama *punto di riferimento*. Provate adesso ad indicare dove si trova un certo punto rispetto a quello di riferimento. Noterete che direte frasi come per esempio: *si trova tre metri in avanti e due a destra*. Per poter descrivere la posizione di un secondo punto rispetto al primo, avete bisogno di alcune direzioni (avanti-indietro, destra-sinistra, alto-basso) sulle quali indicare delle distanze. Queste direzioni si chiamano *assi cartesiani*. In figura 18.1 vengono mostrati dei punti in un sistema di assi cartesiani. Attenzione: il sistema di riferimento non serve per far esistere i punti, ma solo per poter dire dove sono.

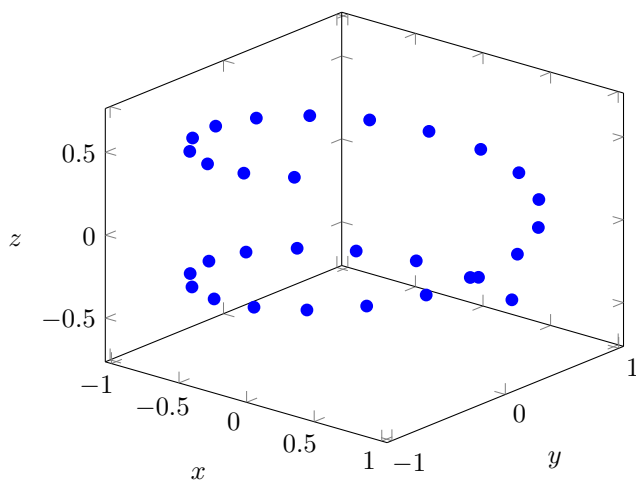


Fig. 18.1: Punti in tre dimensioni. Gli assi cartesiani ci permettono di indicare, tramite delle coordinate, la posizione di ogni singolo punto.

18.2 Sistemi di riferimento e movimento

Muoversi significa cambiare posizione; se per indicare una posizione serve un sistema di riferimento, allora questo è necessario anche per descrivere il movimento di un oggetto. La scelta del sistema di riferimento può influire moltissimo sulla descrizione del movimento.

L'esempio del treno Se mi trovo su di un treno che viaggia, io vedo i miei bagagli fermi di fronte a me; gli stessi bagagli, visti da una persona fuori dal treno, si stanno muovendo insieme al treno. Quei bagagli sono fermi o si muovono? Dire che i bagagli sono fermi, e dire che si muovono, sono due frasi *entrambe vere in due sistemi di riferimento differenti*. Nel sistema di riferimento della persona sul treno i bagagli sono fermi; contemporaneamente nel sistema di riferimento della persona fuori dal treno i bagagli si muovono.

L'esempio del tavolo Se non siete ancora convinti provate a guardare il tavolo davanti a voi: è fermo? Sono sicuro che avete detto di sì. Siete sicuri? Sono sicuro che avete detto di sì. Pensate adesso che il tavolo, insieme a tutti gli oggetti sul pianeta, sta girando intorno al Sole! Quindi il tavolo si muove? Sì. Nel sistema di riferimento della Terra il tavolo è fermo; contemporaneamente nel sistema di riferimento del Sole, quel tavolo si muove.

L'esempio della stazione Pensate a quando siete in stazione, su di un treno in attesa della partenza. Il treno è fermo e la stazione è ferma. Di solito il vostro cervello vi fa ragionare mettendovi nel sistema di riferimento del treno. Nel momento della partenza, per pochissimi istanti, avete la certezza di vedere la stazione muoversi. La cosa dura poco, fino a quando il vostro cervello non vi riporta nel sistema di riferimento della stazione, nel quale la stazione è ferma ed il treno si sta muovendo (dalla parte opposta di dove prima si muoveva la stazione). Dire che la stazione è ferma, e dire che si muove, sono due frasi *entrambe vere in due sistemi di riferimento differenti*.

Attenzione a non cadere nell'errore di dire che *in realtà* è la stazione che è ferma... non è vero! In realtà la stazione è contemporaneamente ferma nel sistema di riferimento del pianeta Terra, e in movimento nel sistema di riferimento del treno.

18.3 Videolezioni

Vi invito, per meglio comprendere il concetto di sistema di riferimento, a vedere i seguenti due video:



Fig. 18.2: Guarda il video youtu.be/DejaKlkaVc0

Per descrivere il movimento di un oggetto utilizziamo alcune grandezze fisiche che nelle prossime sezioni andiamo a spiegare.

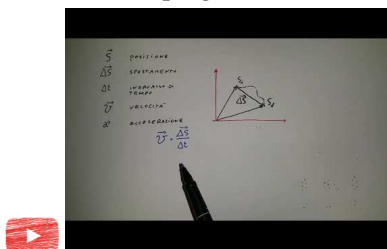


Fig. 19.1: Guarda il video youtu.be/_cg4Q2exYM

19.1 Posizione e Spostamento

Muoversi vuol dire *cambiare posizione*. Cosa sia la posizione di un oggetto lo abbiamo visto quando abbiamo parlato di sistemi di riferimento.

Uno spostamento è definito come una *variazione di posizione*, cioè la differenza tra la posizione finale dell'oggetto e la posizione iniziale dell'oggetto.

$$\Delta \vec{S} = \vec{S}_f - \vec{S}_i$$

Lo spostamento è una grandezza vettoriale e la sua unità di misura è il metro.

19.1.1 Spostamento e distanza percorsa

La distanza percorsa è la lunghezza del percorso, dal punto di partenza a quello di arrivo.

