

Dalla Meccanica Classica alla Relatività Ristretta

Invarianza galileiana, equazioni di Maxwell e la rivoluzione dello spazio-tempo

Lezione 1

La fisica classica alla fine del XIX secolo

Postulati, trionfi e crepe di un edificio centenario

Obiettivi della lezione

Al termine di questa lezione lo studente sarà in grado di:

- enunciare i postulati espliciti e impliciti della fisica classica;
- descrivere i principali successi della meccanica newtoniana e dell'elettromagnetismo di Maxwell;
- identificare le tre anomalie sperimentali che la fisica classica non riusciva a spiegare;
- comprendere la struttura logica della crisi che portò alla relatività ristretta e alla meccanica quantistica.

Contents

1	Contesto storico: la fisica al 1890	3
2	I postulati della meccanica classica	3
2.1	Spazio e tempo assoluti	3
2.2	I tre principi della dinamica	4
2.3	Postulato di invarianza galileiana	5
3	Postulati impliciti della fisica classica	6
4	I grandi successi della fisica classica	8
4.1	La meccanica celeste	8
4.2	L'elettromagnetismo di Maxwell	8
4.3	La termodinamica e la teoria cinetica	8
4.4	Il programma meccanicista	9
5	Le crepe nell'edificio classico	9
5.1	Il problema dell'etere e l'esperimento di Michelson–Morley (1887)	9
5.2	Lo spettro del corpo nero e la catastrofe ultravioletta	9
5.3	La struttura dell'atomo e la stabilità della materia	10
6	La struttura logica della crisi	10
	Riepilogo	11
	Riferimenti bibliografici	12

1 Contesto storico: la fisica al 1890

Alla fine del XIX secolo la fisica godeva di un prestigio straordinario. In poco più di due secoli — dal *Principia* di Newton (1687)¹ alle equazioni di Maxwell (1865)² — erano stati costruiti due edifici teorici di imponente coerenza. L'impressione diffusa era che le leggi fondamentali fossero ormai note e che rimanesse solo perfezionare le misure.

Lord Kelvin, in un celebre discorso del 1900, descrisse il panorama della fisica come un cielo quasi sereno, oscurato solo da **due piccole nuvole**: il fallimento dell'esperimento di Michelson–Morley³ e l'anomalia dello spettro del corpo nero. Quelle due nuvole avrebbero generato la relatività ristretta e la meccanica quantistica.

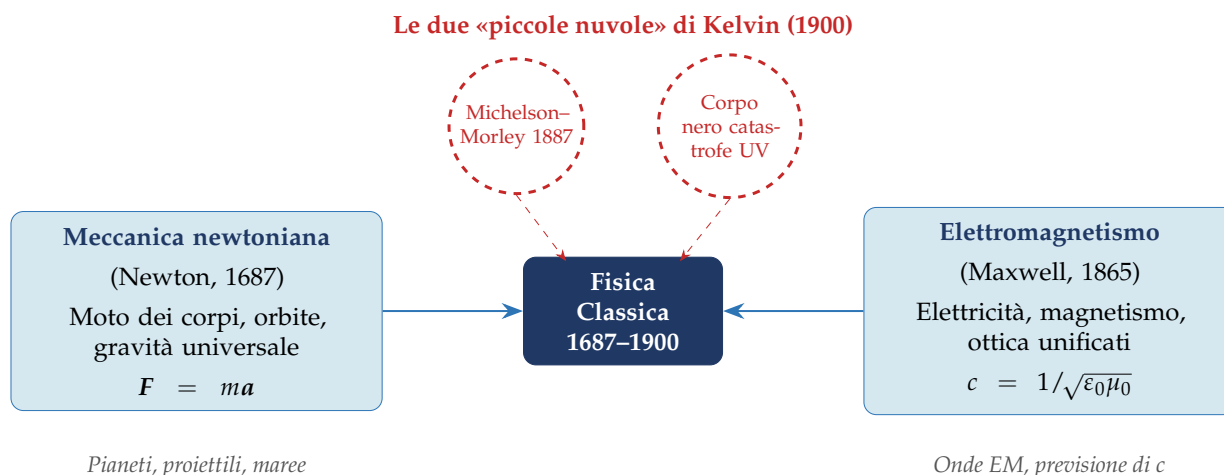


Figure 1. I due edifici della fisica classica (1687–1900) e le due anomalie sperimentali che ne preannunciarono la crisi.

