

Lessico minimo di geometria — capitolo G1

Enti primitivi, postulati, segmenti, angoli, congruenza, poligoni, costruzioni, primi teoremi, misure: tutto il primo capitolo di geometria, parola per parola, con una sigla per ogni ente, postulato e teorema.

Liceo scientifico A. Volta · prof. Giovanni Nicco · classe prima · ottobre 2026

Questo è il **vocabolario** del capitolo G1: ogni parola in grassetto è una parola che devi saper **usare e spiegare**. Le voci seguono l'ordine del libro (a destra la pagina) e hanno una **sigla** che useremo per i rimandi: **E** enti e definizioni (131), **P** postulati (22), **T** teoremi e corollari (8), **C** costruzioni (5). La numerazione è nostra: non coincide con quella delle dispense.

1 · Che cosa studia la geometria

Nelle dispense: ¶ Punti rette piani · ¶ Concetti primitivi e definizioni

E1 Geometria del piano p. G1

La parte della geometria che studia le figure i cui punti stanno tutti su uno stesso piano. Si chiama anche *geometria piana*.

Es. segmenti, angoli, triangoli, circonferenze. Un cubo invece è argomento della geometria dello spazio.

E2 Oggetti geometrici e proprietà p. G1

La geometria non studia oggetti concreti ma oggetti ideali (punti, rette, figure) e le loro *proprietà*, cioè ciò che di essi si può affermare.

Es. un foglio è un oggetto concreto; il rettangolo è l'oggetto geometrico che lo descrive. «Il rettangolo ha quattro angoli retti» è una sua proprietà.

E3 Definizione p. G1

Una frase che spiega con precisione il significato di una parola nuova, usando solo parole già note.

Es. «Si dicono incidenti due rette che hanno un solo punto in comune.»

E4 Enti geometrici p. G1

Gli oggetti di cui parla la geometria: i punti, le rette, i piani e tutte le figure che con essi si costruiscono.

2 · Gli enti primitivi

Nelle dispense: ¶ Punti rette piani



Come si disegnano e come si chiamano: il punto con una lettera maiuscola, la retta con una minuscola, il piano con una lettera greca. Della retta e del piano si disegna solo una parte.

E5 Enti primitivi p. G1

Gli enti che *non si definiscono*, perché non esistono parole più semplici con cui spiegarli: sono il punto, la retta e il piano. Ne abbiamo un'idea intuitiva; le loro proprietà sono fissate dai postulati.

E6 Punto p. G1

Ente primitivo. Non ha dimensioni: né lunghezza, né larghezza, né spessore.

Idea. Un granello di sabbia, il segno lasciato dalla punta di una matita ben temperata.

E7 Retta p. G1

Ente primitivo. Ha una sola dimensione, la lunghezza; non ha spessore ed è illimitata da entrambe le parti. È un insieme di infiniti punti.

Idea. Un filo teso che continua senza fine nei due versi.

E8 Piano p. G1

Ente primitivo. Ha due dimensioni, lunghezza e larghezza; non ha spessore ed è illimitato in tutte le direzioni. È un insieme di infiniti punti.

Idea. La superficie di un tavolo o di un lago calmo, pensata senza bordi.

E9 Convenzioni per rappresentare punti, rette e piani p. G1

Punti: lettere maiuscole **A, B, C, P**. **Rette:** lettere minuscole **a, b, r, s**. **Piani:** lettere greche minuscole **α , β , γ** (alfa, beta, gamma).

Nei disegni. Il punto è un puntino o una crocetta; la retta è un tratto diritto; il piano è un parallelogramma. Una retta si può indicare anche con due suoi punti: «la retta AB ».

3 · Figure e spazio

Nelle dispense: ¶ Caratteristiche dello spazio geometrico

E10 Figura geometrica p. G2

Un qualsiasi insieme di punti. La parola è usata in senso largo: sono figure anche un solo punto, una retta, un piano.

Es. un triangolo, una circonferenza, tre punti sparsi su un foglio: sono tutte figure.

E11 Spazio p. G2

L'insieme di tutti i punti. Ogni figura geometrica è un sottoinsieme dello spazio.

E12 Figura piana p. G2

Una figura i cui punti appartengono tutti a uno stesso piano.

Es. triangolo, quadrato, cerchio.

E13 Figura solida p. G2

Una figura i cui punti *non* appartengono tutti a uno stesso piano.

Es. cubo, piramide, sfera.

4 · Postulati, teoremi, dimostrazioni

Nelle dispense: ¶ Assiomi e postulati · ¶ Struttura del teorema · ¶ Corollari e teoremi inversi



E14 Postulati p. G2

Proposizioni che si accettano come vere *senza dimostrarle*. Sono il punto di partenza e fissano le proprietà degli enti primitivi.

Es. «Due punti distinti appartengono a una retta e a una sola.»

E15 Assiomi p. G2

Oggi è un sinonimo di postulati. Euclide invece li distingueva: gli assiomi («nozioni comuni») sono verità generali, valide anche fuori dalla geometria; i postulati sono affermazioni proprie della geometria.

Es. di assioma di Euclide: «Il tutto è maggiore della parte.»

E16 Proposizione p. G2

Una frase di senso compiuto che afferma qualcosa: ha un soggetto e un predicato.

Es. «Il quadrato ha quattro lati.»

E17 Proposizione logica p. G2

Una proposizione di cui si può dire con certezza se è *vera* o *falsa*. Si chiama anche *enunciato*.

Lo sono: «7 è un numero primo» (vera); «un triangolo ha quattro lati» (falsa). **Non lo sono:** «Che ore sono?», «La geometria è bella».

E18 Teorema aggiunta p. G2

Una proposizione la cui verità viene *dimostrata*. Quasi sempre ha la forma «Se ... allora ...».

Es. «Se un numero è multiplo di 4, allora è pari.»

E19 Dimostrazione p. G2

La catena di ragionamenti (deduzioni) che parte dall'ipotesi e arriva alla tesi, usando solo definizioni, postulati e teoremi già dimostrati.

E20 Ipotesi p. G2

Ciò che si suppone vero: nell'enunciato è la parte che segue il «se».

Es. in «Se un numero è multiplo di 4, allora è pari» l'ipotesi è: il numero è multiplo di 4.

E21 Tesi p. G2

Ciò che si vuole dimostrare: nell'enunciato è la parte che segue l'«allora».

Es. nello stesso teorema la tesi è: il numero è pari.

E22 Corollario p. G3

Un teorema che è conseguenza immediata di un altro teorema appena dimostrato.

Es. dal teorema «la somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto» segue subito il corollario «in un triangolo rettangolo i due angoli acuti, sommati, danno un angolo retto».

E23 Teorema inverso o reciproco p. G3

Il teorema che si ottiene scambiando ipotesi e tesi. *Non è detto che sia vero:* va dimostrato a parte.

Es. «Se un numero è multiplo di 4, allora è pari» è vero. L'inverso, «se un numero è pari, allora è multiplo di 4», è falso: 6 è pari ma non è multiplo di 4.

E24 Illusione ottica p. G3

Una figura che inganna l'occhio, facendo vedere ciò che non è. È il motivo per cui in geometria non ci si fida del disegno: una proprietà è vera solo se è dimostrata.



Quale dei due segmenti blu è più lungo? Misurali con il righello.

