

Dispense di Fisica

Raccolta modulare per il liceo scientifico

Giovanni Nicco

7 agosto 2026

Colophon

Dispense di Fisica

Raccolta modulare per il liceo scientifico

Giovanni Nicco

Edizione: prima edizione

Versione: 7 agosto 2026

Sito: giovanninicco.com



Dispense di Fisica di Giovanni Nicco
è distribuita con licenza **CC BY-NC-SA 4.0**
(Creative Commons Attribuzione — Non commerciale — Condividi allo stesso modo
4.0 Internazionale).

Sei libero di:

- **condividere** — riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare quest'opera con qualsiasi mezzo e formato;
- **modificare** — remixare, trasformare il materiale e basarti su di esso per le tue opere.

Alle seguenti condizioni:

- **Attribuzione** (BY) — devi riconoscere una menzione di paternità adeguata, fornire un link alla licenza e indicare se sono state effettuate modifiche;
- **Non commerciale** (NC) — non puoi utilizzare il materiale per scopi commerciali;
- **Condividi allo stesso modo** (SA) — se trasformi il materiale o ti basi su di esso, devi distribuire i tuoi contributi con la stessa licenza del materiale originario.

Testo completo della licenza:

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.it>

Note tecniche. Questo documento è stato composto con L^AT_EX (motore pdf_lat_ex), font Latin Modern. Le figure sono realizzate con TikZ e pgfplots. Box didattici tramite tcolorbox. Unità di misura tramite siunitx. Nella stesura e nella revisione ci si è avvalsi dell'assistenza di Claude, modello linguistico di Anthropic; la selezione, la verifica e la cura dei contenuti sono dell'autore.

Segnalazioni di errori, suggerimenti e contributi sono benvenuti.

Presentazione

Queste dispense nascono dall'esperienza di anni di insegnamento della fisica al Liceo Scientifico, con l'obiettivo di offrire agli studenti un materiale di studio **rigoroso ma accessibile**, capace di accompagnare sia lo studio quotidiano sia il ripasso in vista delle verifiche.

Ogni capitolo è strutturato in modo coerente:

- una breve **introduzione motivazionale**, che inquadra l'argomento nel contesto della fisica e della vita quotidiana;
- le **definizioni** e i **principi** fondamentali, presentati con rigore ma senza pedanteria;
- **figure TikZ** originali, costruite appositamente per chiarire i concetti e non come semplice decorazione;
- **esempi svolti** passo-passo, con attenzione alle unità di misura e alle cifre significative;
- **esercizi proposti** con soluzione, a difficoltà crescente.

Alla fine del volume trovate:

- un **formulario** con le equazioni più importanti;
- le principali **costanti fisiche**;
- un **indice analitico** per ritrovare rapidamente ogni concetto;
- una **sitografia** con i riferimenti bibliografici e i siti utili.

Buono studio!

Giovanni Nicco
giovanninicco.com

Prefazione metodologica

Come usare queste dispense

Le dispense sono progettate per essere usate *insieme* al libro di testo adottato in classe, non in sostituzione di esso. Il libro offre la trattazione sistematica; le dispense offrono **sintesi, metodo e pratica**.

Prima di una lezione: leggi l'introduzione del capitolo per avere una mappa mentale dell'argomento.

Durante la lezione: usa i box colorati come guida:

- i box **blu** (Definizione) contengono i concetti fondamentali da memorizzare;
- i box **verdi** (Legge / Esempio) mostrano come si applica la teoria;
- i box **arancioni** (Procedura) descrivono i passi da seguire per risolvere i problemi;
- i box **rossi** (Attenzione) segnalano gli errori più comuni.

Dopo la lezione: risolvi gli esercizi proposti *prima* di guardare le soluzioni. Solo così la pratica diventa competenza.

La filosofia del calcolo in fisica

In queste dispense l'algebra precede i numeri: si imposta la formula letterale, si semplificano le unità di misura come se fossero variabili algebriche, e solo alla fine si sostituiscono i valori numerici. Questo approccio — spesso chiamato **algebra-first** — permette di:

- verificare dimensionalmente ogni risultato;
- generalizzare la soluzione a casi simili;
- evitare errori di conversione nascosti.

Ogni risultato numerico è espresso con le corrette **cifre significative** e con l'**unità di misura** del SI.

Simboli usati nelle dispense

Simbolo / stile	Significato
$\vec{v}$	vettore (freccia sopra)
$\hat{v}$	versore (cappello)
$ \vec{v} $	modulo di un vettore
Δx	variazione di x (finale – iniziale)
$\bar{v}$	valore medio di v
x_0	valore iniziale di x
$\pm \Delta x$	incertezza assoluta
$\approx$	valore approssimato
$\propto$	proporzionalità diretta

Indice

Presentazione	iii
Prefazione metodologica	iv
0 Matematica per la fisica	1
0.1 Introduzione motivazionale	2
0.2 Notazione scientifica e potenze di 10	3
0.3 Calcoli con le potenze di 10	4
0.4 Equivalenze e prefissi	5
0.5 Rapporti, proporzioni, percentuali	6
0.6 Proporzionalità diretta, inversa, quadratica	6
0.7 Formule inverse	7
0.8 Grafici cartesiani per la fisica	8
0.9 Uso della calcolatrice scientifica	9
0.10 Esercizi proposti	9
1 Grandezze fisiche e misure	11
1.1 Il metodo sperimentale	13
1.1.1 Osservazione, modello, esperimento	13
1.1.2 Definizione operativa di grandezza fisica	14
1.1.3 Dalle misure ai concetti fisici	15
1.2 Il Sistema Internazionale di unità	15
1.2.1 Grandezze fondamentali e grandezze derivate	15
1.2.2 Multipli, sottomultipli e prefissi	16
1.2.3 Conversioni tra unità di misura	16
1.2.4 Analisi dimensionale come strumento di controllo	16
1.3 Notazione scientifica e ordini di grandezza	17
1.3.1 Dalla notazione decimale alla notazione scientifica	17
1.3.2 Operazioni in notazione scientifica	17
1.3.3 Cifre significative e arrotondamenti	18
1.3.4 Stima degli ordini di grandezza	18
1.4 Misura e incertezza	19
1.4.1 Strumenti di misura: portata, sensibilità, precisione	19
1.4.2 Errori sistematici ed errori casuali	20
1.4.3 Incertezza assoluta e incertezza relativa	20

1.4.4	Propagazione dell'incertezza nelle operazioni	21
1.5	Grafici e rappresentazione dei dati	21
1.5.1	Costruzione e interpretazione dei grafici	22
1.5.2	Proporzionalità diretta, inversa, quadratica	22
1.5.3	Linearizzazione di leggi non lineari	23
1.6	Esempi svolti	23
1.7	Esercizi proposti	26
1.8	Riepilogo del capitolo	27
2	Vettori e operazioni vettoriali	29
2.1	Grandezze scalari e grandezze vettoriali	31
2.1.1	Distinzione tra grandezze scalari e vettoriali	31
2.1.2	Rappresentazione grafica di un vettore	32
2.1.3	Modulo, direzione, verso, punto di applicazione	32
2.2	Componenti cartesiane	32
2.2.1	Scomposizione di un vettore lungo gli assi	33
2.2.2	Composizione di vettori a partire dalle componenti	33
2.2.3	Versori i j k	34
2.3	Operazioni con i vettori	35
2.3.1	Somma e differenza con il metodo grafico	35
2.3.2	Somma e differenza per componenti	35
2.3.3	Prodotto di un vettore per uno scalare	36
2.4	Prodotti tra vettori	37
2.4.1	Prodotto scalare e suo significato geometrico	37
2.4.2	Prodotto vettoriale e regola della mano destra	38
2.5	Risoluzione di problemi con grandezze fisiche	39
2.5.1	Strategie di impostazione algebrica prima del calcolo	39
2.5.2	Scomposizione lungo direzioni privilegiate	39
2.5.3	Verifiche dimensionali e di plausibilità	40
3	Cinematica del punto materiale	42
3.1	Modello del punto materiale e sistema di riferimento	44
3.1.1	Idealizzazione di un corpo come punto materiale	44
3.1.2	Sistema di riferimento e scelta dell'origine	45
3.1.3	Posizione traiettoria spostamento	45
3.2	Velocità e accelerazione	46
3.2.1	Velocità media e velocità istantanea	46
3.2.2	Accelerazione media e accelerazione istantanea	47
3.2.3	Velocità e accelerazione come grandezze vettoriali	47
3.3	Moto rettilineo uniforme	48
3.3.1	Legge oraria del moto uniforme	48
3.3.2	Grafici spazio-tempo e velocità-tempo	48
3.3.3	Problemi di incontro e di inseguimento	49
3.4	Moto rettilineo uniformemente accelerato	50

3.4.1	Legge della velocità e legge oraria	50
3.4.2	Equazione senza il tempo	50
3.4.3	Interpretazione delle aree nel grafico $v-t$	51
3.5	Moti notevoli sotto gravità	51
3.5.1	Moto di caduta dei gravi	51
3.5.2	Moto lungo un piano inclinato liscio	53
3.5.3	Lancio verticale verso l'alto	53
3.6	Introduzione cinematica al moto armonico	54
3.6.1	Moto periodico e moto armonico	54
3.6.2	Periodo, frequenza, ampiezza, fase iniziale	55
4	Ottica geometrica	57
4.1	Propagazione della luce	59
4.1.1	Sorgenti luminose e raggi	59
4.1.2	Propagazione rettilinea della luce	59
4.1.3	Ombra penombra eclissi	60
4.2	Riflessione	60
4.2.1	Leggi della riflessione	61
4.2.2	Specchi piani e formazione delle immagini	62
4.2.3	Specchi sferici concavi e convessi	62
4.3	Rifrazione	63
4.3.1	Indice di rifrazione di un mezzo	63
4.3.2	Legge di Snell-Cartesio	64
4.3.3	Riflessione totale e angolo limite	66
4.4	Formalizzazione matematica dell'ottica geometrica	66
4.4.1	Equazione dei punti coniugati	67
4.4.2	Ingrandimento lineare	68
4.4.3	Costruzione grafica delle immagini	68
4.5	Strumenti ottici	69
4.5.1	Lenti sottili convergenti e divergenti	70
4.5.2	Costruzione di strumenti ottici semplici	70
4.5.3	L'occhio umano come sistema ottico	71
5	Termologia: temperatura ed equilibrio termico	74
5.1	Sistemi termici e interazioni	75
5.1.1	Interazioni fra sistemi fisici come cambiamento di stato	75
5.1.2	Stato macroscopico di un sistema	76
5.1.3	Variabili di stato e loro misurabilità	77
5.2	La temperatura	77
5.2.1	Definizione operativa di temperatura	77
5.2.2	Termometri e taratura	78
5.2.3	Equilibrio termico come processo di interazione	80
5.2.4	Principio zero della termodinamica	80
5.3	Scale termometriche	81

5.3.1	Scala Celsius	81
5.3.2	Scala Kelvin temperatura assoluta	82
5.3.3	Conversioni tra scale e zero assoluto	82
6	Dinamica del punto materiale	87
6.1	Sistemi di riferimento inerziali	89
6.1.1	Definizione di sistema di riferimento inerziale	89
6.1.2	Sistemi non inerziali	90
6.2	Le tre leggi della dinamica	91
6.2.1	Prima legge: principio d'inerzia	91
6.2.2	Seconda legge: $F = ma$	91
6.2.3	Terza legge: principio di azione e reazione	92
6.3	Forze e descrizione delle interazioni	93
6.3.1	Forza-peso e accelerazione di gravità	93
6.3.2	Reazione vincolare e tensione	94
6.3.3	Forza elastica e legge di Hooke	95
6.3.4	Effetti dell'attrito sul moto dei corpi	95
6.3.5	Attrito statico e attrito dinamico	96
6.4	Statica del punto materiale	97
6.4.1	Condizioni di equilibrio statico	97
6.4.2	Equilibrio sul piano inclinato	98
6.4.3	Diagrammi di corpo libero	98
7	Relatività galileiana	104
7.1	Principio di relatività	105
7.1.1	Principio di relatività galileiana	106
7.1.2	Esperimenti meccanici e sistemi inerziali	107
7.2	Trasformazioni di Galilei	107
7.2.1	Trasformazioni della posizione	108
7.2.2	Trasformazioni della velocità composizione classica	109
7.2.3	Invarianza dell'accelerazione	112
7.3	Applicazioni	112
7.3.1	Moto relativo: barca-corrente e aereo-vento	113
7.3.2	Limiti del modello: anticipazione della relatività ristretta	115
8	Lavoro ed energia	119
8.1	Lavoro di una forza	121
8.1.1	Definizione di lavoro per forza costante	121
8.1.2	Lavoro come prodotto scalare	122
8.1.3	Lavoro di una forza variabile	123
8.1.4	Potenza media e istantanea	124
8.2	Energia cinetica	125
8.2.1	Definizione di energia cinetica	125
8.2.2	Teorema delle forze vive energia-lavoro	126
8.3	Forze conservative ed energia potenziale	127

8.3.1	Forze conservative e forze non conservative	127
8.3.2	Energia potenziale gravitazionale locale	128
8.3.3	Energia potenziale elastica	129
8.4	Conservazione dell'energia meccanica	130
8.4.1	Principio di conservazione dell'energia meccanica	130
8.4.2	Sistemi con sole forze conservative	131
8.4.3	Effetto delle forze dissipative	132
9	Quantità di moto urti e momento angolare	136
9.1	Quantità di moto e impulso	138
9.1.1	Definizione di quantità di moto	138
9.1.2	Impulso di una forza	139
9.1.3	Teorema dell'impulso	139
9.2	Conservazione della quantità di moto	140
9.2.1	Sistemi isolati e principio di conservazione	140
9.2.2	Applicazioni: rinculo e propulsione a reazione	141
9.2.3	Esplosioni e separazioni	141
9.3	Urti	142
9.3.1	Classificazione degli urti	142
9.3.2	Urti elastici unidimensionali	143
9.3.3	Urti completamente anelastici	143
9.3.4	Urti in due dimensioni	144
9.4	Momento angolare	145
9.4.1	Momento della quantità di moto momento angolare	145
9.4.2	Momento di una forza	145
9.4.3	Conservazione del momento angolare	146
	Esercizi proposti	147
10	Meccanica dei fluidi	149
10.1	Introduzione motivazionale	150
10.2	Modello del fluido ideale	151
10.2.1	Densità e peso specifico	151
10.2.2	Definizione di pressione	152
10.2.3	Ipotesi del modello di fluido ideale	152
10.3	Statica dei fluidi	153
10.3.1	Pressione idrostatica	153
10.3.2	Legge di Stevino e vasi comunicanti	153
10.3.3	Principio di Pascal e torchio idraulico	154
10.3.4	Principio di Archimede	155
10.3.5	Galleggiamento e affondamento	155
10.3.6	Peso apparente e pressione atmosferica	156
10.4	Dinamica dei fluidi ideali	156
10.4.1	Portata e regimi di moto	156
10.4.2	Equazione di continuità	157

10.4.3	Teorema di Bernoulli	158
10.4.4	Applicazioni del teorema di Bernoulli	158
10.5	Esempi svolti	159
10.6	Esercizi proposti	161
10.7	Riepilogo del capitolo	162
11	Oscillazioni e onde meccaniche	164
11.1	Introduzione motivazionale	165
11.2	L'oscillatore armonico	165
11.2.1	Sistema massa-molla come oscillatore armonico	165
11.2.2	Equazione del moto armonico	167
11.2.3	Periodo, frequenza, ampiezza, fase	167
11.2.4	Energia dell'oscillatore armonico	168
11.2.5	Pendolo semplice	168
11.3	Onde meccaniche	169
11.3.1	Propagazione di un'oscillazione in un mezzo	169
11.3.2	Onde longitudinali e onde trasversali	170
11.3.3	Lunghezza d'onda, periodo, velocità di propagazione	170
11.3.4	Equazione dell'onda armonica	171
11.4	Onde acustiche	172
11.4.1	Natura delle onde acustiche	172
11.4.2	Velocità del suono nei diversi mezzi	172
11.4.3	Caratteristiche del suono: altezza, intensità, timbro	172
11.5	Fenomeni ondulatori	173
11.5.1	Interferenza come fenomeno ondulatorio caratteristico	173
11.5.2	Interferenza costruttiva e distruttiva	173
11.5.3	Battimenti	174
11.6	Esempi svolti	174
11.7	Esercizi proposti	176
11.8	Riepilogo del capitolo	177
12	Termodinamica	178
12.1	Sistema termodinamico e processi	180
12.1.1	Sistema, ambiente, universo termodinamico	180
12.1.2	Sistemi aperti chiusi e isolati	181
12.1.3	Processi reversibili e irreversibili	181
12.2	Calore ed energia interna	182
12.2.1	Calore come scambio di energia	182
12.2.2	Capacità termica e calore specifico	182
12.2.3	Calorimetria	183
12.2.4	Energia interna di un sistema	184
12.3	Primo principio della termodinamica	184
12.3.1	Enunciato del primo principio	184
12.3.2	Lavoro termodinamico	185

12.3.3	Convenzioni sui segni di Q e L	186
12.4	Il gas ideale	186
12.4.1	Modello del gas ideale	186
12.4.2	Equazione di stato dei gas perfetti	187
12.4.3	Trasformazioni isobara, isocora, isoterma	187
12.4.4	Trasformazione adiabatica	188
12.4.5	Trasformazioni cicliche	189
12.5	Secondo principio della termodinamica	189
12.5.1	Enunciati di Kelvin e di Clausius	189
12.5.2	Macchine termiche e rendimento	190
12.5.3	Ciclo di Carnot	190
12.5.4	Entropia e variazione di entropia dell'universo	192
	Formulario di termodinamica	194
13	Gravitazione	199
13.1	Introduzione motivazionale	201
13.2	La legge di gravitazione universale	201
13.2.1	Legge di gravitazione universale di Newton	201
13.2.2	La costante G e la misura di Cavendish	202
13.2.3	Forza-peso come caso particolare	203
13.3	Le leggi di Keplero	203
13.3.1	Prima legge di Keplero (orbite ellittiche)	204
13.3.2	Seconda legge di Keplero (legge delle aree)	204
13.3.3	Terza legge di Keplero (periodi e raggi)	205
13.4	Energia nel campo gravitazionale	206
13.4.1	Energia potenziale gravitazionale	206
13.4.2	Energia totale e tipi di orbita	206
13.4.3	Velocità di fuga	207
13.5	Esempi svolti	208
13.6	Esercizi proposti	209
13.7	Riepilogo del capitolo	210
14	Elettrostatica e campo elettrico	212
14.1	Introduzione motivazionale	213
14.2	La carica elettrica	214
14.2.1	Carica elettrica e sua conservazione	214
14.2.2	Conduttori e isolanti	214
14.2.3	Elettrizzazione: strofinio, contatto, induzione	215
14.3	La legge di Coulomb	215
14.3.1	Forza di Coulomb tra cariche puntiformi	216
14.3.2	Costante dielettrica e mezzi materiali	217
14.3.3	Confronto tra forza di Coulomb e gravitazionale	217
14.4	Il concetto di campo	218
14.4.1	Dal contatto al campo	218

14.4.2	Campo elettrico	218
14.4.3	Campo gravitazionale come analogo	219
14.4.4	Linee di campo	220
14.5	Teorema di Gauss	220
14.5.1	Flusso di un campo vettoriale	221
14.5.2	Teorema di Gauss per il campo elettrico	221
14.5.3	Teorema di Gauss per il campo gravitazionale	222
14.5.4	Applicazioni a distribuzioni simmetriche	222
14.6	Potenziale elettrico	223
14.6.1	Energia potenziale elettrica	223
14.6.2	Potenziale elettrico e differenza di potenziale	224
14.6.3	Superfici equipotenziali	224
14.7	Esempi svolti	225
14.8	Esercizi proposti	226
14.9	Riepilogo del capitolo	227
15	Corrente elettrica e circuiti	229
15.1	Introduzione motivazionale	230
15.2	La corrente elettrica	230
15.2.1	Definizione di intensità di corrente	230
15.2.2	Forza elettromotrice	231
15.2.3	Differenza di potenziale e circuiti	232
15.3	Le leggi di Ohm	233
15.3.1	Prima legge di Ohm	233
15.3.2	Resistenza elettrica e seconda legge di Ohm	234
15.3.3	Resistori in serie e in parallelo	235
15.3.4	Effetto Joule e potenza dissipata	236
15.4	Esempi svolti	237
15.5	Esercizi proposti	238
15.6	Riepilogo del capitolo	239
16	Magnetismo	241
16.1	Introduzione motivazionale	242
16.2	Il campo magnetico	242
16.2.1	Definizione e proprietà del campo magnetico	243
16.2.2	Linee del campo magnetico	243
16.2.3	Assenza di monopoli magnetici	244
16.3	Sorgenti del campo magnetico	245
16.3.1	Campo magnetico generato da cariche in moto	245
16.3.2	Campo magnetico di correnti stazionarie	245
16.4	Forze magnetiche	247
16.4.1	Forza di Lorentz su cariche in moto	247
16.4.2	Moto di cariche in un campo magnetico	247
16.4.3	Forza su un conduttore percorso da corrente	248

16.5 Esempi svolti	249
16.6 Esercizi proposti	250
16.7 Riepilogo del capitolo	251
17 Induzione elettromagnetica	253
17.1 Introduzione motivazionale	254
17.2 Il fenomeno dell'induzione	254
17.2.1 Esperienze di Faraday	254
17.2.2 Legge di Faraday-Neumann	255
17.2.3 Legge di Lenz	256
17.3 Applicazioni dell'induzione	257
17.3.1 Alternatore	257
17.3.2 Trasformatore	257
17.3.3 Correnti parassite (Foucault)	258
17.4 Verso le equazioni di Maxwell	259
17.4.1 Legame fra campi elettrici e magnetici variabili	259
17.4.2 Corrente di spostamento	259
17.4.3 Equazioni di Maxwell: sintesi	260
17.5 Esempi svolti	261
17.6 Esercizi proposti	262
17.7 Riepilogo del capitolo	263
18 Onde elettromagnetiche	265
18.1 Introduzione motivazionale	266
18.2 Natura delle onde elettromagnetiche	267
18.2.1 Onde elettromagnetiche nel vuoto	267
18.2.2 Velocità di propagazione delle onde EM	267
18.2.3 Trasversalità delle onde EM	268
18.3 Caratteristiche delle onde EM	269
18.3.1 Polarizzazione	269
18.3.2 Intensità delle onde EM	270
18.3.3 Frequenza e lunghezza d'onda	270
18.4 Lo spettro elettromagnetico	271
18.4.1 Bande dello spettro EM	271
18.4.2 La luce visibile e la percezione dei colori	272
18.4.3 Sorgenti e applicazioni delle diverse bande	273
18.5 Esempi svolti	274
18.6 Esercizi proposti	275
18.7 Riepilogo del capitolo	276
19 Relatività ristretta	278
19.1 Introduzione motivazionale	279
19.2 Crisi della fisica classica	279
19.2.1 Problema dell'etere e velocità della luce	280
19.2.2 Invarianza della velocità della luce nel vuoto	280

19.2.3	Postulati della relatività ristretta	281
19.3	Cinematica relativistica	281
19.3.1	Tempo proprio e lunghezza propria	281
19.3.2	Fattore relativistico γ	282
19.3.3	Dilatazione dei tempi	283
19.3.4	Contrazione delle lunghezze	284
19.3.5	Simultaneità relativa	284
19.4	Trasformazioni di Lorentz	285
19.4.1	Trasformazioni di Lorentz	285
19.4.2	Composizione relativistica delle velocità	285
19.5	Dinamica relativistica	286
19.5.1	Quantità di moto ed energia relativistiche	286
19.5.2	Equivalenza massa-energia: $E = mc^2$	287
19.5.3	Implicazioni: nucleare, particelle, cosmologia	288
19.6	Esempi svolti	288
19.7	Esercizi proposti	289
19.8	Riepilogo del capitolo	290
20	Termodinamica statistica	292
20.1	Atomi, molecole e quantità di sostanza	294
20.1.1	La mole e il numero di Avogadro	294
20.1.2	Unità di massa atomica e nucleoni in un grammo	294
20.1.3	Ordini di grandezza	295
20.2	Il gas ideale dal punto di vista microscopico	295
20.2.1	Ipotesi del modello cinetico	296
20.2.2	Derivazione cinetica della pressione	296
20.2.3	Energia cinetica media e temperatura microscopica	298
20.2.4	Velocità quadratica media	299
20.3	L'approccio statistico di Boltzmann	299
20.3.1	Microstati e macrostati	299
20.3.2	Probabilità termodinamica di stato	301
20.4	Interpretazione microscopica delle grandezze termodinamiche	301
20.4.1	Entropia di Boltzmann $S = k_B \ln W$	301
20.4.2	Equipartizione dell'energia	302
20.5	Distribuzioni statistiche	303
20.5.1	Distribuzione di Maxwell-Boltzmann	303
20.5.2	Velocità tipiche delle molecole di un gas	304
20.6	Altri esempi svolti	306
	Formulario	309
	Autoverifica 1 — in ordine	309
	Autoverifica 2 — mischiate (I)	311
	Autoverifica 3 — mischiate (II)	312

21 Crisi della fisica classica e nascita della meccanica quantistica	314
21.1 Introduzione motivazionale	315
21.2 La scoperta delle particelle subatomiche	315
21.2.1 Tubi a raggi catodici e gli esperimenti di Thomson	316
21.2.2 Scoperta dell'elettrone: la carica di Millikan	316
21.2.3 Scoperta dei raggi X	317
21.3 La radiazione termica	317
21.3.1 Spettro del corpo nero	318
21.3.2 La catastrofe ultravioletta	318
21.3.3 Quantizzazione dell'energia: la costante di Planck	319
21.4 La natura corpuscolare della luce	320
21.4.1 Effetto fotoelettrico	320
21.4.2 Interpretazione di Einstein	321
21.4.3 Effetto Compton	321
21.5 Concetti fondamentali della meccanica quantistica	322
21.5.1 Dualismo onda-particella	322
21.5.2 Principio di indeterminazione di Heisenberg	323
21.5.3 Misura e interpretazione di Copenhagen	324
21.6 Esempi svolti	324
21.7 Esercizi proposti	326
21.8 Riepilogo del capitolo	327
22 Fisica atomica e nucleare	328
22.1 Introduzione motivazionale	329
22.2 Modelli atomici	329
22.2.1 Modello di Thomson ("a panettone")	329
22.2.2 Esperimento di Rutherford e scoperta del nucleo	330
22.2.3 Modello atomico di Bohr	331
22.2.4 Storia dei modelli atomici e modello moderno	332
22.3 Spettri atomici e transizioni	333
22.3.1 Spettri di emissione e di assorbimento	333
22.3.2 Transizioni fra stati elettronici	333
22.3.3 Serie spettrali dell'idrogeno e formula di Rydberg	333
22.4 Elementi di fisica atomica	334
22.4.1 Struttura elettronica e numeri quantici	334
22.4.2 Principio di esclusione di Pauli	335
22.5 Elementi di fisica nucleare	336
22.5.1 Struttura del nucleo: protoni e neutroni	336
22.5.2 Difetto di massa ed energia di legame	336
22.5.3 Decadimenti α , β , γ	337
22.5.4 Fissione e fusione nucleare	338
22.6 Applicazioni nucleari	339
22.6.1 Energia nucleare e reattori	339
22.6.2 Applicazioni in campo sanitario	339