2 I postulati della meccanica classica

Il termine *postulato* indica un'affermazione assunta senza dimostrazione, dalla quale si deduce il resto della teoria. Newton non li enunciò esplicitamente come tali, ma i seguenti principi sono logicamente alla base di tutta la meccanica classica.⁴

2.1 Spazio e tempo assoluti

Newton distinse nel *Principia*⁵ tra spazio e tempo «assoluti» e «relativi»:

Postulato 1 — Spazio assoluto

Lo spazio assoluto, nella sua natura, senza alcuna relazione con oggetti esterni, rimane sempre simile e immobile. È uno sfondo fisso e immutabile in cui tutti i corpi si trovano collocati.

¹ Newton, I. (1687). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Royal Society, London.

² Maxwell, J.C. (1865). A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 155, 459–512.

³ Michelson, A.A., Morley, E.W. (1887). On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether. *American Journal of Science*, 34, 333–345.

⁴ Rindler, W. (1977). *Essential Relativity*. Springer, New York.

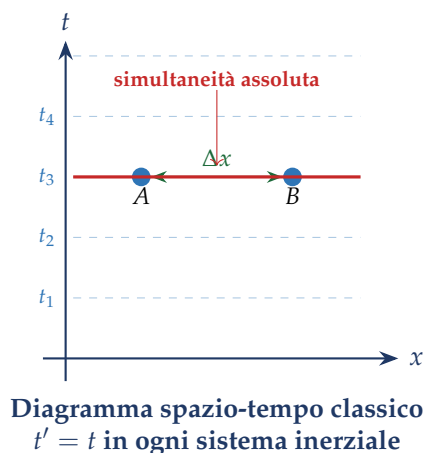
⁵ Newton, I. (1687), *op. cit.*

Postulato 2 — Tempo assoluto

Il tempo assoluto, vero e matematico, scorre uniformemente senza alcuna relazione con oggetti esterni. In ogni sistema di riferimento l'intervallo di tempo tra due eventi è lo stesso:

$$\Delta t' = \Delta t.$$

Questi due postulati implicano che esista un sistema di riferimento privilegiato — lo *spazio assoluto* — rispetto al quale ha senso parlare di «velocità assoluta»; e che la misurazione del tempo sia universale, indipendente dallo stato di moto dell'osservatore.



Cosa mette in crisi questo postulato?

L'esperimento di Michelson–Morley (1887) dimostra che la velocità della luce **non dipende** dal sistema di riferimento.

Le trasformazioni di Galileo prevedono:

$$c' = c - v$$

Ma l'esperimento dà sempre $c' = c$.

Contraddizione insanabile con il postulato $t' = t$.

Figure 2. Il diagramma spazio-tempo classico: le linee di simultaneità orizzontali sono assolute per ogni osservatore. A destra: il problema sperimentale che invalida questo postulato.

2.2 I tre principi della dinamica

Dai postulati dello spazio-tempo assoluto Newton derivò le tre leggi del moto.⁶

Primo principio (legge d'inerzia)

Un corpo rimane in quiete o in moto rettilineo uniforme finché una forza esterna non agisce su di esso.

Implicazione: definisce i *sistemi di riferimento inerziali* come quelli in cui vale questa legge.

Secondo principio della dinamica

La forza netta su un corpo è uguale alla derivata temporale della sua quantità di moto:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}.$$

Postulato implicito: la massa m è una proprietà intrinseca, scalare e costante del corpo, indipendente dal moto.

⁶ Newton, I. (1687), *op. cit.*

Terzo principio (azione e reazione)

Per ogni forza esercitata da A su B esiste una forza uguale e contraria esercitata da B su A :

$$\mathbf{F}_{A \rightarrow B} = -\mathbf{F}_{B \rightarrow A}.$$

Postulato implicito: la forza agisce istantaneamente a distanza — assunzione che entra in crisi con l'elettromagnetismo.