Spostamento e distanza percorsa sono due concetti molto differenti. Il primo tiene solamente conto della distanza tra i due punti, di partenza e di arrivo, e non dipende dal percorso seguito per muoversi; il secondo è

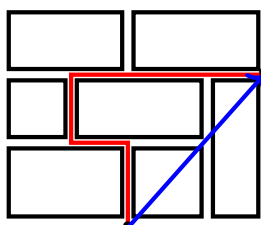


Fig. 19.2: Nel muoversi dal punto $\vec{S}_i$ al punto $\vec{S}_f$

invece una caratteristica del percorso scelto. Immaginiamo, come mostrato in figura 19.2, di muoverci da un punto di partenza $\vec{S}_i$ fino ad un punto di arrivo $\vec{S}_f$ lungo il percorso indicato dalla curva rossa. La lunghezza di tale curva è la lunghezza del percorso, mentre la lunghezza del vettore $\Delta \vec{S} = \vec{S}_f - \vec{S}_i$ è il valore dello spostamento.

19.2 Intervallo di tempo

La descrizione di un qualunque movimento inizia in un certo istante e finisce in un istante successivo. Il tutto dura un certo intervallo di tempo Δt , misurato in secondi e calcolabile come:

$$\Delta t = t_f - t_i$$

dove t_i è l'istante iniziale dell'intervallo e t_f l'istante finale.

19.3 Velocità

La velocità di un oggetto è definita come il rapporto tra lo spostamento effettuato da un oggetto e l'intervallo di tempo impiegato ad effettuare quello spostamento.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}$$

La velocità di un oggetto è una grandezza vettoriale; non basta dire *quanto forte* stai andando, ma devi anche dire su quale direzione ti muovi e in quale verso.

19.3.1 Velocità media e istantanea

La definizione di velocità data in precedenza deve però essere approfondita. Così come è stata scritta si basa su di un intervallo di tempo di lunghezza non specificata. Se tale intervallo di tempo ha una lunghezza determinata, allora la definizione è

quella della velocità media nell'intervallo di tempo in questione. Questo significa che non possiamo avere informazioni su quale sia stata la velocità negli istanti all'interno dell'intervallo Δt , ma abbiamo solo informazioni su un valore medio tenuto durante l'intervallo Δt .

Se poi immaginiamo di rendere quell'intervallo di tempo sempre più piccolo, tanto piccolo da non essere quasi nullo e poterlo definire un *istante*, allora parleremo di velocità istantanea, e cioè di velocità in un certo istante.

19.4 Accelerazione

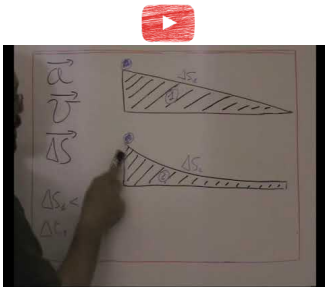


Fig. 19.3: Guarda il video youtu.be/U7e77Kafncw

L'accelerazione è una grandezza vettoriale con modulo, direzione e verso, definita come una variazione di velocità nel tempo.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

La sua unità di misura è $\frac{m}{s^2}$. Ogni volta che un'accelerazione agisce su di un oggetto ne consegue che cambia nel tempo la velocità di quell'oggetto. Attenzione anche alle parole: chiamiamo *accelerazione* una *variazione* del vettore velocità, non un aumento del suo modulo. Se cambia anche una sola delle caratteristiche del vettore velocità (modulo, direzione o verso) allora c'è stata un'accelerazione.

19.4.1 Capire l'accelerazione

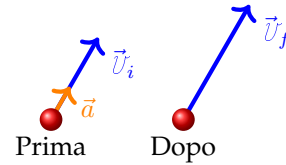
Capire cosa sia un'accelerazione¹ significa capire in che modo un oggetto cambia la sua velocità quando su di esso viene applicata un'accelerazione. Cominciamo con l'analizzare tre casi particolari nei quali l'angolo tra l'accelerazione e la velocità è rispettivamente 0° , 90° e 180° .

¹Per provare a visualizzare un'accelerazione potete per cominciare pensare all'accelerazione come ad una *spinta*. Sebbene ciò non sia propriamente corretto, capirete studiando il primo principio della dinamica come questo possa comunque fornire una conoscenza intuitiva corretta.

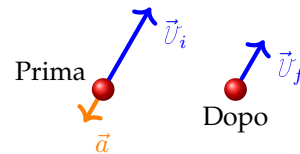
Attenzione a non farvi trarre in inganno dalle figure... l'accelerazione non si somma mai alla velocità! Sono grandezze non omogenee. L'accelerazione genera un vettore $\Delta \vec{v} = \vec{a} \cdot \Delta t$; la velocità finale la si trova facendo

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \Delta \vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a} \cdot \Delta t$$

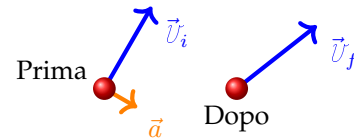
Accelerazione parallela alla velocità. Quando l'angolo tra accelerazione e velocità è 0° significa che i due vettori hanno stessa direzione e verso. In questo caso il vettore velocità mantiene costante la direzione ed il verso, ma **aumenta il valore del modulo**.



Accelerazione antiparallela alla velocità. Quando l'angolo tra accelerazione e velocità è 180° significa che i due vettori hanno stessa direzione ma verso opposto. In questo caso il vettore velocità mantiene costante la direzione ed il verso, ma **diminuisce il valore del modulo**.



Accelerazione perpendicolare alla velocità. Quando l'angolo tra accelerazione e velocità è 90° significa che i due vettori sono perpendicolari. In questo caso il vettore velocità **mantiene costante il modulo ma varia la sua direzione**.