22.6.3 Applicazioni ai beni culturali	340
22.7 Esempi svolti	340
22.8 Esercizi proposti	342
22.9 Riepilogo del capitolo	343
23 Astrofisica e cosmologia	345
23.1 Introduzione motivazionale	346
23.2 Struttura ed evoluzione delle stelle	346
23.2.1 Struttura interna di una stella	346
23.2.2 Reazioni nucleari nelle stelle e nucleosintesi	347
23.2.3 Diagramma di Hertzsprung-Russell ed evoluzione stellare	348
23.3 Modelli cosmologici	349
23.3.1 Espansione dell'universo e legge di Hubble	349
23.3.2 Modello del Big Bang	350
23.3.3 Radiazione cosmica di fondo	351
23.4 Esempi svolti	351
23.5 Esercizi proposti	353
23.6 Riepilogo del capitolo	354
24 Sistemi complessi e fenomeni emergenti	356
24.1 Introduzione motivazionale	357
24.2 Auto-organizzazione	357
24.2.1 Auto-organizzazione nei sistemi fisici	357
24.2.2 Strutture dissipative	358
24.3 Emergenza e caos	359
24.3.1 Fenomeni emergenti	360
24.3.2 Sensibilità alle condizioni iniziali e caos deterministico	360
24.3.3 Esempi: pendolo doppio, atmosfera, ecosistemi	361
24.4 Esempi svolti	362
24.5 Esercizi proposti	363
24.6 Riepilogo del capitolo	364
25 Fisica e temi contemporanei	366
25.1 Introduzione motivazionale	367
25.2 Fisica e intelligenza artificiale	367
25.2.1 Meccanica statistica e apprendimento automatico	368
25.2.2 Reti neurali e analogie con sistemi fisici	368
25.2.3 Validazione dei modelli scientifici nell'era dell'IA	369
25.2.4 IA e gestione dell'informazione scientifica	369
25.3 Fisica del clima	370
25.3.1 Trasferimento radiativo nel sistema sole-terra-atmosfera	370
25.3.2 Effetto serra e cambiamento climatico	371
25.3.3 Fattori che determinano il clima terrestre	372
25.4 Calcolo quantistico	372
25.4.1 Introduzione concettuale al calcolo quantistico	373

25.4.2	Qubit, sovrapposizione, entanglement	373
25.4.3	Prospettive applicative	374
25.5	Esempi svolti	374
25.6	Esercizi proposti	375
25.7	Riepilogo del capitolo	376
26	Statica ed equilibrio dei corpi rigidi	378
26.1	Il corpo rigido e il momento di una forza	379
26.1.1	Il modello di corpo rigido	379
26.1.2	Momento di una forza	380
26.1.3	Segno del momento e coppia di forze	381
26.2	Le condizioni di equilibrio del corpo rigido	381
26.3	Le leve	382
26.4	Baricentro e tipi di equilibrio	382
26.5	Esempi svolti	383
26.6	Esercizi proposti	384
	Formulario	386
	Costanti fisiche fondamentali	388
	Simboli, unità di misura e conversioni	389
	Indice incrociato	391
	Per area tematica	391
	Per classe scolastica	393
	Per numero di capitolo (ordine del libro)	394

Elenco delle figure

1.1	Scala dei prefissi SI principali (passo $\times 10^3$, non in scala lineare).	16
1.2	Accuratezza (vicinanza al valore vero, lotta agli errori sistematici) vs precisione (raggruppamento delle misure, lotta agli errori casuali).	20
1.3	Proporzionalità diretta (verde), inversa (rosso), quadratica (blu) nel primo quadrante.	22
2.1	Rappresentazione grafica di un vettore $\vec{v}$. Il punto P è il punto di applicazione, la lunghezza della freccia rappresenta il modulo $ \vec{v} $, l'angolo θ ne individua la direzione rispetto a una retta di riferimento, la punta ne specifica il verso. . .	32
2.2	Scomposizione del vettore $\vec{v}$ lungo gli assi cartesiani. Le componenti v_x e v_y sono le proiezioni ortogonali sugli assi.	33
2.3	I due metodi grafici per costruire la somma $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$. I metodi sono equivalenti e producono lo stesso risultato.	35
2.4	Il prodotto vettoriale $\vec{u} \times \vec{v}$ è un vettore perpendicolare al piano individuato da $\vec{u}$ e $\vec{v}$, di modulo pari all'area del parallelogramma colorato e verso dato dalla regola della mano destra.	38
2.5	Scomposizione del peso $\vec{P}$ lungo direzioni parallele e perpendicolari al piano inclinato. Le componenti P_x e P_y risultano entrambe negative nel sistema di riferimento scelto.	40
3.1	Vettore posizione, traiettoria e spostamento. Il punto materiale si muove dalla posizione P_1 alla posizione P_2 lungo la curva verde tratteggiata. Lo spostamento $\vec{s} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ non dipende dal cammino percorso, solo dagli estremi.	46
3.2	Moto rettilineo uniforme. Nel grafico $x-t$ la legge oraria è una retta di pendenza pari alla velocità v e ordinata all'origine x_0 . Nel grafico $v-t$ la velocità è una retta orizzontale e l'area sottesa fra 0 e t_1 rappresenta lo spazio percorso $\Delta x = v \cdot t_1$	49
3.3	Moto uniformemente accelerato. La retta $v(t) = v_0 + at$ ha pendenza pari all'accelerazione a e ordinata all'origine v_0 . L'area del trapezio compreso fra la retta e l'asse dei tempi rappresenta lo spostamento Δx compiuto fra 0 e t , ed è pari a $\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v(t)) \cdot t = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	51
3.4	Piano inclinato liscio di angolo θ . Un blocco lasciato libero scivola lungo il piano con accelerazione costante di modulo $a = g \sin \theta$, diretta lungo il piano verso il basso.	53

4.1	Sorgente luminosa estesa e corpo opaco. Sullo schermo si distinguono tre regioni: la zona di <i>ombra</i> (nessuna luce raggiunge il punto), la zona di <i>penombra</i> (solo una parte della sorgente è visibile), la zona pienamente illuminata. Con una sorgente puntiforme la penombra scomparirebbe.	60
4.2	Riflessione di un raggio luminoso su uno specchio piano. Il raggio incidente, la normale alla superficie nel punto di incidenza e il raggio riflesso giacciono nello stesso piano; l'angolo di incidenza $\hat{i}$ e l'angolo di riflessione $\hat{r}$ sono uguali.	61
4.3	Formazione dell'immagine in uno specchio piano. I raggi riflessi divergono a partire dallo specchio; i loro prolungamenti all'indietro (linee tratteggiate) si incontrano in O' , simmetrico di O rispetto al piano dello specchio. L'immagine è <i>virtuale</i> : nel punto O' non c'è effettiva concentrazione di luce.	62
4.4	Rifrazione di un raggio luminoso al passaggio dal mezzo 1 al mezzo 2. Quando $n_2 > n_1$ (passaggio verso un mezzo otticamente più denso), il raggio rifratto si avvicina alla normale: $\hat{r} < \hat{i}$. Una piccola parte del raggio viene anche riflessa.	65
4.5	Costruzione grafica dell'immagine in una lente convergente, per un oggetto posto oltre il fuoco. I tre raggi notevoli convergono nel punto-immagine O' . L'immagine risulta reale (i raggi convergono effettivamente), capovolta ($h' < 0$) e, in questo caso, rimpicciolita.	69
5.1	Schema di un termometro a mercurio con scala Celsius. Il bulbo contiene il liquido termometrico; il livello nel capillare cambia con la temperatura per dilatazione termica. La scala è incisa sul vetro con tacche numerate fra i due punti fissi.	79
5.2	Principio zero della termodinamica. Se A è in equilibrio termico con C e B è in equilibrio termico con C , allora A e B sono in equilibrio termico fra loro, anche senza essersi mai toccati. È questa transitività a rendere possibile l'uso del termometro come standard di confronto.	81
5.3	Confronto fra scala Celsius e scala Kelvin. Le due scale hanno la stessa ampiezza di grado e differiscono solo per la posizione dello zero. Lo zero assoluto, 0 K, corrisponde a -273.15°C : è un limite naturale al di sotto del quale nessun sistema fisico può esistere.	83
6.1	Una mano A spinge una parete B . La forza $\vec{F}_{AB}$ esercitata dalla mano sulla parete e la forza $\vec{F}_{BA}$ esercitata dalla parete sulla mano hanno lo stesso modulo, la stessa direzione e versi opposti. Sono applicate <i>a corpi diversi</i> : una alla parete, l'altra alla mano.	93
6.2	Forza di attrito in funzione della forza applicata orizzontalmente a un corpo appoggiato su una superficie. Finché la forza applicata è inferiore alla soglia $\mu_s \vec{N} $ (tratto blu), il corpo resta fermo e l'attrito statico la bilancia esattamente. Superata la soglia, il corpo si mette in moto e l'attrito si stabilizza al valore $\mu_d \vec{N} $ (tratto rosso), tipicamente inferiore.	97

6.3	Decomposizione della forza-peso lungo le direzioni parallela e perpendicolare al piano inclinato. La componente parallela ($mg \sin \theta$, arancio) tende a far scivolare il corpo verso il basso lungo il piano; la componente perpendicolare ($mg \cos \theta$, viola) preme il corpo contro il piano ed è bilanciata dalla reazione vincolare $\vec{N}$ (blu), perpendicolare al piano e uscente da esso. Le linee tratteggiate chiudono il parallelogramma di decomposizione: la somma vettoriale delle due componenti restituisce $\vec{F}_P$	98
7.1	Due sistemi di riferimento inerziali. Il sistema S' (treno) trasla con velocità costante $\vec{u}$ rispetto al sistema S (banchina): all'istante t la sua origine si trova in $\vec{u}t$. Il punto materiale P ha posizione $\vec{r}$ rispetto a O e $\vec{r}'$ rispetto a O' ; le tre frecce formano un triangolo che esprime la relazione $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t$	108
7.2	Barca che attraversa un fiume. Il pilota dirige la prua perpendicolare alle rive ($\vec{v}_{B/A}$, in blu), ma la corrente ($\vec{v}_{A/T}$, in verde) la trasporta a valle. La velocità rispetto a terra ($\vec{v}_{B/T}$, in rosso) è la somma vettoriale: la barca approda obliquamente nel punto P_1 , spostato verso valle rispetto al punto direttamente di fronte a P_0	114
8.1	Lavoro di una forza costante. Il blocco subisce lo spostamento $\vec{s}$ mentre è sottoposto alla forza $\vec{F}$, che forma un angolo θ con la direzione del moto. Solo la componente di $\vec{F}$ parallela a $\vec{s}$, di modulo $F \cos \theta$, contribuisce al lavoro.	122
8.2	Lavoro di una forza variabile in moto unidimensionale. Il lavoro L compiuto dalla forza $F(x)$ tra x_1 e x_2 corrisponde all'area sottesa dalla curva. Il segno dell'area — positivo se la curva è sopra l'asse, negativo se è sotto — coincide con il segno del lavoro.	124
8.3	Forza conservativa. Il lavoro compiuto da una forza conservativa lungo un qualunque cammino che vada da A a B assume sempre lo stesso valore $L_1 = L_2$, indipendentemente dal percorso. Equivalentemente, il lavoro lungo un cammino chiuso ($A = B$) è nullo.	128
8.4	Forza elastica e suo lavoro. La retta $F = -kx$ rappresenta la forza che la molla esercita sul corpo allungandosi (per $x > 0$ la forza tira indietro, $F < 0$). Il lavoro fatto dalla forza elastica nello spostamento da 0 a x è l'area triangolare con segno: $L = -\frac{1}{2} k x^2$	129
8.5	Pendolo semplice. Il punto materiale, scostato dalla verticale di un angolo θ_0 , parte da fermo dalla posizione A a quota $h = \ell(1 - \cos \theta_0)$ rispetto al punto più basso B . Trascurando gli attriti, la conservazione dell'energia meccanica permette di calcolare la velocità in B senza bisogno di risolvere l'equazione del moto.	132
9.1	Andamento di una forza impulsiva nel tempo. L'area colorata rappresenta il modulo dell'impulso $ \vec{J} $	140
9.2	Urto completamente anelastico: prima e dopo l'urto i due corpi procedono come un unico sistema.	144
9.3	Schema di un urto in due dimensioni: le quantità di moto finali formano angoli θ_1 e θ_2 rispetto alla direzione iniziale.	145

9.4	Momento di una forza rispetto a un polo O : il braccio b è la distanza dal polo alla retta d'azione della forza.	146
9.5	Conservazione del momento angolare: quando la pattinatrice avvicina le braccia al corpo (I diminuisce), la velocità angolare ω aumenta per mantenere $L = I\omega$ costante.	147
10.1	Vasi comunicanti: il liquido raggiunge la stessa quota in tutti i recipienti collegati, qualunque sia la loro forma. La pressione sul fondo dipende solo dalla profondità h e non dalla quantità di liquido soprastante.	154
10.2	Torchio idraulico: una piccola forza F_1 applicata al pistone di area A_1 si trasmette, per il principio di Pascal, come pressione uniforme nel fluido e si trasforma in una forza $F_2 = F_1 A_2/A_1$ sul pistone grande.	154
11.1	Sistema massa-molla orizzontale. La forza elastica $F = -kx$ è sempre diretta verso la posizione di equilibrio (forza di richiamo): è positiva quando $x < 0$, negativa quando $x > 0$	166
11.2	Profilo di un'onda armonica a un istante fissato. L' ampiezza A è il massimo spostamento dalla posizione di equilibrio; la lunghezza d'onda λ è la distanza fra due massimi successivi (o, equivalentemente, fra due punti consecutivi nello stesso stato di oscillazione).	171
12.1	Schema di un universo termodinamico. Il sistema (in arancio) scambia con l'ambiente energia sotto forma di calore Q e di lavoro L	181
12.2	Lavoro termodinamico in una trasformazione $i \rightarrow f$: corrisponde all'area sottesa dalla curva $p(V)$ nel piano di Clapeyron.	185
12.3	Trasformazioni notevoli del gas ideale nel piano di Clapeyron. L'adiabatica è più ripida dell'isoterma passante per lo stesso punto.	188
12.4	Schema di una macchina termica. La macchina assorbe calore Q_c dalla sorgente calda, ne cede una parte $ Q_f $ alla sorgente fredda e produce lavoro netto $L = Q_c - Q_f $	190
12.5	Ciclo di Carnot nel piano di Clapeyron: due isoterme (in rosso e in blu) e due adiabatiche (in arancio).	191
13.1	Due corpi di massa m_1 e m_2 a distanza r si attraggono con forze uguali in modulo e opposte in verso (terzo principio): $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$	202
13.2	Prima legge di Keplero: l'orbita di un pianeta è un'ellisse e il Sole è in uno dei suoi due fuochi. Il perielio è il punto dell'orbita più vicino al Sole, l'afelio il più lontano. Per la maggior parte dei pianeti del Sistema Solare l'eccentricità è piccola e l'orbita è quasi un cerchio (per la Terra, $e \approx 0.017$).	204
14.1	Forza di Coulomb tra due cariche puntiformi. Sopra: cariche dello stesso segno si respingono. Sotto: cariche di segno opposto si attraggono. In entrambi i casi vale il terzo principio: $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$	216

14.2	Linee di campo. A sinistra: una carica puntiforme positiva genera un campo radialmente uscente, con simmetria sferica. A destra: un dipolo elettrico (carica + e - vicine) genera linee che partono dalla carica positiva e terminano sulla negativa, disponendosi nello spazio circostante.	220
15.1	Schema di un circuito elettrico semplice: una pila (generatore, a sinistra) collegata tramite fili conduttori a un resistore R (a destra). Il verso convenzionale della corrente (freccia verde) va dal polo + al polo - all'esterno della pila; il moto reale degli elettroni (freccia grigia tratteggiata) avviene nel verso opposto.	233
15.2	Curve caratteristiche corrente-tensione per diversi componenti. Il conduttore ohmico (blu) ha relazione lineare; il diodo (rosso) lascia passare corrente solo per $\Delta V > 0$ con dipendenza esponenziale; la lampadina a incandescenza (verde) mostra una saturazione: la resistenza cresce con la temperatura, e quindi con la corrente.	234
15.3	Collegamenti di resistori. Serie (sopra): stessa corrente, le d.d.p. si sommano, $R_{eq} = R_1 + R_2$. Parallelo (sotto): stessa d.d.p., le correnti si dividono, $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2$	236
16.1	Linee del campo magnetico di una barra magnetica. All'esterno del magnete (linee continue) escono dal polo Nord ed entrano nel polo Sud. All'interno del magnete (linea tratteggiata) continuano da S a N, chiudendo ogni linea su se stessa. Differenza fondamentale rispetto al campo elettrico: le linee di $\vec{B}$ non hanno né inizio né fine.	244
16.2	Solenoido percorso da corrente. All'interno (linee orizzontali verdi) il campo magnetico è uniforme e parallelo all'asse, con modulo $B = \mu_0 n I$. All'esterno il campo è quasi nullo, ma le linee si chiudono ritornando da un'estremità all'altra. Il simbolo $\otimes$ indica una corrente entrante nel foglio, $\odot$ una corrente uscente. .	246
16.3	Forza di Lorentz su una carica positiva q che si muove con velocità $\vec{v}$ verso destra in un campo $\vec{B}$ uscente dal piano del foglio. La forza è perpendicolare sia a $\vec{v}$ sia a $\vec{B}$, e per una carica + punta verso l'alto. La regola della mano destra: indice nel verso di $\vec{v}$, medio nel verso di $\vec{B}$, pollice nel verso di $\vec{F}$. . .	247
17.1	Esperimento di Faraday: una calamita in moto verso (o da) una bobina induce in essa una corrente elettrica, rilevabile dal galvanometro G. La corrente esiste solo durante il moto: se calamita e bobina sono entrambe ferme, il flusso magnetico nella bobina è costante e nessuna corrente fluisce.	255
17.2	Trasformatore. Una corrente alternata applicata al primario (N_1 spire) genera un flusso magnetico alternato nel nucleo di ferro. Il nucleo convoglia tale flusso anche attraverso il secondario (N_2 spire), in cui per induzione di Faraday-Neumann si genera una tensione alternata $V_2 = (N_2/N_1) V_1$	258
18.1	Onda elettromagnetica piana che si propaga lungo l'asse z . Il campo elettrico $\vec{E}$ (rosso) oscilla lungo x ; il campo magnetico $\vec{B}$ (blu) oscilla lungo y , perpendicolarmente a $\vec{E}$. I due campi sono in fase e i loro moduli sono legati da $E/B = c$. La direzione di propagazione $\vec{c}$ (verde) è data da $\vec{E} \times \vec{B}$	268

18.2	Lo spettro elettromagnetico. Dalle onde radio (a sinistra, $\lambda \sim \text{km}$, $f \sim \text{kHz}$) ai raggi gamma (a destra, $\lambda \sim \text{pm}$, $f \sim 10^{20} \text{ Hz}$), una banda continua di radiazioni. La zona del visibile (380–750 nm) occupa solo una piccolissima frazione dello spettro totale.	271
19.1	Schema dell'interferometro di Michelson. La luce della sorgente viene divisa in due fasci da uno specchio semiriflettente; i due fasci percorrono cammini perpendicolari di uguale lunghezza, vengono riflessi da specchi e ricombinati al rivelatore. Se la Terra si muovesse nell'etere, i tempi di percorrenza dei due bracci dovrebbero differire e produrre uno spostamento delle frange di interferenza. L'esperimento di Michelson-Morley (1887) non rilevò alcuno spostamento.	280
19.2	Orologio di luce in due sistemi di riferimento. A sinistra, l'orologio è fermo: la luce percorre il tragitto verticale $2h$ nel tempo proprio $\Delta\tau = 2h/c$. A destra, l'orologio si muove a velocità v : la luce, vista dall'esterno, percorre un cammino obliquo più lungo (ipotenusa), ma con la stessa velocità c (secondo postulato). Il tempo Δt misurato dall'esterno è quindi più lungo: $\Delta t = \gamma \Delta\tau$	283
20.1	Modello microscopico di un gas ideale: le molecole si muovono in modo disordinato e le collisioni elastiche con le pareti del contenitore generano la pressione macroscopica $p = F/A$	296
20.2	Macrostat e microstat per quattro palline distinguibili in due scatole. Il macrostat bilanciato (2, 2) è il più probabile: è realizzato da $W = 6$ microstat su $2^4 = 16$ totali.	300
20.3	Distribuzione di Maxwell-Boltzmann delle velocità a tre temperature crescenti. All'aumentare di T il picco si abbassa e si sposta verso destra: cresce la frazione di molecole con alte velocità, mentre quelle con velocità basse diventano relativamente meno numerose.	304
21.1	Schema di un tubo a raggi catodici. Gli elettroni emessi dal catodo vengono accelerati verso l'anodo (forato), proseguono in linea retta nello spazio fra le placche di un campo elettrico trasversale e raggiungono lo schermo fluorescente. Misurando la deflessione in funzione dei campi applicati, Thomson determinò il rapporto e/m_e	316
21.2	Spettro di emissione di un corpo nero a temperatura T fissata. In blu, la curva reale (legge di Planck): ha un massimo a λ_{max} (legge di Wien). In rosso tratteggiato, la previsione classica di Rayleigh-Jeans: corretta a grandi λ , ma divergente a piccoli λ (catastrofe ultravioletta).	319
22.1	Schema dell'esperimento di Rutherford. Particelle α emesse da una sorgente radioattiva attraversano un sottile foglio d'oro. La grande maggioranza prosegue quasi indeflessa, ma una piccolissima frazione viene deviata di angoli grandi — e alcune rimbalzano addirittura indietro: un risultato impossibile con il modello di Thomson.	330

22.2	Modello di Bohr per l'atomo di idrogeno. Gli elettroni si muovono su orbite circolari quantizzate; le transizioni da un'orbita più esterna a una più interna emettono un fotone di energia $h\nu = E_n - E_m$	332
22.3	Energia di legame per nucleone $\Delta E/A$ in funzione del numero di massa A (curva schematica). Cresce rapidamente per nuclei leggeri e ha un massimo a $A \approx 56$ (ferro), dopo cui diminuisce lentamente. I processi che vanno verso il picco <i>liberano</i> energia: fusione di nuclei leggeri (sinistra) e fissione di nuclei pesanti (destra).	337
23.1	Diagramma di Hertzsprung-Russell (schema). Luminosità in scala logaritmica vs temperatura efficace. La maggior parte delle stelle si dispone lungo la <i>sequenza principale</i> , una banda diagonale; in alto a destra le <i>giganti rosse</i> , in basso a sinistra le <i>nane bianche</i> . Il Sole è una tipica stella di sequenza principale di classe G.	348
24.1	Vista schematica dall'alto delle celle di Bénard. Riscaldando uniformemente dal basso uno strato di fluido sottile, oltre una soglia critica si formano spontaneamente celle convettive esagonali. Il fluido caldo sale al centro di ogni cella, quello freddo scende ai bordi; il pattern è una struttura dissipativa sostenuta dal flusso continuo di calore.	359
24.2	Pendolo doppio: una massa m_1 appesa a un primo filo, e una seconda massa m_2 appesa al primo pendolo tramite un secondo filo. Le equazioni del moto sono deterministiche, ma per ampiezze moderate il sistema è caotico: traiettorie partite da configurazioni quasi identiche divergono in pochi secondi.	361
25.1	Bilancio radiativo schematico Sole-Terra. Una frazione αS_0 della radiazione solare incidente viene riflessa (albedo); la parte rimanente, assorbita, è bilanciata dall'emissione infrarossa della Terra come corpo (quasi) nero, secondo la legge di Stefan-Boltzmann.	371
26.1	Momento della forza $\vec{F}$ rispetto al polo O : il braccio b è la distanza fra O e la retta d'azione della forza.	380
26.2	Leva di primo genere: il fulcro è fra la forza motrice e la forza resistente. All'equilibrio $F_m b_m = F_r b_r$	382

Elenco delle tabelle

1.1	Le sette grandezze fondamentali del Sistema Internazionale.	15
4.1	Indice di rifrazione di alcuni mezzi (luce gialla, $\lambda \approx 589 \text{ nm}$).	64
20.1	Masse molari e masse molecolari di alcune sostanze comuni. Nella terza colonna m_0 in u riproduce per costruzione il valore numerico di M in g/mol.	295

Capitolo 0

Matematica per la fisica

[WEB \(Materiali vari\)](#)

[Materiali](#)

“

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

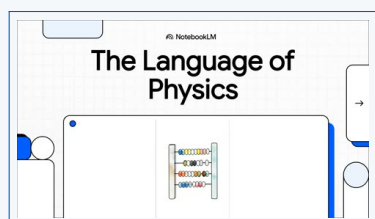
 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

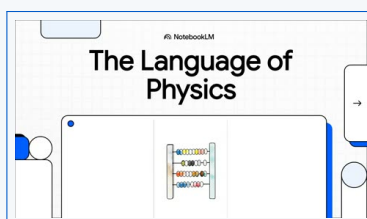
 [Schede, test e video di matematika.it](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



[Fisica strumenti matematici di base video](#)



[Fisica strumenti matematici per la fisica](#)



[Il Linguaggio della Fisica](#)

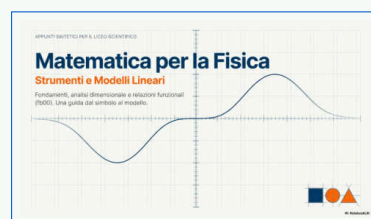


00 La Cassetta degli Attrezzi della Fisica

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



Infographic



Mat per la fisica

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

-  [\[IT\] Mat x la fisica](#)
-  [\[IT\] Matematica per la fisica](#)
-  [\[EN\] Mat x la fisica](#)
-  [\[FR\] Mat x la fisica](#)
-  [\[FR\] Matematica per la fisica](#)
-  [\[ES\] Mat x la fisica](#)

Il libro della natura è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche.”

— Galileo Galilei, *Il Saggiatore* (1623)

0.1. Introduzione motivazionale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

La fisica è una scienza quantitativa: le sue leggi si esprimono in formule, le sue misure in numeri spesso enormi o piccolissimi, le sue relazioni in grafici. Per affrontare con serenità i capitoli che seguono — dalla cinematica all'elettromagnetismo — servono pochi strumenti matematici di base, che in questa prima dispensa raccogliamo insieme.