2.3 Postulato di invarianza galileiana

Il principio di relatività galileiana⁷ afferma che le leggi della meccanica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Due sistemi S e S' in moto relativo uniforme v lungo x sono collegati dalle **trasformazioni di Galileo**:

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \quad (1)$$

Derivando si ottengono le leggi di trasformazione di velocità e accelerazione:

$$u'_x = u_x - v, \quad a'_x = a_x. \quad (2)$$

Poiché v è costante, scompare nella derivata seconda: le **accelerazioni sono invarianti** in tutti i sistemi inerziali.

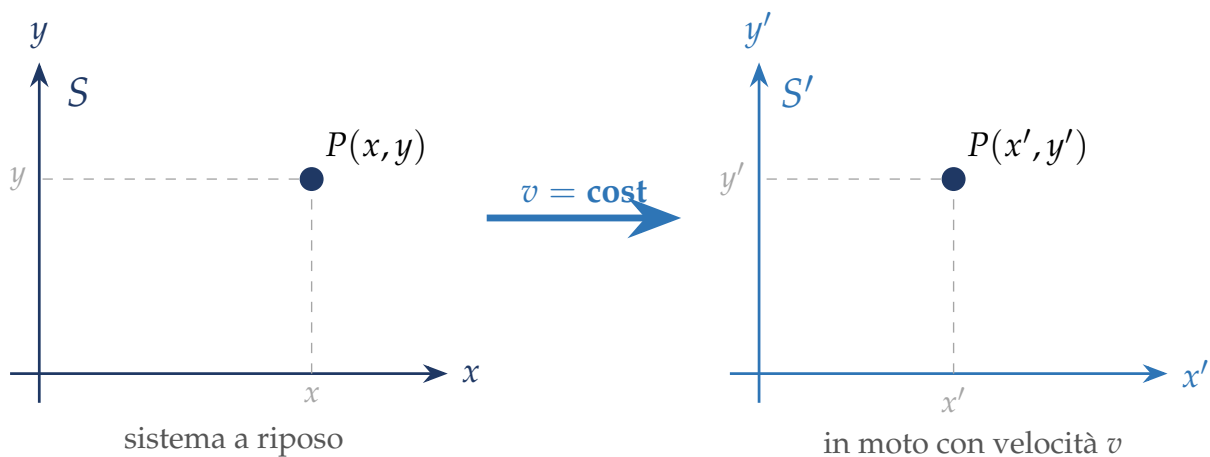


Figure 3. Le trasformazioni di Galileo tra S (a riposo) e S' (in moto uniforme con velocità v). Poiché l'accelerazione è invariante, la seconda legge di Newton $F = ma$ ha la stessa forma in entrambi i sistemi.

Grandezza	In S	In S'
Posizione	x, y, z	$x' = x - vt, y' = y, z' = z$
Tempo	t	$t' = t$ (assoluto)
Velocità	$\mathbf{u}$	$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v}$
Accelerazione	$\mathbf{a}$	$\mathbf{a}' = \mathbf{a}$ (invariante)

⁷ Galilei, G. (1632). *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*. Giovan Batista Landini, Firenze.

3 Postulati impliciti della fisica classica

Oltre ai tre principi espliciti, la fisica classica poggiava su assunzioni considerate ovvie, mai messe in discussione come tali. È utile renderle esplicite perché saranno proprio queste ad essere riviste dalla relatività.⁸

Postulato implicito	Contenuto	Dove appare
Simultaneità assoluta	Due eventi simultanei in S lo sono in qualsiasi S'	Trasformazioni di Galileo ($t' = t$)
Lunghezze assolute	La lunghezza di un oggetto non dipende dallo stato di moto	Misura di distanze
Massa costante	In fisica classica m è unica e non dipende dal moto. In relatività ristretta è la massa invariante m_0 a restare costante; cambia invece l'energia totale $E = \gamma m_0 c^2$	$F = ma$; def. classica di $p = mv$
Azione istantanea	Le forze si trasmettono istantaneamente a distanza	Gravità newtoniana
Velocità illimitata	Non esiste limite superiore alla velocità	Trasformaz. galileiana delle velocità
Determinismo assoluto	Noti posizioni e velocità iniziali, il futuro è determinato	Equazioni di Newton

Il determinismo assoluto fu espresso da Laplace⁹ nella forma più radicale: un'intelligenza che conoscesse tutte le forze e posizioni dell'universo potrebbe calcolare passato e futuro di ogni cosa. Questa visione è possibile solo se spazio, tempo e massa sono assoluti.

