

I moti relativi

Sistemi di riferimento, composizione delle velocità e principio di relatività galileiana

Dispensa per la classe terza — Liceo Scientifico

Cinematica bidimensionale — Unità di raccordo con la dinamica

Collocazione curricolare. L'argomento chiude il percorso di cinematica e prepara la dinamica. Le *Indicazioni Nazionali* per il liceo scientifico (D.M. 211/2010, allegato F, Fisica — secondo biennio) prescrivono, per la meccanica, lo studio del moto e dei suoi principi con particolare attenzione, al termine del percorso, al *principio di relatività galileiana*: comprendere che le leggi della meccanica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali è l'obiettivo concettuale verso cui converge questa unità. Il testo di riferimento è *Il nuovo L'Amaldi blu*, vol. 1 (Zanichelli, ISBN 9788808999399), capitolo sui moti nel piano e sui sistemi di riferimento.

Indice

1	Il sistema di riferimento non è un dettaglio	1
2	Composizione delle posizioni	1
3	Composizione delle velocità: la legge di Galileo	2
4	Composizione delle accelerazioni e sistemi inerziali	2
5	Il principio di relatività galileiana	3
6	Sistemi di riferimento non inerziali e forze apparenti	3
6.1	Il filo a piombo nel vagone accelerato	4
6.2	Il riferimento rotante: la forza centrifuga	5
6.3	La forza di Coriolis	5
6.4	Il pendolo di Foucault	6
7	Le trasformazioni di Galileo	7
8	Esempi svolti	8
8.1	Attraversare un fiume in barca	8
8.2	La pioggia vista dall'automobile	8
8.3	Camminare sul treno (moto unidimensionale)	8
9	Esercizi proposti	9
10	Criteri di valutazione	9
	Riferimenti	10

1 Il sistema di riferimento non è un dettaglio

Ogni volta che scriviamo la posizione, la velocità o l'accelerazione di un corpo, stiamo implicitamente rispondendo alla domanda: *rispetto a chi?* Una persona seduta su un treno è ferma rispetto al vagone e, contemporaneamente, si muove a 100 km/h rispetto ai binari. Nessuna delle

due descrizioni è “più vera” dell'altra: sono entrambe corrette, ciascuna nel proprio *sistema di riferimento*.

Un **sistema di riferimento** è l'insieme di un corpo (l'*osservatore*) rispetto al quale si misurano le posizioni, di un sistema di assi solidale con esso e di un orologio per misurare il tempo. Dire “il corpo si muove” senza specificare il riferimento è, letteralmente, una frase incompleta.

Perché insistere su questo punto. La ricerca in didattica della fisica (*Physics Education Research*) documenta che il concetto di sistema di riferimento è tra i più fragili: molti studenti attribuiscono al moto un carattere “assoluto”, legato all'oggetto e non alla coppia oggetto–osservatore (Panse, Ramadas & Kumar, *Alternative conceptions in Galilean relativity: frames of reference*, *Int. J. Sci. Educ.*, 16(1), 1994, pp. 63–82). Rendere sempre esplicito il riferimento è la prima mossa didattica per prevenire questo errore.

2 Composizione delle posizioni

Consideriamo due sistemi di riferimento (Fig. 1):

- S , con origine O , che consideriamo “fisso” (per esempio la banchina di una stazione);
- S' , con origine O' , in moto rispetto a S (per esempio un treno).

Un punto materiale P ha, nello stesso istante, un vettore posizione in ciascun riferimento. Poiché i tre vettori formano un triangolo (regola punta–coda), vale la relazione fondamentale:

$$\vec{r}_{PO} = \vec{r}_{O'O} + \vec{r}_{PO'}, \quad (1)$$

dove il pedice si legge “del primo simbolo rispetto al secondo”: $\vec{r}_{PO}$ è la posizione di P rispetto a O , $\vec{r}_{O'O}$ la posizione dell'origine mobile O' rispetto a O , e $\vec{r}_{PO'}$ la posizione di P misurata nel riferimento mobile S' .

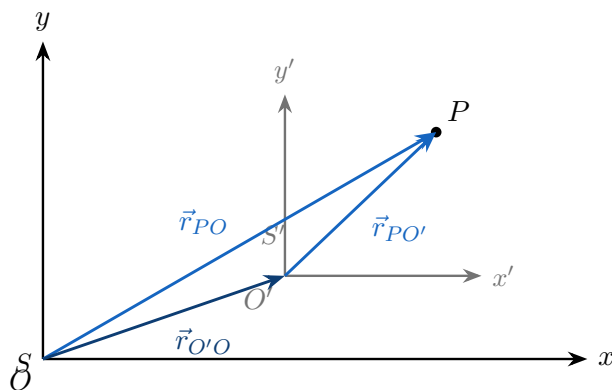


Figura 1: Composizione delle posizioni: $\vec{r}_{PO} = \vec{r}_{O'O} + \vec{r}_{PO'}$. I tre vettori chiudono un triangolo. Il riferimento S' trasla rispetto a S mantenendo gli assi paralleli (nessuna rotazione).