Non si tratta di una rassegna teorica completa: per quella esiste un'intera raccolta di dispense di matematica. Qui ci limitiamo agli strumenti operativi che useremo quotidianamente:

la *notazione scientifica* per gestire ordini di grandezza, le *equivalenze* per cambiare unità, le *proporzioni* e le *percentuali*, le *formule inverse* per isolare l'incognita, i *grafici cartesiani* per leggere i fenomeni e la *calcolatrice scientifica* per non perdere tempo.

Attenzione! — Come usare questo capitolo

Se questi argomenti ti sono già familiari, leggilo come un *check-list*: riconosci i pattern, verifica con un esempio, vai oltre. Se invece sono nuovi o arrugginiti, fermati a svolgere gli esercizi proposti prima di passare al capitolo successivo: senza queste basi, anche i problemi più semplici di fisica diventano ostacoli inutili.

0.2. Notazione scientifica e potenze di 10

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

In fisica si incontrano numeri di scale molto diverse: la massa di un elettrone è 9.11×10^{-31} kg, la massa del Sole è 1.99×10^{30} kg. Scrivere questi numeri in forma decimale ordinaria sarebbe scomodo e fonte di errori. La *notazione scientifica* risolve il problema esprimendo ogni numero come prodotto di una *mantissa* compresa tra 1 e 10 (escluso) e una potenza di 10.

Definizione 0.1 — Notazione scientifica

Un numero x è in notazione scientifica se è scritto nella forma

$$x = a \cdot 10^n, \quad 1 \leq |a| < 10, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Il numero a si chiama *mantissa*, n si chiama *esponente* o *ordine di grandezza*.

Esempio 0.1 — Conversioni in notazione scientifica

- $0.000\,42 = 4.2 \times 10^{-4}$
- $356\,000 = 3.56 \times 10^5$
- $0.000\,000\,000\,511 = 5.11 \times 10^{-10}$

La virgola si sposta finché resta una sola cifra non nulla a sinistra di essa; il numero di posizioni di cui si è spostata diventa l'esponente (positivo se si è spostata verso sinistra, negativo se verso destra).

Attenzione! — Cifre significative

In notazione scientifica le cifre significative sono tutte e sole quelle della mantissa. Scrivere 4.20×10^3 comunica tre cifre significative, 4.2×10^3 solo due, anche se entrambi valgono 4200.

Attenzione! — Numeri interi e cifre significative

Un numero scritto senza virgola decimale può essere *ambiguo*. Ad esempio, scrivere semplicemente

$$3400 \text{ kg}$$

non permette di sapere quante cifre significative abbia la misura: potrebbe rappresentare una misura con due, tre oppure quattro cifre significative.

Per eliminare ogni ambiguità si usa la notazione scientifica:

$$3.4 \times 10^3 \text{ kg}, \quad 3.40 \times 10^3 \text{ kg}, \quad 3.400 \times 10^3 \text{ kg}$$

rappresentano la stessa massa, ma comunicano rispettivamente due, tre e quattro cifre significative, cioè precisioni sperimentali diverse.

Attenzione! — La notazione E

Nei calcolatori, nelle calcolatrici scientifiche, nei fogli di calcolo e in molti linguaggi di programmazione, la potenza di 10 viene spesso indicata con la lettera E (da *Exponent*). Ad esempio,

$$3E4 = 3 \times 10^4, \quad 5.11E - 10 = 5.11 \times 10^{-10}.$$

Le due scritture sono completamente equivalenti; la notazione con E è semplicemente più comoda da digitare con una tastiera.

Nel linguaggio parlato entrambe vengono spesso lette informalmente come “tre in dieci alla quarta” oppure “cinque virgola undici in dieci alla meno dieci”, anche se la lettura rigorosa resta “tre per dieci alla quarta” e “cinque virgola undici per dieci alla meno dieci”.

Attenzione! — Attenzione alla digitazione

Sulle calcolatrici scientifiche il tasto EXP (oppure EE) non esegue una moltiplicazione: serve soltanto a inserire l'esponente della potenza di 10 nella notazione scientifica.

0.3. Calcoli con le potenze di 10

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Le potenze di 10 obbediscono alle regole generali delle potenze: ricordarle permette di fare a mente moltiplicazioni e divisioni di numeri grandissimi o piccolissimi.

$$10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}, \quad \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}, \quad (10^m)^n = 10^{mn}, \quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n}.$$

Esempio 0.2 — Velocità della luce in un anno

Quanti metri percorre la luce in un anno (la cosiddetta *distanza-luce*)? La velocità della luce è $c = 3.00 \times 10^8$ m/s e un anno dura circa $t = 3.15 \times 10^7$ s. Applicando $s = ct$:

$$s = (3.00 \times 10^8 \text{ m/s}) \cdot (3.15 \times 10^7 \text{ s}) = (3.00 \cdot 3.15) \cdot 10^{8+7} \text{ m} = 9.45 \times 10^{15} \text{ m}.$$

Si moltiplicano le mantisse, si sommano gli esponenti. Nessuna calcolatrice necessaria per l'ordine di grandezza.

Esempio 0.3 — Divisione

$$\frac{6.00 \times 10^{23}}{2.00 \times 10^{-3}} = \frac{6.00}{2.00} \cdot 10^{23-(-3)} = 3.00 \times 10^{26}.$$

0.4. Equivalenze e prefissi

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Cambiare unità di misura — passare da metri a chilometri, da grammi a chilogrammi, da minuti a secondi — è una delle operazioni più frequenti in fisica. Per evitare errori, si conviene di *moltiplicare per il fattore di conversione* corretto.

Procedura — Conversione di unità

1. Scrivi la grandezza con la sua unità di partenza.
2. Moltiplica per la frazione $\frac{\text{unità d'arrivo}}{\text{unità di partenza}}$, scritta in modo che le unità di partenza si semplifichino.
3. Esegui il calcolo numerico.

Esempio 0.4 — Da km/h a m/s

Una velocità di 72 km/h vale:

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{72000}{3600} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}.$$

Attenzione! — Prefissi del SI

I prefissi standard del Sistema Internazionale si usano spessissimo:

Prefisso	Simbolo	Fattore	Prefisso	Simbolo	Fattore
nano	n	10^{-9}	kilo	k	10^3
micro	μ	10^{-6}	mega	M	10^6
milli	m	10^{-3}	giga	G	10^9
centi	c	10^{-2}	tera	T	10^{12}

0.5. Rapporti, proporzioni, percentuali

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Un *rapporto* è il quoziente di due grandezze omogenee, a/b . Una *proporzione* è un'uguaglianza tra due rapporti: $a : b = c : d$, equivalente a $a d = b c$ (*prodotto degli estremi uguale al prodotto dei medi*). Una *percentuale* è un rapporto con denominatore 100:

$$p\% = \frac{p}{100}.$$

Esempio 0.5 — Percentuale di efficienza

Un motore riceve 500 J di energia e ne restituisce 180 J di lavoro utile. L'efficienza è

$$\eta = \frac{180 \text{ J}}{500 \text{ J}} = 0.36 = 36\%.$$

Esempio 0.6 — Proporzione

Su una mappa 3 cm rappresentano 12 km. Quanti chilometri rappresentano 7 cm?

$$3 \text{ cm} : 12 \text{ km} = 7 \text{ cm} : x \quad \implies \quad x = \frac{12 \text{ km} \cdot 7 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = 28 \text{ km}.$$

0.6. Proporzionalità diretta, inversa, quadratica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

In fisica, quando una grandezza dipende da un'altra, riconoscere il *tipo di proporzionalità* permette di prevedere come varia il risultato senza ricalcolare ogni volta.

Definizione 0.2 — Tipi di proporzionalità

- y è **direttamente proporzionale** a x se $y = kx$ (k costante). Raddoppiando x , raddoppia y .
- y è **inversamente proporzionale** a x se $y = k/x$. Raddoppiando x , y si dimezza.
- y è **quadraticamente proporzionale** a x se $y = kx^2$. Raddoppiando x , y quadruplica.

Esempio 0.7 — Esempi fisici

- Spazio percorso a velocità costante: $s = vt$ ($s \propto t$, diretta).
- Pressione e volume di un gas a temperatura costante: $PV = \text{cost}$ ($P \propto 1/V$, inversa).
- Energia cinetica e velocità: $E = \frac{1}{2}mv^2$ ($E \propto v^2$, quadratica).

Il grafico cartesiano è il miglior strumento per riconoscere il tipo di proporzionalità: la diretta è una *retta passante per l'origine*, la quadratica una *parabola*, l'inversa un'*iperbole equilatera*.

Attenzione! — Due domande diverse richiedono due ragionamenti diversi

Quando una domanda chiede “*Che cosa succede se una grandezza cambia?*”, **non bisogna eseguire trasformazioni algebriche**: basta leggere la dipendenza funzionale tra le variabili.

Ad esempio, dalla relazione

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

si riconosce immediatamente che

$$T \propto \sqrt{L}.$$

Di conseguenza:

- se L raddoppia, T diventa $\sqrt{2}$ volte maggiore;
- se L quadruplica, T raddoppia;
- se L aumenta di un fattore 9, T triplica.

Le trasformazioni algebriche servono invece quando la domanda è del tipo “*Come si ricava una determinata variabile?*”

Se $A \propto \dots$	Se x quadruplica
x	A quadruplica
x^2	A aumenta di un fattore 16
$\sqrt{x}$	A raddoppia
$\frac{1}{x}$	A diventa $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{x^2}$	A diventa $\frac{1}{16}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	A si dimezza

In sintesi

- **Che cosa succede se...?** $\Rightarrow$ leggi la dipendenza funzionale.
- **Come ricavo...?** $\Rightarrow$ esegui le trasformazioni algebriche.

0.7. Formule inverse

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Una stessa formula fisica si può «girare» per isolare una qualsiasi delle grandezze che vi compaiono. Si tratta di una semplice manipolazione algebrica, ma è una delle abilità più richieste in tutto il percorso di fisica.

Procedura — Inversione di una formula

1. Identifica l'incognita (la grandezza da isolare).
2. Applica a entrambi i membri le stesse operazioni — somma, sottrazione, moltiplicazione, divisione, elevamento a potenza, radice — finché l'incognita resta sola.
3. Verifica la coerenza dimensionale (le unità del risultato devono essere quelle attese).

Esempio 0.8 — Densità

Dalla definizione $\rho = m/V$:

- per isolare m : $m = \rho V$ (moltiplico entrambi i membri per V);
- per isolare V : $V = m/\rho$ (divido entrambi i membri per ρ e scambio i ruoli, oppure moltiplico per V/ρ).

Esempio 0.9 — Caduta libera

Da $h = \frac{1}{2} g t^2$ si ricava

$$t^2 = \frac{2h}{g} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Attenzione: nel passaggio dalla potenza alla radice si prende solo la soluzione positiva, perché il tempo t è una grandezza positiva.

0.8. Grafici cartesiani per la fisica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Un grafico cartesiano è un piano in cui ogni punto rappresenta una coppia di valori (x, y) . In fisica si usa per visualizzare la dipendenza di una grandezza dall'altra, e per riconoscere a colpo d'occhio leggi e regolarità.

Procedura — Costruzione di un grafico

1. Scegli gli assi: variabile *indipendente* (di solito il tempo) sull'asse x , variabile *dipendente* sull'asse y .
2. Indica nome e unità di misura accanto a ciascun asse.
3. Scegli scale opportune perché i punti riempiano il piano.
4. Riporta i punti sperimentali con un marker; uniscili con una linea morbida solo se la legge fisica lo giustifica.
5. Inserisci un titolo o didascalia che spieghi cosa rappresenta il grafico.

Tre forme di grafico ricorreranno in tutti i capitoli:

- **retta** per $y = m x + q$: proporzionalità diretta (se $q = 0$) o moto uniforme;
- **parabola** per $y = a x^2 + b x + c$: caduta libera, moto uniformemente accelerato;

- **iperbole** per $y = k/x$: legge di Boyle, leggi di proporzionalità inversa.

0.9. Uso della calcolatrice scientifica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

La calcolatrice scientifica è uno strumento di lavoro: dedicarle qualche minuto per impararla bene ti farà risparmiare ore di errori. Le funzioni essenziali sono cinque.

- **Notazione scientifica.** Il tasto EXP (o EE, $\times 10^x$) introduce la potenza di 10: per inserire 3.5×10^8 digita 3.5, poi EXP, poi 8. *Non* digitare 3.5×10^8 , perché è un'operazione diversa e in alcuni modelli dà risultati errati con segni o priorità.
- **Modalità angoli.** Per le funzioni goniometriche, controlla sempre se la calcolatrice è in DEG (gradi) o RAD (radianti). In fisica si usano i radianti tranne dove esplicitamente indicato in gradi.
- **Memorie.** I tasti STO, RCL (oppure M+, MR) servono per parcheggiare risultati intermedi senza riscriverli e propagare errori di arrotondamento.
- **Parentesi.** Usa le parentesi liberamente, soprattutto nei radicali e nei rapporti complessi: la calcolatrice rispetta la priorità delle operazioni, ma è facile sbagliare a interpretarla.
- **Cifre significative.** La calcolatrice mostra tutte le cifre del risultato; *tu* devi decidere quante riportare, in base alla precisione dei dati di partenza (di solito 2–3 cifre significative bastano).

Attenzione! — Ordini di grandezza prima del calcolo

Prima di premere =, *stima a mente* l'ordine di grandezza del risultato usando le potenze di 10. Se la calcolatrice mostra un valore molto lontano dalla tua stima, c'è quasi certamente un errore di digitazione.

0.10. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 0.1

1. Scrivi in notazione scientifica: 0.000 045, 2 340 000, 0.000 000 000 67, 8200.
2. Calcola senza calcolatrice: $(3.0 \times 10^4) \cdot (2.0 \times 10^{-7})$ e $(6.0 \times 10^8)/(2.0 \times 10^{-3})$.
3. Converti: 45 km/h in m/s; 2.5 h in s; 750 mL in m³.
4. Una macchina costa 18 500 € e viene venduta con uno sconto del 12%. Quanto si paga?
5. Sapendo che $V = \pi r^2 h$, isola h e poi r .
6. Una molla obbedisce alla legge $F = kx$ con $k = 200$ N/m. Disegna il grafico F vs x per x tra 0 e 0.1 m e riconosci il tipo di proporzionalità.

7. L'area di un cerchio è $A = \pi r^2$. Se il raggio triplica, di quanto aumenta l'area? Riconosci il tipo di proporzionalità.

Riepilogo

- La **notazione scientifica** $a \cdot 10^n$ rende leggibili i numeri molto grandi o molto piccoli; le cifre significative sono quelle della mantissa.
- Le **potenze di 10** si moltiplicano sommando gli esponenti e si dividono sottraendoli.
- Le **equivalenze** si fanno moltiplicando per fattori di conversione costruiti per semplificare le unità.
- Le **proporzioni** ($a : b = c : d \Leftrightarrow ad = bc$) e le **percentuali** ($p\% = p/100$) sono operativi fondamentali.
- Le **proporzionalità** fondamentali sono diretta ($y \propto x$), inversa ($y \propto 1/x$) e quadratica ($y \propto x^2$).
- L'**inversione di una formula** consiste nell'applicare la stessa operazione a entrambi i membri finché l'incognita resta sola.
- Il **grafico cartesiano** è il modo più rapido per riconoscere il tipo di legge tra due grandezze.
- La **calcolatrice scientifica** si usa con attenzione: tasto EXP, modalità angoli, parentesi, cifre significative.

Capitolo 1

Grandezze fisiche e misure

[WEB \(Materiali sul capitolo\)](#)

[Materiali](#)

“

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Schede, test e video di matematika.it](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

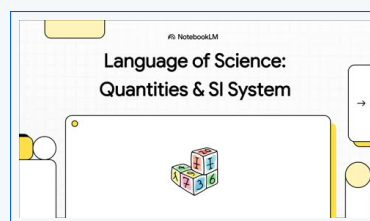
Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



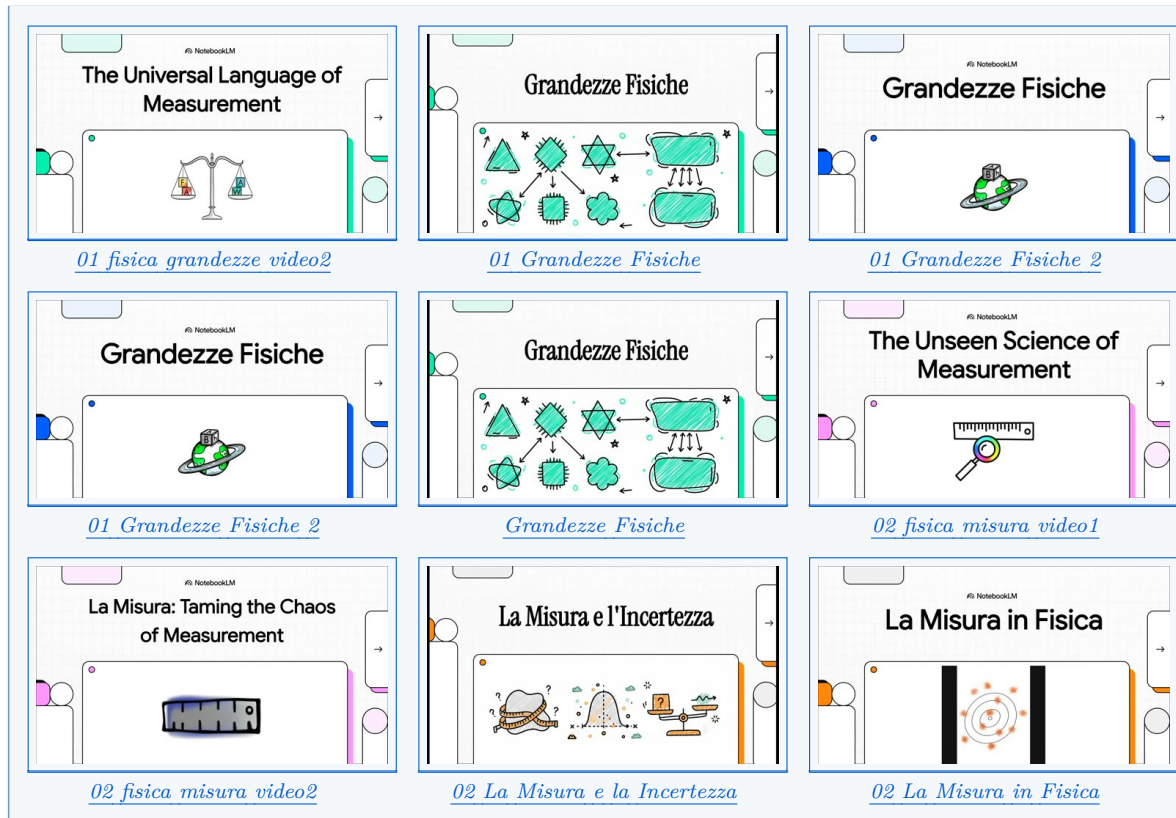
[Comprendere le Unità Fisiche](#)



[01 Comprendere le Unità Fisiche](#)



[Fisica grandezze video](#)



Presentazioni— slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Grandezze fisiche](#)



[La misura in fisica](#)

Audio overview— podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- 🎧 [\[IT\] Introduzione alla fisica](#)
- 🎧 [\[IT\] Mat x la fisica](#)
- 🎧 [\[IT\] Misura](#)
- 🎧 [\[IT\] Le grandezze in fisica](#)
- 🎧 [\[IT\] Misura in fisica 2](#)
- 🎧 [\[EN\] Grandezze fisiche e unità di misura](#)
- 🎧 [\[EN\] Concetti fondamentali della misura](#)
- 🎧 [\[FR\] Fisica grandezze](#)
- 🎧 [\[FR\] Fisica misura](#)
- 🎧 [\[ES\] Introduzione alla fisica](#)
- 🎧 [\[ES\] Misura](#)

Misurare ciò che è misurabile e rendere misurabile ciò che non lo è ancora.”

— Galileo Galilei (attr.)

Introduzione

Immagina di dover comunicare a qualcuno che si trova dall'altra parte del mondo la lunghezza di un oggetto. Potresti dire “è lungo quanto il mio braccio”, ma il tuo braccio non è uguale al suo. Oppure potresti dire “è lungo 42cm : in questo caso la comunicazione è *inequivocabile*, perché il centimetro ha lo stesso significato in tutto il mondo.

Questo esempio banale racchiude il nucleo della **fisica come scienza quantitativa**: la descrizione della natura richiede *grandezze* misurabili e *unità* condivise. Senza misura non c'è confronto, senza confronto non c'è legge fisica. In questo capitolo costruiamo gli strumenti concettuali e operativi che renderanno possibile, dal capitolo successivo in poi, parlare di vettori, moto, forze, energia.

Attenzione! — Perché studiare le misure?

Ogni formula della fisica, da $F = ma$ alla relatività di Einstein, è scritta in termini di grandezze fisiche misurabili. Capire *cosa si misura* e *come si misura* è il primo passo per capire la fisica.

1.1. Il metodo sperimentale

[WEB \(Materiali sul paragrafo\)](#)

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

1.1.1. Osservazione, modello, esperimento

Per quasi due millenni, da Aristotele al Rinascimento, lo studio della natura procedeva per *autorità*: si discutevano le opere degli antichi e si argomentava *a priori* sulla base di principi filosofici (i “luoghi naturali” dei corpi, l'idea che il moto richieda continuamente una causa). La svolta decisiva si compie tra fine Cinquecento e metà Seicento con Galileo Galilei (1564–1642), che mette al centro della scienza tre azioni operative: *osservare*, *modellare*, *esperimentare*.

Definizione 1.1 — Metodo sperimentale

Il **metodo sperimentale** (o metodo scientifico) è il procedimento ciclico per cui una conoscenza della natura si costruisce attraverso:

1. **Osservazione** di un fenomeno e identificazione delle grandezze rilevanti.
2. Formulazione di una **ipotesi** o **modello** matematico che descriva il fenomeno.
3. **Predizione** quantitativa di un risultato in condizioni controllate.
4. **Esperimento** riproducibile per confrontare predizione e misura.
5. **Revisione** del modello in base ai risultati, ricominciando dal punto 1.

Tre caratteristiche distinguono questo metodo da quello pre-galileiano:

- *Quantitativo*: ogni grandezza è espressa con un numero e un'unità, mai con aggettivi qualitativi (“veloce”, “pesante”).
- *Riproducibile*: l'esperimento deve poter essere ripetuto da altri sperimentatori, in altri laboratori, ottenendo lo stesso risultato entro le incertezze.
- *Falsificabile*: il modello deve fare predizioni che possono in linea di principio essere smentite dall'esperimento (criterio di Karl Popper, 1934). Una teoria che si adatta a qualsiasi risultato non è fisica.

Nota — Esempio storico — la caduta dei gravi

Aristotele sosteneva che corpi più pesanti cadano proporzionalmente più rapidamente. Galileo, nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638), formula il modello opposto: in assenza di resistenza dell'aria *tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione*. Per verificarlo costruisce piani inclinati con scanalature levigate, fa rotolare sfere e misura tempi con un orologio ad acqua (clessidra). Dalle proporzioni $s \propto t^2$ ricava la legge del moto uniformemente accelerato — un modello quantitativo nato dall'esperimento.

1.1.2. Definizione operativa di grandezza fisica

Definizione 1.2 — Grandezza fisica

Una **grandezza fisica** è qualsiasi proprietà di un fenomeno, di un corpo o di una sostanza che può essere *misurata e espressa con un numero seguito da un'unità di misura*.

Sono grandezze fisiche: lunghezza (3.5 m), massa (75 kg), temperatura (37 °C), velocità (130 km/h). *Non* lo sono, in senso stretto: il colore di un oggetto (categoria, non numero), la bellezza, la simpatia (soggettive).

Il fisico statunitense Percy Bridgman, in *The Logic of Modern Physics* (1927), formalizza un concetto centrale: una grandezza fisica è definita *operativamente*, cioè attraverso la procedura concreta con cui la si misura.

Definizione 1.3 — Definizione operativa

La **definizione operativa** di una grandezza fisica è la descrizione precisa della procedura sperimentale che permette di assegnarle un valore numerico.

Esempio: la temperatura di un corpo è “ciò che si legge su un termometro” (definizione operativa di base), poi raffinata attraverso la termodinamica (12) come grandezza legata all'energia cinetica media molecolare. Senza definizione operativa una grandezza è solo un nome: la definizione fissa l'unità, l'incertezza minima, le condizioni di validità.

1.1.3. Dalle misure ai concetti fisici

Le grandezze misurate sono i mattoni da cui si costruiscono i *concetti fisici*, attraverso due movimenti opposti e complementari:

- **Induzione:** dai dati alla legge. Si osservano molte cadute di gravi, si misura s e t , e si induce la legge $s = \frac{1}{2}gt^2$.
- **Deduzione:** dalla legge alle predizioni. Conoscendo la legge, si deduce che in 2 s un corpo lasciato cadere percorre 19.6 m. Si verifica con l'esperimento.

Il fisico Eugene Wigner, in *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences* (1960), osserva che la matematica si rivela “irragionevolmente efficace” nel descrivere la natura: leggi semplici, scoperte in un contesto, predicono fenomeni in contesti del tutto diversi. Newton scopre la gravitazione dalle orbite planetarie e la stessa legge spiega la caduta di una mela; Maxwell formula le equazioni dell'elettromagnetismo e ne deriva la velocità della luce. La fisica è il linguaggio in cui questa efficacia diventa esplicita.

1.2. Il Sistema Internazionale di unità

[WEB \(Materiali sul paragrafo\)](#)

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

1.2.1. Grandezze fondamentali e grandezze derivate

Il **Sistema Internazionale di unità** (SI), adottato nel 1960 dalla Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure (CGPM) e periodicamente aggiornato (ultima revisione: 2019), definisce sette grandezze fondamentali e le rispettive unità. Tutte le altre grandezze fisiche sono *derivate*: ottenute moltiplicando e dividendo le fondamentali.

Definizione 1.4 — Grandezze fondamentali e derivate

Le **grandezze fondamentali** sono le grandezze *primitive*, scelte per convenzione internazionale, dalle quali si derivano tutte le altre. Le **grandezze derivate** si ottengono combinando algebricamente le fondamentali. Esempio: velocità = lunghezza/tempo.

Tabella 1.1: Le sette grandezze fondamentali del Sistema Internazionale.

Grandezza	Simbolo	Unità SI	Simb.
Lunghezza	ℓ	metro	m
Massa	m	chilogrammo	kg
Tempo	t	secondo	s
Corrente elettrica	I	ampere	A
Temperatura termodinamica	T	kelvin	K
Quantità di sostanza	n	mole	mol
Intensità luminosa	I_v	candela	cd

Dalla revisione 2019, le sette unità non sono più definite tramite campioni materiali (come il vecchio prototipo del chilogrammo conservato a Sèvres) ma fissando i valori di sette costanti

fondamentali della natura: la velocità della luce c , la costante di Planck h , la carica elementare e , la costante di Boltzmann k_B , il numero di Avogadro N_A , la frequenza di transizione del cesio $\Delta\nu_{\text{Cs}}$, l'efficacia luminosa K_{cd} .