5 · Il metodo ed Euclide

Nelle dispense: ¶ Metodo assiomatico-deduttivo · ¶ Euclide e gli Elementi

E25 Metodo ipotetico-deduttivo o assiomatico p. G3

Il modo in cui è costruita la geometria: si fissano gli enti primitivi e i postulati; tutto il resto si *definisce* a partire dagli enti primitivi e si *dimostra* a partire dai postulati.

In breve. Enti primitivi → definizioni; postulati → teoremi.

E26 Elementi di Euclide p. G3

L'opera in tredici libri scritta da Euclide ad Alessandria d'Egitto intorno al 300 a.C. È la prima esposizione della geometria con il metodo assiomatico: si apre con definizioni, postulati e nozioni comuni, e da lì dimostra tutti i teoremi.

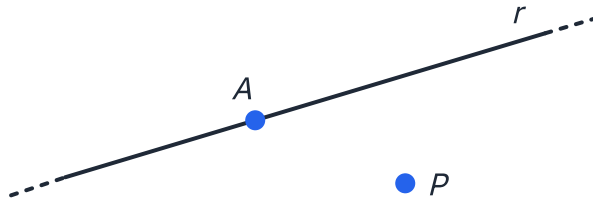
E27 Geometria euclidea p. G3

La geometria che si costruisce a partire dai postulati di Euclide. È quella che studiamo.

Nota. Esistono anche geometrie *non euclidee*, nate nell'Ottocento cambiando il postulato delle parallele.

6 · Appartenenza

Nelle dispense: ¶ Punti rette piani



$A \in r$ e $P \notin r$

E28 Postulati di appartenenza p. G4

Il primo gruppo di postulati della geometria: dicono come punti, rette e piani stanno gli uni sugli altri. Sono cinque.

E29 Appartenenza di un ente a un altro p. G4

Un punto appartiene a una retta (o a un piano) se è uno dei suoi punti. Una retta appartiene a un piano se *tutti* i suoi punti sono punti del piano.

E30 Simbolo di appartenenza p. G4

$\in$ Si legge «appartiene a».

Es. $A \in r$: il punto A appartiene alla retta r . Per una retta in un piano si scrive $r \subset \alpha$: la retta r è contenuta nel piano α .

E31 Simbolo di non appartenenza p. G4

$\notin$ Si legge «non appartiene a».

Es. $P \notin r$: il punto P non appartiene alla retta r .

E32 «Stare su», «giacere su», «passare per» p. G4

Modi di dire che significano la stessa cosa di «appartenere».

Es. « A sta su r », « A giace su r », « r passa per A » vogliono dire tutti $A \in r$. «La retta r giace sul piano α » vuol dire che r appartiene ad α .

7 · I cinque postulati di appartenenza

Nelle dispense: ¶ Assiomi e postulati

P1 Primo postulato di appartenenza p. G4

postulato

A una retta appartengono almeno due punti distinti; a un piano appartengono almeno tre punti distinti e non allineati.



P2 Secondo postulato di appartenenza p. G4

postulato

Due punti distinti appartengono a una retta e a una sola. *Esistenza e unicità*: per due punti passa una retta, e non ce n'è un'altra.

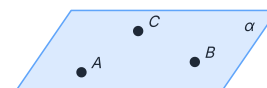


P3 Terzo postulato di appartenenza p. G4

postulato

Tre punti distinti e non allineati appartengono a un piano e a uno solo. *Esistenza e unicità* del piano.

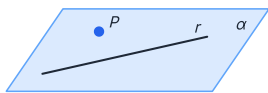
Idea. Uno sgabello a tre gambe non traballa mai: i tre piedini individuano un solo piano.



P4 Quarto postulato di appartenenza p. G4
postulato

Considerata una retta su un piano, c'è almeno un punto del piano che non appartiene alla retta.

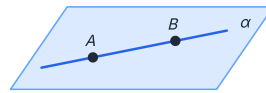
Cioè. Una retta non riempie il piano: se $r \subset \alpha$, esiste $P \in \alpha$ con $P \notin r$.



P5 Quinto postulato di appartenenza p. G5
postulato

Se una retta passa per due punti di un piano, allora appartiene al piano: tutti i suoi punti sono punti del piano.

Cioè. Se $A \in \alpha$ e $B \in \alpha$, allora la retta AB giace su α .



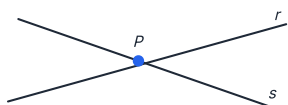
8 · Rette incidenti

Nelle dispense: ¶ Punti rette piani

E33 Rette incidenti p. G5

Due rette che hanno *un solo punto* in comune. Quel punto si chiama *punto di intersezione*.

Es. r e s sono incidenti in P : si scrive $r \cap s = \{P\}$.



Perché un solo punto? Se due rette distinte avessero due punti in comune, per quei due punti passerebbero due rette diverse: ma il secondo postulato dice che ne passa una sola. Quindi due rette distinte hanno in comune un punto solo oppure nessuno.

9 · Postulati d'ordine

E34 Postulati d'ordine p. G6

Il secondo gruppo di postulati: dicono come sono disposti i punti su una retta. Sono quattro.

E35 Retta orientata p. G6

Una retta sulla quale è stato scelto un verso di percorrenza. Presi due suoi punti, si può dire quale dei due *precede* l'altro.

Es. su una retta orientata da sinistra a destra, il punto più a sinistra precede l'altro.



A precede B

P6 Primo postulato d'ordine (ordinamento totale) p. G6
postulato

Dati due punti distinti A e B di una retta orientata, o A precede B oppure B precede A : vale una sola delle due.

In breve: due punti si possono sempre confrontare, e mai in tutti e due i versi (antisimmetria).

P7 Secondo postulato d'ordine (transitività) p. G6
postulato

Se A precede B e B precede C , allora A precede C .

E36 Relazione d'ordine p. G6

Una relazione antisimmetrica e transitiva. Se in più due elementi qualunque sono sempre confrontabili, l'ordine si dice *totale*.

Es. «precede», tra i punti di una retta orientata, è una relazione d'ordine totale: lo dicono **P6** e **P7**. Lo stesso vale per «è minore di» tra i numeri.

P8 Terzo postulato d'ordine (illimitatezza) p. G6
postulato

Su una retta non esistono né un primo né un ultimo punto: ogni punto ne ha uno che lo precede e uno che lo segue.

Conseguenza: la retta è illimitata nei due versi e ha infiniti punti.

P9 Quarto postulato d'ordine (densità) p. G6
postulato

Dati due punti distinti di una retta, c'è sempre almeno un punto della retta compreso tra i due.

Conseguenza: tra due punti ce ne sono infiniti, e non esiste «il punto successivo» a un punto dato.

T1 Per un punto passano infinite rette p. G6
teorema

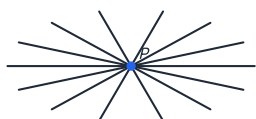
Per un punto di un piano passano infinite rette del piano. Si deduce dai postulati; la dimostrazione è laboriosa e non la svolgiamo.

T2 Ogni piano contiene infiniti punti e infinite rette p. G6
teorema

Si deduce dai postulati di appartenenza e d'ordine; anche questa dimostrazione non la svolgiamo.

E37 Fascio proprio di rette e suo centro p. G6

L'insieme di tutte le rette di un piano che passano per uno stesso punto. Quel punto è il *centro* del fascio.



fascio proprio di centro P

10 · Semirette, segmenti, poligonalali

Nelle dispense: ¶ Semiretta e segmento

E38 Figure geometriche fondamentali p. G7

Le figure che si costruiscono per prime a partire dagli enti primitivi: semirette, segmenti, semipiani, angoli.