Nota: massa invariante e relatività ristretta

Il postulato classico che cade non è la costanza della massa in sé, ma l'identificazione di m con il coefficiente nella quantità di moto $p = mv$.

In relatività ristretta^a si distingue:

Massa invariante (o massa a riposo) m_0 : è la norma del quadrivettore energia-impulso, invariante per trasformazioni di Lorentz:

$$m_0 c^2 = \sqrt{E^2 - (pc)^2}.$$

m_0 è una costante del corpo, identica per tutti gli osservatori inerziali — **invariante anche in relatività ristretta**.

Definizione operativa di m_0 . Si misura portando il corpo a riposo nel sistema di riferimento del laboratorio oppure, quando ciò non è possibile (es. particelle subatomiche ad alta energia), sfruttando la relazione di invarianza nei processi di collisione.

- *Corpo macroscopico a bassa velocità.* Si applica una forza nota F e si misura l'accelerazione a : per $v \ll c$ vale $F = m_0 a$ con errore trascurabile. Operativamente è la massa inerziale

⁸ Goldstein, H., Poole, C., Saffko, J. (2002). *Classical Mechanics* (3rd ed.). Addison-Wesley, San Francisco.

⁹ Laplace, P.S. (1814). *Essai philosophique sur les probabilités*. Mme Ve Courcier, Paris.

(continua)

misurata con una bilancia a molle o una bilancia di torsione a velocità non relativistiche.

- *Particella relativistica.* In un rivelatore si misurano indipendentemente la quantità di moto p (tramite la curvatura in un campo magnetico $p = qBr$) e l'energia cinetica K (tramite calorimetro). Poiché $E = K + m_0c^2$, si ricava direttamente:

$$m_0c^2 = \sqrt{E^2 - (pc)^2} = \sqrt{(K + m_0c^2)^2 - (pc)^2}.$$

Misurando p e K separatamente si ottiene m_0 senza conoscere v né γ .

- *Processo di collisione (metodo più generale).* Per una particella che decade o collide, si usa la conservazione del quadrivettore totale. Per un sistema di due fotoni prodotti da un π^0 a riposo, la massa invariante del sistema vale:

$$(m_0c^2)^2 = \left(\frac{E_1 + E_2}{c^2} \right)^2 c^4 - |\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2|^2 c^2 = 2E_1E_2 (1 - \cos \theta),$$

dove θ è l'angolo tra i due fotoni. Misurando E_1 , E_2 e θ si ricava m_0 senza mai portare la particella a riposo.

Quantità di moto relativistica:

$$\mathbf{p} = \gamma m_0 \mathbf{v}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Energia totale:

$$E = \gamma m_0 c^2.$$

Ciò che cambia con la velocità non è la massa, ma γ : per $v \ll c$ si recupera $p \approx m_0 v$ e $E \approx m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$ (energia cinetica classica più energia a riposo).

Il concetto di *massa relativistica* $m = \gamma m_0$, presente in molti testi storici, è oggi considerato fuorviante ed è abbandonato dalla fisica moderna (Okun, L.B., 1989. *The concept of mass*. Physics Today, 42(6), 31–36).

^a Taylor, E.F., Wheeler, J.A. (1992). *Spacetime Physics*. W.H. Freeman, New York.