1.2.2. Multipli, sottomultipli e prefissi

Per maneggiare valori molto grandi o molto piccoli senza scrivere lunghe sequenze di zeri si usano i *prefissi SI*, ciascuno equivalente a una potenza di 10.



Figura 1.1: Scala dei prefissi SI principali (passo $\times 10^3$, non in scala lineare).

Nota — Regola pratica per i prefissi

Per convertire da un'unità con prefisso all'unità base, *moltiplica* per il fattore corrispondente:

$$3.5 \text{ km} = 3.5 \times 10^3 \text{ m} = 3500 \text{ m}.$$

Per la tabella completa (yotta, zetta, exa, peta, tera, ..., atto, zepto, yocto) vedi l'appendice 26.6.

1.2.3. Conversioni tra unità di misura

Quando un valore è espresso in un'unità non-SI (ad esempio km/h, L, ° angolari) conviene convertirlo nell'unità SI prima di sostituirlo nelle formule. La tecnica più sicura è quella delle *frazioni unitarie*: si moltiplica per frazioni equivalenti a 1, costruite in modo da cancellare le unità indesiderate.

Procedura — Conversione con frazioni unitarie

1. Scrivi il valore da convertire con la sua unità.
2. Moltiplica per frazioni equivalenti a 1 (es. $\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}$).
3. Disponi numeratori e denominatori in modo che le unità indesiderate si cancellino.
4. Esegui i conti numerici, lasciando le unità SI nel risultato.

Esempio: 72 km/h in m/s:

$$72 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = \frac{72\,000}{3600} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}.$$

Da ricordare: 3.6 km/h = 1 m/s esatti.

1.2.4. Analisi dimensionale come strumento di controllo

L'**analisi dimensionale** consiste nel verificare che, in una formula fisica, i due membri abbiano le stesse *dimensioni* (cioè la stessa combinazione di lunghezze, masse, tempi, ecc.).

Se le dimensioni non tornano, la formula è certamente sbagliata; se tornano, la formula può essere giusta (ma serve verifica numerica).

$$[F] = \text{kg m/s}^2 = \text{N} \quad [E] = \text{kg m}^2/\text{s}^2 = \text{J}$$

Nota — Forza del metodo

L'analisi dimensionale è il primo controllo da fare su qualunque formula scritta a memoria o ricavata in fretta. Se a destra c'è m/s e a sinistra m²/s², c'è un errore — non importa quanto sia “elegante” il calcolo che l'ha prodotto.

1.3. Notazione scientifica e ordini di grandezza

[WEB \(Materiali sul paragrafo\)](#)

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

1.3.1. Dalla notazione decimale alla notazione scientifica

In fisica si incontrano routinariamente numeri come la massa del Sole (1.989×10^{30} kg) o la massa dell'elettrone (9.109×10^{-31} kg). Scriverli in notazione decimale completa, con tutti gli zeri, è impraticabile e fonte di errori. La *notazione scientifica* risolve il problema esprimendo ogni numero come prodotto di una mantissa a e di una potenza di 10.

Definizione 1.5 — Notazione scientifica

Un numero x è scritto in **notazione scientifica** se ha la forma

$$x = a \times 10^n, \quad 1 \leq |a| < 10, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

La mantissa a ha una sola cifra non nulla prima del punto decimale; l'esponente n può essere positivo (numeri grandi), negativo (numeri piccoli) o nullo.

$$6.022 \times 10^{23} \text{ (numero di Avogadro)} \quad 1.602 \times 10^{-19} \text{ (carica elementare, C)}$$

1.3.2. Operazioni in notazione scientifica

Le regole sono quelle delle potenze: si separa mantissa ed esponente, e si trattano in modo indipendente.

Procedura — Operazioni con potenze di 10

- **Moltiplicazione:** $(a \times 10^n)(b \times 10^m) = (ab) \times 10^{n+m}$.
- **Divisione:** $(a \times 10^n)/(b \times 10^m) = (a/b) \times 10^{n-m}$.
- **Addizione/sottrazione:** serve **lo stesso esponente**. Si riduce uno degli addendi allo stesso esponente dell'altro, poi si sommano le mantisse.
- **Potenza/radice:** $(a \times 10^n)^k = a^k \times 10^{nk}$ (vale anche per k frazionario, attenzione al

segno di a).

Al termine si riporta sempre il risultato in forma canonica $a \times 10^n$ con $1 \leq |a| < 10$.

Esempio: $(3.0 \times 10^8) \cdot (2.0 \times 10^{-6}) = 6.0 \times 10^2$; $(4.5 \times 10^7) + (2.0 \times 10^6) = 4.5 \times 10^7 + 0.20 \times 10^7 = 4.70 \times 10^7$.

1.3.3. Cifre significative e arrotondamenti

Una misura di lunghezza 1.20 m non è equivalente a 1.2 m né a 1.200 m: il numero di cifre scritte comunica la *precisione* con cui la misura è stata effettuata.

Definizione 1.6 — Cifre significative

Le **cifre significative** di un numero sono le cifre che portano informazione reale sulla misura, a partire dalla prima cifra non nulla.

Procedura — Regole di conteggio

1. Le cifre non nulle sono sempre significative ($3456 \rightarrow 4$ c.s.).
2. Gli zeri *tra* cifre non nulle sono significativi ($1007 \rightarrow 4$ c.s.).
3. Gli zeri a *sinistra* della prima cifra non nulla non sono significativi ($0.0045 \rightarrow 2$ c.s.).
4. Gli zeri a *destra* del punto decimale sono significativi ($3.40 \rightarrow 3$ c.s.).
5. Per numeri interi tipo 3700 il conteggio è ambiguo: meglio scrivere 3.7×10^3 (2 c.s.) o 3.700×10^3 (4 c.s.) con la notazione scientifica.

Procedura — Operazioni con cifre significative

- *Moltiplicazione e divisione:* il risultato ha tante c.s. quante ne ha il fattore con *meno* cifre significative.
- *Addizione e sottrazione:* il risultato si arrotonda alla posizione decimale *meno precisa* tra i termini.
- *Arrotondamento:* se la cifra immediatamente dopo l'ultima da tenere è 0–4 si arrotonda per difetto; 5–9 per eccesso. (Per dataset estesi si usa la regola dell'arrotondamento al pari per minimizzare il bias.)

1.3.4. Stima degli ordini di grandezza

Spesso, prima di eseguire un calcolo preciso, conviene stimare *quanto grande* sarà il risultato a meno di un fattore 10. Questa è la *stima dell'ordine di grandezza*, una pratica che Enrico Fermi (1901–1954) trasformò in arte (le “domande di Fermi”). Le stime di Fermi servono per: validare grossolanamente un calcolo, decidere se un esperimento è fattibile, sviluppare l'intuito fisico.

Procedura — Stima alla Fermi

1. Decompose il problema in stime indipendenti più semplici.
2. Per ciascun fattore, stima a meno di un ordine di grandezza (10^n).
3. Moltiplica gli ordini di grandezza (somma gli esponenti).
4. Confronta con valori di riferimento per giudicare la plausibilità.

Nota — L'esempio classico — accordatori di piano a Chicago

Fermi chiedeva ai suoi studenti: “quanti accordatori di pianoforte ci sono a Chicago?”. Stima: popolazione $\sim 10^6$, famiglie $\sim 10^6/3 \approx 3 \times 10^5$, frazione con piano $\sim 10\% \rightarrow 3 \times 10^4$ piani. Ciascun piano viene accordato $\sim$ una volta all'anno. Un accordatore lavora ~ 200 giorni/anno $\times 4$ piani/giorno ~ 800 accordature/anno. Risultato: $3 \times 10^4/800 \approx 40$ accordatori. Stima reale dell'epoca: ~ 50 . Più che sufficiente per l'ordine di grandezza.

1.4. Misura e incertezza

[WEB \(Materiali sul paragrafo\)](#)

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

1.4.1. Strumenti di misura: portata, sensibilità, precisione

Ogni strumento di misura è caratterizzato da tre parametri che ne definiscono la zona di lavoro.

Definizione 1.7 — Caratteristiche di uno strumento

- **Portata** (o fondo scala): il massimo valore che lo strumento può misurare. Oltre la portata lo strumento si danneggia o satura.
- **Sensibilità** (o risoluzione): la più piccola variazione della grandezza che lo strumento riesce a distinguere; coincide con il valore di una tacca (per strumenti analogici) o con la cifra meno significativa visualizzata (per strumenti digitali).
- **Precisione**: l'attitudine dello strumento a fornire valori vicini tra loro in misure ripetute della stessa grandezza, anche se non necessariamente vicini al valore vero.

Esempio: un righello da 30 cm con tacche al millimetro ha portata 30 cm e sensibilità 1 mm. Un calibro a corsoio ventesimale ha sensibilità 0.05 mm, un micrometro centesimale 0.01 mm.

Misura diretta e indiretta. Una misura è *diretta* se confronta direttamente la grandezza incognita con lo strumento di misura (es. lunghezza di un tavolo con un metro a nastro). È *indiretta* se la grandezza si ricava dalla misura di altre grandezze tramite una formula (es. velocità media $\bar{v} = \Delta s / \Delta t$ misurando separatamente Δs e Δt).

1.4.2. Errori sistematici ed errori casuali

Nessuna misura è perfetta. Le cause di errore si dividono in due famiglie con effetti opposti sul comportamento delle misure ripetute.

Definizione 1.8 — Errori sistematici e casuali

- Un **errore sistematico** sposta tutte le misure nella stessa direzione (per eccesso o per difetto). Cause tipiche: strumento scalibrato, metodo di lettura sbagliato, formula incompleta. *Non si riduce* ripetendo la misura.
- Un **errore casuale** causa fluttuazioni in entrambi i versi attorno al valore vero. Cause tipiche: piccole vibrazioni, tempo di reazione dell'operatore, condizioni ambientali. *Si riduce* eseguendo molte misure e calcolando la media.

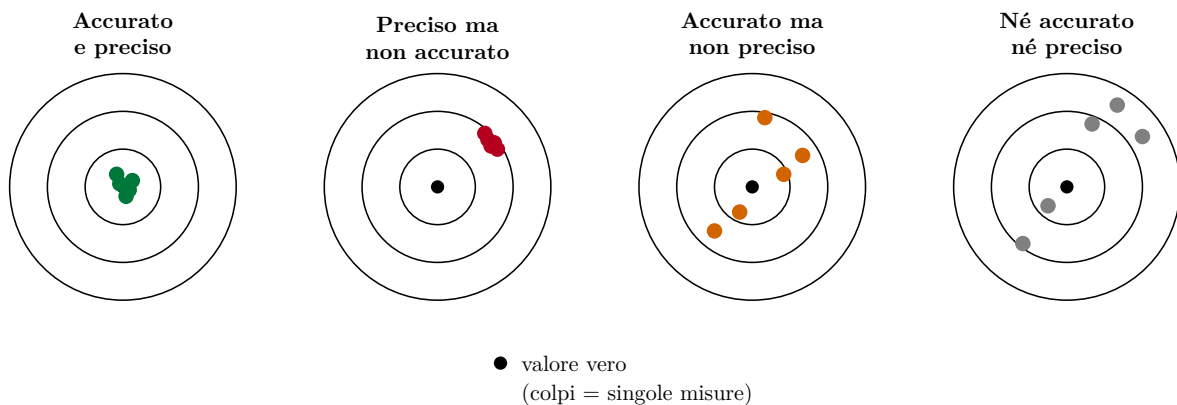


Figura 1.2: Accuratezza (vicinanza al valore vero, lotta agli errori sistematici) vs precisione (raggruppamento delle misure, lotta agli errori casuali).

Definizione 1.9 — Accuratezza e precisione

- **Accuratezza:** vicinanza tra valore misurato e valore vero. È legata agli errori sistematici.
- **Precisione:** vicinanza tra misure ripetute della stessa grandezza. È legata agli errori casuali.

Una misura buona è insieme accurata e precisa.

1.4.3. Incertezza assoluta e incertezza relativa

Il risultato di una misura non è mai un singolo numero, ma sempre un *intervallo*: $x = x_0 \pm \Delta x$, dove x_0 è il valore migliore (es. media di più misure) e Δx è l'*incertezza assoluta*, che ha le stesse unità di x .

$$x = x_0 \pm \Delta x$$

Per valori migliori e incertezze ottenuti da N misure ripetute $x_1, \dots, x_N$:

$$x_0 = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} \text{ (semidispersione massima).}$$

Per analisi statistiche più raffinate si usa la deviazione standard, ma la semidispersione è già adeguata in laboratorio liceale.

Definizione 1.10 — Incertezza relativa

L'**incertezza relativa** è il rapporto adimensionale

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x}{|x_0|},$$

spesso espresso in percentuale ($\varepsilon_r \times 100\%$).

L'incertezza relativa permette di confrontare la qualità di misure di grandezze diverse: misurare una lunghezza di 1 m con $\Delta x = 1 \text{ mm}$ ($\varepsilon_r = 10^{-3}$) è più “buono” che misurare 1 cm con la stessa Δx ($\varepsilon_r = 10^{-1}$).

1.4.4. Propagazione dell'incertezza nelle operazioni

Quando una grandezza si calcola a partire da altre grandezze misurate, l'incertezza si *propaga* dalla formula al risultato. Le regole semplificate adottate in laboratorio liceale sono le seguenti.

Somma e differenza: si sommano le incertezze *assolute*.

$$z = x \pm y \implies \Delta z = \Delta x + \Delta y.$$

Prodotto e quoziente: si sommano le incertezze *relative*.

$$z = x \cdot y \text{ oppure } z = x/y \implies \frac{\Delta z}{|z|} = \frac{\Delta x}{|x|} + \frac{\Delta y}{|y|}.$$

Potenza: l'incertezza relativa si moltiplica per l'esponente.

$$z = x^n \implies \frac{\Delta z}{|z|} = |n| \frac{\Delta x}{|x|}.$$

Nota — Origine delle regole

Le formule sopra sono *stime per eccesso* basate sul caso peggiore: assumono che gli errori si sommino tutti nella stessa direzione. Una trattazione statistica più accurata (somma in quadratura) attende l'analisi delle variabili aleatorie: $\Delta z = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ per somme di errori indipendenti.

1.5. Grafici e rappresentazione dei dati

 [quiz e materiali con l'AI](#)

[WEB \(Materiali sul paragrafo\)](#) [flashcard del paragrafo](#)

1.5.1. Costruzione e interpretazione dei grafici

Un grafico cartesiano è il modo più sintetico per visualizzare la dipendenza tra due grandezze fisiche. Convenzioni di base:

- *Asse orizzontale* (ascisse): variabile **indipendente**, quella controllata dallo sperimentatore (es. il tempo t).
- *Asse verticale* (ordinate): variabile **dipendente**, quella misurata (es. la posizione s).
- Le unità di misura vanno sempre indicate sugli assi, vicino al simbolo della grandezza.
- La scala deve essere scelta in modo che i dati riempiano almeno $2/3$ del grafico.
- Ogni punto sperimentale va accompagnato da *barre di errore* (verticali per Δy , orizzontali per Δx).
- La curva tracciata deve essere “il miglior compromesso” che attraversa la maggior parte delle barre di errore, senza per forza passare per tutti i punti.

1.5.2. Proporzionalità diretta, inversa, quadratica

Tre tipi di dipendenza compaiono ovunque nella fisica liceale; riconoscerli a occhio dal grafico è un'abilità fondamentale.

$$y = kx \text{ (diretta)}, \quad y = \frac{k}{x} \text{ (inversa)}, \quad y = kx^2 \text{ (quadratica)}.$$

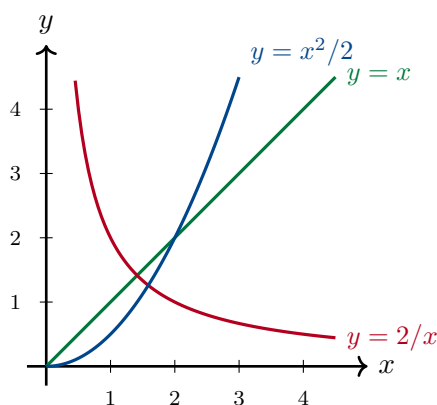


Figura 1.3: Proporzionalità diretta (verde), inversa (rosso), quadratica (blu) nel primo quadrante.

Indicatori grafici qualitativi:

- Diretta: retta passante per l'origine; raddoppiando x raddoppia y .
- Inversa: iperbole equilatera; il prodotto $xy = k$ è costante.
- Quadratica: parabola passante per l'origine; raddoppiando x , y quadruplica.

1.5.3. Linearizzazione di leggi non lineari

L'occhio umano riconosce con grande precisione le *rette*, molto meno le curve. Per questa ragione, davanti a una legge non lineare conviene riscriverla come retta tramite un opportuno cambio di variabili: questa operazione si chiama *linearizzazione*.

Procedura — Linearizzare per riconoscere la legge

1. Se sospetti $y = kx^n$ con n noto, riporta y in funzione di x^n : ottieni una retta di pendenza k .
2. Se sospetti $y = kx^n$ con n ignoto, riporta $\log y$ in funzione di $\log x$: ottieni una retta di pendenza n e intercetta $\log k$.
3. Se sospetti una legge esponenziale $y = k a^x$, riporta $\log y$ in funzione di x : ottieni una retta di pendenza $\log a$ e intercetta $\log k$.

Esempio. Il periodo T di un pendolo dipende dalla lunghezza L secondo $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. Tracciare T in funzione di L dà una curva ramo di parabola. Tracciare invece T^2 in funzione di L dà una retta di pendenza $4\pi^2/g$: misurando la pendenza si ricava g direttamente.

1.6. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 1.1 — Conversione di unità di misura

Converti 72 km/h in m/s.

Soluzione

$$72 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = \frac{72\,000}{3600} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}.$$

Esempio 1.2 — Analisi dimensionale — pressione

Verifica che l'unità della pressione $p = F/A$ sia il pascal (Pa).

Soluzione

$$[F] = \text{kg m/s}^2 = \text{N}, \quad [A] = \text{m}^2.$$

$$[p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}.$$

La formula è dimensionalmente coerente.

Esempio 1.3 — Notazione scientifica e operazioni

Calcola $\frac{(6.0 \times 10^8)(4.0 \times 10^{-3})}{2.0 \times 10^2}$ in notazione scientifica, con le c.s. corrette.

Soluzione

Mantisce: $6.0 \cdot 4.0 / 2.0 = 12$. Esponenti: $8 + (-3) - 2 = 3$. Risultato grezzo: $12 \times 10^3 = 1.2 \times 10^4$. Le c.s. sono 2 (vincolo del fattore con minor numero di c.s., qui tutti a 2):

$$1.2 \times 10^4.$$

Esempio 1.4 — Cifre significative nella moltiplicazione

Esegui $3.24 \text{ m} \times 1.8 \text{ m}$ con il corretto numero di c.s.

Soluzione

3.24 m ha 3 c.s., 1.8 m ha 2 c.s. Nella moltiplicazione si prende il minimo, dunque 2 c.s.

$$3.24 \times 1.8 = 5.832 \text{ m}^2 \xrightarrow{2 \text{ c.s.}} 5.8 \text{ m}^2.$$

Esempio 1.5 — Stima alla Fermi — capelli sulla testa

Quanti capelli ha in media una persona?

Soluzione

Superficie del cuoio capelluto $\sim \pi r^2$ con $r \sim 10 \text{ cm}$, dunque $A \sim 300 \text{ cm}^2$. Densità di capelli $\sim 300 \text{ capelli/cm}^2$ (stima qualitativa). Numero totale $\sim 300 \times 300 = 9 \times 10^4$, dunque ordine di grandezza $\sim 10^5$. Il valore tipico in letteratura è $\sim 1 \times 10^5$: la stima è corretta a meno di un fattore 10.

Esempio 1.6 — Misura ripetuta con incertezza

Cinque misure della lunghezza di una sbarra danno (in cm): $25.3 - 25.5 - 25.2 - 25.4 - 25.3$. Calcola valore medio e incertezza.

Soluzione

Valore medio:

$$\bar{L} = \frac{25.3 + 25.5 + 25.2 + 25.4 + 25.3}{5} = \frac{126.7}{5} = 25.34 \text{ cm.}$$

Semidispersione massima:

$$\Delta L = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2} = \frac{25.5 - 25.2}{2} = 0.15 \text{ cm} \approx 0.2 \text{ cm.}$$

Risultato:

$$(25.3 \pm 0.2) \text{ cm.}$$

(L'incertezza si arrotonda a una cifra; il valore medio si allinea alla stessa posizione decimale.)

Esempio 1.7 — Propagazione: area di un rettangolo

Si misurano i lati di un rettangolo: $a = (12.0 \pm 0.1) \text{ cm}$, $b = (8.0 \pm 0.1) \text{ cm}$. Calcola l'area con la sua incertezza.

Soluzione

Area: $A = ab = 12.0 \cdot 8.0 = 96.0 \text{ cm}^2$. Per il prodotto si sommano le incertezze relative:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{0.1}{12.0} \approx 8.3 \times 10^{-3}, \quad \frac{\Delta b}{b} = \frac{0.1}{8.0} = 1.25 \times 10^{-2}.$$

$$\frac{\Delta A}{A} = 8.3 \times 10^{-3} + 1.25 \times 10^{-2} \approx 2.1 \times 10^{-2}.$$

$$\Delta A = 0.021 \cdot 96.0 \approx 2 \text{ cm}^2, \text{ quindi } A = (96 \pm 2) \text{ cm}^2.$$

Esempio 1.8 — Linearizzazione del pendolo

In laboratorio si misura il periodo T di un pendolo per cinque lunghezze L :

$$(L, T) : (0.25, 1.00), (0.50, 1.42), (0.75, 1.74), (1.00, 2.01), (1.25, 2.24) \text{ [m, s].}$$

Ricava una stima di g .

Soluzione

La legge è $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, dunque $T^2 = (4\pi^2/g)L$: tracciando T^2 in funzione di L si ottiene una retta di pendenza $m = 4\pi^2/g$. Calcoliamo T^2 :

$$(L, T^2) : (0.25, 1.00), (0.50, 2.02), (0.75, 3.03), (1.00, 4.04), (1.25, 5.02) \text{ [m, s}^2\text{]}.$$

La pendenza si stima dai due punti estremi: $m \approx (5.02 - 1.00)/(1.25 - 0.25) = 4.02 \text{ s}^2/\text{m}$. Da $m = 4\pi^2/g$ segue $g = 4\pi^2/m \approx 39.48/4.02 \approx 9.82 \text{ m/s}^2$, in ottimo accordo col valore vero 9.81 m/s^2 .

1.7. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 1.1

1. *Conversioni di lunghezza.* Converti: (a) 3.5 km in m; (b) 250 mm in cm; (c) 0.045 m in mm; (d) $8.2 \mu\text{m}$ in nm.
2. *Conversioni di velocità.* (a) 90 km/h in m/s; (b) 15 m/s in km/h; (c) 1080 km/h in m/s.
3. *Notazione scientifica.* Riscrivi in notazione scientifica con 2 c.s.: 0.000 047; 3 800 000; 0.020; 672.
4. *Operazioni esponenziali.* Calcola $(2.5 \times 10^6)(4.0 \times 10^{-2})/(5.0 \times 10^3)$ con le c.s. corrette.
5. *Cifre significative.* Quante c.s. hanno: 3700, 0.0082, 5.060, 1.00×10^5 ?
6. *Stima di Fermi.* Quanti battiti di cuore esegue un essere umano in tutta la sua vita?
7. *Stima di Fermi.* Quanto pesa l'aria nella tua aula scolastica? (Considera $\rho_{\text{aria}} \approx 1.2 \text{ kg/m}^3$.)
8. *Misura e incertezza.* Un cronometro ha sensibilità 0.01 s. Un atleta percorre 100 m in $t = 10.52 \text{ s}$. Calcola la velocità media e indica quante c.s. ha il risultato.
9. *Sensibilità di strumenti.* Confronta sensibilità e portata di: righello da 30 cm, calibro ventesimale (0.05 mm, portata 15 cm), micrometro centesimale (0.01 mm, portata 25 mm). Quale useresti per misurare lo spessore di un foglio di carta?
10. *Errore sistematico vs casuale.* Classifica come sistematico o casuale: (a) un termometro letto sempre a 2°C in più del vero; (b) un cronometro azionato a mano con tempi di reazione variabili; (c) una bilancia non azzerata; (d) misure di velocità del vento al variare del vento.
11. *Incertezza relativa.* Si misura il diametro di un capello, $d = (50 \pm 2) \mu\text{m}$, e l'altezza di una persona, $h = (1.75 \pm 0.01) \text{ m}$. Quale misura è di qualità migliore?

12. *Propagazione, somma.* Si misurano due tempi $t_1 = (12.3 \pm 0.1) \text{ s}$ e $t_2 = (8.7 \pm 0.2) \text{ s}$. Calcola $t_1 + t_2$ con l'incertezza.
13. *Propagazione, prodotto.* Misuri $r = (5.0 \pm 0.1) \text{ cm}$ il raggio di un cerchio. Calcola area e circonferenza con le rispettive incertezze.
14. *Analisi dimensionale.* Verifica che $v^2 = v_0^2 + 2as$ sia dimensionalmente corretta.
15. *Linearizzazione.* Per una sostanza in caduta libera, le misure danno: (t, s) in (s, m) : $(0.5, 1.2)$, $(1.0, 4.9)$, $(1.5, 11.0)$, $(2.0, 19.5)$, $(2.5, 30.6)$. Traccia s in funzione di t^2 e ricava $g/2$ dalla pendenza.
16. *Sfida (stima di Fermi).* Quanti granelli di sabbia ci stanno in una spiaggia di 1 km di lunghezza, 30 m di larghezza, 2 m di profondità? Confronta con la stima storica di Archimede nell'*Arenario*.