E39 Semiretta e sua origine p. G7

Ciascuna delle due parti in cui una retta è divisa da un suo punto O . Il punto O è l'*origine* della semiretta.

Es. la semiretta di origine O che passa per A si indica OA , oppure con una lettera minuscola.



E40 Semirette opposte p. G7

Le due semirette in cui un punto divide una retta: hanno la stessa origine e stanno sulla stessa retta, da parti opposte.

E41 Segmento e suoi estremi p. G8

La parte di retta formata da due punti A e B e da tutti i punti compresi tra essi. A e B sono gli *estremi*.

Es. il segmento di estremi A e B si indica AB .



segmento AB e, tratteggiati, i suoi prolungamenti

E42 Punti interni a un segmento p. G8

I punti del segmento diversi dagli estremi.

E43 Segmento nullo p. G8

Il segmento i cui estremi coincidono: si riduce a un solo punto.

E44 Prolungamenti di un segmento p. G8

Le due semirette che hanno origine negli estremi del segmento, stanno sulla sua retta e non lo contengono.

E45 Segmenti consecutivi p. G8

Due segmenti che hanno in comune soltanto un estremo.



E46 Segmenti adiacenti p. G8

Due segmenti consecutivi che stanno sulla stessa retta.

E47 Poligonale (o spezzata) p. G8

Una figura formata da più segmenti, ciascuno consecutivo al successivo ma non adiacente, in cui ogni estremo appartiene al massimo a due segmenti. I segmenti sono i *lati* della poligonale.



E48 Primo e ultimo estremo di una poligonale p. G8

I due estremi che appartengono a un solo segmento.

E49 Poligonale aperta e poligonale chiusa p. G8

È *chiusa* se il primo e l'ultimo estremo coincidono; altrimenti è *aperta*.

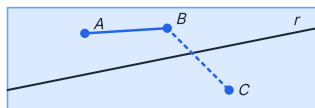
E50 Poligonale intrecciata e non intrecciata p. G8

È *intrecciata* se due suoi lati non consecutivi si intersecano; altrimenti è *non intrecciata*.

11 · Semipiani, figure convesse e concave

P10 Postulato di partizione del piano mediante una retta postulato p. G9

Una retta r di un piano divide i punti del piano che non le appartengono in due insiemi, tali che: se due punti stanno nello stesso insieme, il segmento che li unisce non incontra r ; se stanno in insiemi diversi, il segmento incontra r in un punto.



A e B dalla stessa parte; B e C da parti opposte

E51 Semipiano e sua origine p. G9

Ciascuna delle due parti in cui una retta divide il piano. La retta è l'*origine* (o bordo) dei due semipiani.

Nota: nel nostro libro la retta di origine non fa parte né dell'uno né dell'altro semipiano.

E52 Semipiani opposti p. G9

I due semipiani che hanno la stessa origine.

E53 Punti dalla stessa parte e da parti opposte p. G9

Due punti stanno *dalla stessa parte* rispetto a una retta se appartengono allo stesso semipiano, *da parti opposte* se appartengono a semipiani opposti.

E54 Figura convessa p. G9

Una figura tale che, presi due suoi punti qualunque, il segmento che li unisce è tutto contenuto nella figura.

Es. un cerchio, un semipiano, un triangolo.



E55 Figura concava p. G9

Una figura non convessa: esistono almeno due suoi punti tali che il segmento che li unisce non è tutto contenuto nella figura.

Es. una stella, una mezzaluna.

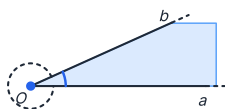
12 · Angoli

Nelle dispense: ¶ Definizione di angolo · ¶ Angoli consecutivi, adiacenti, opposti al vertice

E56 Angolo p. G9

Ciascuna delle due parti di piano individuate da due semirette che hanno la stessa origine, semirette comprese.

Attenzione: due semirette con la stessa origine individuano *due* angoli; bisogna dire, o segnare con un archetto, di quale si parla.



l'angolo convesso (colorato) e l'angolo concavo (archetto tratteggiato)

E57 Latî e vertice dell'angolo p. G9

I *latî* sono le due semirette; il *vertice* è la loro origine comune.

E58 Punti interni all'angolo p. G10

I punti dell'angolo che non appartengono ai lati.

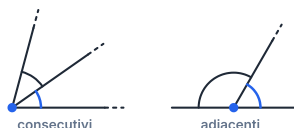
E59 Simboli per gli angoli p. G10

$a\hat{O}b$ (le due semirette a , b e il vertice O con il «cappello»), $\angle ab$, oppure una lettera greca: α , β , γ .

Es. con tre punti: $A\hat{O}B$ è l'angolo di vertice O i cui lati passano per A e per B .

E60 Angoli consecutivi p. G10

Due angoli che hanno in comune il vertice e un lato, e nessun altro punto.



E61 Angoli adiacenti p. G10

Due angoli consecutivi i cui lati non comuni sono semirette opposte.

E62 Angolo piatto p. G10

Un angolo i cui lati sono semirette opposte. Coincide con un semipiano (con la sua origine).

Misura: 180° , cioè π radianti.

E63 Angolo giro p. G10

L'angolo i cui lati coincidono e che comprende tutti i punti del piano.

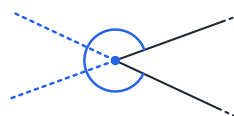
Misura: 360° , cioè 2π radianti.

E64 Angolo nullo p. G10

L'angolo i cui lati coincidono e che comprende soltanto i punti dei lati.

E65 Angolo convesso e angolo concavo (criterio dei prolungamenti) p. G10

Un angolo è *concavo* se contiene i prolungamenti dei propri lati, *convesso* se non li contiene. È un secondo criterio, accanto a quello generale delle figure convesse.



l'angolo concavo (archetto blu) contiene i prolungamenti dei lati (tratteggiati)

E66 Casi particolari: piatto, giro, nullo p. G10

L'angolo piatto è convesso per tutti e due i criteri. L'angolo giro lo diciamo convesso. Per l'angolo nullo la risposta dipende dal criterio che si usa (segmenti o prolungamenti): è un caso ambiguo.

13 · Congruenza e trasporto

Nelle dispense: ¶ Confronto di segmenti

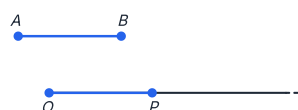
- E67 Figure uguali** p. G11
Due figure formate dagli stessi punti: sono la stessa figura.
- E68 Figure congruenti** p. G11
Due figure che si possono sovrapporre punto per punto con un movimento rigido.
Es. due fogli A4 sono congruenti ma non uguali: sono due figure diverse, sovrapponibili.
- E69 Simbolo di congruenza** p. G11
 $\cong$ Si legge «è congruente a».
Es. $AB \cong CD$.
- E70 Movimento rigido** p. G11
Uno spostamento che non deforma le figure: non le allunga, non le piega, non le strappa.
- E71 Rotazione e ribaltamento** p. G11
Due movimenti rigidi: nella *rotazione* la figura gira attorno a un punto restando sul piano; nel *ribaltamento* esce dal piano e vi ritorna capovolta.
- E72 Simbolo di figura** p. G11
Una lettera maiuscola corsiva: *F*, *G*.
Es. $F \cong G$: la figura *F* è congruente alla figura *G*.
- E73 Proprietà della congruenza: relazione di equivalenza** p. G11
La congruenza è *riflessiva* (ogni figura è congruente a sé stessa), *simmetrica* (se $F \cong G$ allora $G \cong F$) e *transitiva* (se $F \cong G$ e $G \cong H$ allora $F \cong H$). Una relazione con queste tre proprietà si chiama *relazione di equivalenza*.