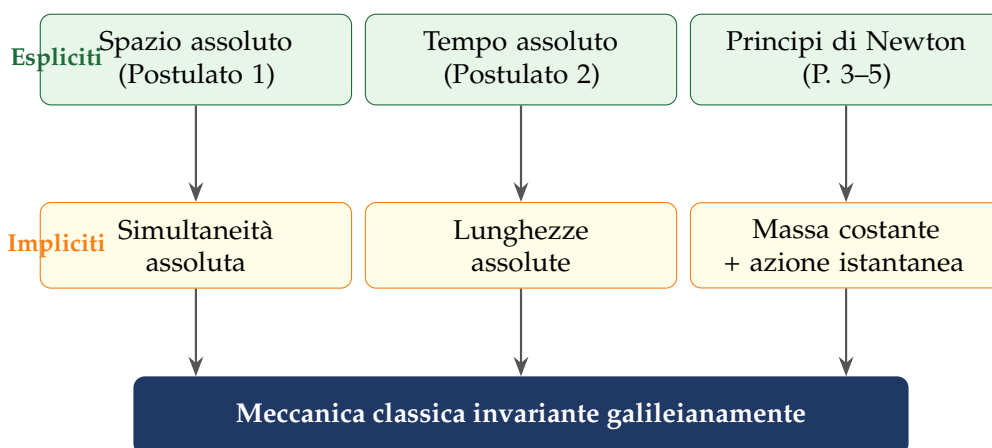


Figure 4. Struttura logica dei postulati della fisica classica: dai postulati fondamentali (verde) ai postulati impliciti (giallo) fino alla meccanica invariante galileianamente.

4 I grandi successi della fisica classica

Per comprendere perché i fisici del 1890 fossero così fiduciosi è necessario ricordare i trionfi quantitativi della fisica classica.

4.1 La meccanica celeste

La legge di gravitazione universale¹⁰

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

permise di calcolare le orbite dei pianeti con una precisione mai raggiunta prima. Il punto culminante fu la predizione dell'esistenza di Nettuno (1846): Le Verrier calcolò la posizione di un pianeta ignoto dalle anomalie nell'orbita di Urano; fu osservato entro un grado dalla posizione prevista.

4.2 L'elettromagnetismo di Maxwell

Maxwell¹¹ unificò in quattro equazioni differenziali fenomeni apparentemente distinti. Dal campo nel vuoto emerge l'equazione d'onda:

$$\nabla^2 E = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

La coincidenza di questo valore con le misure dirette della velocità della luce portò Maxwell a concludere che la luce è un'onda elettromagnetica.

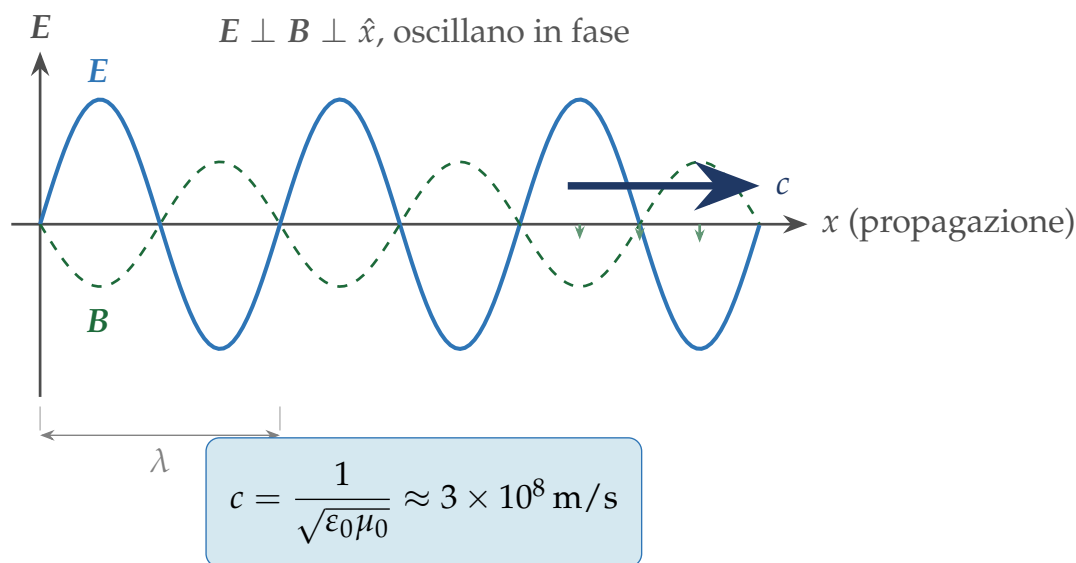


Figure 5. Un'onda elettromagnetica piana: E (blu) e B (verde, tratteggiato) oscillano in fase, perpendicolarmente tra loro e alla direzione di propagazione, alla velocità c .