Ipotesi di lavoro. In tutta la dispensa supponiamo che S' trasli rispetto a S senza ruotare: gli assi x', y' restano paralleli a x, y . È l'ipotesi adottata dal testo (*L'Amaldi.blu*, vol. 1) a questo livello e semplifica la derivazione delle leggi che seguono, perché le direzioni degli assi non cambiano nel tempo.

3 Composizione delle velocità: la legge di Galileo

La velocità è la derivata temporale della posizione. Nel modello galileiano il tempo è *assoluto*: i due osservatori misurano lo stesso intervallo di tempo ($t' = t$). Possiamo quindi derivare la (1) rispetto a t . Poiché S' non ruota, le direzioni degli assi di S' non cambiano e la derivata di $\vec{r}_{PO'}$

coincide con la velocità di P misurata in S' . Otteniamo:

$$\vec{v}_{PO} = \vec{v}_{O'O} + \vec{v}_{PO'} \quad (2)$$

Nella terminologia dei testi italiani i tre vettori prendono nomi tradizionali:

Simbolo	Nome tradizionale	Significato
$\vec{v}_{PO}$	velocità <i>assoluta</i>	di P rispetto al riferimento fisso S
$\vec{v}_{PO'}$	velocità <i>relativa</i>	di P rispetto al riferimento mobile S'
$\vec{v}_{O'O}$	velocità <i>di trascinamento</i>	del riferimento mobile S' rispetto a S

così che, a parole, $v_{\text{assoluta}} = v_{\text{relativa}} + v_{\text{di trascinamento}}$.

Attenzione: errore concettuale frequente

L'aggettivo “*assoluta*” è una comodità di linguaggio, **non** indica una velocità vera in senso privilegiato: è semplicemente la velocità rispetto al riferimento che *abbiamo scelto* come fisso. Se cambiassimo la scelta, “*assoluta*” e “*relativa*” si scambierebbero i ruoli. Attribuire alla velocità un valore intrinseco, indipendente dall'osservatore, è l'errore concettuale centrale sui moti relativi (Saltiel & Malgrange, *Spontaneous ways of reasoning in elementary kinematics*, Eur. J. Phys., 1(2), 1980, pp. 73–80).

Regola mnemonica dei pedici. Nella (2) i pedici “interni” si elidono: $\vec{v}_{PO'} + \vec{v}_{O'O} = \vec{v}_{PO}$. Serve solo tenere le catene coerenti; il verso di ogni vettore è dettato dall'ordine dei pedici.

4 Composizione delle accelerazioni e sistemi inerziali

Derivando ancora la (2) rispetto al tempo si ottiene:

$$\vec{a}_{PO} = \vec{a}_{O'O} + \vec{a}_{PO'} \quad (3)$$

Qui compare un fatto decisivo. Se il riferimento S' si muove rispetto a S con **velocità costante**, allora $\vec{v}_{O'O}$ è costante, la sua derivata è nulla e $\vec{a}_{O'O} = \vec{0}$. In questo caso:

$$\vec{a}_{PO} = \vec{a}_{PO'} \quad (\text{se } \vec{v}_{O'O} = \text{cost.}) \quad (4)$$

l'accelerazione è la stessa nei due riferimenti. Un riferimento in cui vale questa proprietà — e in cui, di conseguenza, un corpo non soggetto a forze si muove di moto rettilineo uniforme — si dice **inerziale**. Tutti i riferimenti che traslano a velocità costante l'uno rispetto all'altro sono, se uno lo è, inerziali.

L'invarianza (4) è il ponte verso la dinamica: poiché nella seconda legge $\vec{F} = m\vec{a}$ la massa non dipende dall'osservatore e l'accelerazione è la stessa in tutti i riferimenti inerziali, *le forze misurate sono le stesse* e la legge ha la medesima forma per tutti questi osservatori.

Scommettiamo?

Sei su un treno che viaggia a velocità costante e lasci cadere una moneta. Dove atterra: esattamente ai tuoi piedi, oppure “più indietro” perché nel frattempo il treno è avanzato?

Prima di rispondere, prova a prevedere. Poi verifica con la (4): nel riferimento del treno (inerziale) la moneta ha la stessa accelerazione $\vec{g}$ verso il basso che avrebbe a terra, e velocità orizzontale iniziale nulla rispetto al treno. Cade ai tuoi piedi.