- E74 Enti sempre congruenti** p. G11
Sono congruenti tra loro: tutti i punti, tutte le rette, tutte le semirette, tutti i piani, tutti i semipiani.

- E75 Trasporto di segmenti e di angoli** p. G11
Portare un segmento o un angolo in un'altra posizione con un movimento rigido. I due postulati che seguono (**P11** e **P12**) dicono che si può sempre fare, e in un solo modo.

- P11 Postulato del trasporto dei segmenti** p. G11
postulato

Dati un segmento AB e una semiretta di origine O , sulla semiretta esiste un solo punto P tale che $OP \cong AB$.



$OP \cong AB$

- P12 Postulato del trasporto degli angoli** p. G11
postulato

Dati un angolo $a\hat{O}b$ e una semiretta s di origine O' , in ciascuno dei due semipiani individuati da s esiste una sola semiretta p di origine O' tale che $s\hat{O}'p \cong a\hat{O}b$.

14 · Linee, circonferenza e cerchio

- E76 Linea piana** p. G12
Una figura del piano che si può tracciare senza staccare la penna dal foglio.
- E77 Linea retta e linea curva** p. G12
La retta è una particolare linea piana; una linea piana che non è una retta né una sua parte è una *linea curva*.
- E78 Arco e suoi estremi** p. G12
Un tratto di linea curva. I due punti che lo delimitano sono gli *estremi* dell'arco.
- E79 Versi di percorrenza. Linea chiusa** p. G12
Una linea si può percorrere in due versi. È *chiusa* se, percorrendola, si ritorna al punto di partenza; altrimenti è *aperta*.
- E80 Linea intrecciata e linea semplice** p. G12
È *intrecciata* se passa più di una volta per uno stesso punto; è *semplice* se non è intrecciata.

- E81 Punti interni e punti esterni a una linea chiusa** p. G12

Una linea chiusa semplice divide il piano in due regioni. La regione che non contiene rette intere è formata dai punti *interni*; l'altra, che contiene anche rette, dai punti *esterni*.



A è interno, B è esterno: il segmento AB taglia la linea

- P13 Postulato di partizione del piano mediante una linea chiusa** p. G12
postulato

Il segmento che unisce un punto interno e un punto esterno a una linea chiusa semplice interseca la linea in almeno un punto.

- E82 Circonferenza, centro e raggio** p. G12
L'insieme di tutti i punti del piano che hanno da un punto C distanza uguale a un segmento dato r . C è il *centro*, r il *raggio*.



E83 Raggio (come segmento) p. G12

Ciascuno degli infiniti segmenti che uniscono il centro a un punto della circonferenza. Sono tutti congruenti.

E84 Arco di circonferenza p. G12

Un arco che fa parte di una circonferenza.

15 · Poligoni**E86 Poligono** p. G12

La figura formata da una poligonale chiusa non intrecciata e da tutti i suoi punti interni.

E87 Poligono convesso e poligono concavo p. G12

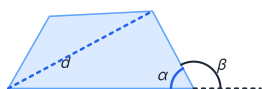
Un poligono può essere una figura convessa oppure concava (una stella è un poligono concavo). Quando diciamo «poligono» senza aggiungere altro intendiamo un poligono convesso.

E88 Latî e vertici del poligono p. G12

I *lati* sono i segmenti della poligonale; i *vertici* sono i loro estremi.

E89 Angoli interni p. G12

Gli angoli convessi formati dalle semirette di due lati consecutivi. Spesso si dice soltanto «gli angoli del poligono».



α angolo interno, β angolo esterno, d diagonale

E85 Cerchio p. G12

La figura formata da una circonferenza e da tutti i suoi punti interni.

Attenzione: la circonferenza è una linea, il cerchio è una superficie.

P14 Postulato della circonferenza p. G12

postulato

Dati un punto C e un segmento r , esiste una e una sola circonferenza di centro C e raggio r .

E90 Angoli esterni p. G12

Gli angoli adiacenti agli angoli interni: ciascuno è formato da un lato e dal prolungamento del lato consecutivo. A ogni angolo interno corrispondono due angoli esterni.

Vedi: i due angoli esterni sono congruenti perché opposti al vertice (**T6**).

E91 Diagonali p. G12

I segmenti che hanno per estremi due vertici non consecutivi.

E92 Poligono equilatero p. G12

Un poligono con tutti i lati congruenti.

Es. il rombo.

E93 Poligono equiangolo p. G12

Un poligono con tutti gli angoli congruenti.

Es. il rettangolo.

E94 Poligono regolare p. G12

Un poligono equilatero ed equiangolo.

Es. il quadrato, il triangolo equilatero.

E95 Nomi dei poligoni p. G13

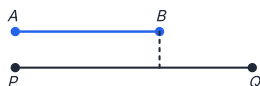
Secondo il numero dei lati (e non importa che siano regolari): triangolo (3), quadrilatero (4), pentagono (5), esagono (6), ettagono (7), ottagono (8), ennagono (9), decagono (10), endecagono (11), dodecagono (12).

16 · Confronto e operazioni con segmenti e angoli

Nelle dispense: ¶ Confronto di segmenti · ¶ Operazioni con i segmenti

E96 Confronto di due segmenti p. G13

Si trasporta AB su PQ (**P11**) facendo coincidere A con P , sulla semiretta PQ . Se B coincide con Q , $AB \cong PQ$; se B è interno a PQ , $AB < PQ$; se B è esterno a PQ , $AB > PQ$.



$AB < PQ$

E97 Confronto di due angoli p. G13

Si trasporta l'angolo $\angle ab$ su $\angle rs$ facendo coincidere i vertici e il lato a con r , dalla stessa parte. Se b coincide con s i due angoli sono congruenti; se b è interno a $\angle rs$ il primo è minore; se b è esterno il primo è maggiore.

E98 Somma di due segmenti p. G13

Messi i due segmenti in posizione adiacente, la somma è il segmento che ha per estremi gli estremi non comuni.

In formula: $AB + BC \cong AC$.



$AB + BC \cong AC$

E99 Somma di due angoli p. G13

Messi i due angoli in posizione consecutiva, la somma è l'angolo che ha per lati i lati non comuni.

In formula: $\angle ab + \angle bc \cong \angle ac$.

E100 Differenza di due segmenti p. G15

La differenza $AC - AB$ (con $AC > AB$) è il segmento che, sommato ad AB , dà AC .

In formula: $BC \cong AC - AB$.

E101 Differenza di due angoli p. G15

La differenza $\angle ac - \angle ab$ è l'angolo che, sommato ad $\angle ab$, dà $\angle ac$.

E102 Notazione a una lettera p. G15

Un segmento si può indicare con una sola lettera minuscola (a, b), un angolo con una lettera greca (α, β).

P15 Postulato della somma e differenza di segmenti congruenti postulato p. G15

Somme e differenze di segmenti ordinatamente congruenti sono congruenti: se $a \cong a'$ e $b \cong b'$, allora $a + b \cong a' + b'$ e (se $a > b$) $a - b \cong a' - b'$.

P16 Postulato della somma e differenza di angoli congruenti postulato p. G15

Se $\alpha \cong \alpha'$ e $\beta \cong \beta'$, allora $\alpha + \beta \cong \alpha' + \beta'$ e (se $\alpha > \beta$) $\alpha - \beta \cong \alpha' - \beta'$.