4.3 La termodinamica e la teoria cinetica

La termodinamica classica (Carnot, Clausius, Kelvin, 1820–1870) stabilì i principi della conservazione dell'energia e dell'aumento dell'entropia. La teoria cinetica di Boltzmann e Maxwell collegò le proprietà macroscopiche (pressione, temperatura) al moto molecolare, ottenendo previsioni quantitative verificate sperimentalmente.

¹⁰Newton, I. (1687), *op. cit.*

¹¹Maxwell, J.C. (1865), *op. cit.*

4.4 Il programma meccanicista

L'ambizione della fisica classica era spiegare tutti i fenomeni in termini meccanici. Faraday¹² e Maxwell interpretarono i campi elettromagnetici come stati di vibrazione dell'*etere luminifero*, riconducendo l'elettromagnetismo a una descrizione meccanica. Questa visione era internamente coerente; il suo fallimento sperimentale fu tanto più sconcertante.

5 Le crepe nell'edificio classico

Nonostante i successi, alla fine del XIX secolo emersero fenomeni che la fisica classica non riusciva a spiegare.

5.1 Il problema dell'etere e l'esperimento di Michelson–Morley (1887)

Se la luce è un'onda che si propaga nell'etere, la Terra in moto attorno al Sole ($v_{\oplus} \approx 30 \text{ km/s}$) dovrebbe percepire un «vento d'etere». Michelson e Morley¹³ costruirono un interferometro di altissima precisione. Il risultato fu completamente nullo.

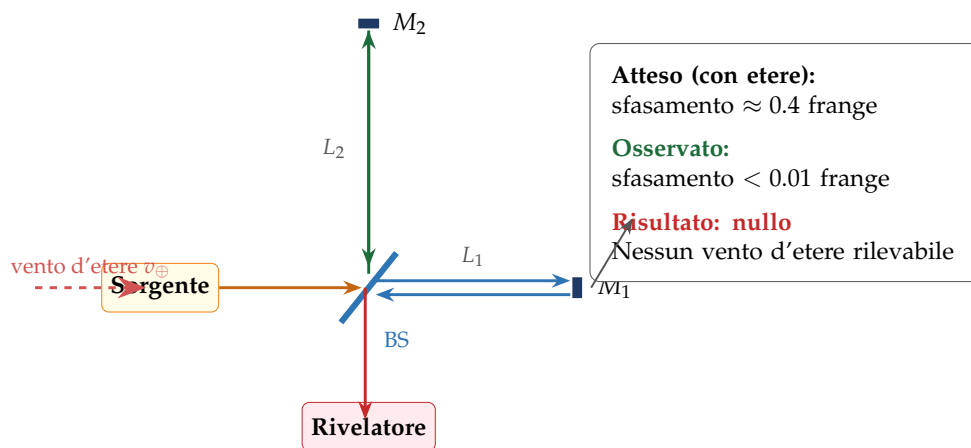


Figure 6. Schema dell'interferometro di Michelson–Morley [6]. Il beam-splitter (BS) divide il raggio in due fasci perpendicolari di lunghezza $L_1 \approx L_2$. La differenza di percorso attesa non fu mai osservata.

Il paradosso di Michelson–Morley

- **Atteso (con etere):** $\Delta t = \frac{L}{c} \beta^2 \approx 3,7 \times 10^{-17} \text{ s}$, corrispondente a ~ 0.4 frange.
- **Osservato:** sfasamento < 0.01 frange in tutte le direzioni, ore e stagioni dell'anno.
- **Conclusione:** l'etere a riposo rispetto al Sole è incompatibile con l'esperimento. Rispetto a quale sistema di riferimento vale allora $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$?

5.2 Lo spettro del corpo nero e la catastrofe ultravioletta

La fisica classica prevede che un corpo in equilibrio termico emetta con intensità proporzionale a ν^2 per ogni frequenza (legge di Rayleigh–Jeans): questa previsione diverge per $\nu \rightarrow \infty$, la cosiddetta *catastrofe ultravioletta*.

¹²Faraday, M. (1844). *Experimental Researches in Electricity*, vol. II. Richard and John Edward Taylor, London.