19.4.2 Accelerazione centripeta su un percorso circolare

Un caso particolare di grande importanza è quello in cui il corpo in questione viaggia a velocità v lungo una traiettoria circolare di raggio r . Indipendentemente da quanto valga l'accelerazione parallela alla velocità del corpo, l'accelerazione perpendicolare alla velocità del corpo sarà

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Moto rettilineo uniforme e uniformemente accelerato

Scheda 20

20.1 Moto rettilineo uniforme

Il moto rettilineo uniforme è un moto con il vettore velocità costante:

$$\vec{v} = \text{costante}$$

Questo vuol dire che modulo, direzione e verso della velocità sono costanti e quindi non cambiano mai. Ne consegue che in questo moto l'accelerazione è nulla:

$$\vec{a} = 0$$

Se non cambia mai la direzione della velocità, allora l'oggetto deve muoversi sempre lungo la stessa retta e non può fare delle curve. Ogni curva implica un cambio della direzione, quindi un cambio della velocità e quindi un'accelerazione non nulla.

Nel muoversi lungo una linea retta, l'oggetto non tornerà mai indietro perché è costante il verso. Tornare indietro implica infatti un'inversione del vettore che di per sé è una variazione ed implica quindi un'accelerazione.

Un oggetto che si muova di moto rettilineo uniforme avrà sempre lo stesso valore della velocità. Questo significa che l'oggetto percorrerà spazi uguali in tempi uguali.

Per calcolarci quanto spazio percorre possiamo utilizzare la formula:

$$\Delta S = v \cdot \Delta t$$



Fig. 20.1: Guarda il video youtu.be/Q-weIQjYQ9A

20.2 Moto uniformemente accelerato

Il moto uniformemente accelerato è il moto con accelerazione costante:

$$\vec{a} = \text{costante}$$

Questo vuol dire che modulo, direzione e verso dell'accelerazione sono costanti e quindi non cambiano mai. Essendoci un'accelerazione, allora la velocità dell'oggetto che si muove cambia in continuazione. Le equazioni del moto sono:

$$\begin{cases} \Delta S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 + v_i \cdot \Delta t \\ \Delta v = a \cdot \Delta t \end{cases}$$

In queste due equazioni voglio sottolineare il significato di v_i : essa è la velocità iniziale dell'oggetto. Visto che Δt è un intervallo di tempo, ovviamente ha un inizio ed una fine, quindi v_i è la velocità che ha l'oggetto nell'istante in cui inizia l'intervallo di tempo preso in considerazione.



Fig. 20.2: Guarda il video youtu.be/iuHLf4tq45Y

20.2.1 La caduta dei gravi

Ogni oggetto sul pianeta subisce l'accelerazione di gravità che ha sempre lo stesso valore, è sempre verticale e sempre verso il basso. Il vettore accelerazione di gravità è quindi un vettore costante. Un oggetto che cade, in assenza di attrito con l'aria, subisce quindi un'accelerazione costante e si muove quindi di moto uniformemente accelerato. Se guardate ora le equazioni del movimento noterete che non contengono il valore della massa dell'oggetto che si muove... questo significa che il valore della massa non influisce sul



Fig. 20.3: Guarda il video youtu.be/m7lm7u-JomY

movimento dell'oggetto. Osservate questo video girato dagli astronauti dell'apollo sulla Luna.

Grafici spazio-tempo

Scheda 21

Un grafico spazio-tempo rappresenta il moto di un oggetto lungo un certo percorso lineare.

21.1 Sugli assi cartesiani

In un grafico spazio-tempo l'asse delle ascisse indica il trascorrere del tempo e l'asse delle ordinate indica la distanza percorsa dall'origine. Supponiamo che il moto di un oggetto sia descritto indicando con $x = 0\text{ m}$ il punto di partenza dell'oggetto, e con $t = 0\text{ s}$ l'istante di partenza di un oggetto¹. La posizione dell'oggetto nel tempo sarà indicata da un punto di coordinate (t, x) che indicano istante per istante la distanza dell'oggetto dall'origine del sistema di riferimento.

21.2 Lettura del movimento

Il movimento dell'oggetto al passare del tempo è quindi indicato dal movimento del punto nel grafico. Tale punto si sposterà sempre verso destra a causa dello scorrere del tempo, in alto se l'oggetto si muove in avanti lungo il suo percorso, in basso se torna indietro lungo il suo percorso, e rimane ad altezza costante se l'oggetto è fermo (mantiene infatti costante la sua distanza dall'origine).

21.3 Lettura della velocità

La velocità dell'oggetto è definita dalla formula

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Questo significa che per conoscere la velocità media dell'oggetto in un certo intervallo di tempo devo dividere tutto la distanza percorsa con l'intervallo di tempo trascorso. Questo valore sul grafico corrisponde alla pendenza della curva disegnata. Una curva ripida indica che l'oggetto ha fatto tanta strada in poco tempo e quindi

¹Ovviamente l'unità di misura di distanza e tempo può essere qualunque e non necessariamente metri e secondi

ha avuto una grande velocità. Una linea orizzontale rappresenta di conseguenza un oggetto fermo con velocità $V = 0$

21.4 Grafici di esempio

Vediamo adesso alcuni grafici di esempio attraverso i quali meglio comprendere quanto scritto fino ad ora.