5 Il principio di relatività galileiana

Il risultato (4) si condensa in un enunciato che Galileo formulò con secoli di anticipo sul formalismo vettoriale.

Principio di relatività galileiana. Le leggi della meccanica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Nessun esperimento meccanico eseguito all'interno di un riferimento inerziale può rivelare il moto rettilineo uniforme del riferimento stesso.

Nel *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* (1632, Giornata seconda) Galileo propone l'esperimento mentale del *gran naviglio*: chiuso nella stiva di una nave, con farfalle che volano, pesci in una boccia e gocce che cadono, un osservatore non può stabilire — osservando quei fenomeni — se la nave sia ferma o si muova di moto uniforme. Tutto accade allo stesso modo nei due casi. È la formulazione originaria, qualitativa e sperimentale, del principio che le equazioni (3)–(4) traducono in linguaggio moderno.

Fonte primaria. Galilei, G., *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, Firenze, 1632, Giornata seconda (il passo del “gran naviglio”). Il testo è di pubblico dominio; l'esperimento della stiva è il riferimento storico canonico per l'introduzione del principio di relatività.

Limite di validità. Il principio galileiano riguarda la *meccanica*. Nell'Ottocento si scoprì che l'elettromagnetismo non si comporta allo stesso modo sotto le trasformazioni di Galileo: sarà uno dei problemi da cui nascerà la relatività ristretta. A questo livello ci fermiamo alla meccanica, dove il principio è pienamente valido.

6 Sistemi di riferimento non inerziali e forze apparenti

Il principio di relatività galileiana vale *soltanto* per i riferimenti inerziali. Che cosa succede se il riferimento S' *accelera* rispetto a S , cioè se $\vec{a}_{O'O} \neq \vec{0}$? Riprendiamo la composizione delle accelerazioni (3) e isoliamo l'accelerazione misurata in S' :

$$\vec{a}_{PO'} = \vec{a}_{PO} - \vec{a}_{O'O}. \quad (5)$$

Nel riferimento inerziale S vale la seconda legge della dinamica, $\vec{F} = m\vec{a}_{PO}$, dove $\vec{F}$ è la risultante delle forze *reali* (dovute a interazioni con altri corpi). Sostituendo nella (5) e moltiplicando per m :

$$m\vec{a}_{PO'} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{app}}, \quad \vec{F}_{\text{app}} = -m\vec{a}_{O'O} \quad (6)$$

Un osservatore solidale con S' , se vuole continuare a scrivere “massa per accelerazione uguale forza”, deve introdurre una **forza apparente** (detta anche *pseudoforza* o *forza d'inerzia*) $\vec{F}_{\text{app}} = -m\vec{a}_{O'O}$: proporzionale alla massa del corpo e diretta in verso *opposto* all'accelerazione del riferimento.

Le forze apparenti hanno un tratto che le distingue nettamente da quelle reali: *non nascono da alcuna interazione* tra corpi e quindi *non hanno una forza di reazione* — non rispettano il terzo principio della dinamica. Compaiono solo per compensare, nella descrizione, il fatto che il riferimento sta accelerando (*Il nuovo L'Amaldi.blu*, vol. 1, capitolo sui principi della dinamica). Per $\vec{a}_{O'O} = \vec{0}$ si ha $\vec{F}_{\text{app}} = \vec{0}$ e si ritrova la dinamica dei riferimenti inerziali: la (6) contiene la seconda legge come caso particolare.

Il naviglio che accelera. Torniamo alla stiva di Galileo. Finché la nave si muove di moto *uniforme*, nessun esperimento interno ne rivela il moto. Ma se la nave *accelera*, frena o vira, le gocce non cadono più verticali, i liquidi si inclinano, gli oggetti scivolano: un esperimento meccanico *interno* rivela l'accelerazione del riferimento. È esattamente il motivo per cui il principio di relatività richiede riferimenti inerziali.

6.1 Il filo a piombo nel vagone accelerato

Un vagone accelera orizzontalmente con accelerazione costante $\vec{a}$ ($a = 4,0 \text{ m/s}^2$). Un filo a piombo appeso al soffitto si dispone stabilmente inclinato di un angolo θ rispetto alla verticale (Fig. 2), *all'indietro* rispetto al verso dell'accelerazione. Lo stesso fenomeno si legge in due modi.