¹³Michelson, A.A., Morley, E.W. (1887), *op. cit.*

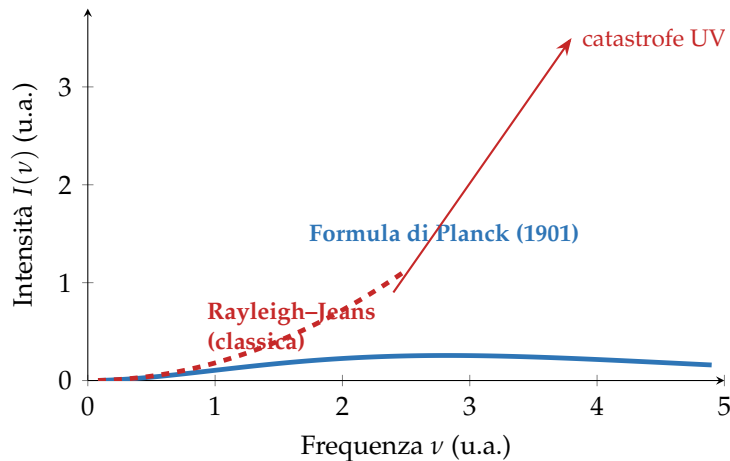


Figure 7. Confronto tra la legge di Rayleigh-Jeans (classica, divergente per $\nu \rightarrow \infty$) e la formula di Planck [8]. La catastrofe ultravioletta fu risolta ipotizzando $E = h\nu$.

Planck¹⁴ risolse il problema nel 1900 ipotizzando che l'energia elettromagnetica sia scambiata in pacchetti discreti: $E = h\nu$, con $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J s.

5.3 La struttura dell'atomo e la stabilità della materia

La scoperta dell'elettrone da parte di Thomson (1897)¹⁵ rivelò che la materia è composta da particelle cariche. Il modello atomico classico era però instabile: un elettrone in orbita deve irradiare energia continuamente e spiralarne verso il nucleo in $\sim 10^{-10}$ s.

Problema	Previsione classica	Osservazione
Michelson-Morley	Sfasamento ~ 0.4 frange	Sfasamento < 0.01 frange (nullo)
Corpo nero	$I \propto \nu^2$ (divergente)	Formula di Planck: $I \propto \nu^3 / (e^{h\nu/kT} - 1)$
Stabilità atomica	Elettrone spirala in $\sim 10^{-10}$ s	Atomi stabili per miliardi di anni

6 La struttura logica della crisi

I tre problemi non erano difetti minori: colpivano direttamente i postulati fondamentali.

¹⁴Planck, M. (1901). Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. *Annalen der Physik*, 309(3), 553–563.

¹⁵Thomson, J.J. (1897). Cathode Rays. *Philosophical Magazine*, 44(269), 293–316.