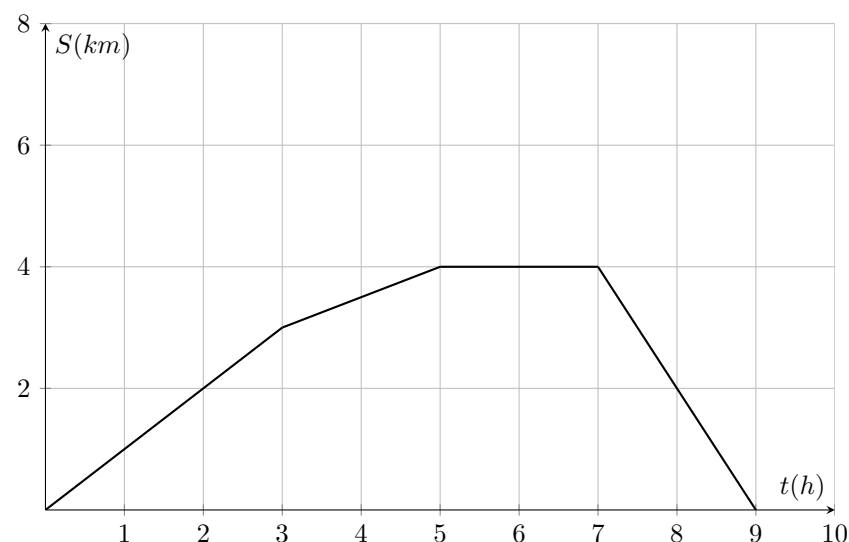


Fig. 21.1: Questo grafico rappresenta il moto di un corpo che percorre in avanti tre chilometri in tre ore, successivamente percorre in avanti un chilometro in due ore, poi rimane fermo per due ore ed infine torna al punto di partenza nelle successive due ore. In tutto ha viaggiato nove ore ed ha percorso quattro chilometri in avanti e quattro indietro. Dalle pendenze delle linee si nota che il corpo ha viaggiato alle velocità di $v_1 = 1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_2 = 0,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_3 = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ e $v_4 = -2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nei rispettivi quattro tratti di strada.

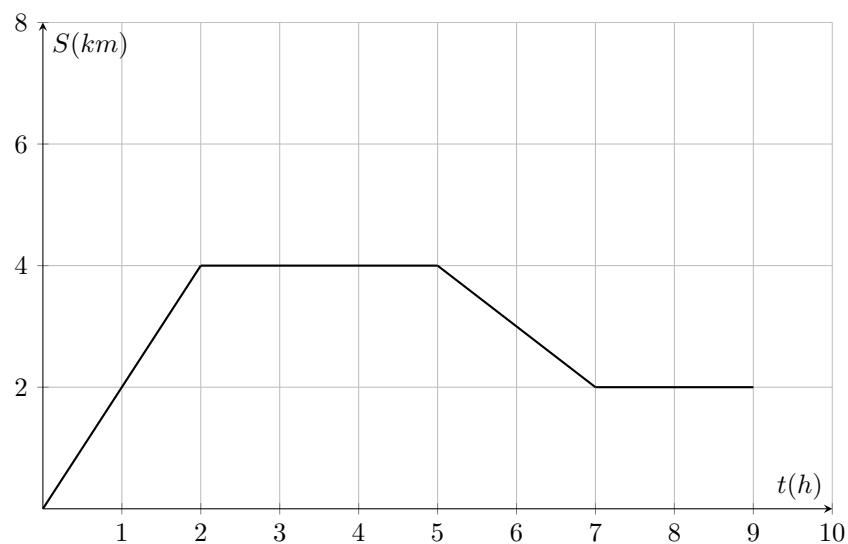


Fig. 21.2: Questo grafico rappresenta il moto di un corpo che percorre in avanti quattro chilometri in due ore, successivamente rimane fermo tre ore, poi torna indietro di due chilometri in due ore ed infine rimane fermo successive due ore. In tutto ha viaggiato nove ore ed ha percorso quattro chilometri in avanti e due indietro. Dalle pendenze delle linee si nota che il corpo ha viaggiato alle velocità di $v_1 = 2 \frac{km}{h}$, $v_2 = 0 \frac{km}{h}$, $v_3 = -1 \frac{km}{h}$ e $v_4 = 0 \frac{km}{h}$ nei rispettivi quattro tratti di strada.

Grafici velocità-tempo

Scheda 22

Un grafico velocità-tempo rappresenta l'andamento del moto di un oggetto lungo un certo percorso lineare.

22.1 Sugli assi cartesiani

In un grafico velocità-tempo l'asse delle ascisse indica il trascorrere del tempo e l'asse delle ordinate indica la velocità assunta in ogni istante. Supponiamo che il moto di un oggetto sia descritto indicando con $U_i = 0 \frac{m}{s}$ la velocità iniziale dell'oggetto, e con $t = 0 s$ l'istante in cui noi azioniamo il nostro cronometro¹. La velocità dell'oggetto nel tempo sarà indicata da un punto di coordinate (t, V) che indicano istante per istante la velocità dell'oggetto.

22.2 Lettura del movimento

L'andamento del moto dell'oggetto al passare del tempo è quindi indicato dal movimento del punto nel grafico. Tale punto si sposterà sempre verso destra a causa dello scorrere del tempo, in alto se l'oggetto aumenta la sua velocità, in basso se diminuisce la sua velocità, e rimane ad altezza costante se l'oggetto mantiene costante la sua velocità muovendosi di moto rettilineo uniforme.

Valori positivi rappresentano un movimento in avanti; valori negativi rappresentano un movimento indietro.

22.3 Lettura dell'accelerazione

L'accelerazione dell'oggetto è definita dalla formula

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Questo significa che per conoscere l'accelerazione media dell'oggetto in un certo intervallo di tempo devo dividere la variazione di velocità con l'intervallo di tempo

¹Ovviamente l'unità di misura di velocità e tempo può essere qualunque e non necessariamente metri al secondo e secondi

trascorso. Questo valore sul grafico corrisponde alla pendenza della curva disegnata. Una curva ripida indica che l'oggetto ha cambiato di molto la velocità in poco tempo e quindi ha avuto una grande accelerazione. Una linea orizzontale rappresenta di conseguenza un oggetto che viaggia con velocità costante $V = \text{cost}$

Ogni volta che il grafico presenta una line retta, significa che la variazione di velocità è direttamente proporzionale al tempo trascorso, e questo implica un moto uniformemente accelerato.