P17 Postulato della somma di segmenti ordinatamente disuguali postulato p. G15

Se $a > b$ e $c > d$, allora $a + c > b + d$.

Nota: qui non si parla di congruenze, ma di disuguaglianze.

P18 Postulato della somma di angoli ordinatamente disuguali postulato p. G15

Se $\alpha > \beta$ e $\gamma > \omega$, allora $\alpha + \gamma > \beta + \omega$.

E103 Proprietà dell'addizione di segmenti e di angoli p. G15

Valgono la proprietà *commutativa* e la proprietà *associativa*, come per i numeri.

E104 Proprietà invariantiva della sottrazione p. G15

La differenza di due segmenti (o di due angoli) non cambia se a entrambi si aggiunge o si toglie uno stesso segmento (o angolo).

E105 Elementi neutri: segmento nullo e angolo nullo p. G15

Sommare o sottrarre il segmento nullo non cambia un segmento; sommare o sottrarre l'angolo nullo non cambia un angolo.

17 · Costruzioni, multipli, punto medio e bisettrice

Nelle dispense: ¶ Punto medio di un segmento · ¶ Bisettrice di un angolo

E106 Costruzione con riga e compasso p. G16

Un disegno eseguito usando soltanto una riga *non graduata* (per tracciare rette) e un compasso (per tracciare circonferenze e riportare distanze). Niente squadretta, niente goniometro.

C1 Trasporto di un segmento costruzione p. G16

Dati un segmento AB e una semiretta s di origine O , si costruisce su s un segmento congruente ad AB . **1.** Si apre il compasso con le punte in A e in B : l'apertura è «la lunghezza» di AB . **2.** Senza cambiare apertura si punta in O e si traccia un archetto che taglia s in un punto P . **3.** Il segmento OP è quello cercato: $OP \cong AB$.

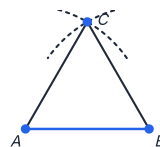
Perché funziona: l'archetto è un pezzo della circonferenza di centro O e raggio AB (**E82**): tutti i suoi punti, e quindi anche P , distano da O quanto AB . Che il punto P esista e sia unico lo dice **P11**: la costruzione lo trova. **Con GeoGebra:** Circonferenza(O , Segmento(A , B)), Interseca.



$OP \cong AB$ · ① apertura del compasso su AB ; ② stessa apertura, archetto di centro O

C2 Triangolo equilatero di lato dato costruzione p. G16

Con apertura AB si punta in A e poi in B : i due archi si incontrano in un punto C equidistante dagli estremi. ABC è il triangolo equilatero.

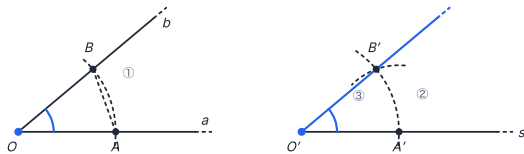


C3 Angolo congruente a un angolo dato p. G17

costruzione

Dati l'angolo $\alpha\hat{O}b$ e una semiretta s di origine O' , si costruisce su s un angolo congruente ad $\alpha\hat{O}b$. **1.** Si punta il compasso in O , con un'apertura qualunque, e si traccia un arco che taglia i lati in A (su a) e in B (su b). **2.** Con la *stessa* apertura si punta in O' e si traccia un arco uguale, che taglia s in A' . **3.** Si apre il compasso sulla distanza AB ; con questa apertura si punta in A' e si traccia un archetto che taglia l'arco precedente in B' . **4.** La semiretta $O'B'$ è il secondo lato: l'angolo $A'\hat{O}'B'$ è congruente ad $\alpha\hat{O}b$.

Perché funziona: i triangoli OAB e $O'A'B'$ hanno i tre lati ordinatamente congruenti ($OA \cong O'A'$ e $OB \cong O'B'$ per la prima apertura, $AB \cong A'B'$ per la seconda), quindi sono congruenti, e lo sono anche i loro angoli in O e in O' . Lo giustificheremo con il terzo criterio di congruenza dei triangoli: per ora, come per **C4** e **C5**, la costruzione si accetta. Che un angolo così esista, e sia unico da ciascuna parte di s , lo dice **P12**. **Con GeoGebra:** Circonferenza(O , r), Circonferenza(O' , r), Circonferenza(A' , Distanza(A , B)), Interseca.



$A'\hat{O}'B' \cong \alpha\hat{O}b$ · ① arco di apertura qualunque da O ; ② lo stesso arco da O' ; ③ archetto di apertura AB da A'

E107 Multiplo di un segmento secondo n p. G17

La somma di n segmenti congruenti al segmento dato.

In formula: $b \cong n \cdot a$.

E108 Sottomultiplo di un segmento secondo n p. G17

Il segmento di cui il segmento dato è multiplo secondo n : è la sua n -esima parte.

In formula: $a \cong b/n$.

E109 Multiplo e sottomultiplo di un angolo secondo n p. G17

Come per i segmenti: il multiplo è la somma di n angoli congruenti all'angolo dato; il sottomultiplo è la sua n -esima parte.

E110 Angoli maggiori di un angolo giro p. G18

Si ottengono pensando l'angolo come una rotazione: dopo un giro completo la semiretta continua a ruotare.

Es. un giro e mezzo è un angolo di 540° .

P19 Postulato di Eudosso-Archimede e di divisibilità postulato p. G18

Dati due segmenti (o due angoli) disuguali, esiste sempre un multiplo del minore che supera il maggiore. Inoltre ogni segmento (o angolo) si può dividere in un numero qualunque di parti congruenti.

In breve: non esistono segmenti così piccoli da non poter superare, sommandoli, uno grande; né segmenti che non si possano dividere.

E111 Punto medio di un segmento p. G18

Il punto che divide il segmento in due segmenti congruenti.

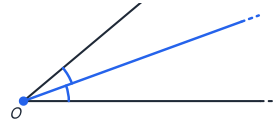
In formula: M è punto medio di AB se $AM \cong MB$.



$AM \cong MB$

E112 Bisettrice di un angolo p. G18

La semiretta, con origine nel vertice, che divide l'angolo in due angoli congruenti.

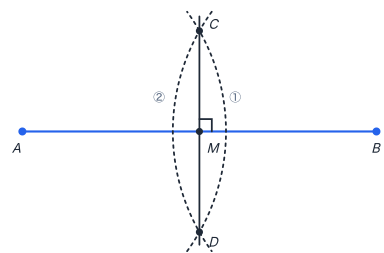


C4 Punto medio di un segmento p. G18

costruzione

Dato il segmento AB , si costruisce il suo punto medio M . **1.** Si apre il compasso con un'apertura maggiore di metà di AB (va bene anche AB stesso); si punta in A e si traccia un arco da una parte e dall'altra del segmento. **2.** Con la *stessa* apertura si punta in B e si traccia un secondo arco: i due archi si incontrano in due punti C e D , uno per parte. **3.** Si traccia la retta CD : taglia AB in M , il punto medio, e lo taglia ad angolo retto.

Perché funziona: C e D distano da A quanto da B (stessa apertura). I triangoli ACD e BCD hanno i tre lati ordinatamente congruenti, quindi sono congruenti; da qui, con il primo criterio, si ricava che i triangoli ACM e BCM sono congruenti e quindi $AM \cong MB$. Lo giustificheremo con i criteri di congruenza: per ora la costruzione si accetta. Che il punto medio esista e sia unico lo dice **P20**. **Attenzione:** con un'apertura minore di metà segmento i due archi non si incontrano. **Con GeoGebra:** Circonferenza(A , Segmento(A , B)), Circonferenza(B , Segmento(A , B)), Interseca, Retta(C , D), Interseca.