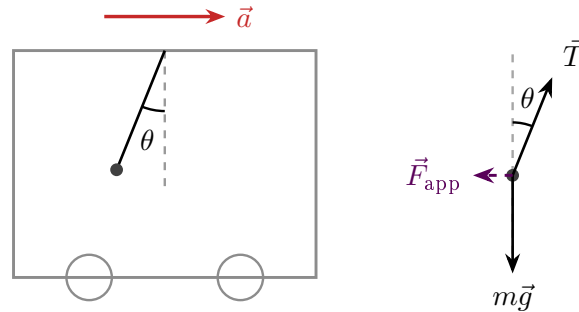


Figura 2: A sinistra, il vagone che accelera verso destra: il filo a piombo si inclina all'indietro di θ . A destra, il diagramma delle forze sul pesetto nel riferimento del vagone (non inerziale), disegnato *in scala*: è in equilibrio sotto peso $m\vec{g}$, tensione $\vec{T}$ e forza apparente $\vec{F}_{\text{app}} = -m\vec{a}$ (tratteggiata). La componente verticale di $\vec{T}$ eguaglia mg e quella orizzontale eguaglia $F_{\text{app}} = ma$; ne segue $\tan \theta = a/g$.

- **In S (terra, inerziale).** Sul pesetto agiscono solo peso e tensione. La loro risultante è *orizzontale* e vale ma , perché il pesetto accelera insieme al vagone. Scomponendo lungo gli assi: $T \sin \theta = ma$ e $T \cos \theta = mg$, da cui

$$\tan \theta = \frac{a}{g}.$$

- **In S' (vagone, non inerziale).** Il pesetto è *fermo*: è in equilibrio. Oltre a peso e tensione agisce la forza apparente $F_{\text{app}} = ma$ diretta all'indietro. L'equilibrio orizzontale dà di nuovo $T \sin \theta = ma$, cioè lo stesso $\tan \theta = a/g$.

Con $a = 4,0 \text{ m/s}^2$ e $g = 9,8 \text{ m/s}^2$: $\tan \theta = 4,0/9,8 \approx 0,41$, quindi $\theta \approx 22^\circ$. I due punti di vista, inerziale e non inerziale, portano allo stesso risultato: è la conferma che la forza apparente è uno strumento di descrizione coerente, non un ingrediente fisico in più.

6.2 Il riferimento rotante: la forza centrifuga

Attenzione all'ipotesi. La (3) è stata ricavata per un riferimento S' che *trasla* senza ruotare. Un riferimento rotante non rientra in quel caso: qui ragioniamo perciò *direttamente*, confrontando i due osservatori, senza applicare la formula di composizione.

Consideriamo una piattaforma che ruota con velocità angolare costante ω e un corpo di massa m *fermo rispetto alla piattaforma*, a distanza r dall'asse (Fig. 3).

- **In S (inerziale).** Il corpo percorre una circonferenza, quindi ha accelerazione centripeta di modulo $\omega^2 r$ diretta verso il centro. La forza reale che la produce (attrito, tensione di un filo, ...) vale $F = m\omega^2 r$ ed è diretta *verso il centro*.
- **In S' (rotante).** Il corpo è *fermo*: $\vec{a}_{PO'} = \vec{0}$. Per giustificarlo, l'osservatore rotante introduce una forza apparente uguale e opposta a quella reale, diretta *verso l'esterno*: la **forza centrifuga**, di modulo $F_{\text{cf}} = m\omega^2 r$. È ciò che “sentiamo” spingerci verso l'esterno in curva o su una giostra.

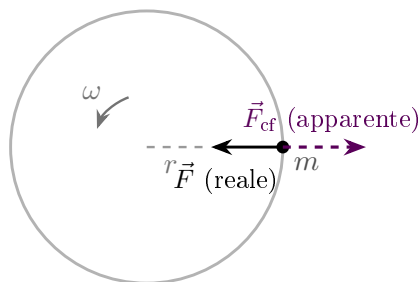


Figura 3: Corpo fermo su una piattaforma rotante (vista dall'alto). Nel riferimento inerziale l'unica forza reale è centripeta ($m\omega^2 r$, verso il centro); nel riferimento rotante il corpo è in quiete e l'osservatore introduce la forza centrifuga apparente, uguale e opposta.

Scommettiamo?

Sei seduto in autobus che affronta una curva verso sinistra. Verso quale lato ti senti spinto? E quella spinta è una forza *reale* che agisce su di te?

Ti senti spinto verso destra, cioè verso l'esterno della curva. Ma non è una forza reale: è la tua inerzia, la tendenza a proseguire in linea retta. L'unica forza reale è quella che ti spinge verso il centro della curva (l'attrito col sedile, la portiera): è centripeta. Nel riferimento dell'autobus, non inerziale, quella tendenza si descrive con la forza centrifuga, apparente.