22.4 Grafici di esempio

Vediamo adesso un grafico di esempio attraverso il quale meglio comprendere quanto scritto fino ad ora.

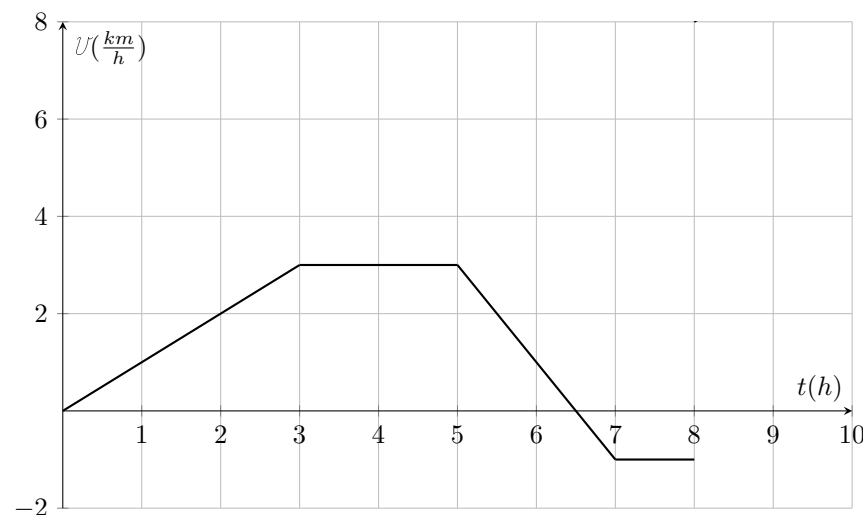


Fig. 22.1: Questo grafico rappresenta il moto di un corpo che subisce un'accelerazione costante in avanti per tre ore; poi si muove in avanti a velocità costante per tre ore; successivamente accelera all'indietro per due ore arrivando a fermarsi e quindi a muoversi all'indietro; per un'ora ha viaggiato di moto rettilineo uniforme all'indietro per poi accelerare in avanti rallentando il suo movimento all'indietro fino a fermarsi. In tutto ha viaggiato nove ore. Dalle pendenze delle linee si nota che il corpo ha viaggiato con accelerazioni il cui modulo è $a_1 = 1 \frac{km}{h^2}$, $a_2 = 0$, $a_3 = 2 \frac{km}{h^2}$ e $a_4 = 0$ ed $a_5 = 1 \frac{km}{h^2}$ nei rispettivi quattro tratti di strada.

Moto parabolico

Scheda 23

23.1 Moto parabolico

Il moto parabolico è una combinazione del moto rettilineo uniforme e del moto uniformemente accelerato su due assi perpendicolari tra loro.

Il moto parabolico è un moto nel piano. Questo significa che prese due direzioni perpendicolari tra loro, mentre l'oggetto si muove lungo uno dei due assi, contemporaneamente si muove anche lungo l'altro asse. Immaginate di camminare a velocità costante e contemporaneamente lanciare un oggetto verticalmente in aria: tale oggetto, mentre si muove come voi in orizzontale di moto rettilineo uniforme, contemporaneamente si muove di moto uniformemente accelerato in verticale. Le equazioni saranno quindi:

$$\begin{cases} \Delta S_y = \frac{1}{2} a_y \cdot \Delta t^2 + v_{iy} \cdot \Delta t \\ \Delta v_y = a_y \cdot \Delta t \\ \Delta S_x = v_x \cdot \Delta t \end{cases}$$

In queste equazioni, l'indice y indica il movimento dell'oggetto sull'asse verticale e l'indice x indica il movimento sull'asse orizzontale.

23.1.1 Variazione della velocità

Voglio scrivere due parole su come varia la velocità del proiettile durante il movimento. È importante capire che il moto avviene su due assi tra loro perpendicolari. L'accelerazione a cui è soggetto il corpo è solo verticale, quindi l'unica *componente* della velocità che può cambiare è quella verticale. Di qui la formula

$$\Delta v_y = a_y \cdot \Delta t$$

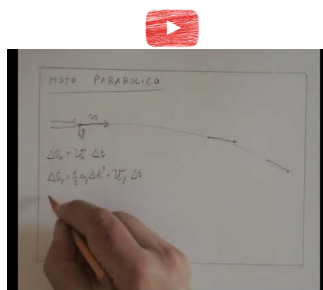


Fig. 23.1: Guarda il video youtu.be/mfsBk_uqxxk

Se analizziamo solo il cambiamento della velocità in verticale, la variazione di velocità sarà sempre parallela alla velocità e si potrà scrivere

$$v_{fy} = v_{iy} + \Delta v_y$$

La velocità del proiettile nel moto parabolico sarà comunque sempre calcolata con il teorema di Pitagora

$$v_f = \sqrt{v_y^2 + v_x^2}$$

perché sarà sempre la somma di due componenti tra loro perpendicolari.

23.1.2 Moto di un proiettile

Se trascuriamo le forze di attrito, un proiettile che si muove subisce unicamente l'accelerazione di gravità che è costante con direzione verticale. In verticale il suo moto sarà quindi uniformemente accelerato in verticale e rettilineo uniforme in orizzontale. In figura 23.2 viene rappresentata tale traiettoria.

A partire dalle equazioni del moto possiamo ricavare diverse informazioni aggiuntive: gittata, massima altezza, tempo di volo¹.

Tempo di volo

Dalla prima equazione, imponendo che lo spostamento su y sia nullo, otteniamo gli intervalli di tempo corrispondenti ai punti in cui il proiettile si trova al livello del suolo

$$0 = \frac{1}{2} a_y \cdot \Delta t^2 + v_{iy} \cdot \Delta t$$

$$0 = \Delta t \cdot \left(\frac{1}{2} a_y \cdot \Delta t + v_{iy} \right)$$

¹Quanto scritto in questo paragrafo non è da studiare a memoria. Sforzatevi di capire invece in che modo le informazioni riportate sono state ricavate, in modo da poter ricalcolarvi le stesse formule in qualunque momento.