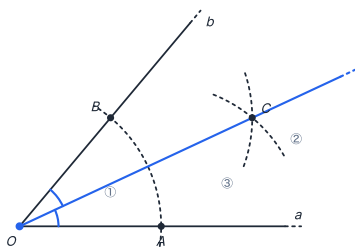


$AM \cong MB$ · ① arco di centro A ; ② arco di centro B , stessa apertura (maggiore di metà AB); la retta CD taglia AB in M

C5 Bisettrice di un angolo costruzione p. G18

Dato l'angolo $\alpha\hat{O}b$, si costruisce la semiretta che lo divide a metà. **1.** Si punta il compasso in O , con un'apertura qualunque, e si traccia un arco che taglia i lati in A (su a) e in B (su b). **2.** Si punta in A e poi in B , con una stessa apertura (comoda quella di prima): i due archetti si incontrano in un punto C interno all'angolo. **3.** La semiretta OC è la bisettrice: $\angle AOC \cong \angle COB$.

Perché funziona: i triangoli OAC e OBC hanno $OA \cong OB$ (primo arco), $AC \cong BC$ (secondo e terzo arco) e il lato OC in comune: tre lati ordinatamente congruenti, quindi sono congruenti e lo sono anche i loro angoli in O . È lo stesso ragionamento di **C3**: lo giustificheremo con il terzo criterio di congruenza. Che la bisettrice esista e sia unica lo dice **P21**. **Con GeoGebra:** Circonferenza(O , r), Interseca, Circonferenza(A , r), Circonferenza(B , r), Interseca, Semiretta(O , C).



$\angle AOC \cong \angle COB$ · ① arco di apertura qualunque da O ; ② archetto da A ; ③ archetto da B , stessa apertura di ②

P20 Postulato dell'esistenza e unicità del punto medio postulato p. G19

Ogni segmento ha un punto medio e uno solo.

P21 Postulato dell'esistenza e unicità della bisettrice postulato p. G19

Ogni angolo ha una bisettrice e una sola.

P22 Postulato della congruenza di multipli e sottomultipli postulato p. G19

Multipli (o sottomultipli) secondo lo stesso numero di segmenti congruenti sono congruenti. Lo stesso vale per gli angoli.

In formula: se $a \cong b$ allora $n \cdot a \cong n \cdot b$ e $a/n \cong b/n$.

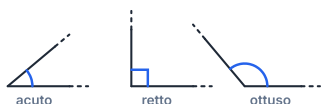
18 · Angoli particolari e primi teoremi

Nelle dispense: **¶ Classificazione degli angoli** · **¶ Angoli complementari, supplementari, esplementari**

E113 Angolo retto p. G19

La metà di un angolo piatto.

Misura: 90° , cioè $\pi/2$ radianti.



E114 Angolo acuto p. G19

Un angolo minore di un angolo retto.

E115 Angolo ottuso p. G19

Un angolo maggiore di un angolo retto e minore di un angolo piatto.

E116 π e $\pi/2$ p. G19

Scritture abbreviate: π indica l'angolo piatto, $\pi/2$ l'angolo retto, 2π l'angolo giro.

T3 Tutti gli angoli retti sono congruenti teorema p. G20

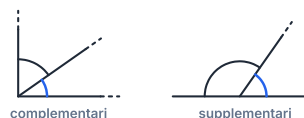
Tutti i semipiani sono congruenti, quindi lo sono tutti gli angoli piatti; allora sono congruenti le loro metà, gli angoli retti. Lo stesso vale per qualunque frazione o multiplo: un terzo di angolo piatto è congruente a ogni altro terzo di angolo piatto.

Si usano: la congruenza di tutti i semipiani (**E74**) e il postulato dei multipli e sottomultipli (**P22**).

E117 Angoli complementari p. G20

Due angoli la cui somma è un angolo retto.

Es. 30° e 60° .



E118 Angoli supplementari p. G20

Due angoli la cui somma è un angolo piatto.

Es. 30° e 150° . Due angoli adiacenti sono sempre supplementari.

E119 Angoli esplementari p. G20

Due angoli la cui somma è un angolo giro.

Es. 30° e 330° .

T4 Complementari di uno stesso angolo teorema p. G20

Se due angoli sono complementari di uno stesso angolo, allora sono congruenti.

Dimostrazione: se $\alpha + \gamma \cong \pi/2$ e $\beta + \gamma \cong \pi/2$, allora α e β sono entrambi la differenza tra un angolo retto e γ : per il postulato della differenza di angoli congruenti (**P16**), $\alpha \cong \beta$.

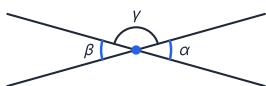
T5 Complementari di angoli congruenti p. G20
teorema

Se due angoli sono complementari di due angoli congruenti, allora sono congruenti.

Nota: enunciato senza dimostrazione; si procede come in T4.

E120 Angoli opposti al vertice p. G20

Due angoli che hanno il vertice in comune e tali che i lati dell'uno sono i prolungamenti dei lati dell'altro.



α e β sono opposti al vertice; γ è adiacente a tutti e due

T6 Teorema degli angoli opposti al vertice p. G21
teorema

Se due angoli sono opposti al vertice, allora sono congruenti.

Dimostrazione: siano α e β i due angoli e γ uno dei due angoli compresi tra essi. α e γ sono adiacenti, quindi $\alpha + \gamma \cong \pi$; anche β e γ sono adiacenti, quindi $\beta + \gamma \cong \pi$. α e β sono la differenza tra un angolo piatto e lo stesso angolo γ : sono congruenti (E74 per gli angoli piatti, poi P16).

T7 Corollario: supplementari di uno stesso angolo p. G21
teorema

Angoli supplementari di uno stesso angolo, o di angoli congruenti, sono congruenti.

T8 Corollario: esplementari di uno stesso angolo p. G21
teorema

Angoli esplementari di uno stesso angolo, o di angoli congruenti, sono congruenti.

19 · Lunghezze, ampiezze, misure

Nelle dispense: ¶ Misura di un segmento · ¶ Misura sessagesimale degli angoli

E121 Lunghezza di un segmento p. G21

La proprietà comune a tutti i segmenti congruenti a quel segmento.

In breve: segmenti congruenti hanno la stessa lunghezza, e viceversa.

E122 Ordinamento delle lunghezze p. G22

Le lunghezze si ordinano come i segmenti: se un segmento è maggiore di un altro, anche la sua lunghezza è maggiore, e viceversa.

E123 Distanza tra due punti p. G22

La lunghezza del segmento che li unisce.

E124 Ampiezza di un angolo p. G22

La proprietà comune a tutti gli angoli congruenti a quell'angolo.

In breve: angoli congruenti hanno la stessa ampiezza, e viceversa.

E125 Misura di un segmento rispetto a un'unità p. G22

Scelto un segmento AB come unità di misura, la misura di PQ è il numero che dice quante volte l'unità sta in PQ .

In formula: se $PQ \cong (m/n) \cdot AB$, la misura di PQ rispetto ad AB è la frazione m/n .

E126 Segmenti commensurabili e incommensurabili p. G22

Due segmenti sono *commensurabili* se hanno un sottomultiplo comune, cioè se la misura dell'uno rispetto all'altro è una frazione m/n . Non tutte le coppie di segmenti lo sono: quando non lo sono si dicono *incommensurabili*.