Attenzione: errore concettuale frequente

La forza centrifuga **non** è una forza reale che spinge il corpo verso l'esterno. Nel riferimento inerziale l'unica forza è quella centripeta, diretta verso il centro; ciò che percepiamo come “spinta verso l'esterno” è l'effetto dell'inerzia, descritto nel riferimento rotante mediante una pseudoforza. Ritenere che nel moto circolare agisca una forza netta verso l'esterno è tra gli errori più documentati sul concetto di forza (Halloun & Hestenes, *Common sense concepts about motion*, *Am. J. Phys.*, 53(11), 1985, pp. 1056–1065).

6.3 La forza di Coriolis

La forza centrifuga basta a descrivere un corpo *fermo* nel riferimento rotante. Se invece il corpo si *muove* rispetto alla piattaforma, con velocità relativa $\vec{v}_{\text{rel}}$, l'osservatore rotante deve introdurre una seconda forza apparente, la **forza di Coriolis**. La cinematica completa dei riferimenti rotanti esula da questa unità; ne diamo perciò il risultato, che a questo livello va conosciuto e saputo applicare qualitativamente:

$$\vec{F}_{\text{Cor}} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}_{\text{rel}}, \quad F_{\text{Cor}} = 2m\omega v_{\text{rel}} \quad (\vec{v}_{\text{rel}} \perp \vec{\omega}). \quad (7)$$

È proporzionale alla massa e alla velocità del corpo *nel* riferimento rotante, ed è sempre *perpendicolare* a $\vec{v}_{\text{rel}}$: perciò non compie lavoro e non cambia il modulo della velocità, ma ne *curva* la traiettoria (Fig. 4). Su una piattaforma che ruota in senso antiorario (come la superficie terrestre vista dall'emisfero nord) ogni corpo in moto è deviato *verso destra* rispetto alla propria velocità; nell'emisfero sud, verso sinistra. L'espressione fu ricavata da G.-G. Coriolis (*Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps*, Journal de l'École Polytechnique, 1835).

Le conseguenze sono osservabili sulla grande scala, dove la durata dei fenomeni è confrontabile con il periodo di rotazione terrestre: la circolazione dei venti attorno alle aree di bassa e alta pressione (cicloni e anticicloni), la deviazione delle correnti oceaniche e delle grandi masse d'aria (Persson, *How do we understand the Coriolis force?*, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79(7), 1998, pp. 1373–1385) e il lento ruotare del piano di oscillazione del pendolo di Foucault (1851), prima prova “da laboratorio” della rotazione terrestre. Alla scala dell'aula, invece, l'effetto è del tutto trascurabile: per questo non compare negli esempi delle sezioni precedenti.

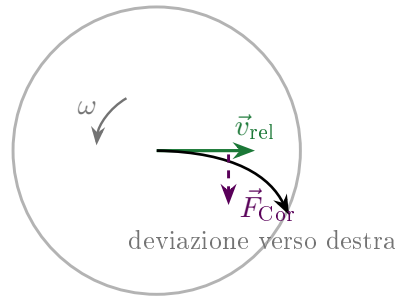


Figura 4: Forza di Coriolis su una piattaforma in rotazione antioraria. Un corpo lanciato dal centro con velocità $\vec{v}_{\text{rel}}$ è deviato verso destra: $\vec{F}_{\text{Cor}}$ è perpendicolare a $\vec{v}_{\text{rel}}$ e ne curva la traiettoria senza modificarne il modulo.

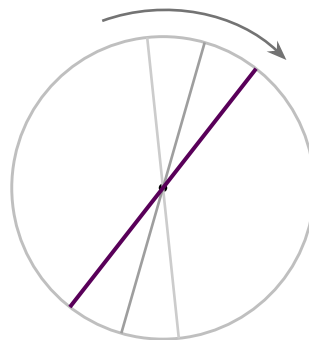
Attenzione: errore concettuale frequente

La forza di Coriolis non “spinge” verso una direzione fissa: essendo perpendicolare alla velocità, cambia continuamente orientamento seguendo il moto del corpo. E, come la centrifuga, è una forza *apparente*: scompare non appena si descrive il fenomeno da un riferimento inerziale, dove al suo posto c’è semplicemente l’inerzia del corpo, che prosegue in linea retta mentre il riferimento ruota sotto di esso.

6.4 Il pendolo di Foucault

Nel 1851 Léon Foucault sospese al soffitto del Panthéon di Parigi un lungo pendolo (filo di circa 67 m, sfera di 28 kg) e mostrò che il suo *piano di oscillazione* ruota lentamente nel corso delle ore. Una volta avviato, un pendolo tende a mantenere fisso il proprio piano, perché nel riferimento inerziale nessuna forza orizzontale lo fa ruotare; se dunque il piano ruota *rispetto al pavimento*, è il pavimento — cioè la Terra — a ruotare sotto di esso. Fu la prima prova *da laboratorio* (non astronomica) della rotazione terrestre (Foucault, *Démonstration physique du mouvement de rotation de la Terre au moyen du pendule*, Comptes Rendus, 1851).

precessione (senso orario, emisfero nord)



piano di oscillazione

Figura 5: Vista dall’alto del pendolo di Foucault: il piano di oscillazione (in evidenza) ruota lentamente nel tempo. Nell’emisfero nord la precessione è in senso orario.