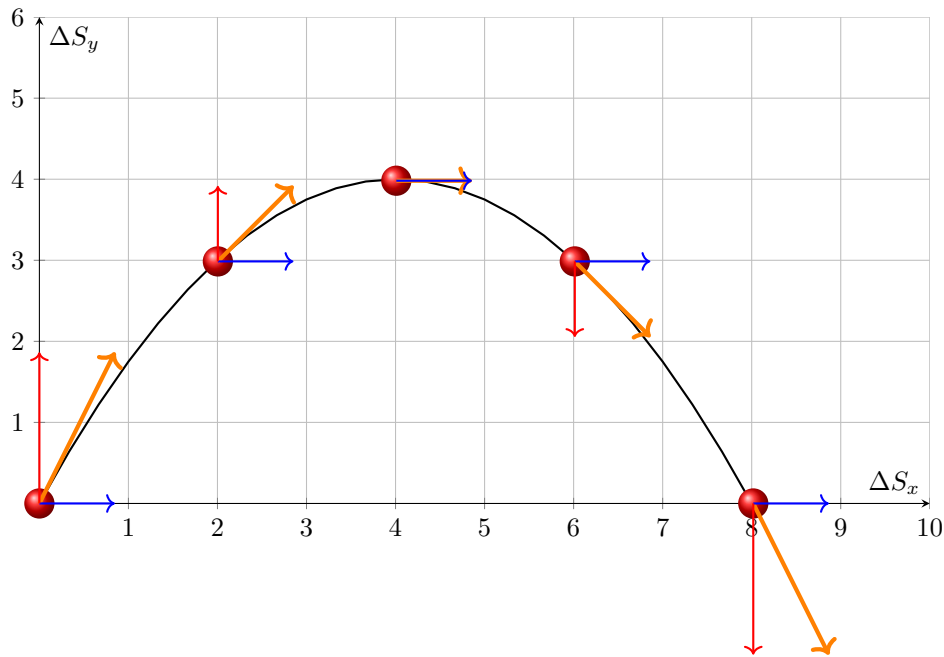


Fig. 23.2: Traiettoria di un proiettile che si muove di moto parabolico. In arancione è rappresentato il vettore velocità, sempre tangente alla traiettoria del proiettile. In blu la componente orizzontale della velocità: visto che in orizzontale il moto è rettilineo uniforme, allora il vettore è costante. In rosso la componente verticale della velocità: visto che in verticale è moto uniformemente accelerato, allora il vettore velocità varia nel tempo.

da cui otteniamo due soluzioni che corrispondono all'istante di partenza e all'istante in cui il proiettile impatta al suolo.

$$\begin{cases} \Delta t_i = 0 \\ \Delta t_f = -\frac{2U_{iy}}{a_y} \end{cases}$$

Massima altezza raggiunta

Il punto di massima altezza viene raggiunto a metà del tempo di volo

$$\Delta t_m = -\frac{U_{iy}}{a}$$

Tale intervallo di tempo corrisponde ad uno spostamento in verticale

$$\Delta S_y = \frac{1}{2}a_y \cdot \frac{U_{iy}^2}{a_y^2} - U_{iy} \cdot \frac{U_{iy}}{a_y}$$

$$\Delta S_y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{U_{iy}^2}{a_y}$$

Gittata

La gittata, cioè la massima distanza raggiunta dal proiettile, la si calcola conoscendo il moto rettilineo uniforme in orizzontale

$$\Delta S_{x-max} = U_{ix} \cdot \Delta t_f = -\frac{2U_{ix}U_{iy}}{a_y}$$

Le due componenti della velocità iniziale, tenendo conto che tale vettore è inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo α , sono

$$\begin{cases} U_{ix} = U_i \cdot \cos \alpha \\ U_{iy} = U_i \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

Di conseguenza la gittata diventa

$$\Delta S_{x-max} = -\frac{2U_i^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{a_y}$$

$$\Delta S_{x-max} = -\frac{U_i^2 \sin(2\alpha)}{a_y}$$

Tale gittata assume il valore massimo per un angolo $\alpha = 45^\circ$

Moti periodici e orologi

Scheda 24

24.1 Moto periodico e misura del tempo

Un movimento si definisce periodico quando si ripete uguale dopo un certo periodo di tempo T .

Un oggetto che si muove di moto circolare uniforme percorre sempre la stessa traiettoria circolare ritrovandosi dopo un intervallo di tempo fisso, nello stesso punto, con la stessa velocità e con la stessa accelerazione. Lo stesso accade per esempio con l'oscillazione di un pendolo o di un oggetto appeso ad una molla.

Definiamo *frequenza* (indicata con ν) il numero di periodi al secondo

$$\nu = \frac{1}{T}$$

La frequenza è quindi il numero di volte in cui il moto si ripete ogni secondo.

24.2 La misura del tempo

La misura di un intervallo di tempo consiste nel contare quante volte un certo moto periodico si ripete in quell'intervallo di tempo.

Per sottolineare il concetto precedente consideriamo cosa siano il *giorno*, l'*anno*, le *lune*: il giorno è la durata del moto periodico della Terra intorno al suo asse; l'anno è la durata del moto periodico della Terra intorno al Sole; le lune (pensate agli indiani americani nei film western) sono la durata del moto periodico della Luna intorno alla Terra.