E127 Simbolo della misura p. G22

La barretta sopra: $\overline{PQ}$ è la misura del segmento PQ . È un numero, non un segmento.

E128 Misura di segmenti incommensurabili p. G22

Se PQ e l'unità AB sono incommensurabili, la misura di PQ è un numero reale irrazionale.

E129 Un esempio di segmenti incommensurabili p. G23

In un triangolo rettangolo con l'ipotenusa di misura 4 e un cateto di misura 3, l'altro cateto misura $\sqrt{7}$: è incommensurabile con gli altri due lati.

E130 Misura e commensurabilità degli angoli p. G23

Tutto quanto detto per i segmenti vale per gli angoli: scelto un angolo come unità, la misura di un angolo è il numero che dice quante volte l'unità vi è contenuta.

E131 Grado p. G23

L'unità di misura più usata per gli angoli: è la 360-esima parte dell'angolo giro, cioè la 90-esima parte dell'angolo retto.

Es. angolo retto 90° , angolo piatto 180° , angolo giro 360° .

★ Tabelle di riferimento

Le sigle servono per i rimandi nelle dimostrazioni: «per P11», «per T6». Toccando una sigla si va alla voce.

I 22 postulati

Si accettano senza dimostrazione.

P1	Primo postulato di appartenenza. A una retta appartengono almeno due punti distinti; a un piano appartengono almeno tre punti distinti e non allineati.	G4
P2	Secondo postulato di appartenenza. Due punti distinti appartengono a una retta e a una sola. <i>Esistenza e unicità:</i> per due punti passa una retta, e non ce n'è un'altra.	G4
P3	Terzo postulato di appartenenza. Tre punti distinti e non allineati appartengono a un piano e a uno solo. <i>Esistenza e unicità</i> del piano.	G4
P4	Quarto postulato di appartenenza. Considerata una retta su un piano, c'è almeno un punto del piano che non appartiene alla retta.	G4
P5	Quinto postulato di appartenenza. Se una retta passa per due punti di un piano, allora appartiene al piano: tutti i suoi punti sono punti del piano.	G5
P6	Primo postulato d'ordine (ordinamento totale). Dati due punti distinti A e B di una retta orientata, o A precede B oppure B precede A : vale una sola delle due.	G6
P7	Secondo postulato d'ordine (transitività). Se A precede B e B precede C , allora A precede C .	G6
P8	Terzo postulato d'ordine (illimitatezza). Su una retta non esistono né un primo né un ultimo punto: ogni punto ne ha uno che lo precede e uno che lo segue.	G6
P9	Quarto postulato d'ordine (densità). Dati due punti distinti di una retta, c'è sempre almeno un punto della retta compreso tra i due.	G6
P10	Postulato di partizione del piano mediante una retta. Una retta r di un piano divide i punti del piano che non le appartengono in due insiemi, tali che: se due punti stanno nello stesso insieme, il segmento che li unisce non incontra r ; se stanno in insiemi diversi, il segmento incontra r in un punto.	G9
P11	Postulato del trasporto dei segmenti. Dati un segmento AB e una semiretta di origine O , sulla semiretta esiste un solo punto P tale che $OP \cong AB$.	G11
P12	Postulato del trasporto degli angoli. Dati un angolo $a\hat{O}b$ e una semiretta s di origine O' , in ciascuno dei due semipiani individuati da s esiste una sola semiretta p di origine O' tale che $s\hat{O}'p \cong a\hat{O}b$.	G11
P13	Postulato di partizione del piano mediante una linea chiusa. Il segmento che unisce un punto interno e un punto esterno a una linea chiusa semplice interseca la linea in almeno un punto.	G12
P14	Postulato della circonferenza. Dati un punto C e un segmento r , esiste una e una sola circonferenza di centro C e raggio r .	G12
P15	Postulato della somma e differenza di segmenti congruenti. Somme e differenze di segmenti ordinatamente congruenti sono congruenti: se $a \cong a'$ e $b \cong b'$, allora $a + b \cong a' + b'$ e (se $a > b$) $a - b \cong a' - b'$.	G15
P16	Postulato della somma e differenza di angoli congruenti. Se $\alpha \cong \alpha'$ e $\beta \cong \beta'$, allora $\alpha + \beta \cong \alpha' + \beta'$ e (se $\alpha > \beta$) $\alpha - \beta \cong \alpha' - \beta'$.	G15
P17	Postulato della somma di segmenti ordinatamente disuguali. Se $a > b$ e $c > d$, allora $a + c > b + d$.	G15
P18	Postulato della somma di angoli ordinatamente disuguali. Se $\alpha > \beta$ e $\gamma > \omega$, allora $\alpha + \gamma > \beta + \omega$.	G15
P19	Postulato di Eudosso-Archimede e di divisibilità. Dati due segmenti (o due angoli) disuguali, esiste sempre un multiplo del minore che supera il maggiore. Inoltre ogni segmento (o angolo) si può dividere in un numero qualunque di parti congruenti.	G18
P20	Postulato dell'esistenza e unicità del punto medio. Ogni segmento ha un punto medio e uno solo.	G19
P21	Postulato dell'esistenza e unicità della bisettrice. Ogni angolo ha una bisettrice e una sola.	G19

P22	Postulato della congruenza di multipli e sottomultipli. Multipli (o sottomultipli) secondo lo stesso numero di segmenti congruenti sono congruenti. Lo stesso vale per gli angoli.	G19
------------	---	-----

I 8 teoremi e corollari

Si dimostrano (o si potrebbero dimostrare) a partire dai postulati.

T1	Per un punto passano infinite rette. Per un punto di un piano passano infinite rette del piano. Si deduce dai postulati; la dimostrazione è laboriosa e non la svolgiamo.	G6
T2	Ogni piano contiene infiniti punti e infinite rette. Si deduce dai postulati di appartenenza e d'ordine; anche questa dimostrazione non la svolgiamo.	G6
T3	Tutti gli angoli retti sono congruenti. Tutti i semipiani sono congruenti, quindi lo sono tutti gli angoli piatti; allora sono congruenti le loro metà, gli angoli retti. Lo stesso vale per qualunque frazione o multiplo: un terzo di angolo piatto è congruente a ogni altro terzo di angolo piatto.	G20
T4	Complementari di uno stesso angolo. Se due angoli sono complementari di uno stesso angolo, allora sono congruenti.	G20
T5	Complementari di angoli congruenti. Se due angoli sono complementari di due angoli congruenti, allora sono congruenti.	G20
T6	Teorema degli angoli opposti al vertice. Se due angoli sono opposti al vertice, allora sono congruenti.	G21
T7	Corollario: supplementari di uno stesso angolo. Angoli supplementari di uno stesso angolo, o di angoli congruenti, sono congruenti.	G21
T8	Corollario: esplementari di uno stesso angolo. Angoli esplementari di uno stesso angolo, o di angoli congruenti, sono congruenti.	G21