1.8. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo — Cap. 1 — Grandezze fisiche e misure

1. Il **metodo sperimentale** (Galileo) procede per cicli osservazione $\rightarrow$ modello $\rightarrow$ predizione $\rightarrow$ esperimento $\rightarrow$ revisione. Le grandezze fisiche hanno sempre una *definizione operativa*.
2. Il **Sistema Internazionale** adotta sette grandezze fondamentali (metro, chilogrammo, secondo, ampere, kelvin, mole, candela). I prefissi (kilo, milli, mega, ...) sono potenze di 10 che evitano lunghe sequenze di zeri.
3. L'**analisi dimensionale** verifica la coerenza delle formule: se le dimensioni non tornano, la formula è certamente sbagliata.
4. La **notazione scientifica** $a \times 10^n$ con $1 \leq |a| < 10$ rende leggibili e operativi i numeri molto grandi o molto piccoli. Le *cifre significative* comunicano la precisione; nelle operazioni si segue il termine con meno c.s.
5. Le **stime alla Fermi** forniscono ordini di grandezza con minimo sforzo; sono uno strumento essenziale di intuito fisico.
6. Ogni **misura** ha incertezza $x = x_0 \pm \Delta x$. Errori *sistematici* e *casuali* hanno comportamenti opposti; accuratezza e precisione sono concetti distinti.
7. La **propagazione dell'incertezza**: somma/differenza $\rightarrow$ somma di Δ assolute; prodotto/quoziente $\rightarrow$ somma di Δ relative; potenza $\rightarrow$ relativa $\times$ esponente.
8. I **grafici** ben costruiti rivelano la legge fisica: la proporzionalità diretta, inversa e quadratica si riconoscono a occhio. La *linearizzazione* (es. T^2 vs L per il pendolo) trasforma curve in rette e permette di leggere parametri come la pendenza.

9. *Prossimo capitolo:* dalla scalare alla vettoriale, con vettori, somma vettoriale, prodotto scalare/vettoriale (2).

Capitolo 2

Vettori e operazioni vettoriali

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“La matematica è il linguaggio con cui Dio ha scritto l’universo.”

— Galileo Galilei

 [Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

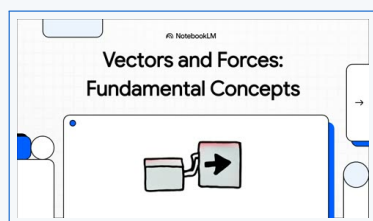
 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Schede, test e video di matematika.it](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



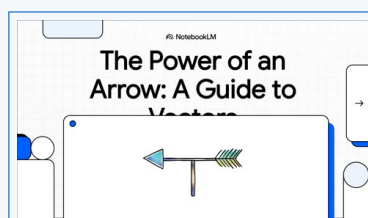
[03 forze e vettori video](#)



[03 Vettori e Forze2](#)

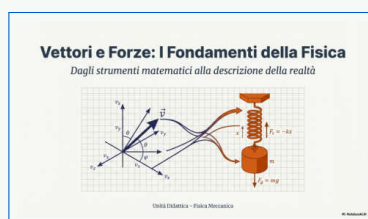


[03 Vettori e Forze](#)



[15 fisica cinematica video](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Vettori e forze](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Vettori base e forze](#)
- [\[IT\] Podcast vettori equilibrio](#)
- [\[IT\] Vettori e forze](#)
- [\[EN\] Vettori e Forze Concetti Fondamentali](#)
- [\[FR\] Forze e vettori](#)
- [\[ES\] Vettori base e forze](#)

Introduzione

Nel capitolo precedente abbiamo imparato a misurare grandezze come la lunghezza, la massa e il tempo: per descriverle basta un numero accompagnato da un'unità di misura. Diciamo che è sufficiente 2.5 m per indicare la lunghezza di un tavolo, oppure 72 kg per la massa di una persona.

Ma proviamo ora a rispondere a una domanda apparentemente innocua: *di quanto si è spostato un'automobile che ha percorso 30 km?* La risposta dipende dalla *direzione* in cui ha viaggiato. Se è partita da Torino e si è spostata di 30 km verso est arriva a Chivasso; se invece si è spostata verso sud arriva nei pressi di Carmagnola. Stessa distanza percorsa, posizioni finali diverse.

Esistono dunque grandezze fisiche per le quali un solo numero non basta: serve specificare anche *dove sono dirette*. Sono le grandezze vettoriali, e in questo capitolo impareremo a maneggiarle con destrezza. Vedremo che non si tratta di un puro formalismo matematico: i vettori sono lo strumento che permette di descrivere in modo conciso ed efficace una larga parte dei fenomeni fisici, dalla caduta di una mela al moto dei pianeti, dalle correnti elettriche alle onde luminose.

2.1. Grandezze scalari e grandezze vettoriali

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

2.1.1. Distinzione tra grandezze scalari e vettoriali

Osservando attentamente le grandezze fisiche che incontriamo nel mondo, ci accorgiamo che si dividono in due grandi famiglie.

Definizione 2.1 — Grandezza scalare

Una **grandezza scalare** è una grandezza fisica completamente determinata da un numero reale (con segno) accompagnato dall'unità di misura.

Sono scalari, ad esempio, la massa, il tempo, la temperatura, l'energia, la densità, il volume, la carica elettrica. Per dire che la temperatura di un'aula è 20°C non occorre nient'altro: il numero 20 con la sua unità esprime tutto.

Definizione 2.2 — Grandezza vettoriale

Una **grandezza vettoriale** è una grandezza fisica per descrivere completamente la quale occorre specificare:

- un *modulo* (un numero non negativo con la sua unità di misura);
- una *direzione* (la retta lungo cui agisce);
- un *verso* (uno dei due possibili lungo quella direzione).

Sono vettoriali, fra le altre, lo spostamento, la velocità, l'accelerazione, la forza, la quantità di moto, il campo elettrico. Tutte queste grandezze hanno in comune il fatto che cambiare la direzione cambia il fenomeno descritto.

Nota

Per indicare che una grandezza è vettoriale, in questo testo useremo il simbolo $\vec{v}$ con la freccia sopra. In molti libri si trova anche la notazione in grassetto $\mathbf{v}$, equivalente. Il *modulo* del vettore si indica con $|\vec{v}|$ oppure semplicemente con la lettera senza freccia, v .

2.1.2. Rappresentazione grafica di un vettore

Graficamente un vettore si rappresenta con una **freccia orientata**: la lunghezza della freccia (in una scala scelta) rappresenta il modulo, la retta su cui giace la freccia ne indica la direzione, la punta ne indica il verso.

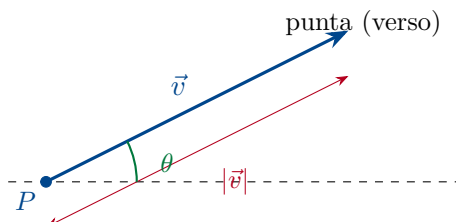


Figura 2.1: Rappresentazione grafica di un vettore $\vec{v}$. Il punto P è il punto di applicazione, la lunghezza della freccia rappresenta il modulo $|\vec{v}|$, l'angolo θ ne individua la direzione rispetto a una retta di riferimento, la punta ne specifica il verso.

2.1.3. Modulo, direzione, verso, punto di applicazione

Riassumiamo i quattro elementi che caratterizzano un vettore.

Definizione 2.3 — Elementi di un vettore

Dato un vettore $\vec{v}$:

- il **modulo** $|\vec{v}|$ è la sua intensità, un numero reale non negativo con un'unità di misura;
- la **direzione** è la retta lungo cui giace la freccia rappresentativa;
- il **verso** è uno dei due orientamenti possibili lungo la direzione;
- il **punto di applicazione** è il punto in cui si colloca l'origine della freccia.

Attenzione!

Direzione $\neq$ verso. Nel linguaggio comune si dice spesso “in direzione nord”, confondendo i due concetti. In fisica la *direzione* è la retta (per esempio nord-sud), mentre il *verso* specifica il quale dei due capi (verso nord oppure verso sud). Due vettori con uguale modulo e uguale direzione ma versi opposti sono distinti.

Nota

Per molti scopi (e per tutto questo capitolo) i vettori si considerano *liberi*: possono essere traslati nel piano o nello spazio senza che cambino. Il punto di applicazione diventa rilevante solo in alcuni contesti, ad esempio per i momenti di una forza (cap. 9) o per i corpi estesi.

2.2. Componenti cartesiane

2.2.1. Scomposizione di un vettore lungo gli assi

Lavorare con frecce e rigelli è efficace per la comprensione, ma diventa impraticabile per i calcoli. Introduciamo allora un metodo algebrico, basato sulla *scomposizione* di un vettore lungo gli assi di un sistema di riferimento cartesiano.

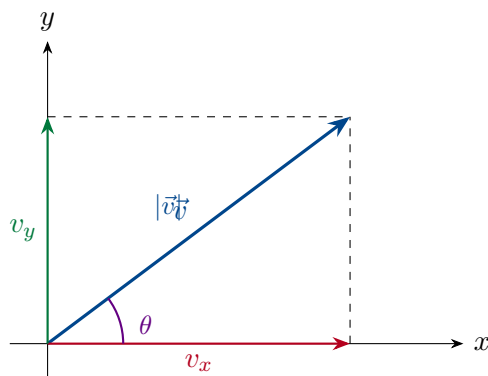


Figura 2.2: Scomposizione del vettore $\vec{v}$ lungo gli assi cartesiani. Le componenti v_x e v_y sono le proiezioni ortogonali sugli assi.

Dato un vettore $\vec{v}$ nel piano e un sistema di assi cartesiani Oxy , le **componenti cartesiane** di $\vec{v}$ sono i due numeri v_x e v_y che si ottengono proiettando ortogonalmente la freccia sugli assi. Detto θ l'angolo che $\vec{v}$ forma con il semiasse positivo delle x , valgono le relazioni

$$\begin{aligned} v_x &= |\vec{v}| \cos \theta, \\ v_y &= |\vec{v}| \sin \theta. \end{aligned}$$

Le componenti hanno segno: sono positive se la proiezione è concorde con il verso positivo dell'asse, negative se è discorde.

2.2.2. Composizione di vettori a partire dalle componenti

Conoscere le componenti di un vettore equivale a conoscere il vettore stesso: dalle componenti si ricostruiscono modulo e direzione. Per il teorema di Pitagora applicato al rettangolo di figura 2.2:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

e l'angolo θ con l'asse delle x si ricava da

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}. \quad (2.1)$$

Attenzione!

Quando si calcola θ con la funzione arctan bisogna prestare attenzione al *quadrante* in cui giace il vettore. La calcolatrice restituisce sempre un angolo compreso fra -90° e $+90^\circ$, ma se $v_x < 0$ occorre aggiungere 180° al risultato. Conviene sempre disegnare un piccolo

schema per controllare.

2.2.3. Versori $\hat{i}$ $\hat{j}$ $\hat{k}$

Per scrivere un vettore in modo compatto a partire dalle componenti si usano i **versori**.

Definizione 2.4 — Versore

Un **versore** è un vettore di modulo unitario. I versori associati agli assi cartesiani x , y , z si indicano rispettivamente con $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ e hanno modulo $|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$, direzione e verso quelli dei rispettivi semiassi positivi.

Un vettore qualsiasi nel piano si scrive allora come somma dei suoi due “pezzi” lungo gli assi:

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} \quad (2.2)$$

e nello spazio

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}. \quad (2.3)$$

In alternativa si usa la notazione per coordinate: $\vec{v} = (v_x, v_y)$ oppure $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$.

Esempio 2.1 — Componenti di uno spostamento

Un escursionista si sposta di 5.0 km in direzione nord-est, formando un angolo di 30° con la direzione est. Determinare le componenti dello spostamento rispetto a un sistema di riferimento con l'asse x verso est e l'asse y verso nord.

Soluzione

Detto $\vec{s}$ lo spostamento, $|\vec{s}| = 5.0$ km e $\theta = 30^\circ$. Algebricamente:

$$s_x = |\vec{s}| \cos \theta, \quad (2.4)$$

$$s_y = |\vec{s}| \sin \theta. \quad (2.5)$$

Sostituendo i valori:

$$s_x = 5.0 \text{ km} \cdot \cos 30^\circ = 5.0 \text{ km} \cdot 0.866 \approx 4.3 \text{ km}, \quad (2.6)$$

$$s_y = 5.0 \text{ km} \cdot \sin 30^\circ = 5.0 \text{ km} \cdot 0.500 = 2.5 \text{ km}. \quad (2.7)$$

Lo spostamento si scrive dunque $\vec{s} = (4.3 \hat{i} + 2.5 \hat{j})$ km.

Verifica dimensionale: entrambe le componenti hanno le dimensioni di una lunghezza, come deve essere. Verifica di plausibilità: $\sqrt{4.3^2 + 2.5^2} \approx 5.0$, coerente con il modulo dato.

2.3. Operazioni con i vettori

2.3.1. Somma e differenza con il metodo grafico

La somma di due vettori non si calcola sommando i moduli: due forze di 3 N ciascuna applicate nello stesso punto possono dare luogo a una risultante di 6 N (se concordi), di 0 N (se opposte) o di un valore intermedio (in tutti gli altri casi).

Esistono due metodi grafici equivalenti per costruire la somma $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

Procedura — Metodo punta-coda

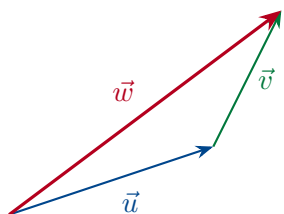
Per sommare $\vec{u}$ e $\vec{v}$:

1. Si disegna il vettore $\vec{u}$.
2. Si trasla $\vec{v}$ in modo che la sua coda coincida con la punta di $\vec{u}$.
3. Il vettore somma $\vec{w}$ è la freccia che parte dalla coda di $\vec{u}$ e arriva alla punta di $\vec{v}$.

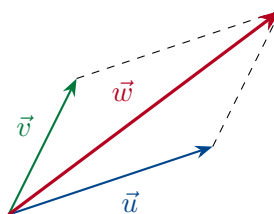
Procedura — Metodo del parallelogramma

Per sommare $\vec{u}$ e $\vec{v}$:

1. Si disegnano $\vec{u}$ e $\vec{v}$ con la stessa coda.
2. Si costruisce il parallelogramma che ha $\vec{u}$ e $\vec{v}$ come lati.
3. Il vettore somma $\vec{w}$ è la diagonale del parallelogramma uscente dalla coda comune.



Metodo punta-coda



Metodo del parallelogramma

Figura 2.3: I due metodi grafici per costruire la somma $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$. I metodi sono equivalenti e producono lo stesso risultato.

La **differenza** $\vec{u} - \vec{v}$ si costruisce sommando a $\vec{u}$ il vettore opposto $-\vec{v}$ (stesso modulo, stessa direzione, verso opposto):

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}). \quad (2.8)$$

2.3.2. Somma e differenza per componenti

Il metodo grafico è intuitivo ma poco preciso. Per i calcoli si lavora per componenti.

Legge 2.1 — Somma di vettori per componenti

Dati $\vec{u} = (u_x, u_y)$ e $\vec{v} = (v_x, v_y)$, la loro somma e differenza hanno per componenti:

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x, u_y + v_y), \quad (2.9)$$

$$\vec{u} - \vec{v} = (u_x - v_x, u_y - v_y). \quad (2.10)$$

Si sommano (o sottraggono) componente per componente.

2.3.3. Prodotto di un vettore per uno scalare

Dato un vettore $\vec{v}$ e un numero reale k , il prodotto $k\vec{v}$ è un vettore che ha:

- modulo $|k\vec{v}| = |k| |\vec{v}|$;
- direzione uguale a quella di $\vec{v}$;
- verso concorde a $\vec{v}$ se $k > 0$, opposto se $k < 0$.

In componenti, $k\vec{v} = (kv_x, kv_y)$. Se $k = 0$ si ottiene il **vettore nullo** $\vec{0}$, di modulo zero e direzione e verso indeterminati.

Esempio 2.2 — Vettore risultante

Su un punto materiale agiscono due forze: $\vec{F}_1 = (3.0 \text{ N})\hat{i} + (4.0 \text{ N})\hat{j}$ e $\vec{F}_2 = (-1.0 \text{ N})\hat{i} + (2.0 \text{ N})\hat{j}$. Determinare la forza risultante $\vec{R}$, il suo modulo e l'angolo che forma con l'asse x .

Soluzione

Algebricamente:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \quad (2.11)$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x}, \quad (2.12)$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y}, \quad (2.13)$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad (2.14)$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}. \quad (2.15)$$

Sostituendo i valori:

$$R_x = 3.0 \text{ N} + (-1.0 \text{ N}) = 2.0 \text{ N}, \quad (2.16)$$

$$R_y = 4.0 \text{ N} + 2.0 \text{ N} = 6.0 \text{ N}, \quad (2.17)$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{(2.0 \text{ N})^2 + (6.0 \text{ N})^2} = \sqrt{40} \text{ N} \approx 6.3 \text{ N}, \quad (2.18)$$

$$\theta = \arctan \frac{6.0}{2.0} = \arctan 3.0 \approx 72^\circ. \quad (2.19)$$

La forza risultante è $\vec{R} = (2.0 \text{ N}) \hat{i} + (6.0 \text{ N}) \hat{j}$, ha modulo 6.3 N e forma un angolo di circa 72° con l'asse x .

2.4. Prodotti tra vettori

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Tra vettori esistono due tipi di prodotto, profondamente diversi: il *prodotto scalare*, che dà come risultato uno scalare, e il *prodotto vettoriale*, che dà come risultato un altro vettore. Entrambi hanno un significato geometrico preciso e compaiono in numerose leggi della fisica.

2.4.1. Prodotto scalare e suo significato geometrico

Definizione 2.5 — Prodotto scalare

Il **prodotto scalare** fra due vettori $\vec{u}$ e $\vec{v}$, indicato con $\vec{u} \cdot \vec{v}$, è il numero

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \alpha \quad (2.20)$$

dove α è l'angolo compreso fra i due vettori (quando hanno la coda in comune).

In componenti, nel piano, vale la formula compatta

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y \quad (2.21)$$

che si estende facilmente allo spazio aggiungendo il termine $u_z v_z$.

Nota — Significato geometrico

Il prodotto scalare $\vec{u} \cdot \vec{v}$ rappresenta il prodotto del modulo di uno dei due vettori per la *proiezione* dell'altro sulla direzione del primo. È quindi una misura di “quanto i due vettori vanno nella stessa direzione”. In particolare:

- se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sono *paralleli e concordi* ($\alpha = 0$), allora $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}|$ (massimo positivo);
- se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sono *paralleli e discordi* ($\alpha = 180^\circ$), allora $\vec{u} \cdot \vec{v} = -|\vec{u}| |\vec{v}|$ (minimo);
- se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sono *perpendicolari* ($\alpha = 90^\circ$), allora $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

L'ultimo punto è particolarmente utile: il prodotto scalare è uno strumento per riconoscere algebricamente la perpendicolarità. Incontreremo il prodotto scalare nella definizione di lavoro di una forza (cap. 8): $L = \vec{F} \cdot \vec{s}$.

2.4.2. Prodotto vettoriale e regola della mano destra

Definizione 2.6 — Prodotto vettoriale

Il **prodotto vettoriale** fra due vettori $\vec{u}$ e $\vec{v}$, indicato con $\vec{u} \times \vec{v}$, è un vettore $\vec{w}$ così definito:

- modulo: $|\vec{w}| = |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \alpha$, dove α è l'angolo compreso fra i due vettori;
- direzione: perpendicolare al piano individuato da $\vec{u}$ e $\vec{v}$;
- verso: dato dalla *regola della mano destra*.

Procedura — Regola della mano destra

Per determinare il verso di $\vec{u} \times \vec{v}$:

1. si dispone la mano destra in modo che le dita indichino il verso di $\vec{u}$;
2. si chiudono le dita ruotandole verso il verso di $\vec{v}$ (lungo l'angolo più piccolo);
3. il pollice indica il verso di $\vec{u} \times \vec{v}$.

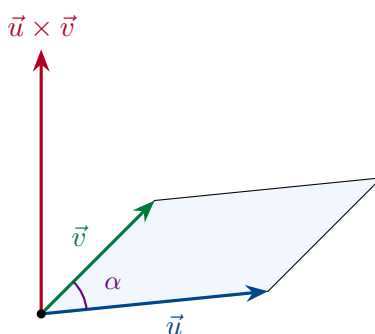


Figura 2.4: Il prodotto vettoriale $\vec{u} \times \vec{v}$ è un vettore perpendicolare al piano individuato da $\vec{u}$ e $\vec{v}$, di modulo pari all'area del parallelogramma colorato e verso dato dalla regola della mano destra.

Attenzione!

Il prodotto vettoriale **non è commutativo**: scambiando l'ordine dei fattori cambia il verso. Vale infatti

$$\vec{v} \times \vec{u} = -\vec{u} \times \vec{v}. \quad (2.22)$$

Bisogna prestare attenzione all'ordine quando si applica la regola della mano destra.

Nota — Significato geometrico

Il modulo $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \alpha$ è numericamente uguale all'*area del parallelogramma* costruito su $\vec{u}$ e $\vec{v}$. In particolare $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ se i due vettori sono paralleli (concordi o discordi), perché in tal caso $\sin \alpha = 0$ e il parallelogramma degenera in un segmento.

Il prodotto vettoriale comparirà nella forza di Lorentz su una carica in moto in un campo magnetico (cap. 16), $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$, e nella definizione di momento angolare e momento di una forza (cap. 9).

2.5. Risoluzione di problemi con grandezze fisiche

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

2.5.1. Strategie di impostazione algebrica prima del calcolo

Prima di buttarsi sui numeri conviene sempre impostare il problema in forma simbolica. Questo metodo, che useremo costantemente in tutto il corso, ha tre vantaggi: rende trasparente la struttura del ragionamento, consente di controllare la coerenza dimensionale, e facilita la verifica di casi limite.

Procedura — Strategia generale

1. Disegnare uno schema della situazione, riportando i vettori in gioco e il sistema di riferimento scelto.
2. Identificare le grandezze note e quelle incognite, assegnando a ciascuna un simbolo.
3. Scrivere le relazioni fisiche fra le grandezze in forma algebrica generale.
4. Manipolare le equazioni fino a esprimere l'incognita in funzione dei dati.
5. Solo a questo punto sostituire i valori numerici e calcolare il risultato.
6. Verificare unità di misura, ordini di grandezza, plausibilità fisica.

2.5.2. Scomposizione lungo direzioni privilegiate

La scelta del sistema di riferimento è libera, ma non tutte le scelte sono ugualmente comode. Una buona regola è orientare gli assi lungo le *direzioni naturali* del problema: per il moto su un piano inclinato si scelgono assi paralleli e perpendicolari al piano; per un proiettile si scelgono orizzontale e verticale; per una corda tesa si sceglie la direzione della corda. La fatica matematica si riduce drasticamente.

Esempio 2.3 — Forza su un piano inclinato

Un blocco di peso $\vec{P}$ è appoggiato su un piano inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Determinare le componenti del peso parallela e perpendicolare al piano.

Soluzione

Scegliamo un sistema di riferimento con l'asse x parallelo al piano (con verso positivo verso l'alto del piano) e l'asse y perpendicolare al piano (verso uscente). Il vettore peso $\vec{P}$ è verticale e diretto verso il basso. Detta $P = |\vec{P}|$, dalla geometria della figura 2.5 si

ricava:

$$P_x = -P \sin \alpha, \quad (2.23)$$

$$P_y = -P \cos \alpha. \quad (2.24)$$

Il segno meno indica che entrambe le componenti puntano nei versi negativi degli assi scelti: P_x trascina il blocco verso il basso del piano, P_y lo schiaccia contro il piano stesso. Verifica con un caso limite: per $\alpha = 0$ (piano orizzontale) otteniamo $P_x = 0$ e $P_y = -P$, come ci si aspetta (il peso è interamente perpendicolare al piano, non c'è componente che spinge il blocco lateralmente). Per $\alpha = 90^\circ$ (piano verticale) si ha $P_x = -P$ e $P_y = 0$, anche questo corretto.

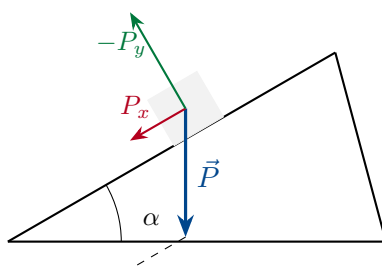


Figura 2.5: Scomposizione del peso $\vec{P}$ lungo direzioni parallele e perpendicolari al piano inclinato. Le componenti P_x e P_y risultano entrambe negative nel sistema di riferimento scelto.

2.5.3. Verifiche dimensionali e di plausibilità

Ogni risultato dev'essere sottoposto ad almeno tre controlli prima di essere accettato.

Procedura — Tre controlli sul risultato

1. **Dimensionale.** Le unità di misura del risultato sono coerenti con il tipo di grandezza richiesta? Una velocità misurata in kg è certamente sbagliata.
2. **Ordine di grandezza.** Il risultato è ragionevole per il fenomeno descritto? Un'auto che percorre 30 km in 0.3 s violerebbe la nostra esperienza quotidiana.
3. **Casi limite.** Se faccio tendere a zero o all'infinito uno dei dati, il risultato si comporta come dovrebbe? Per esempio, l'angolo del piano inclinato che tende a zero deve far sparire la componente parallela del peso.

Attenzione!

Una verifica numerica positiva non garantisce la correttezza del procedimento, ma una verifica negativa è prova certa di un errore. Se il risultato non torna ai controlli, occorre rivedere il ragionamento dall'inizio.

Riepilogo

- Le grandezze fisiche si dividono in **scalari** (un numero con unità) e **vettoriali** (modulo, direzione, verso).
- Un vettore $\vec{v}$ si rappresenta graficamente con una freccia e algebricamente tramite le sue **componenti cartesiane** (v_x, v_y) , ottenute proiettandolo sugli assi.
- Conoscendo le componenti si ricavano modulo $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ e angolo $\tan \theta = v_y/v_x$, e viceversa $v_x = |\vec{v}| \cos \theta$, $v_y = |\vec{v}| \sin \theta$.
- Tramite i **versori** $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ogni vettore si scrive nella forma $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$.
- La **somma** di vettori si esegue con il metodo punta-coda o del parallelogramma; algebricamente, sommando componente per componente.
- Il **prodotto scalare** $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \alpha = u_x v_x + u_y v_y$ produce uno scalare; si annulla per vettori perpendicolari.
- Il **prodotto vettoriale** $\vec{u} \times \vec{v}$ produce un vettore perpendicolare al piano dei due, di modulo $|\vec{u}| |\vec{v}| \sin \alpha$ e verso dato dalla regola della mano destra; non è commutativo.
- Per risolvere problemi conviene impostare **algebricamente** le equazioni prima dei calcoli numerici, scegliere assi lungo direzioni privilegiate, e verificare sempre il risultato sul piano dimensionale e di plausibilità.

Esercizio 2.1

- Un vettore $\vec{a}$ ha modulo 8.0 m e forma un angolo di 60° con l'asse x . Determinarne le componenti cartesiane.
- Calcolare modulo e angolo con l'asse x del vettore $\vec{b} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$ (componenti in metri).
- Dati $\vec{u} = 2\hat{i} - \hat{j}$ e $\vec{v} = -\hat{i} + 3\hat{j}$ (in unità arbitrarie), calcolare $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $2\vec{u} - 3\vec{v}$.
- Due forze di moduli 5.0 N e 12 N sono applicate nello stesso punto e formano fra loro un angolo di 90° . Determinare modulo e direzione della forza risultante.
- Calcolare il prodotto scalare e il modulo del prodotto vettoriale di $\vec{u} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ e $\vec{v} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$. Verificare che i due vettori sono perpendicolari.
- Un blocco di peso 50 N è appoggiato su un piano inclinato di 20° . Determinare le componenti del peso parallela e perpendicolare al piano.
- Un nuotatore attraversa un fiume largo 80 m nuotando perpendicolarmente alla corrente con velocità 1.2 m/s rispetto all'acqua. La corrente ha velocità 0.9 m/s. Determinare la velocità rispetto alla riva (modulo e direzione) e quanto vale lo spostamento totale quando il nuotatore raggiunge l'altra sponda.
- Dimostrare, usando il prodotto scalare, che se $|\vec{u} + \vec{v}| = |\vec{u} - \vec{v}|$ allora $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sono perpendicolari.