Nel riferimento rotante solidale con la Terra la causa è la forza di Coriolis: perpendicolare alla velocità della sfera, a ogni oscillazione la devia di poco verso destra (emisfero nord), e l’effetto accumulato fa *precedere* il piano in senso orario. È efficace solo la componente della velocità angolare terrestre lungo la verticale locale, pari a $\omega \sin \varphi$, dove φ è la latitudine: il piano ruota quindi con velocità angolare

$$\Omega = \omega \sin \varphi, \quad (8)$$

e compie un giro completo in un tempo $T = T_{\text{giorno}} / \sin \varphi$, con $T_{\text{giorno}} \approx 23 \text{ h } 56 \text{ min}$ (giorno

sidereo). Ai poli ($\varphi = 90^\circ$) il piano compie un giro in un giorno sidereo; all'equatore ($\varphi = 0^\circ$) non ruota. A Parigi ($\varphi \approx 48,8^\circ$) il periodo è circa 32 h; alla latitudine dell'Italia centrale ($\varphi \approx 42^\circ$) circa 36 h.

Perché $\sin \varphi$. La velocità angolare della Terra è diretta lungo l'asse di rotazione. Nel punto di sospensione conta solo la sua proiezione sulla verticale locale, che geometricamente vale $\omega \sin \varphi$: nulla all'equatore (dove l'asse è orizzontale rispetto al suolo) e massima ai poli (dove è verticale). Il pendolo di Foucault “misura” così la latitudine attraverso il proprio periodo di precessione.

7 Le trasformazioni di Galileo

Traduciamo la composizione in coordinate. Scegliamo gli assi in modo che S' trasli lungo l'asse x con velocità costante v , e che a $t = 0$ le origini coincidano (Fig. 6). Allora l'origine mobile si trova in $x_{O'} = vt$ e le coordinate di uno stesso evento nei due riferimenti sono legate da:

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \iff \begin{cases} v'_x = v_x - v \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases} \quad (9)$$

Le prime sono le **trasformazioni di Galileo** per le coordinate; le seconde ne sono la conseguenza per le componenti della velocità e coincidono con la (2) scritta per componenti. Si noti $t' = t$: il tempo è lo stesso per i due osservatori, ipotesi che la relatività ristretta abbandonerà.

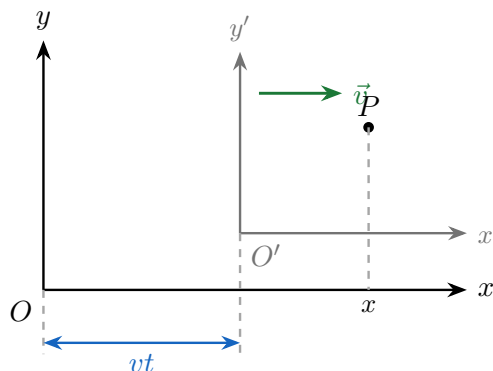


Figura 6: Trasformazioni di Galileo. A $t = 0$ le origini coincidono; all'istante t l'origine O' si è spostata di vt . Per lo stesso evento P vale $x' = x - vt$.

8 Esempi svolti

8.1 Attraversare un fiume in barca

Una barca punta la prua perpendicolarmente alla riva, muovendosi rispetto all'*acqua* con velocità $\vec{v}_{ba}$ di modulo 4 m/s. La corrente trascina l'acqua rispetto alla *terra* con velocità $\vec{v}_{at}$ di modulo 3 m/s, parallela alle rive. Il fiume è largo $d = 100$ m. La velocità della barca rispetto alla terra è (legge (2)):

$$\vec{v}_{bt} = \vec{v}_{ba} + \vec{v}_{at}.$$

Poiché $\vec{v}_{ba} \perp \vec{v}_{at}$:

- **Tempo di traversata.** Dipende solo dalla componente perpendicolare, cioè da $\vec{v}_{ba}$:

$$t = \frac{d}{v_{ba}} = \frac{100 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 25 \text{ s.}$$

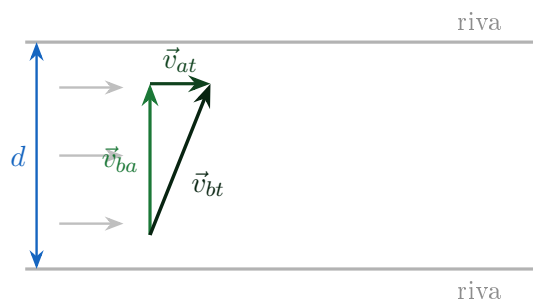


Figura 7: Attraversamento del fiume. La componente perpendicolare ($\vec{v}_{ba}$) determina il tempo di traversata; la corrente ($\vec{v}_{at}$) produce lo spostamento a valle.