Le 5 costruzioni con riga e compasso

C1	Trasporto di un segmento. Dati un segmento AB e una semiretta s di origine O , si costruisce su s un segmento congruente ad AB . 1. Si apre il compasso con le punte in A e in B : l'apertura è «la lunghezza» di AB . 2. Senza cambiare apertura si punta in O e si traccia un archetto che taglia s in un punto P . 3. Il segmento OP è quello cercato: $OP \cong AB$.	G16
C2	Triangolo equilatero di lato dato. Con apertura AB si punta in A e poi in B : i due archi si incontrano in un punto C equidistante dagli estremi. ABC è il triangolo equilatero.	G16
C3	Angolo congruente a un angolo dato. Dati l'angolo $a\hat{O}b$ e una semiretta s di origine O' , si costruisce su s un angolo congruente ad $a\hat{O}b$. 1. Si punta il compasso in O , con un'apertura qualunque, e si traccia un arco che taglia i lati in A (su a) e in B (su b). 2. Con la <i>stessa</i> apertura si punta in O' e si traccia un arco uguale, che taglia s in A' . 3. Si apre il compasso sulla distanza AB ; con questa apertura si punta in A' e si traccia un archetto che taglia l'arco precedente in B' . 4. La semiretta $O'B'$ è il secondo lato: l'angolo $A'\hat{O}'B'$ è congruente ad $a\hat{O}b$.	G17
C4	Punto medio di un segmento. Dato il segmento AB , si costruisce il suo punto medio M . 1. Si apre il compasso con un'apertura maggiore di metà di AB (va bene anche AB stesso); si punta in A e si traccia un arco da una parte e dall'altra del segmento. 2. Con la <i>stessa</i> apertura si punta in B e si traccia un secondo arco: i due archi si incontrano in due punti C e D , uno per parte. 3. Si traccia la retta CD : taglia AB in M , il punto medio, e lo taglia ad angolo retto.	G18
C5	Bisettrice di un angolo. Dato l'angolo $a\hat{O}b$, si costruisce la semiretta che lo divide a metà. 1. Si punta il compasso in O , con un'apertura qualunque, e si traccia un arco che taglia i lati in A (su a) e in B (su b). 2. Si punta in A e poi in B , con una stessa apertura (comoda quella di prima): i due archetti si incontrano in un punto C interno all'angolo. 3. La semiretta OC è la bisettrice: $A\hat{O}C \cong C\hat{O}B$.	G18

I 131 enti e definizioni

Solo i nomi, nell'ordine del libro.

E1	Geometria del piano	G1
E2	Oggetti geometrici e proprietà	G1

E3	Definizione	G1
E4	Enti geometrici	G1
E5	Enti primitivi	G1
E6	Punto	G1
E7	Retta	G1
E8	Piano	G1
E9	Convenzioni per rappresentare punti, rette e piani	G1
E10	Figura geometrica	G2
E11	Spazio	G2
E12	Figura piana	G2
E13	Figura solida	G2
E14	Postulati	G2
E15	Assiomi	G2
E16	Proposizione	G2
E17	Proposizione logica	G2
E18	Teorema	G2
E19	Dimostrazione	G2
E20	Ipotesi	G2
E21	Tesi	G2
E22	Corollario	G3
E23	Teorema inverso o reciproco	G3
E24	Illusione ottica	G3
E25	Metodo ipotetico-deduttivo o assiomatico	G3
E26	Elementi di Euclide	G3
E27	Geometria euclidea	G3
E28	Postulati di appartenenza	G4
E29	Appartenenza di un ente a un altro	G4
E30	Simbolo di appartenenza	G4
E31	Simbolo di non appartenenza	G4
E32	«Stare su», «giacere su», «passare per»	G4
E33	Rette incidenti	G5
E34	Postulati d'ordine	G6
E35	Retta orientata	G6
E36	Relazione d'ordine	G6
E37	Fascio proprio di rette e suo centro	G6

E38	Figure geometriche fondamentali	G7
E39	Semiretta e sua origine	G7
E40	Semirette opposte	G7
E41	Segmento e suoi estremi	G8
E42	Punti interni a un segmento	G8
E43	Segmento nullo	G8
E44	Prolungamenti di un segmento	G8
E45	Segmenti consecutivi	G8
E46	Segmenti adiacenti	G8
E47	Poligonale (o spezzata)	G8
E48	Primo e ultimo estremo di una poligonale	G8
E49	Poligonale aperta e poligonale chiusa	G8
E50	Poligonale intrecciata e non intrecciata	G8
E51	Semipiano e sua origine	G9
E52	Semipiani opposti	G9
E53	Punti dalla stessa parte e da parti opposte	G9
E54	Figura convessa	G9
E55	Figura concava	G9
E56	Angolo	G9
E57	Lati e vertice dell'angolo	G9
E58	Punti interni all'angolo	G10
E59	Simboli per gli angoli	G10
E60	Angoli consecutivi	G10
E61	Angoli adiacenti	G10
E62	Angolo piatto	G10
E63	Angolo giro	G10
E64	Angolo nullo	G10
E65	Angolo convesso e angolo concavo (criterio dei prolungamenti)	G10
E66	Casi particolari: piatto, giro, nullo	G10
E67	Figure uguali	G11
E68	Figure congruenti	G11
E69	Simbolo di congruenza	G11
E70	Movimento rigido	G11
E71	Rotazione e ribaltamento	G11
E72	Simbolo di figura	G11

E73	Proprietà della congruenza: relazione di equivalenza	G11
E74	Enti sempre congruenti	G11
E75	Trasporto di segmenti e di angoli	G11
E76	Linea piana	G12
E77	Linea retta e linea curva	G12
E78	Arco e suoi estremi	G12
E79	Versi di percorrenza. Linea chiusa	G12
E80	Linea intrecciata e linea semplice	G12
E81	Punti interni e punti esterni a una linea chiusa	G12
E82	Circonferenza, centro e raggio	G12
E83	Raggio (come segmento)	G12
E84	Arco di circonferenza	G12
E85	Cerchio	G12
E86	Poligono	G12
E87	Poligono convesso e poligono concavo	G12
E88	Lati e vertici del poligono	G12
E89	Angoli interni	G12
E90	Angoli esterni	G12
E91	Diagonali	G12
E92	Poligono equilatero	G12
E93	Poligono equiangolo	G12
E94	Poligono regolare	G12
E95	Nomi dei poligoni	G13
E96	Confronto di due segmenti	G13
E97	Confronto di due angoli	G13
E98	Somma di due segmenti	G13
E99	Somma di due angoli	G13
E100	Differenza di due segmenti	G15
E101	Differenza di due angoli	G15
E102	Notazione a una lettera	G15
E103	Proprietà dell'addizione di segmenti e di angoli	G15
E104	Proprietà invariantiva della sottrazione	G15
E105	Elementi neutri: segmento nullo e angolo nullo	G15
E106	Costruzione con riga e compasso	G16
E107	Multiplo di un segmento secondo n	G17

E108	Sottomultiplo di un segmento secondo n	G17
E109	Multiplo e sottomultiplo di un angolo secondo n	G17
E110	Angoli maggiori di un angolo giro	G18
E111	Punto medio di un segmento	G18
E112	Bisettrice di un angolo	G18
E113	Angolo retto	G19
E114	Angolo acuto	G19
E115	Angolo ottuso	G19
E116	π e $\pi/2$	G19
E117	Angoli complementari	G20
E118	Angoli supplementari	G20
E119	Angoli esplementari	G20
E120	Angoli opposti al vertice	G20
E121	Lunghezza di un segmento	G21
E122	Ordinamento delle lunghezze	G22
E123	Distanza tra due punti	G22
E124	Ampiezza di un angolo	G22
E125	Misura di un segmento rispetto a un'unità	G22
E126	Segmenti commensurabili e incommensurabili	G22
E127	Simbolo della misura	G22
E128	Misura di segmenti incommensurabili	G22
E129	Un esempio di segmenti incommensurabili	G23
E130	Misura e commensurabilità degli angoli	G23
E131	Grado	G23