24.3 Orologi

Gli orologi (o più esattamente cronometri) sono strumenti che contano quante volte un certo moto periodico si ripete: gli orologi a pendolo utilizzano il moto periodico

del pendolo, gli orologi da polso a molla utilizzano il moto periodico delle oscillazioni di quella molla, gli orologi elettrici utilizzano le oscillazioni (quindi un moto periodico) indotte dal passaggio della corrente elettrica in un cristallo di quarzo.

Moto circolare uniforme

Scheda 25

25.1 Definizione

Un oggetto si muove di *moto circolare uniforme* quando:

- il modulo della velocità è costante
- il modulo dell'accelerazione è costante
- il vettore velocità è perpendicolare al vettore accelerazione

Ne consegue che un oggetto che si muove di moto rettilineo uniforme segue una traiettoria circolare con raggio r e accelerazione:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Sappiamo che in un qualunque movimento il vettore velocità è sempre perpendicolare alla traiettoria. In questo caso l'accelerazione è sempre perpendicolare alla velocità e quindi è sempre rivolta verso il centro della traiettoria circolare. L'accelerazione è quindi detta *centripeta*.

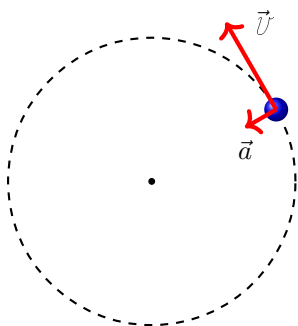


Fig. 25.2: Vettori nel moto circolare uniforme

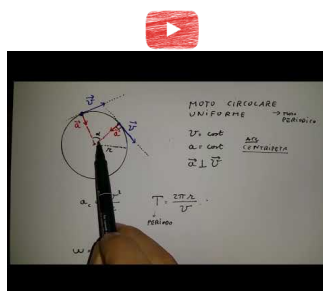


Fig. 25.1: Guarda il video youtu.be/Wv11MoSHXxo

Una volta compiuto un giro intero della circonferenza, il movimento si ripete uguale ed è quindi un moto periodico. Il tempo per fare un giro intero della circonferenza è detto *periodo*. Essendo il modulo della velocità un valore costante, possiamo scrivere che il tempo impiegato a fare un giro, detto periodo, vale

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

L'inverso del periodo è detta frequenza:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

La frequenza è il numero di cicli del moto periodico fatti dall'oggetto ogni secondo.

25.2 La velocità angolare

Per indicare nel modo migliore *quanto velocemente gira* un oggetto devo fare riferimento alla *velocità angolare*. Se immaginate una ruota ruotare intorno al suo asse, punti sulla ruota a distanze differenti dal centro si muovono con velocità differenti; tanto più sono distanti dal centro di rotazione, tanto più devo muovermi veloce se voglio percorrere un giro nello stesso tempo di un punto posto vicino all'asse di rotazione. Tutti i punti della ruota, cioè, hanno la stessa velocità angolare; e per averla devono viaggiare a velocità differenti. La velocità angolare ω è definita come una variazione di angolo $\delta\alpha$ nel tempo

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

L'angolo percorso in un giro è appunto un angolo giro di 360° che misurato in radianti vale 2π . Se consideriamo un intervallo di tempo pari ad un periodo, e teniamo conto della definizione di frequenza avremo che

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Come la velocità lineare, anche la velocità angolare è un vettore. La direzione del vettore *velocità angolare* è l'asse di rotazione, mentre il verso indica se la rotazione avviene in senso orario o antiorario.

Moto armonico

Scheda 26

26.1 Definizione

Il moto di un oggetto si dice armonico quando tra accelerazione e spostamento vale la seguente relazione:

$$\vec{a} = -\omega^2 \Delta \vec{S}$$

cioè quando abbiamo un'accelerazione di *richiamo*, direttamente proporzionale allo spostamento dell'oggetto e sempre rivolta dalla parte opposta.

Il moto armonico è un moto periodico che possiamo descrivere come un'oscillazione intorno ad un punto di equilibrio. Quando l'oggetto si sposta da quel punto di equilibrio l'accelerazione è tale da richiamarlo in modo da farlo tornare verso il punto di equilibrio. L'accelerazione è tanto maggiore quanto più distante è il corpo dal punto di equilibrio. Il valore del parametro ω dipende in generale dalla natura della forza di richiamo e dalle caratteristiche dell'oggetto che oscilla. Il parametro è indicato come $-\omega^2$ in modo da garantire che sia un valore negativo, e quindi avere un'accelerazione con verso opposto allo spostamento.

Un esempio di moto armonico è quello che si ottiene facendo oscillare un oggetto attaccato ad una molla. Se inizialmente la molla è a riposo, sull'oggetto non agisce alcuna forza. Spostando l'oggetto di una quantità $|\Delta \vec{S}| = A$, la molla lo tirerà dalla parte opposta a tale spostamento. Nel momento in cui lasciamo l'oggetto comincia il suo moto armonico. Di quel movimento A sarà l'*ampiezza*, cioè la massima distanza dell'oggetto dal punto di equilibrio. Essendo il moto armonico un moto periodico, possiamo definire il *periodo* T del mo-

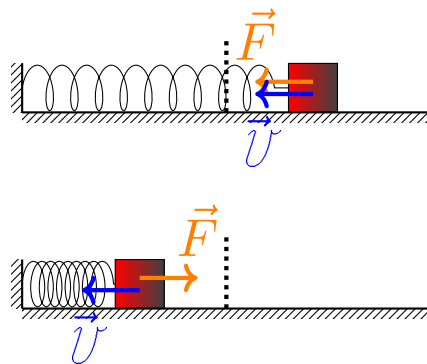


Fig. 26.1: Un oscillatore armonico creato utilizzando una molla. Sono rappresentate la forza di richiamo e la velocità del corpo in due istanti del moto: nel primo l'oggetto accelera verso il punto di equilibrio; nel secondo l'oggetto rallenta in quanto si sta allontanando dal punto di equilibrio.

to come la durata di un'oscillazione completa.