- **Spostamento a valle** (deriva): $s = v_{at} t = 3 \text{ m/s} \cdot 25 \text{ s} = 75 \text{ m}$.
- **Velocità rispetto a terra:** $v_{bt} = \sqrt{v_{ba}^2 + v_{at}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m/s}$, inclinata di $\theta = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36,9^\circ$ rispetto alla perpendicolare.

Attenzione: errore concettuale frequente

Molti studenti pensano che la corrente “rallenti la traversata”. Non è così: la corrente è perpendicolare a $\vec{v}_{ba}$ e non ne modifica la componente utile all’attraversamento. Il tempo dipende solo dalla componente perpendicolare alla riva. La corrente sposta la barca *a valle*, non la fa arrivare più tardi. L’indipendenza delle componenti ortogonali del moto è la stessa idea del moto del proiettile.

8.2 La pioggia vista dall’automobile

La pioggia cade verticalmente rispetto alla terra con velocità $\vec{v}_{pt}$ ($v_{pt} = 6 \text{ m/s}$). Un’auto viaggia orizzontalmente con $v_{at} = 6 \text{ m/s}$. Nel riferimento dell’auto la velocità della pioggia è

$$\vec{v}_{pa} = \vec{v}_{pt} - \vec{v}_{at},$$

(ottenuta dalla (2) isolando la velocità relativa). Il passeggero vede le gocce arrivare inclinate in avanti, di un angolo $\alpha = \arctan(v_{at}/v_{pt}) = \arctan(1) = 45^\circ$ rispetto alla verticale. È il motivo per cui, correndo sotto la pioggia, la sentiamo “venire da davanti”.

8.3 Camminare sul treno (moto unidimensionale)

Un treno si muove rispetto ai binari con $v_{Tt} = +30 \text{ m/s}$ ($\hat{i}$ nel verso del moto). Un passeggero cammina lungo il corridoio con $v_{pT} = +1,5 \text{ m/s}$ rispetto al treno.

- Se cammina *verso la locomotiva*: $v_{pt} = v_{pT} + v_{Tt} = 1,5 + 30 = 31,5 \text{ m/s}$.
- Se cammina *verso la coda*: $v_{pt} = -1,5 + 30 = 28,5 \text{ m/s}$.

Il segno delle componenti codifica il verso: la (2) vale come uguaglianza vettoriale, e in una dimensione si riduce a una somma algebrica con segno.

9 Esercizi proposti

1. Un nuotatore mantiene rispetto all’acqua una velocità di $1,2 \text{ m/s}$ diretta perpendicolarmente alle rive di un canale largo 30 m ; la corrente ha velocità $0,5 \text{ m/s}$. Determina il tempo di traversata, la deriva a valle e il modulo della velocità rispetto alla riva.
2. Due treni corrono su binari paralleli: il primo a 90 km/h , il secondo a 72 km/h . Calcola la velocità del secondo rispetto al primo (a) quando viaggiano nello stesso verso, (b) quando viaggiano in versi opposti. Discuti quale delle due sia la “velocità di avvicinamento”.

3. La pioggia cade verticalmente a 8 m/s. Un ciclista procede a 6 m/s. Con quale angolo rispetto alla verticale deve inclinare l'ombrello? Traccia il diagramma vettoriale.
4. *Concettuale.* Un fisico chiuso in un vagone senza finestrini afferma di poter stabilire, con soli esperimenti meccanici, se il treno è fermo o in moto uniforme rispetto ai binari. Ha ragione? Motiva la risposta richiamando il principio di relatività galileiana e distingui il caso del moto uniforme da quello del moto accelerato.
5. *Verifica di notazione.* Scrivi, usando i pedici, la velocità di un aereo rispetto al suolo sapendo che si conosce la velocità dell'aereo rispetto all'aria e quella del vento rispetto al suolo. Mostra che la catena dei pedici è coerente.
6. In un vagone che accelera orizzontalmente un filo a piombo si dispone inclinato di 15° rispetto alla verticale. Determina l'accelerazione del vagone. Risolvi il problema *due volte*: nel riferimento inerziale della terra e nel riferimento non inerziale del vagone, e verifica che il risultato coincide.
7. *Concettuale.* Su una giostra che ruota a velocità angolare costante un bambino tiene in mano un palloncino gonfiato ad elio, legato a un filo. Il filo si inclina verso l'interno o verso l'esterno della giostra? (Suggerimento: ragiona sulla forza centrifuga apparente agente sull'aria circostante, più densa dell'elio.) Motiva richiamando la differenza tra forze reali e apparenti.