Capitolo 3

Cinematica del punto materiale

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Ignorare il moto è ignorare la natura.”

— Aristotele, Fisica

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

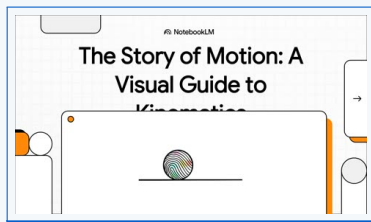
 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

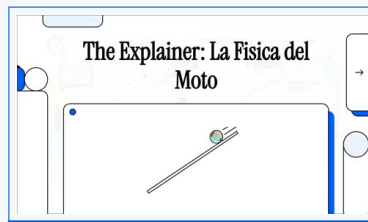
 [Schede, test e video di matematika.it](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

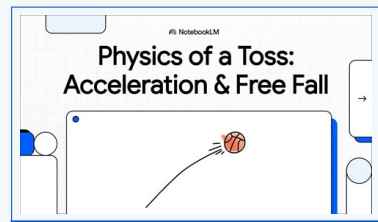
Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



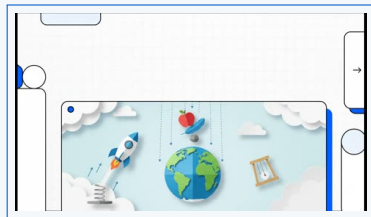
[Fisica moto uniforme video](#)



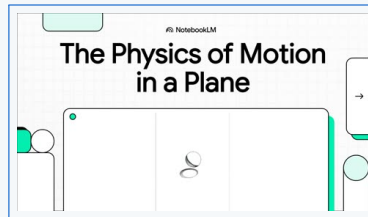
[06 The Explainer La Fisica del Moto](#)



[07 fisica moto accelerato video](#)



[07 Moto Accelerato](#)

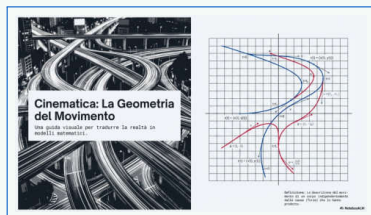


[08 fisica moti nel piano video](#)



[15 Vettori e Cinematica](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Moto rettilineo uniforme](#)



[Moto unif accelerato](#)



[Moti nel piano](#)



[Riassunto cinematica](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Moto rettilineo uniforme](#)
- [\[IT\] Moto uniformemente accelerato](#)
- [\[IT\] Moti nel piano](#)
- [\[IT\] Vettori e cinematica avanzata](#)
- [\[IT\] Moti nel piano](#)
- [\[IT\] Moto accelerato](#)
- [\[IT\] Moto rettilineo uniforme](#)
- [\[IT\] Vettori e cinematica](#)
- [\[EN\] Moto rettilineo uniforme](#)
- [\[EN\] Moto accelerato](#)
- [\[EN\] Moti nel piano](#)
- [\[EN\] Vettori e cinematica avanzata](#)

-  [\[FR\] Fisica moto uniforme](#)
-  [\[FR\] Fisica moto accelerato](#)
-  [\[FR\] Fisica moti nel piano](#)
-  [\[FR\] Fisica cinematica](#)
-  [\[ES\] Moto rettilineo uniforme](#)
-  [\[ES\] Moto accelerato](#)
-  [\[ES\] Moti nel piano](#)
-  [\[ES\] Vettori e cinematica avanzata](#)

Introduzione

Nei capitoli precedenti abbiamo costruito gli strumenti — misure, vettori — di cui ora possiamo servirci per affrontare il primo grande tema della fisica: il *movimento*. Una palla che rotola, un'auto che frena, la Luna che orbita: cosa hanno in comune? Tutti questi fenomeni si possono descrivere indicando come variano nel tempo la posizione, la velocità e l'accelerazione di un corpo.

La parte della meccanica che si occupa di *descrivere* il moto si chiama **cinematica**, dal greco *kínēma*, movimento. La cinematica risponde a domande del tipo: *dove si trovava il corpo a un certo istante? Quanto velocemente si muoveva? Si stava accelerando o decelerando?* Non si occupa invece di *perché* il moto avvenga in un certo modo: questa domanda — cosa causa il moto, come le forze lo modificano — è il dominio della *dinamica*, che affronteremo nel capitolo 6.

Studieremo qui il moto di un solo corpo, idealizzato come un punto, lungo una linea retta o secondo leggi semplici. Vedremo i due moti più importanti — il moto rettilineo uniforme e quello uniformemente accelerato — e li applicheremo alla caduta dei gravi e al piano inclinato, due situazioni paradigmatiche con cui Galileo aprì la fisica moderna. In coda, un'anticipazione del moto armonico, che ritroveremo nel capitolo 11.

3.1. Modello del punto materiale e sistema di riferimento

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

3.1.1. Idealizzazione di un corpo come punto materiale

Una palla da calcio, un'auto, un pianeta sono corpi estesi: hanno una forma, ruotano su sé stessi, si possono deformare. Studiare contemporaneamente il moto traslatorio, la rotazione e le deformazioni è un problema complesso. La fisica procede allora per *semplificazioni successive*: prima si studiano le situazioni in cui un solo aspetto è dominante; poi, capito quello, si aggiunge un livello di complessità.

Definizione 3.1 — Punto materiale

Un **punto materiale** è un corpo idealizzato, dotato di massa ma privo di estensione spaziale. Il modello è applicabile ogni volta che le dimensioni del corpo sono *trascurabili* rispetto agli spazi entro cui si muove, oppure quando il moto interno (rotazione,

deformazione) non è rilevante per il problema in esame.

Un'auto che percorre 100 km può essere trattata come punto materiale: la sua lunghezza di pochi metri è irrilevante. Lo stesso vale per la Terra che orbita attorno al Sole: il diametro terrestre, 12 700 km, è trascurabile rispetto al raggio dell'orbita, 1.5×10^8 km. Non vale invece per un sasso che ruota su sé stesso, o per la stessa auto in un parcheggio, dove la sua geometria è essenziale.

3.1.2. Sistema di riferimento e scelta dell'origine

Il moto è una nozione relativa. Se sono seduto in un treno che viaggia a 100 km/h e lascio cadere una penna, vedo la penna scendere verticalmente; chi mi osserva da terra la vede invece tracciare una parabola in avanti. Chi ha ragione? Entrambi: stiamo descrivendo lo stesso moto in due *sistemi di riferimento* diversi.

Definizione 3.2 — Sistema di riferimento

Un **sistema di riferimento** è l'insieme costituito da:

- un *punto* O scelto come origine;
- una *terna di assi cartesiani* $Oxyz$ orientati nello spazio;
- un *cronometro* che misura il tempo a partire da un istante iniziale $t = 0$.

La scelta del sistema di riferimento è libera, ma alcune scelte sono più convenienti di altre. Per il moto di un'auto su una strada rettilinea conviene un asse x lungo la strada; per un proiettile, un riferimento con x orizzontale e y verticale; per un pianeta, un riferimento con il Sole all'origine.

Nota

Approfondiremo l'aspetto della relatività del moto nel capitolo 7, dedicato alla relatività galileiana, e nel capitolo 19 per la relatività ristretta. Per ora ci limiteremo a fissare un sistema di riferimento e a lavorare in esso.

3.1.3. Posizione traiettoria spostamento

Fissato un sistema di riferimento, la **posizione** di un punto materiale al tempo t è individuata dal vettore $\vec{r}(t)$ che congiunge l'origine O al punto. In componenti, $\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$. Quando il punto si muove, le coordinate $x(t), y(t), z(t)$ sono funzioni del tempo, dette **leggi orarie**.

Definizione 3.3 — Traiettoria

Si chiama **traiettoria** l'insieme di tutte le posizioni occupate dal punto materiale durante il suo moto. Geometricamente, è la curva tracciata dal punto nello spazio.

Definizione 3.4 — Spostamento

Lo **spostamento** fra due istanti t_1 e t_2 è il vettore

$$\vec{s} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1). \quad (3.1)$$

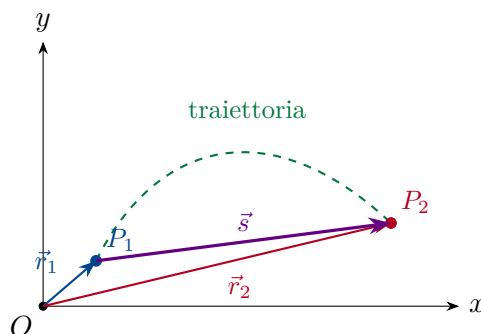


Figura 3.1: Vettore posizione, traiettoria e spostamento. Il punto materiale si muove dalla posizione P_1 alla posizione P_2 lungo la curva verde tratteggiata. Lo spostamento $\vec{s} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ *non* dipende dal cammino percorso, solo dagli estremi.

Attenzione!

Spostamento e **spazio percorso** sono concetti distinti. Un'auto che fa il giro completo di una pista chiusa di lunghezza 2 km ha percorso uno spazio di 2 km, ma il suo spostamento è il vettore nullo (è tornata alla stessa posizione). Lo spostamento dipende solo dai punti iniziale e finale; lo spazio percorso dipende dall'intera traiettoria.

3.2. Velocità e accelerazione

[quiz e materiali con l'AI](#)
[flashcard del paragrafo](#)

3.2.1. Velocità media e velocità istantanea

Quanto si muove rapidamente un corpo? La risposta più immediata è la *velocità media*: lo spostamento diviso il tempo impiegato.

Definizione 3.5 — Velocità media

Detti $\vec{s}$ lo spostamento del punto materiale nell'intervallo $\Delta t = t_2 - t_1$, la **velocità media** è il vettore

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{s}}{\Delta t}. \quad (3.2)$$

Nel moto rettilineo, in cui ci si muove lungo un solo asse, la velocità media si scrive come quantità scalare con segno:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}.$$

La velocità media è positiva se il punto si è spostato nel verso positivo dell'asse, negativa altrimenti. La sua unità di misura nel SI è m/s.

La velocità media, però, non dice nulla su *come* il moto si svolge istante per istante. Un'auto che percorre 60 km in un'ora ha velocità media 60 km/h, ma può aver viaggiato a velocità costanti, oppure averne attraversate di tutti i tipi: code, sorpassi, frenate, accelerazioni. Per cogliere il dettaglio occorre la *velocità istantanea*.

Definizione 3.6 — Velocità istantanea

La **velocità istantanea** all'istante t è il vettore $\vec{v}(t)$ a cui tende la velocità media calcolata su un intervallo Δt centrato in t , quando Δt diventa molto piccolo:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{s}}{\Delta t}. \quad (3.3)$$

Nota

Il passaggio al limite è il punto di partenza del calcolo differenziale, che lo studente affronterà al quinto anno. Per ora ne usiamo l'idea intuitiva: la velocità istantanea è il valore a cui si stabilizza la velocità media quando l'intervallo di tempo è abbastanza breve da poter considerare il moto, in quel piccolo lasso, sostanzialmente uniforme.

Geometricamente, sul grafico spazio-tempo $x(t)$, la velocità media corrisponde alla pendenza della retta secante che congiunge due punti, mentre la velocità istantanea corrisponde alla pendenza della retta tangente al grafico nel punto considerato.

3.2.2. Accelerazione media e accelerazione istantanea

Allo stesso modo in cui la velocità misura quanto rapidamente cambia la posizione, l'**accelerazione** misura quanto rapidamente cambia la velocità.

Definizione 3.7 — Accelerazione media e istantanea

L'**accelerazione media** su un intervallo Δt è il vettore

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1},$$

mentre l'**accelerazione istantanea** è il valore a cui essa tende quando $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (3.4)$$

L'unità di misura SI dell'accelerazione è m/s², cioè metri al secondo *ogni secondo*: il numero di m/s che la velocità acquista (o perde) ogni secondo che passa.

3.2.3. Velocità e accelerazione come grandezze vettoriali

Velocità e accelerazione sono *vettori*. Ciò significa che non basta dire “il modulo è cresciuto” per dire che il corpo sta accelerando: anche un cambio di direzione è una variazione di velocità, e quindi richiede un'accelerazione.

Attenzione!

Un'auto che percorre una curva a velocità di modulo costante *sta accelerando*. La direzione del vettore velocità cambia istante per istante, e la variazione $\Delta \vec{v}$ è non nulla. Questa accelerazione, detta *centripeta*, è ciò che ti spinge contro lo schienale o ti fa pendere lateralmente in curva. La studieremo in dettaglio nel capitolo 6.

Nel resto di questo capitolo ci limitiamo al *moto rettilineo*, in cui la traiettoria è una retta e velocità e accelerazione hanno una sola componente non nulla: possiamo trattarle come grandezze scalari con segno, riferite all'asse del moto.

3.3. Moto rettilineo uniforme

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

3.3.1. Legge oraria del moto uniforme

Definizione 3.8 — Moto rettilineo uniforme

Un punto materiale si muove di **moto rettilineo uniforme** (MRU) se la sua traiettoria è una retta e la sua velocità è costante (in modulo, direzione e verso) per tutta la durata del moto.

Scelto un asse x lungo la traiettoria, sia v il valore costante della velocità e x_0 la posizione all'istante iniziale $t = 0$. Poiché la velocità non cambia, la velocità media coincide con quella istantanea, e dalla definizione (3.2) ricaviamo $\Delta x = v \Delta t$, ovvero $x - x_0 = v t$. Si ottiene la **legge oraria**:

$$x(t) = x_0 + v t \quad (3.5)$$

In tre dimensioni, la stessa legge si scrive vettorialmente come $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v} t$, con $\vec{v}$ vettore costante.

3.3.2. Grafici spazio-tempo e velocità-tempo

I grafici sono il modo più efficace per leggere a colpo d'occhio le caratteristiche di un moto.

Due osservazioni importanti, valide per qualunque moto:

- nel grafico $x-t$, la **pendenza della tangente** a un punto è la velocità istantanea in quell'istante;
- nel grafico $v-t$, l'**area sottesa** dal grafico fra due istanti è lo spostamento compiuto in quell'intervallo.

Ritroveremo questi due fatti nel moto uniformemente accelerato, dove la lettura grafica diventa ancora più suggestiva.

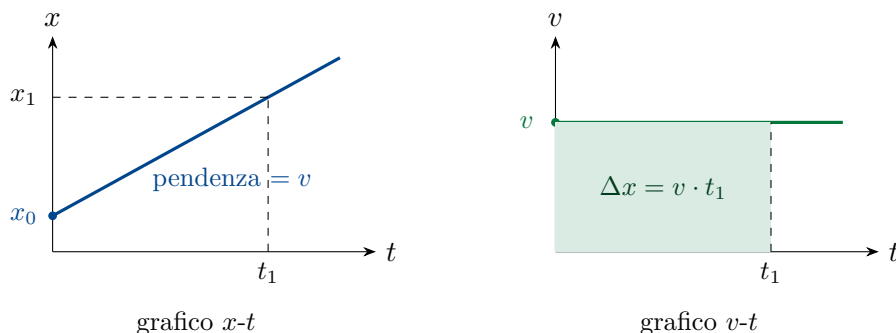


Figura 3.2: Moto rettilineo uniforme. Nel grafico $x-t$ la legge oraria è una retta di pendenza pari alla velocità v e ordinata all'origine x_0 . Nel grafico $v-t$ la velocità è una retta orizzontale e l'area sottesa fra 0 e t_1 rappresenta lo spazio percorso $\Delta x = v \cdot t_1$.

3.3.3. Problemi di incontro e di inseguimento

Una classe particolare di problemi nel MRU riguarda due o più corpi che si muovono lungo la stessa retta. Sono i problemi di *incontro* (i due corpi vanno l'uno verso l'altro) o di *inseguimento* (vanno nella stessa direzione, uno più veloce dell'altro).

Esempio 3.1 — Incontro fra due ciclisti

Due ciclisti partono nello stesso istante da due paesi distanti 30 km e pedalano l'uno incontro all'altro lungo la stessa strada rettilinea. Il primo viaggia a 18 km/h, il secondo a 12 km/h. Dopo quanto tempo si incontrano e in che punto?

Soluzione

Scegliamo un sistema di riferimento con l'asse x orientato dal primo paese verso il secondo, origine nel primo paese e $t = 0$ all'istante della partenza. Detti L la distanza fra i paesi, v_1 il modulo della velocità del primo ciclista (orientata nel verso positivo) e v_2 il modulo della velocità del secondo (orientata nel verso negativo), le leggi orarie sono:

$$x_1(t) = v_1 t, \quad (3.6)$$

$$x_2(t) = L - v_2 t. \quad (3.7)$$

L'incontro si ha quando $x_1(t^*) = x_2(t^*)$:

$$v_1 t^* = L - v_2 t^*, \quad (3.8)$$

$$t^* = \frac{L}{v_1 + v_2}. \quad (3.9)$$

La posizione di incontro è $x^* = v_1 t^*$.

Sostituendo i valori, $L = 30 \text{ km}$, $v_1 = 18 \text{ km/h}$, $v_2 = 12 \text{ km/h}$:

$$t^* = \frac{30 \text{ km}}{18 \text{ km/h} + 12 \text{ km/h}} = 1.0 \text{ h}, \quad (3.10)$$

$$x^* = 18 \text{ km/h} \cdot 1.0 \text{ h} = 18 \text{ km}. \quad (3.11)$$

I ciclisti si incontrano dopo 1.0 h, a 18 km dal primo paese.

Verifica di plausibilità: il primo è più veloce, quindi deve aver percorso più della metà della strada — e infatti $18 \text{ km} > 15 \text{ km}$.

3.4. Moto rettilineo uniformemente accelerato

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

3.4.1. Legge della velocità e legge oraria

Definizione 3.9 — Moto rettilineo uniformemente accelerato

Un punto materiale si muove di **moto rettilineo uniformemente accelerato** (MRUA) se la sua traiettoria è una retta e la sua accelerazione è costante (in modulo, direzione e verso).

Detto a il valore costante (con segno) dell'accelerazione e v_0 la velocità all'istante $t = 0$, dalla definizione di accelerazione media — che nel moto uniformemente accelerato coincide con quella istantanea — si ricava $\Delta v = a \Delta t$, ovvero la **legge della velocità**:

$$v(t) = v_0 + a t \quad (3.12)$$

Per ottenere la legge oraria osserviamo che, fra 0 e t , la velocità cresce linearmente da v_0 a $v_0 + a t$. La velocità media in tale intervallo è semplicemente la media aritmetica fra valore iniziale e finale:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v(t)}{2} = v_0 + \frac{1}{2} a t.$$

Lo spostamento è $\Delta x = \bar{v} \cdot t$, da cui:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (3.13)$$

Si noti che, posto $a = 0$, la (3.13) si riduce alla legge del MRU (3.5): il moto uniforme è il caso particolare di moto uniformemente accelerato con accelerazione nulla.

3.4.2. Equazione senza il tempo

In molti problemi non interessa sapere a che istante avviene un evento, ma solo legare velocità e posizione. Eliminando t dal sistema formato dalle equazioni (3.12) e (3.13) si ottiene:

$$v^2 - v_0^2 = 2 a (x - x_0) \quad (3.14)$$

Nota

La (3.14) è particolarmente comoda quando si conosce la lunghezza di un tratto e si vuole calcolare la velocità finale (o viceversa). Anticipa il *teorema dell'energia cinetica* che incontreremo nel capitolo 8: moltiplicando entrambi i membri per $\frac{1}{2}m$ ed elaborando, si ottiene il teorema delle forze vive.

3.4.3. Interpretazione delle aree nel grafico v-t

Nel grafico v - t del MRUA la velocità è una retta inclinata di pendenza a . Lo spostamento fra 0 e t , già calcolato algebricamente, deve coincidere con l'area del trapezio sotteso dalla retta.

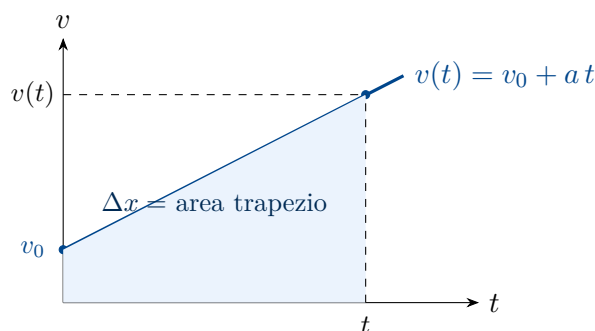


Figura 3.3: Moto uniformemente accelerato. La retta $v(t) = v_0 + a t$ ha pendenza pari all'accelerazione a e ordinata all'origine v_0 . L'area del trapezio compreso fra la retta e l'asse dei tempi rappresenta lo spostamento Δx compiuto fra 0 e t , ed è pari a $\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v(t)) \cdot t = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.

L'area del trapezio è $\frac{1}{2}(\text{base}_1 + \text{base}_2) \cdot \text{altezza}$, dove le “basi” sono v_0 e $v(t) = v_0 + a t$ e l’“altezza” è t . Si ottiene

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_0 + a t}{2} \cdot t = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2,$$

in pieno accordo con la (3.13). La regola “lo spostamento è l'area sottesa dal grafico v - t ” non vale solo per il MRUA: vale per qualunque moto rettilineo, e diventa nel quinto anno la base del concetto di *integrale*.

3.5. Moti notevoli sotto gravità

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

3.5.1. Moto di caduta dei gravi

Vicino alla superficie terrestre, e in assenza di attrito dell'aria, ogni corpo lasciato libero di muoversi cade con la stessa accelerazione costante diretta verso il basso, indipendente dalla massa e dalla forma del corpo. È la celebre scoperta di Galileo, che la dedusse studiando il moto sui piani inclinati e — secondo la tradizione — lasciando cadere oggetti dalla Torre di Pisa.

Legge 3.1 — Accelerazione di gravità

In prossimità della superficie terrestre, ogni corpo in caduta libera è soggetto all'accelerazione g diretta verso il basso, con modulo

$$g \approx 9.81 \text{ m/s}^2.$$

Il valore esatto varia leggermente con la latitudine e l'altitudine, ma per i nostri scopi può essere considerato costante.

Scelto un asse y verticale orientato verso l'alto, l'accelerazione vale $-g$ (negativa perché diretta verso il basso). Un corpo lasciato cadere da fermo dalla quota y_0 ha:

$$v(t) = -gt, \quad (3.15)$$

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2}gt^2. \quad (3.16)$$

Esempio 3.2 — Caduta da una torre

Un sasso viene lasciato cadere dalla cima di una torre alta 20 m. Trascurando la resistenza dell'aria, calcolare il tempo di caduta e la velocità all'impatto.

Soluzione

Scegliamo l'asse y verticale verso l'alto, con origine alla base della torre. La quota iniziale è $y_0 = h = 20$ m, la velocità iniziale è $v_0 = 0$. Le leggi orarie sono $v(t) = -gt$ e $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$.

Il tempo di caduta t^* è quello per cui $y(t^*) = 0$:

$$0 = h - \frac{1}{2}gt^{*2}, \quad (3.17)$$

$$t^* = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (3.18)$$

La velocità all'impatto si ottiene da $v(t^*) = -gt^* = -\sqrt{2gh}$, oppure più rapidamente dalla (3.14): $v^2 = 2gh$.

Sostituendo i valori:

$$t^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} \approx 2.0 \text{ s}, \quad (3.19)$$

$$|v| = \sqrt{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ m}} \approx 20 \text{ m/s}. \quad (3.20)$$

Il sasso impiega circa 2.0 s a cadere e impatta a circa 20 m/s, ovvero ≈ 72 km/h.

Verifica dimensionale: $\sqrt{\text{m}/(\text{m/s}^2)} = \sqrt{\text{s}^2} = \text{s}$, e $\sqrt{\text{m/s}^2 \cdot \text{m}} = \text{m/s}$, entrambe corrette.

3.5.2. Moto lungo un piano inclinato liscio

L'esperimento storicamente più importante di Galileo è quello del piano inclinato: rallentando la caduta lungo un piano inclinato, riuscì a misurare con orologi ad acqua i tempi e a verificare che il moto è uniformemente accelerato. Anticipiamo qui il risultato cinematico, riservando la dimostrazione dinamica al capitolo 6.

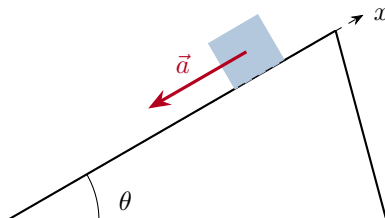


Figura 3.4: Piano inclinato liscio di angolo θ . Un blocco lasciato libero scivola lungo il piano con accelerazione costante di modulo $a = g \sin \theta$, diretta lungo il piano verso il basso.

Legge 3.2 — Accelerazione su piano inclinato liscio

Un punto materiale che scivola senza attrito lungo un piano inclinato di angolo θ rispetto all'orizzontale è soggetto a un'accelerazione costante diretta lungo il piano, di modulo

$$a = g \sin \theta. \quad (3.21)$$

Si verificano i due casi limite: per $\theta = 0^\circ$ (piano orizzontale) si ha $a = 0$ e il blocco resta fermo, come deve; per $\theta = 90^\circ$ (piano verticale) si ha $a = g$ e il moto coincide con la caduta libera.

3.5.3. Lancio verticale verso l'alto

Un sasso lanciato verticalmente verso l'alto è ancora un moto uniformemente accelerato con $a = -g$, ma con velocità iniziale $v_0 > 0$. Le leggi orarie sono:

$$v(t) = v_0 - g t, \quad (3.22)$$

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2. \quad (3.23)$$

Il sasso sale, decelera, si ferma per un istante alla quota massima, poi ricade accelerando verso il basso. Il tempo di salita t_s è quello in cui la velocità si annulla, $v(t_s) = 0$:

$$t_s = \frac{v_0}{g}.$$

La quota massima raggiunta, partendo da $y_0 = 0$, si ricava dalla (3.14) ponendo $v = 0$:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Per simmetria, il tempo totale di volo (salita + discesa fino al punto di partenza) è $2 t_s$, e all'impatto la velocità è $-v_0$ (stesso modulo, verso opposto a quello iniziale).

Esempio 3.3 — Lancio verticale

Una pallina viene lanciata verticalmente verso l'alto con velocità 15 m/s. Determinare l'altezza massima raggiunta e dopo quanto tempo torna al punto di partenza.