Di conseguenza possiamo definire la frequenza $\nu = \frac{1}{T}$ e la pulsazione $\omega = 2\pi\nu$. In particolare la pulsazione è proprio il parametro che incontriamo nella definizione dell'accelerazione del moto armonico.

Ipotizzando di cominciare a misurare il tempo nell'istante in cui l'oggetto si trova alla massima distanza dal punto di equilibrio, avremo che la legge orario del moto e l'equazione per la velocità del corpo sono:

$$\begin{cases} \Delta S = A \cos\left(2\pi \frac{\Delta t}{T}\right) \\ V = -\frac{2\pi A}{T} \sin\left(2\pi \frac{\Delta t}{T}\right) \end{cases}$$

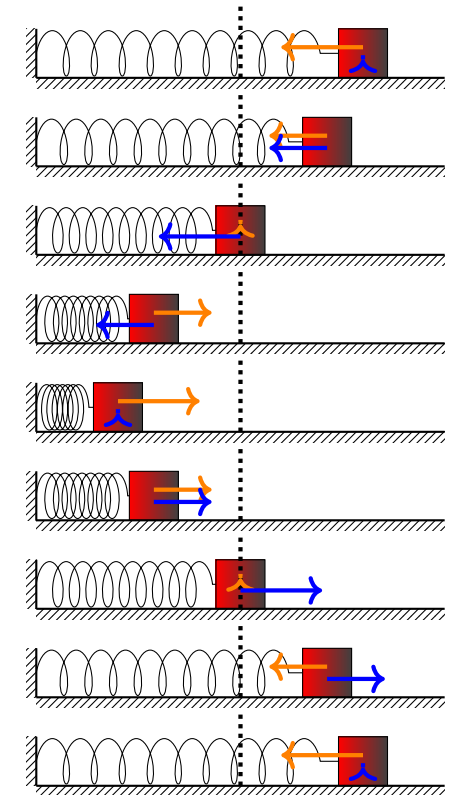


Fig. 26.2: L'oggetto attaccato alla molla sta oscillando di moto armonico. In arancione è rappresentata la forza che esercita la molla; in blu la velocità dell'oggetto.

27.1 Definizione

Se prendiamo un oggetto che oscilla con moto armonico, sappiamo che l'energia dell'oggetto è proporzionale al quadrato della massima distanza dell'oggetto dal punto di equilibrio, cioè è proporzionale al quadrato dell'ampiezza dell'oscillazione.

In presenza di attriti parte dell'energia viene dissipata in calore e quindi l'ampiezza dell'oscillazione diminuisce nel tempo seguendo una legge esponenziale.

$$A(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} A_0$$

Ad ogni oscillazione la massima ampiezza raggiunta avrà un valore sempre minore. Il grafico che mostra la distanza dell'oggetto dal punto di equilibrio in funzione del tempo è mostrato in figura 27.1. L'oscillazione mostrata è detta *smorzata*.

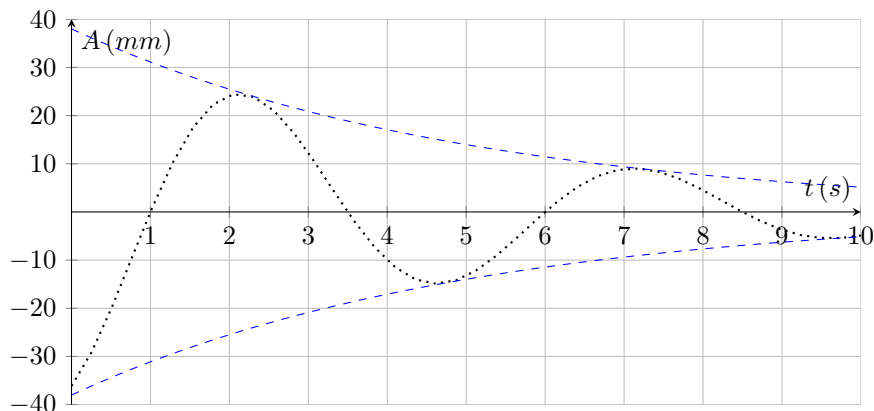


Fig. 27.1: Il grafico dell'oscillazione smorzata. Le linee blu rappresentano il valore della massima ampiezza dell'oscillazione in funzione del tempo. L'equazione, nelle opportune unità di misura, è $A(t) = 38e^{-0,2t} \sin 2\pi \frac{t}{5}$

27.2 Equazione del moto

Da un punto di vista matematico un moto armonico è la soluzione di un'equazione che lega l'accelerazione alla distanza dal punto di equilibrio¹

$$a + \omega^2 x = 0$$

In un moto armonico smorzato viene introdotto un termine dovuto alla presenza di forze dissipative dipendenti dalla velocità

$$a + \beta v + \omega^2 x = 0$$

La soluzione dell'equazione fornisce l'andamento del moto armonico smorzato compiuto dal corpo.

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \sin \omega t$$

Dove τ e ω si ricavano dall'equazione del moto.

¹Vedi 26

28.1 Definizione

Il moto elicoidale è la composizione di un moto circolare uniforme su di un piano con un moto rettilineo uniforme su di un asse perpendicolare a quel piano.

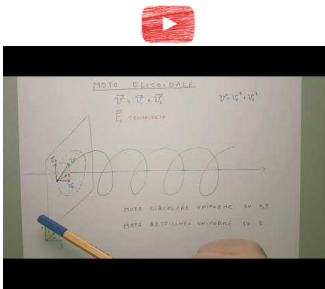


Fig. 28.1: Guarda il video youtu.be/SPApePiZFX4