10 Criteri di valutazione

La valutazione dell'unità è di tipo *criteriale*: la rubrica seguente descrive, per ciascun indicatore, tre livelli di padronanza crescente (base, intermedio, avanzato), coerenti con le competenze dell'asse scientifico previste dalle Indicazioni Nazionali (D.M. 211/2010). Gli indicatori seguono i nodi concettuali dell'unità e i misconcetti individuati dalla ricerca didattica, così che la valutazione premi non la sola applicazione delle formule, ma la comprensione del carattere relativo del moto e la capacità di argomentare il cambio di riferimento.

Uso della rubrica. Gli stessi indicatori possono orientare sia la valutazione *formativa* (durante le attività e la discussione dei box “scommettiamo?”) sia quella *sommativa* (verifica scritta con esercizi di applicazione, una dimostrazione e una domanda di discussione qualitativa). Il livello avanzato è raggiunto quando lo studente non si limita a calcolare, ma sa cambiare punto di vista e riconoscere l'origine delle forze apparenti.

Riferimenti

- Indicazioni Nazionali.** Ministero dell'Istruzione, *Indicazioni Nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento* per i licei, D.M. 7 ottobre 2010, n. 211, allegato F — Fisica, secondo biennio (meccanica; principio di relatività galileiana).
- Libro di testo.** AA.VV., *Il nuovo L'Amaldi.blu*, vol. 1, Zanichelli (ISBN 9788808999399), capitoli sui moti nel piano e sui sistemi di riferimento.
- Fonte primaria.** Galilei, G. (1632). *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano*. Firenze. Giornata seconda (esperimento del “gran naviglio”). Pubblico dominio.
- PER.** Saltiel, E., & Malgrange, J. L. (1980). Spontaneous ways of reasoning in elementary kinematics. *European Journal of Physics*, 1(2), 73–80.
- PER.** Panse, S., Ramadas, J., & Kumar, A. (1994). Alternative conceptions in Galilean relativity: frames of reference. *International Journal of Science Education*, 16(1), 63–82.
- PER.** Halloun, I. A., & Hestenes, D. (1985). Common sense concepts about motion. *American Journal of Physics*, 53(11), 1056–1065.

Indicatore	Base	Intermedio	Avanzato
Relatività del moto e scelta del riferimento	Descrive il moto rispetto a un riferimento assegnato	Passa da un riferimento all'altro e riconosce che il moto dipende dall'osservatore	Sceglie il riferimento più conveniente e argomenta perché "assoluto" non è privilegiato
Leggi di composizione e notazione a pedici	Applica la composizione delle velocità in una dimensione con i segni corretti	Compone posizioni, velocità e accelerazioni nel piano con notazione a pedici coerente	Ricava le leggi per derivazione e ne discute l'ipotesi (traslazione senza rotazione)
Riferimenti inerziali e non inerziali	Distingue un riferimento inerziale da uno non inerziale	Introduce e usa la forza apparente $\vec{F}_{\text{app}} = -m \vec{a}_{O'O}$ (es. filo a piombo)	Risolve lo stesso problema nei due riferimenti e riconosce centrifuga e Coriolis come pseudoforze
Principio di relatività galileiana	Enuncia il principio	Lo collega all'invarianza dell'accelerazione e all'esperimento del naviglio	Discute i limiti (moto accelerato; elettromagnetismo) e l'apertura verso la relatività ristretta
Modellizzazione e argomentazione	Risolve i problemi tipici (fiume, pioggia, treno)	Distingue le componenti indipendenti del moto e giustifica i passaggi	Riconosce e smonta i misconcetti (la corrente che "ritarda", la centrifuga "reale")

Tabella 1: Rubrica di valutazione per l'unità di apprendimento sui moti relativi.

Fonte primaria. Coriolis, G.-G. (1835). Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps. *Journal de l'École Polytechnique*, 15, 142–154.

Fonte primaria. Foucault, L. (1851). Démonstration physique du mouvement de rotation de la Terre au moyen du pendule. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 32, 135–138.

Fisica / didattica. Persson, A. (1998). How do we understand the Coriolis force? *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79(7), 1373–1385.

Codice colore: *blu* = *posizione* *verde* = *velocità* *rosso* = *accelerazione*.