Soluzione

Algebricamente, $h_{\max} = v_0^2/(2g)$ e $t_{\text{tot}} = 2v_0/g$. Sostituendo:

$$h_{\max} = \frac{(15 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} \approx 11 \text{ m}, \quad (3.24)$$

$$t_{\text{tot}} = \frac{2 \cdot 15 \text{ m/s}}{9.81 \text{ m/s}^2} \approx 3.1 \text{ s}. \quad (3.25)$$

La pallina raggiunge circa 11 m di altezza e torna a terra dopo circa 3.1 s.

3.6. Introduzione cinematica al moto armonico

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

3.6.1. Moto periodico e moto armonico

Non tutti i moti sono rettilinei e con accelerazione costante. Una classe particolarmente importante è quella dei moti che si ripetono identicamente nel tempo.

Definizione 3.10 — Moto periodico

Un moto si dice **periodico** se esiste un intervallo di tempo T , detto *periodo*, tale che la posizione, la velocità e l'accelerazione del punto materiale assumano gli stessi valori dopo ogni intervallo T :

$$\vec{r}(t+T) = \vec{r}(t), \quad \vec{v}(t+T) = \vec{v}(t), \quad \vec{a}(t+T) = \vec{a}(t).$$

Esempi di moti periodici sono il moto della Terra attorno al Sole, l'oscillazione di un pendolo o di una massa attaccata a una molla, le vibrazioni di una corda di chitarra. Il caso più semplice e fondamentale è il **moto armonico**.

Definizione 3.11 — Moto armonico

Un punto materiale si muove di **moto armonico** lungo un asse x se la sua posizione varia nel tempo secondo la legge

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (3.26)$$

con A , ω , φ costanti.

3.6.2. Periodo, frequenza, ampiezza, fase iniziale

Le quattro costanti che caratterizzano il moto armonico hanno un significato preciso.

- L'**ampiezza** $A > 0$ è il massimo allontanamento dal centro di oscillazione (la posizione $x = 0$). Il punto oscilla fra $-A$ e $+A$.
- La **pulsazione** ω (in rad/s) determina la rapidità dell'oscillazione.
- La **fase iniziale** φ (in rad) fissa la posizione del punto all'istante $t = 0$, dato che $x(0) = A \cos \varphi$.
- Il **periodo** T e la **frequenza** f sono legati a ω dalle relazioni

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (3.27)$$

La frequenza si misura in *hertz* ($\text{Hz} = 1/\text{s}$): un'oscillazione al secondo. Il periodo è il tempo impiegato per compiere un'oscillazione completa, la frequenza il numero di oscillazioni che il punto compie nell'unità di tempo. Studieremo a fondo il moto armonico, e il sistema massa-molla che ne è il prototipo, nel capitolo 11.

Riepilogo

- La **cinematica** descrive il moto senza occuparsi delle sue cause, che competono alla dinamica.
- Un **punto materiale** è un corpo idealizzato senza estensione spaziale; il modello vale quando le dimensioni sono trascurabili rispetto agli spazi del moto.
- La **posizione** $\vec{r}(t)$, la **traiettoria** (curva descritta nel tempo) e lo **spostamento** $\vec{s} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ caratterizzano la geometria del moto.
- La **velocità istantanea** è il limite della velocità media per intervalli di tempo che tendono a zero; analogamente per l'accelerazione.
- Nel grafico $x-t$ la pendenza della tangente è v ; nel grafico $v-t$ l'area sottesa è lo spostamento.
- Nel **moto rettilineo uniforme** (MRU) la velocità è costante e $x(t) = x_0 + vt$.
- Nel **moto rettilineo uniformemente accelerato** (MRUA) l'accelerazione è costante: $v(t) = v_0 + at$, $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$.
- In prossimità della superficie terrestre, ogni corpo in caduta libera è soggetto a un'accelerazione costante $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ diretta verso il basso, indipendente dalla massa.
- Sul piano inclinato liscio di angolo θ l'accelerazione è $a = g \sin \theta$.
- Il **moto armonico** $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ è il prototipo dei moti periodici, descritto da ampiezza A , pulsazione ω , fase iniziale φ , periodo $T = 2\pi/\omega$ e frequenza $f = 1/T$.

Esercizio 3.1

1. Un'auto percorre un primo tratto di 30 km a 60 km/h e un secondo tratto di 30 km a 120 km/h. Calcolare la velocità media sull'intero percorso. (Suggerimento: non è la media aritmetica delle due velocità.)
2. Un treno parte dalla stazione A alle 8 h:0 con velocità costante 90 km/h verso B . Un secondo treno parte da B alle 8 h:30 con velocità costante 120 km/h verso A . La distanza fra A e B è 300 km. A che ora e a quale distanza da A si incrociano?
3. Un'auto in MRU passa per $x_1 = 20$ m all'istante $t_1 = 2.0$ s e per $x_2 = 80$ m all'istante $t_2 = 6.0$ s. Determinare velocità e legge oraria.
4. Un'auto accelera da ferma con $a = 2.5$ m/s² costante. Quanto spazio percorre nei primi 8.0 s? Quale velocità raggiunge?
5. Un'auto viaggia a 108 km/h e frena con decelerazione costante $a = -6.0$ m/s². Calcolare lo spazio di frenata e il tempo necessario a fermarsi.
6. Un sasso viene lasciato cadere in un pozzo. Si sente il rumore dell'impatto sul fondo dopo 2.5 s dal lancio. Trascurando il tempo di propagazione del suono, determinare la profondità del pozzo.
7. Una pallina viene lanciata verticalmente verso l'alto da terra con velocità iniziale v_0 . Sapendo che raggiunge un'altezza massima di 20 m, calcolare v_0 e il tempo totale di volo.
8. Un blocco scivola lungo un piano inclinato liscio di lunghezza 2.0 m e angolo 30°. Partendo da fermo, con quale velocità arriva alla base?
9. Un punto materiale si muove di moto armonico con ampiezza $A = 0.10$ m e periodo $T = 0.50$ s. Determinare la pulsazione ω , la frequenza f e la posizione del punto agli istanti $t = 0$, $t = T/4$, $t = T/2$, supponendo $\varphi = 0$.

Capitolo 4

Ottica geometrica

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Il mio disegno in questo libro non è di spiegare le proprietà della luce con ipotesi, ma di proporle e dimostrarle con la ragione e gli esperimenti.”

— Isaac Newton, Ottica

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

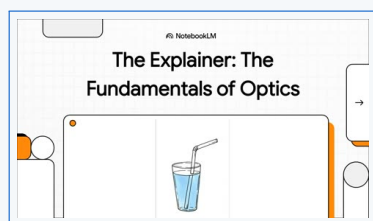
 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

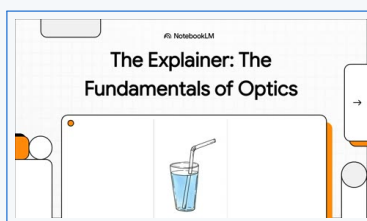
 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



[13 fisica ottica geometrica video](#)



[13 FR fisica ottica geometrica video](#)



[13 Il Viaggio di un Raggio di Luce](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Ottica geometrica](#)



[Ottica Geometrica e Visione](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Ottica geometrica](#)
- [\[IT\] Ottica geometrica](#)
- [\[EN\] Ottica geometrica](#)
- [\[FR\] Fisica ottica geometrica](#)
- [\[ES\] Ottica geometrica](#)

Introduzione

I capitoli precedenti ci hanno insegnato a descrivere il moto dei corpi materiali: una palla che cade, un'auto che frena, un sasso lanciato verso l'alto. Ora cambiamo radicalmente protagonista. Non studieremo più il moto di un corpo, ma la propagazione della *luce*: un fenomeno che non ha massa e che non possiamo osservare *mentre viaggia*. Di un raggio che attraversa la stanza non vediamo nulla, se non quando polvere o fumo ne diffondono una parte verso di noi: vediamo soltanto la luce che entra nel nostro occhio, ed è proprio quella che, arrivando dagli oggetti, ce li rende visibili. Eppure la luce si propaga, si riflette, si piega, e permette ai nostri occhi di leggere queste pagine.

L'**ottica geometrica** è la prima descrizione che la fisica dà della luce. Si chiama “geometrica” perché tratta i raggi luminosi alla stregua di rette ideali, ignorando la natura ondulatoria del fenomeno. È un'idealizzazione — come il punto materiale per la cinematica — che funziona benissimo finché si studiano fenomeni su scala molto maggiore della lunghezza d'onda della luce: specchi, lenti, prismi, occhiali. Per questa ragione l'ottica geometrica si è sviluppata con un grado di precisione notevole molto prima che si capisse *cosa* sia la luce, e

ha permesso a Galileo di puntare il primo telescopio verso Giove e di scoprire i suoi quattro satelliti maggiori.

Vedremo i tre principi che governano la propagazione: *moto rettilineo* nei mezzi omogenei, *riflessione* sulle superfici lucide, *rifrazione* al passaggio fra mezzi diversi. Da questi tre fatti deriveremo il funzionamento di specchi, lenti e strumenti ottici, fino all'occhio umano. La domanda più profonda — *che cos'è la luce?* — sarà ripresa nel capitolo 18, dedicato alle onde elettromagnetiche, e nel capitolo 21, dove vedremo che la luce è anche corpuscolare.

4.1. Propagazione della luce

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

4.1.1. Sorgenti luminose e raggi

Distinguiamo anzitutto tra corpi che producono luce e corpi che la diffondono.

Definizione 4.1 — Sorgenti luminose

Una **sorgente luminosa primaria** è un corpo che emette luce propria (Sole, lampada, fiamma, LED). Una **sorgente secondaria** è un corpo che diffonde la luce ricevuta da una sorgente primaria (Luna, pareti, oggetti illuminati). I corpi che lasciano passare la luce si dicono *trasparenti* (vetro, acqua), quelli che ne lasciano passare solo una parte *traslucidi* (carta velina), quelli che la bloccano completamente *opachi*.

Le sorgenti reali hanno sempre un'estensione spaziale, ma per semplificare l'analisi si introduce un'idealizzazione fondamentale.

Definizione 4.2 — Sorgente puntiforme e raggio luminoso

Una **sorgente puntiforme** è una sorgente le cui dimensioni sono trascurabili rispetto alle distanze in gioco. Un **raggio luminoso** è la traiettoria geometrica seguita dalla luce nella sua propagazione, idealizzata come una linea orientata.

Un raggio luminoso non ha esistenza fisica diretta — è un ente geometrico — ma è uno strumento descrittivo potentissimo: tracciandone alcuni si capisce in modo immediato come la luce si propaga.

4.1.2. Propagazione rettilinea della luce

L'osservazione quotidiana suggerisce, e l'esperienza conferma, il primo principio dell'ottica geometrica.

Legge 4.1 — Principio di propagazione rettilinea

In un mezzo *omogeneo* (con le stesse proprietà ottiche in ogni punto) e *isotropo* (con le stesse proprietà in ogni direzione), la luce si propaga in linea retta.

Questo principio spiega perché si vedono le ombre dei corpi opachi, perché si possono usare mire per allineare oggetti, perché la luce di una stella che osserviamo arriva da una direzione precisa. Il valore della velocità di propagazione nel vuoto, indicata con c , è uno dei parametri più importanti della fisica:

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

Studieremo a fondo il significato di questa costante nei capitoli sulle onde elettromagnetiche e sulla relatività ristretta.

4.1.3. Ombra penombra eclissi

Un corpo opaco, illuminato da una sorgente, blocca la luce e proietta dietro di sé una zona priva di luce. La forma della zona d'ombra dipende dalla *natura della sorgente*.

- Con una sorgente *puntiforme* si forma un'unica regione ben definita, completamente priva di luce: l'**ombra**.
- Con una sorgente *estesa* si formano due regioni distinte: una zona centrale di buio totale (l'ombra propriamente detta) circondata da una zona di buio parziale, in cui solo una parte della sorgente è visibile, detta **penombra**.

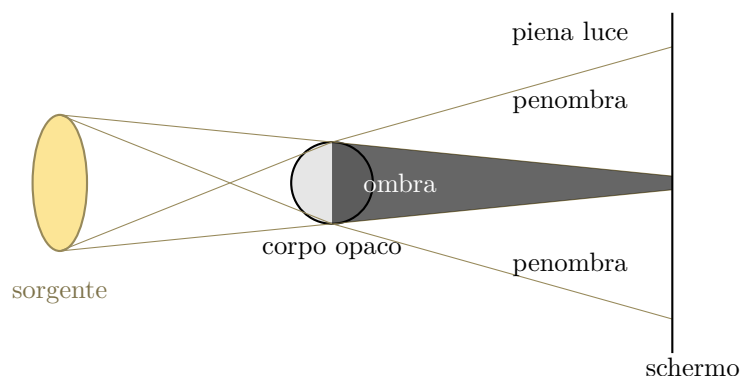


Figura 4.1: Sorgente luminosa estesa e corpo opaco. Sullo schermo si distinguono tre regioni: la zona di *ombra* (nessuna luce raggiunge il punto), la zona di *penombra* (solo una parte della sorgente è visibile), la zona pienamente illuminata. Con una sorgente puntiforme la penombra scomparirebbe.

Le **eclissi** sono un esempio spettacolare del fenomeno su scala astronomica. Nell'eclissi solare la Luna si interpone fra il Sole e la Terra: gli osservatori che si trovano nel cono d'ombra vedono il Sole completamente coperto (*eclissi totale*); quelli in penombra ne vedono una porzione (*eclissi parziale*). Nell'eclissi lunare è la Terra a interpersi fra il Sole e la Luna, gettando la propria ombra sul satellite.

4.2. Riflessione

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Quando un raggio di luce incide su una superficie, una parte della sua energia viene rimandata indietro. È il fenomeno della **riflessione**. Se la superficie è perfettamente liscia (uno specchio) la luce rimbalza in modo regolare; se è scabra (un foglio di carta, un muro) la luce viene diffusa in tutte le direzioni — è la *riflessione diffusa*, che ci permette di vedere gli oggetti illuminati.

4.2.1. Leggi della riflessione

Le leggi che governano la riflessione regolare furono studiate sin dall'antichità (già Euclide ne fornì una formulazione), ma la loro sistematizzazione moderna si deve a René Descartes (Cartesio) nel XVII secolo.

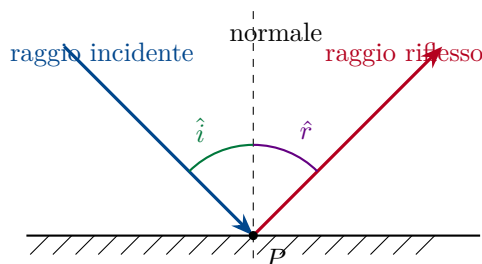


Figura 4.2: Riflessione di un raggio luminoso su uno specchio piano. Il raggio incidente, la normale alla superficie nel punto di incidenza e il raggio riflesso giacciono nello stesso piano; l'angolo di incidenza $\hat{i}$ e l'angolo di riflessione $\hat{r}$ sono uguali.

Legge 4.2 — Leggi della riflessione

Quando un raggio luminoso incide su una superficie riflettente nel punto P , sia $\hat{i}$ l'angolo formato dal raggio incidente con la normale alla superficie in P (*angolo di incidenza*) e $\hat{r}$ l'angolo formato dal raggio riflesso con la stessa normale (*angolo di riflessione*). Allora:

1. il raggio incidente, la normale e il raggio riflesso giacciono nello *stesso piano*;
2. l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione:

$$\hat{i} = \hat{r}. \quad (4.1)$$

$$[\hat{i}] = [\hat{r}] = [\text{rad}]$$

Attenzione!

Gli angoli di incidenza e di riflessione si misurano sempre rispetto alla *normale*, non rispetto alla superficie. È un errore frequente: misurare $\hat{i}$ dalla superficie significa scrivere $90^\circ - \hat{i}$ al posto di $\hat{i}$, e tutte le formule successive risultano sbagliate.

4.2.2. Specchi piani e formazione delle immagini

Quando guardiamo in uno specchio, vediamo un'*immagine* degli oggetti che ci stanno davanti. Capire dove si forma e che caratteristiche ha è una semplice applicazione delle leggi della riflessione.

Consideriamo un oggetto puntiforme O posto davanti a uno specchio piano. Da O partono raggi in tutte le direzioni; quelli che colpiscono lo specchio vengono riflessi secondo la legge $\hat{i} = \hat{r}$. Tracciando due raggi qualsiasi e prolungandone i riflessi all'indietro (dietro lo specchio), si scopre che i prolungamenti si incontrano in un unico punto O' , simmetrico di O rispetto al piano dello specchio.

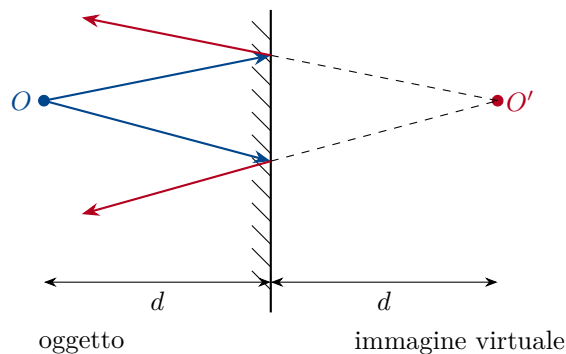


Figura 4.3: Formazione dell'immagine in uno specchio piano. I raggi riflessi divergono a partire dallo specchio; i loro prolungamenti all'indietro (linee tratteggiate) si incontrano in O' , simmetrico di O rispetto al piano dello specchio. L'immagine è *virtuale*: nel punto O' non c'è effettiva concentrazione di luce.

Definizione 4.3 — Immagine reale e virtuale

Un'**immagine reale** è un punto in cui i raggi luminosi convergono effettivamente: in quel punto è possibile raccogliere la luce, ad esempio su uno schermo. Un'**immagine virtuale** è un punto in cui non passa luce, ma da cui i raggi luminosi *sembrano* provenire all'occhio dell'osservatore: il cervello prolunga all'indietro i raggi e localizza la sorgente apparente.

L'immagine in uno specchio piano è dunque virtuale, simmetrica dell'oggetto rispetto al piano dello specchio, della stessa dimensione e dritta (non capovolta). C'è però un'inversione: la destra e la sinistra appaiono scambiate.

4.2.3. Specchi sferici concavi e convessi

Uno specchio sferico è una porzione di superficie sferica riflettente. Si chiama **concavo** se la superficie riflettente è quella interna alla sfera (come una conca), **convesso** se è quella esterna (come una cupola).

Definizione 4.4 — Elementi di uno specchio sferico

Per uno specchio sferico si definiscono:

- il *centro di curvatura* C : il centro della sfera di cui lo specchio è una porzione;
- il *vertice* V : il centro geometrico della calotta;
- l'*asse ottico*: la retta passante per C e V ;
- il *raggio di curvatura* R : la distanza $\overline{CV}$;
- il *fuoco* F : il punto dell'asse ottico in cui convergono (o sembrano divergere) i raggi paralleli all'asse, dopo la riflessione;
- la *distanza focale* $f = \overline{VF}$.

Per specchi non troppo aperti (*condizione di Gauss*: i raggi si mantengono vicini all'asse e poco inclinati), si dimostra geometricamente che il fuoco è a metà fra il centro di curvatura e il vertice:

$$f = \frac{R}{2}. \quad (4.2)$$

$$[f] = [R] = [\text{m}]$$

Lo specchio concavo ha $f > 0$ e fa *convergere* i raggi paralleli all'asse: si dice *convergente*. Lo specchio convesso ha $f < 0$ e fa *divergere* i raggi (i prolungamenti all'indietro si incontrano in F dietro lo specchio): si dice *divergente*.

Gli specchi concavi si usano nei telescopi riflettori per concentrare la luce delle stelle, nei fari delle automobili per produrre fasci paralleli, nelle parabole solari per concentrare la radiazione. Gli specchi convessi si usano negli specchietti retrovisori delle auto e nei sistemi di sorveglianza, perché offrono un campo visivo molto ampio (a costo di un'immagine rimpicciolita).

4.3. Rifrazione

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Quando un raggio di luce passa da un mezzo trasparente a un altro (per esempio dall'aria all'acqua), una parte si riflette e una parte passa nel secondo mezzo, ma cambia direzione: si dice che il raggio viene **rifratto**. Il fenomeno è all'origine di moltissime osservazioni quotidiane: una matita immersa in un bicchiere d'acqua sembra spezzata, un pesce visto da fuori appare più vicino alla superficie di quanto non sia, le lenti degli occhiali correggono la vista.

4.3.1. Indice di rifrazione di un mezzo

Il fatto sperimentale alla base della rifrazione è che la luce si propaga in mezzi materiali con velocità *minore* che nel vuoto. Definiamo allora una grandezza che misura quanto ogni mezzo “rallenta” la luce.

Definizione 4.5 — Indice di rifrazione

L'**indice di rifrazione assoluto** di un mezzo è il rapporto fra la velocità della luce nel vuoto e la velocità della luce v in quel mezzo:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (4.3)$$

$$[n] = [\text{adim.}], \quad [c] = [v] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Poiché $v \leq c$, si ha sempre $n \geq 1$. L'indice di rifrazione è un numero *adimensionale*: rapporto fra due velocità. Alcuni valori tipici, per la luce visibile:

Tabella 4.1: Indice di rifrazione di alcuni mezzi (luce gialla, $\lambda \approx 589 \text{ nm}$).

Mezzo	Indice n
Vuoto	1 (esatto)
Aria (a 0°C , 1 atm)	1.000 29
Acqua	1.33
Vetro comune	1.50
Vetro flint	1.65
Diamante	2.42

Nota

L'indice di rifrazione dipende leggermente dalla *lunghezza d'onda* (cioè dal colore) della luce. Questa dipendenza, detta *dispersione*, è ciò che permette a un prisma di scomporre la luce bianca nei colori dell'arcobaleno: le diverse componenti vengono deviate di angoli leggermente diversi. La studieremo nel capitolo 18.

4.3.2. Legge di Snell-Cartesio

Le leggi quantitative della rifrazione furono trovate da Willebrord Snell (1621) e indipendentemente formulate da Cartesio (1637).

Legge 4.3 — Leggi di Snell-Cartesio

Quando un raggio luminoso passa dal mezzo 1 (indice n_1) al mezzo 2 (indice n_2), siano $\hat{i}$ l'angolo di incidenza e $\hat{r}$ l'angolo di rifrazione (entrambi misurati dalla normale). Allora:

1. il raggio incidente, la normale e il raggio rifratto giacciono nello stesso piano;
2. vale la relazione

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r}. \quad (4.4)$$

$$[n_1] = [n_2] = [\text{adim.}], \quad [\hat{i}] = [\hat{r}] = [\text{rad}]$$

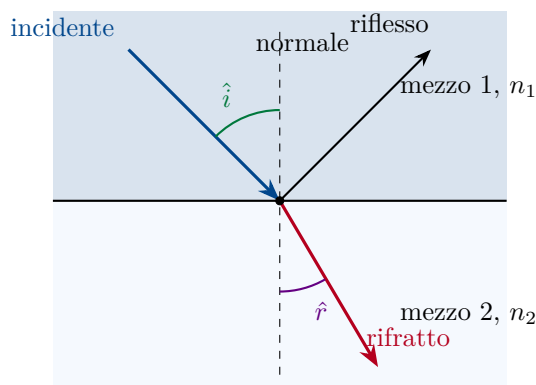


Figura 4.4: Rifrazione di un raggio luminoso al passaggio dal mezzo 1 al mezzo 2. Quando $n_2 > n_1$ (passaggio verso un mezzo otticamente più denso), il raggio rifratto si avvicina alla normale: $\hat{r} < \hat{i}$. Una piccola parte del raggio viene anche riflessa.

Nota — Lettura qualitativa

Riscriviamo la legge di Snell come $\sin \hat{r} = (n_1/n_2) \sin \hat{i}$. Se $n_2 > n_1$ (passaggio a un mezzo più denso) si ha $\sin \hat{r} < \sin \hat{i}$, quindi $\hat{r} < \hat{i}$: il raggio si *avvicina alla normale*. Se $n_2 < n_1$ (passaggio a un mezzo meno denso) accade il contrario: il raggio si *allontana dalla normale*.

Esempio 4.1 — Rifrazione aria-acqua

Un raggio luminoso incide sulla superficie dell'acqua dall'aria con un angolo di incidenza $\hat{i} = 40^\circ$. Determinare l'angolo di rifrazione, sapendo che $n_{\text{aria}} \approx 1.00$ e $n_{\text{acqua}} = 1.33$.

Soluzione

Algebricamente, dalla legge di Snell (4.4) con mezzo 1 aria e mezzo 2 acqua:

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r}, \quad (4.5)$$

$$\sin \hat{r} = \frac{n_1}{n_2} \sin \hat{i}, \quad (4.6)$$

$$\hat{r} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \hat{i}\right). \quad (4.7)$$

Sostituendo i valori:

$$\sin \hat{r} = \frac{1.00}{1.33} \cdot \sin 40^\circ = \frac{1.00}{1.33} \cdot 0.643 \approx 0.483, \quad (4.8)$$

$$\hat{r} \approx 29^\circ. \quad (4.9)$$

Il raggio si avvicina alla normale, come ci si aspetta nel passaggio a un mezzo più denso. Verifica di plausibilità: per $\hat{i} \rightarrow 0$ (incidenza perpendicolare) anche $\hat{r} \rightarrow 0$, e infatti la legge di Snell impone questa coerenza. Per $\hat{i}$ piccoli ci si aspetterebbe un fattore di riduzione vicino a $n_1/n_2 \approx 0.75$, e in effetti $\hat{r}/\hat{i} \approx 29/40 = 0.73$, coerente.

4.3.3. Riflessione totale e angolo limite

Quando la luce passa da un mezzo più denso a uno meno denso ($n_1 > n_2$), il raggio rifratto si allontana dalla normale: $\hat{r} > \hat{i}$. Aumentando l'angolo di incidenza, l'angolo di rifrazione cresce più rapidamente, fino a raggiungere 90° . Per questo valore particolare il raggio rifratto giace lungo la superficie di separazione: oltre questa soglia, la luce *non passa più* nel secondo mezzo, ma viene interamente rinviata indietro, come se la superficie di separazione fosse uno specchio perfetto. Si chiama **riflessione totale**.

Definizione 4.6 — Angolo limite

L'**angolo limite** $\hat{L}$ è l'angolo di incidenza per cui l'angolo di rifrazione vale esattamente 90° . Per ogni $\hat{i} > \hat{L}$ si ha riflessione totale.