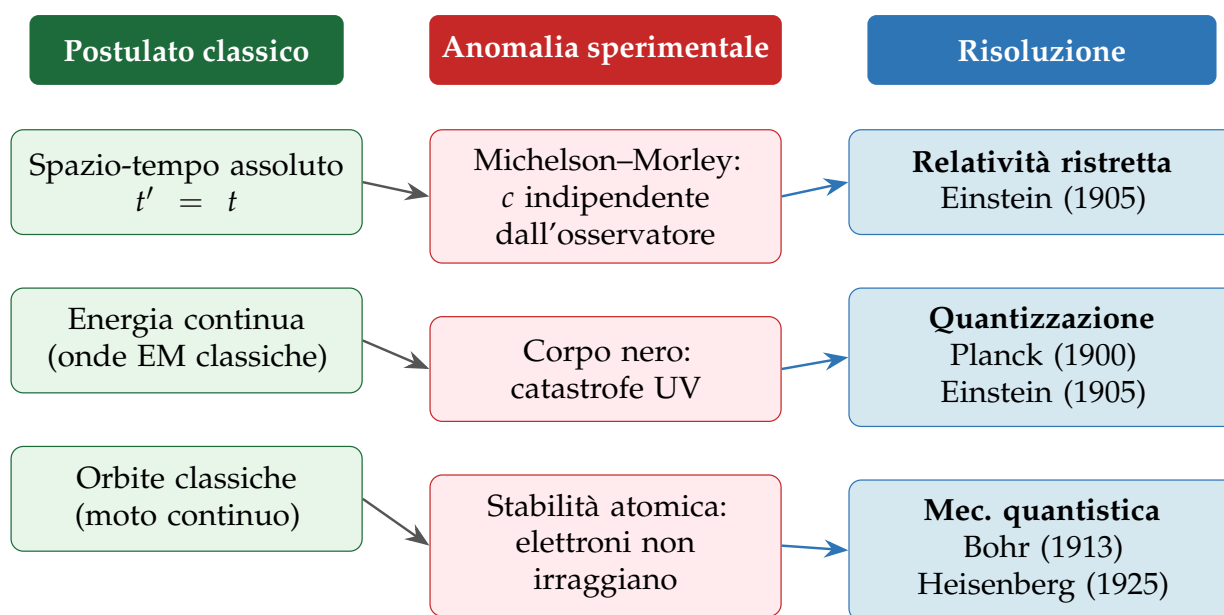


Figure 8. Struttura logica della crisi: ogni anomalia sperimentale colpisce un postulato specifico e trova una risoluzione distinta.

Postulato classico	Problema sperimentale	Risoluzione
Spazio-tempo assoluto ($t' = t$)	Michelson-Morley: c non dipende dal sist. di rif.	Relatività ristretta — Einstein (1905)
Energia continua	Catastrofe ultravioletta	Quantizzazione — Planck (1900), Einstein (1905)
Orbite classiche	Stabilità atomica	Meccanica quantistica — Bohr (1913), Heisenberg (1925)

Ogni crepa mette in crisi un postulato diverso. **Questa lezione è dedicata al primo problema** — la contraddizione tra le equazioni di Maxwell e le trasformazioni di Galileo — che porterà direttamente alla relatività ristretta di Einstein.

Riepilogo

1. Lo spazio e il tempo assoluti di Newton costituiscono il postulato fondamentale della meccanica classica: il tempo scorre allo stesso modo in ogni sistema di riferimento ($t' = t$).
2. I tre principi di Newton, combinati con le trasformazioni di Galileo, garantiscono l'invarianza delle leggi della meccanica in tutti i sistemi inerziali.
3. La fisica classica poggia su postulati *impliciti* — simultaneità assoluta, massa costante, azione istantanea, velocità illimitata — che nel 1900 non erano mai stati messi in discussione.
4. I successi della fisica classica (meccanica celeste, equazioni di Maxwell, termodinamica) erano di precisione straordinaria e giustificavano la fiducia dei fisici dell'epoca.
5. Tre anomalie sperimentali colpivano direttamente i postulati fondamentali: il risultato nullo di Michelson-Morley (spazio-tempo assoluto), la catastrofe ultravioletta (continuità dell'energia),

la stabilità atomica (moto classico dell'elettrone).

6. La prossima lezione analizzerà le trasformazioni di Galileo in dettaglio e mostrerà quantitativamente perché le equazioni di Maxwell non sono invarianti per tali trasformazioni.

Riferimenti bibliografici

- [1] Newton, I. (1687). *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Royal Society, London.
- [2] Galilei, G. (1632). *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*. Giovan Batista Landini, Firenze.
- [3] Maxwell, J.C. (1865). A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 155, 459–512.
- [4] Laplace, P.S. (1814). *Essai philosophique sur les probabilités*. Mme Ve Courcier, Paris.
- [5] Faraday, M. (1844). *Experimental Researches in Electricity*, vol. II. Richard and John Edward Taylor, London.
- [6] Michelson, A.A., Morley, E.W. (1887). On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether. *American Journal of Science*, 34, 333–345.
- [7] Thomson, J.J. (1897). Cathode Rays. *Philosophical Magazine*, 44(269), 293–316.
- [8] Planck, M. (1901). Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. *Annalen der Physik*, 309(3), 553–563.
- [9] Rindler, W. (1977). *Essential Relativity*. Springer, New York.
- [10] Goldstein, H., Poole, C., Safko, J. (2002). *Classical Mechanics* (3rd ed.). Addison-Wesley, San Francisco.
- [11] Taylor, E.F., Wheeler, J.A. (1992). *Spacetime Physics*. W.H. Freeman, New York.
- [12] Okun, L.B. (1989). The concept of mass. *Physics Today*, 42(6), 31–36.