Imponendo $\hat{r} = 90^\circ$ nella (4.4), con $n_1 > n_2$:

$$n_1 \sin \hat{L} = n_2 \sin 90^\circ = n_2,$$

da cui:

$$\sin \hat{L} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (4.10)$$

$$[\hat{L}] = [\text{rad}], [n_1] = [n_2] = [\text{adim.}]$$

L'angolo limite esiste solo nel passaggio da un mezzo più denso a uno meno denso. Per la coppia acqua-aria, $\sin \hat{L} = 1.00/1.33 \approx 0.752$, da cui $\hat{L} \approx 49^\circ$. È per questo che un sub che guardi verso l'alto vede tutto il mondo esterno compresso in un cono di semi-apertura di 49° (*finestra di Snell*); per angoli maggiori vede invece il fondale riflesso dalla superficie come da uno specchio.

Nota — Applicazioni

La riflessione totale è alla base della trasmissione della luce nelle *fibre ottiche*, sottili filamenti di vetro in cui la luce, una volta entrata da un capo, vi resta confinata grazie a successive riflessioni totali contro le pareti, e arriva all'altro capo con perdite minime. Le fibre ottiche sono il pilastro tecnologico delle telecomunicazioni moderne. Lo stesso fenomeno spiega lo scintillio dei diamanti, il cui altissimo indice di rifrazione ($n = 2.42$) produce un angolo limite molto piccolo ($\hat{L} \approx 24^\circ$): la luce che entra fatica a uscire e rimbalza più volte all'interno del cristallo prima di emergere.

4.4. Formalizzazione matematica dell'ottica geometrica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Specchi sferici e lenti sottili condividono una caratteristica fondamentale: per raggi parassiali (vicini all'asse e poco inclinati), il sistema ottico *focalizza* i raggi provenienti da un punto-oggetto in un singolo punto-immagine. Esiste cioè una corrispondenza biunivoca fra

punti dello spazio-oggetto e punti dello spazio-immagine, e si possono dare formule generali che la descrivono.

4.4.1. Equazione dei punti coniugati

Definizione 4.7 — Punti coniugati

Dato un sistema ottico, si dicono **punti coniugati** un punto-oggetto O e il corrispondente punto-immagine O' , entrambi sull'asse ottico (o riferiti ad esso). La distanza dell'oggetto dal sistema si indica con p , quella dell'immagine con q .

Per uno specchio sferico nella condizione di Gauss, e per una lente sottile (di spessore trascurabile), vale una relazione semplice e potentissima.

Legge 4.4 — Equazione dei punti coniugati

Dato un sistema ottico (specchio sferico o lente sottile) di distanza focale f , le distanze p dell'oggetto e q dell'immagine, misurate dal sistema lungo l'asse ottico, soddisfano la relazione

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}. \quad (4.11)$$

$$[p] = [q] = [f] = [\text{m}]$$

Nota — Convenzione dei segni

Adottiamo la convenzione “*reale è positivo*” usata nella tradizione didattica italiana:

- $p > 0$ per oggetti reali (sempre, nei nostri problemi);
- $q > 0$ se l'immagine è reale (dalla parte opposta dell'oggetto per le lenti, dalla stessa parte per gli specchi); $q < 0$ se è virtuale;
- $f > 0$ per sistemi convergenti (specchio concavo, lente convergente); $f < 0$ per sistemi divergenti (specchio convesso, lente divergente).

L'equazione (4.11) permette di rispondere immediatamente alle domande tipiche: dove si forma l'immagine di un oggetto? Quali distanze p producono immagini reali e quali virtuali? Si analizzino tre casi notevoli per una lente convergente:

- se $p > f$ (oggetto oltre il fuoco), $q > 0$ e finito: l'immagine è reale;
- se $p = f$ (oggetto nel fuoco), $1/q = 0$ ovvero $q \rightarrow \infty$: l'immagine si forma all'infinito (i raggi escono paralleli);
- se $p < f$ (oggetto fra fuoco e lente), $q < 0$: l'immagine è virtuale, dalla stessa parte dell'oggetto. È il principio della lente d'ingrandimento.

4.4.2. Ingrandimento lineare

Oltre a sapere *dove* si forma l'immagine, ci interessa sapere *come è fatta*: orientata come l'oggetto o capovolta? più grande o più piccola? Lo dice l'**ingrandimento lineare**.

Definizione 4.8 — Ingrandimento lineare

Detta h l'altezza dell'oggetto (misurata perpendicolarmente all'asse ottico) e h' quella dell'immagine, l'**ingrandimento lineare** è il rapporto

$$G = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}. \quad (4.12)$$

$$[G] = [\text{adim.}], [h] = [h'] = [p] = [q] = [\text{m}]$$

Il segno è essenziale per leggere correttamente la geometria del problema:

- $G > 0$: immagine *diritta* (orientata come l'oggetto);
- $G < 0$: immagine *capovolta*;
- $|G| > 1$: immagine *ingrandita*;
- $|G| < 1$: immagine *rimpicciolita*.

4.4.3. Costruzione grafica delle immagini

Le formule danno il risultato numerico, ma per capire *cosa succede* nulla batte una buona costruzione grafica. Per le lenti sottili, tre raggi notevoli partenti dalla testa dell'oggetto sono sufficienti a localizzare l'immagine.

Procedura — Tre raggi notevoli per le lenti sottili

1. Il raggio *parallelo all'asse ottico*, dopo aver attraversato la lente, passa per il fuoco F dal lato opposto.
2. Il raggio *passante per il centro ottico* della lente prosegue indisturbato.
3. Il raggio *passante per il fuoco* dal lato dell'oggetto esce parallelo all'asse ottico.

Bastano due qualsiasi di questi raggi per individuare il punto-immagine; il terzo serve da controllo.

Esempio 4.2 — Lente d'ingrandimento

Una lente sottile convergente di distanza focale $f = 10$ cm è usata come lente d'ingrandimento. Un oggetto alto $h = 2.0$ mm è posto a $p = 8.0$ cm dalla lente. Determinare la posizione, la natura e l'altezza dell'immagine.

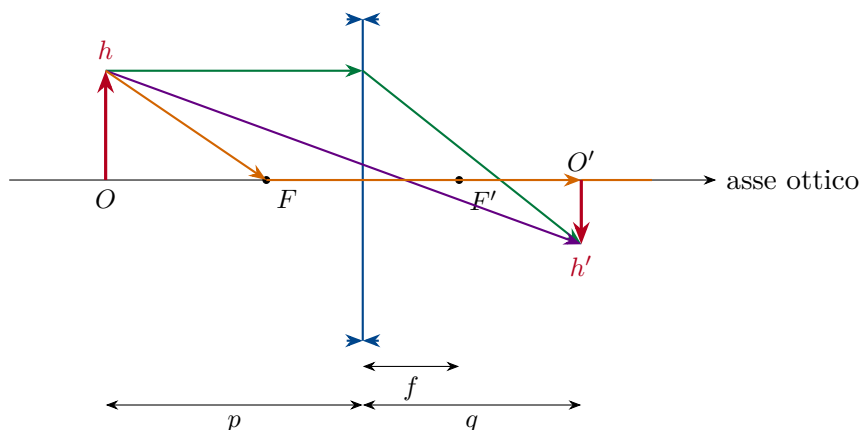


Figura 4.5: Costruzione grafica dell'immagine in una lente convergente, per un oggetto posto oltre il fuoco. I tre raggi notevoli convergono nel punto-immagine O' . L'immagine risulta reale (i raggi convergono effettivamente), capovolta ($h' < 0$) e, in questo caso, rimpicciolita.

Soluzione

Algebricamente, dall'equazione (4.11):

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}, \quad (4.13)$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{p - f}{p f}, \quad (4.14)$$

$$q = \frac{p f}{p - f}. \quad (4.15)$$

L'ingrandimento è $G = -q/p$ e l'altezza dell'immagine $h' = G \cdot h$.

Sostituendo i valori, $f = 10$ cm e $p = 8.0$ cm:

$$q = \frac{(8.0 \text{ cm}) \cdot (10 \text{ cm})}{8.0 \text{ cm} - 10 \text{ cm}} = \frac{80 \text{ cm}^2}{-2.0 \text{ cm}} = -40 \text{ cm}, \quad (4.16)$$

$$G = -\frac{q}{p} = -\frac{-40 \text{ cm}}{8.0 \text{ cm}} = +5.0, \quad (4.17)$$

$$h' = G \cdot h = 5.0 \cdot 2.0 \text{ mm} = 10 \text{ mm}. \quad (4.18)$$

L'immagine ha $q < 0$: è dunque *virtuale*, dalla stessa parte dell'oggetto. Ha $G > 0$: è *diritta*. Ha $|G| = 5 > 1$: è *ingrandita* cinque volte. Esattamente il comportamento di una lente d'ingrandimento.

Verifica di plausibilità: l'oggetto è posto fra il fuoco e la lente ($p < f$), e in questa configurazione l'equazione dei punti coniugati prevede sempre immagine virtuale, diritta e ingrandita — coerente con il risultato.

4.5. Strumenti ottici

quiz e materiali con l'AI
 flashcard del paragrafo

4.5.1. Lenti sottili convergenti e divergenti

Una **lente sottile** è un corpo trasparente (in genere vetro o materiale plastico) delimitato da due superfici sferiche, il cui spessore è trascurabile rispetto al raggio di curvatura delle superfici. Le lenti si classificano in base alla forma in due grandi famiglie.

- Le **lenti convergenti** sono più spesse al centro che ai bordi: biconvesse, piano-convesse, menisco convergente. Hanno $f > 0$ e fanno convergere i raggi paralleli all'asse nel fuoco F' .
- Le **lenti divergenti** sono più sottili al centro che ai bordi: biconcave, piano-concave, menisco divergente. Hanno $f < 0$ e fanno divergere i raggi paralleli all'asse, i cui prolungamenti all'indietro si incontrano in un fuoco virtuale.

Nota

Le lenti divergenti producono *sempre* immagini virtuali, diritte e rimpicciolite, qualunque sia la distanza dell'oggetto. Lo si verifica facilmente dall'equazione (4.11) con $f < 0$: si ottiene $q < 0$ in ogni caso.

L'inverso della distanza focale, $P = 1/f$, è il **potere diottrico** della lente. Si misura in *diottrie*: una diottria è il potere di una lente con distanza focale di un metro, ovvero 1/m. Una lente da +2/m ha $f = 0.5\text{ m}$ ed è convergente; una lente da -1/m ha $f = -1\text{ m}$ ed è divergente. È il numero che compare sulle prescrizioni degli occhiali.

4.5.2. Costruzione di strumenti ottici semplici

Combinando lenti e specchi si ottengono strumenti ottici di grande utilità pratica.

Lente d'ingrandimento. Una singola lente convergente, con l'oggetto posto entro la distanza focale, fornisce un'immagine virtuale e ingrandita (cfr. esempio precedente). È lo strumento più semplice ed è usato per leggere caratteri piccoli, esaminare francobolli, ispezionare circuiti.

Microscopio composto. È un sistema a due lenti convergenti. La prima, l'*obiettivo*, ha distanza focale molto piccola e produce un'immagine reale, capovolta e ingrandita di un piccolo oggetto. La seconda, l'*oculare*, agisce come una lente d'ingrandimento sull'immagine prodotta dall'obiettivo. L'ingrandimento totale è il prodotto degli ingrandimenti delle due lenti, e può raggiungere facilmente l'ordine di $1000\times$.

Telescopio rifrattore. Due lenti convergenti coassiali, ma ottimizzate per oggetti lontani: l'obiettivo è una lente di grande diametro e grande distanza focale, l'oculare è una lente di piccola distanza focale. L'obiettivo produce un'immagine reale e capovolta dell'oggetto lontano nel suo fuoco, e l'oculare la ingrandisce. Galileo, nel 1609, costruì il primo telescopio funzionante con cui osservare il cielo, scoprendo le montagne lunari, le fasi di Venere, i quattro maggiori satelliti di Giove.

Telescopio riflettore. Inventato da Newton, sostituisce l'obiettivo con uno specchio concavo di grande diametro, che concentra la luce delle stelle nel suo fuoco. Ha vantaggi enormi per l'astronomia: gli specchi non producono aberrazione cromatica e si possono costruire molto più grandi delle lenti. Tutti i grandi telescopi moderni sono riflettori.

4.5.3. L'occhio umano come sistema ottico

Il più antico e diffuso strumento ottico è l'occhio umano. Schematicamente, è un sistema ottico convergente che forma sulla retina, che svolge il ruolo di schermo, un'immagine reale e capovolta del mondo esterno (è il cervello a “raddrizzarla” nell'elaborazione successiva).

- La **cornea** e il **cristallino** agiscono insieme come una lente convergente, di distanza focale variabile (un'azione detta *accomodamento*).
- L'**iride** regola la quantità di luce che entra, contraendo o dilatando la **pupilla**.
- La **retina**, sul fondo dell'occhio, è una membrana ricca di cellule fotosensibili (coni e bastoncelli) che convertono la luce in segnali nervosi.

L'occhio normale può mettere a fuoco oggetti da una distanza di pochi centimetri (*punto prossimo*, ~ 25 cm in un giovane adulto) fino all'infinito (*punto remoto*). I difetti più comuni sono:

- la **miopia**: il bulbo oculare è troppo lungo, le immagini degli oggetti lontani si formano davanti alla retina. Si corregge con lenti *divergenti*, che spostano in avanti l'immagine.
- l'**ipermetropia**: il bulbo è troppo corto, le immagini si formano oltre la retina. Si corregge con lenti *convergenti*.
- la **presbiopia**: con l'invecchiamento il cristallino perde elasticità e fatica ad accomodare per oggetti vicini. Si corregge anch'essa con lenti convergenti.

Riepilogo

- L'**ottica geometrica** idealizza la luce come raggi rettilinei, valida finché non entrano in gioco fenomeni ondulatori (cap. 18).
- In un mezzo omogeneo e isotropo, la luce si propaga in linea retta con velocità $c \approx 3.00 \times 10^8$ m/s nel vuoto.
- Le **leggi della riflessione** affermano che raggio incidente, normale e raggio riflesso sono complanari e che $\hat{i} = \hat{r}$ (angoli misurati dalla normale).
- Uno specchio piano forma un'immagine *virtuale*, simmetrica dell'oggetto rispetto al piano dello specchio, di uguali dimensioni.
- L'**indice di rifrazione** di un mezzo è $n = c/v$, con v velocità della luce nel mezzo, ed è sempre $n \geq 1$.
- La **legge di Snell-Cartesio** afferma che $n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r}$ al passaggio fra mezzi diversi.

- Nel passaggio da un mezzo più denso a uno meno denso esiste un **angolo limite** $\hat{L}$ con $\sin \hat{L} = n_2/n_1$: oltre $\hat{L}$ si ha *riflessione totale*.
- L'**equazione dei punti coniugati** è $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$, con la convenzione “reale è positivo”.
- L'**ingrandimento lineare** è $G = h'/h = -q/p$; il segno ne indica l'orientamento, il modulo la grandezza relativa.
- Le **lenti convergenti** ($f > 0$) producono immagini reali e capovolte se $p > f$, virtuali e ingrandite se $p < f$. Le **lenti divergenti** ($f < 0$) producono sempre immagini virtuali, diritte, rimpicciolite.
- Il potere diottrico è $P = 1/f$, misurato in diottrie (1/m).
- L'**occhio umano** è un sistema convergente ad accomodamento variabile; miopia, ipermetropia e presbiopia si correggono con lenti opportune.

Esercizio 4.1

1. Un raggio luminoso incide su uno specchio piano formando un angolo di 25° con la *superficie* dello specchio. Quanto vale l'angolo di riflessione misurato dalla normale? E quello fra raggio incidente e raggio riflesso?
2. Due specchi piani sono disposti perpendicolarmente fra loro. Un raggio luminoso incide sul primo con un angolo di incidenza $\hat{i} = 30^\circ$. Determinare la direzione del raggio dopo essere stato riflesso da entrambi gli specchi e mostrare che essa è opposta a quella iniziale (proprietà del riflettore d'angolo, usato nei catarifrangenti).
3. Un raggio di luce attraversa una lastra di vetro ($n = 1.50$) di spessore 4.0 cm, immersa in aria, con angolo di incidenza $\hat{i} = 55^\circ$. Calcolare l'angolo di rifrazione all'interno del vetro e dimostrare che il raggio uscente è parallelo a quello entrante. Calcolare lo spostamento laterale del raggio.
4. Calcolare l'angolo limite per il passaggio della luce dal vetro ($n = 1.50$) all'aria.
5. Una fibra ottica è composta da un *nucleo* di vetro con $n_1 = 1.52$ rivestito da un *mantello* con $n_2 = 1.48$. Calcolare l'angolo limite all'interfaccia nucleo-mantello e l'angolo massimo di accettazione della luce all'imboccatura della fibra (immersa in aria).
6. Uno specchio concavo ha raggio di curvatura $R = 40$ cm. Un oggetto alto 3.0 cm è posto a 60 cm dal vertice. Determinare posizione, natura, ingrandimento e altezza dell'immagine.
7. Una lente convergente ha distanza focale $f = 15$ cm. Un oggetto è posto a $p = 30$ cm dalla lente. Determinare q , G e descrivere natura e orientamento dell'immagine. Ripetere per $p = 15$ cm e $p = 10$ cm.
8. Una lente divergente ha potere diottrico $P = -2.5/\text{m}$. Un oggetto è posto a 20 cm dalla lente. Calcolare distanza focale, posizione e ingrandimento dell'immagine.

9. Un astronomo costruisce un telescopio rifrattore con un obiettivo di distanza focale $f_{\text{ob}} = 1.0 \text{ m}$ e un oculare di distanza focale $f_{\text{oc}} = 2.5 \text{ cm}$. Sapendo che l'ingrandimento angolare di un telescopio è $f_{\text{ob}}/f_{\text{oc}}$, calcolare l'ingrandimento.
10. Una persona miope non vede nitidamente oltre 50 cm. Determinare il potere diottrico delle lenti correttive necessarie a portarle il punto remoto all'infinito. (Suggerimento: la lente deve formare di un oggetto all'infinito un'immagine virtuale a 50 cm dall'occhio.)

→ [Soluzioni degli esercizi proposti](#) (fascicolo PDF a parte).

Capitolo 5

Termologia: temperatura ed equilibrio termico

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Quando si è capaci di misurare ciò di cui si sta parlando ed esprimerlo in numeri, allora si conosce qualcosa al riguardo; ma quando non lo si può misurare, la conoscenza è scarsa e insoddisfacente.”

— William Thomson (Lord Kelvin)

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



[12 Calore e Temperatura](#)



[12 fisica calorimetria video](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

-  [\[IT\] Calorimetria base](#)
-  [\[IT\] Calorimetria](#)
-  [\[EN\] Calorimetria](#)
-  [\[FR\] Fisica calorimetria](#)
-  [\[ES\] Calorimetria base](#)

Introduzione

Tutti abbiamo familiarità con le sensazioni di “caldo” e “freddo”: una tazza di tè appena versato è calda, un cubetto di ghiaccio è freddo. Ma queste impressioni soggettive non sono ancora fisica. Se metti la mano sinistra in una bacinella di acqua tiepida e la mano destra in una di acqua bollente per qualche secondo, e poi le immergi entrambe in una stessa bacinella di acqua a temperatura ambiente, la mano sinistra ti sembrerà calda e la destra fredda — eppure stanno toccando esattamente la stessa acqua. Le sensazioni ingannano.

Per fare scienza dei fenomeni termici dobbiamo passare dalla sensazione alla *misura*: associare a ogni stato di un corpo un numero, la temperatura, che rispetti l’evidenza sperimentale e ci permetta di confrontare oggettivamente situazioni diverse. La citazione di Kelvin all’inizio del capitolo coglie esattamente questo passaggio: la conoscenza qualitativa diventa scientifica solo quando si fa quantitativa.

In questo capitolo ci concentriamo sulla *temperatura*, lasciando per il capitolo 12 il concetto di *calore*, ad essa strettamente legato ma distinto. Per ora ci basterà capire: che cosa significa “temperatura”, come si definisce in modo operativo, perché due corpi messi a contatto raggiungono uno stato comune (*equilibrio termico*), e quali scale numeriche si usano per esprimerla. Tutto il resto della termodinamica — calore specifico, gas perfetti, primo e secondo principio — poggerà su questi fondamenti.

5.1. Sistemi termici e interazioni

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

5.1.1. Interazioni fra sistemi fisici come cambiamento di stato

Cominciamo con un’osservazione semplice. Mettiamo un cubetto di ghiaccio in un bicchiere d’acqua a temperatura ambiente. Dopo qualche minuto il cubetto è completamente sciolto,

e l'acqua del bicchiere è più fredda di prima. Qualcosa è successo, qualcosa è cambiato in entrambi i corpi. Diciamo che fra il cubetto e l'acqua c'è stata un'**interazione termica**.

Lo stesso linguaggio vale per altri esempi familiari:

- una pentola d'acqua sul fornello acceso si scalda fino a bollire;
- un caffè caldo lasciato sul tavolo si raffredda lentamente;
- due lastre di metallo, una calda e una fredda, messe a contatto raggiungono dopo un po' la stessa temperatura intermedia.

In tutti questi casi due corpi (o due parti dello stesso corpo) interagiscono fra loro, e il segnale dell'interazione è un *cambiamento di stato*: cambia la temperatura, cambia il volume, cambia l'aspetto fisico (il ghiaccio diventa acqua liquida, l'acqua bollente diventa vapore). La fisica dei fenomeni termici è la fisica di queste interazioni.

Definizione 5.1 — Sistema termodinamico

Un **sistema termodinamico** è una porzione finita di materia o di spazio scelta come oggetto di studio, separata dal resto dell'universo da un confine (reale o ideale). Tutto ciò che sta fuori dal sistema è detto *ambiente* o *esterno*.

A seconda di che cosa il confine lascia attraversare, distinguiamo:

- un sistema **aperto** scambia con l'esterno sia materia sia energia (un bicchiere senza coperchio);
- un sistema **chiuso** scambia energia ma non materia (una bottiglia tappata);
- un sistema **isolato** non scambia nulla con l'esterno (idealizzazione: un thermos perfetto si avvicina a questa condizione).

5.1.2. Stato macroscopico di un sistema

Un grammo d'acqua contiene un numero gigantesco di molecole: circa 3.3×10^{22} . Descrivere posizione e velocità di ognuna di esse, istante per istante, è impossibile in pratica e — come vedremo — anche inutile per gran parte delle domande che ci poniamo. Per fortuna, l'esperienza mostra che bastano poche grandezze macroscopiche a caratterizzare il comportamento osservabile del sistema.

Definizione 5.2 — Stato macroscopico

Lo **stato macroscopico** di un sistema termodinamico in equilibrio è l'insieme dei valori assunti da poche grandezze fisiche misurabili (volume, pressione, temperatura, massa, densità...) che ne descrivono completamente il comportamento osservabile, prescindendo dal dettaglio del moto delle singole molecole.

Nota

La descrizione *microscopica* — in termini di posizioni e velocità delle singole particelle — non è sbagliata, ma è impraticabile e quasi sempre inutile: se in una stanza vuoi sapere se fa caldo o freddo, ti basta un termometro, non l'elenco delle posizioni e velocità di

10^{25} molecole d'aria. Il legame fra descrizione macroscopica e microscopica è oggetto della *termodinamica statistica*, che studieremo nel capitolo 20.

Diciamo che un sistema è in uno **stato di equilibrio** (termico, meccanico, chimico) quando le grandezze macroscopiche che lo descrivono non variano nel tempo, in assenza di interazioni esterne. È solo per stati di equilibrio che ha senso assegnare un valore univoco a temperatura, pressione, volume — e di conseguenza è agli stati di equilibrio che si applicheranno le leggi della termodinamica classica.

5.1.3. Variabili di stato e loro misurabilità

Definizione 5.3 — Variabili di stato

Le grandezze fisiche che caratterizzano lo stato macroscopico di un sistema in equilibrio si chiamano **variabili di stato** (o coordinate termodinamiche). Esempi: volume V , pressione p , temperatura T , massa m , densità ρ .

Le variabili di stato si dividono in due grandi famiglie, di cui è importante avere chiara la distinzione.

- Le grandezze **estensive** dipendono dalla quantità di materia: raddoppiando il sistema, il loro valore raddoppia. Esempi: massa, volume, energia, numero di particelle.
- Le grandezze **intensive** non dipendono dalla quantità di materia: prendendo metà del sistema in equilibrio, il loro valore resta invariato. Esempi: temperatura, pressione, densità.

Nota

Il rapporto fra due grandezze estensive è una grandezza intensiva. Per esempio, la densità $\rho = m/V$ è intensiva: se prendi la metà di un blocco d'acqua, sia la massa sia il volume si dimezzano, ma il rapporto resta lo stesso. È una distinzione utile da tenere a mente in tutta la termodinamica.

Tutte le variabili di stato devono essere *misurabili*: per ognuna serve una procedura operativa che permette di assegnarle un valore numerico riproducibile (cfr. capitolo 1). Per volume e massa abbiamo già strumenti familiari (cilindri graduati, bilance); per la pressione vedremo il manometro nel capitolo 10; per la temperatura — che è la grandezza protagonista di questo capitolo — dobbiamo procedere con cura.

5.2. La temperatura

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

5.2.1. Definizione operativa di temperatura

Le sensazioni di caldo e freddo, come abbiamo visto, sono inaffidabili. Eppure suggeriscono qualcosa di reale: esiste una proprietà degli oggetti per cui possiamo metterli in ordine —

più caldo, più freddo. Il problema è trasformare questa intuizione in una grandezza fisica misurabile.

L'idea, antica almeno quanto il termoscopio costruito da Galileo intorno al 1592, è di sfruttare il fatto che molte proprietà fisiche dei corpi (volume, lunghezza, pressione, resistenza elettrica, colore di un metallo incandescente...) cambiano in modo riproducibile quando il corpo si scalda o si raffredda. Una qualsiasi di queste proprietà può servire da *indicatore* della temperatura.

Definizione 5.4 — Definizione operativa di temperatura

La **temperatura** di un sistema in equilibrio è la grandezza fisica misurata da un *termometro* messo a contatto con il sistema, dopo che termometro e sistema hanno raggiunto a loro volta l'equilibrio reciproco.

Nota

È una definizione *operativa*: non spiega che cos'è la temperatura (lo capiremo nel capitolo 20: è una misura dell'energia cinetica media delle particelle), ma dice come misurarla. Per fare fisica quantitativa è esattamente ciò che serve. La definizione operativa è una strategia tipica della fisica: si rinuncia a dire “che cos'è” una grandezza e si specifica invece “come la si misura”. Spesso il *come* chiarisce meglio del *che cos'è*.

5.2.2. Termometri e taratura

Definizione 5.5 — Termometro

Un **termometro** è un dispositivo che sfrutta una proprietà fisica di un corpo (detta *grandezza termometrica*) variabile con la temperatura, per fornire una misura numerica della temperatura stessa.

Esistono molti tipi di termometro, ciascuno basato su una diversa grandezza termometrica:

- termometri *a liquido*: sfruttano la dilatazione termica di un liquido (mercurio, alcol colorato) racchiuso in un capillare di vetro;
- termometri *a gas*: misurano la pressione di un gas a volume costante (o il volume a pressione costante);
- termometri *a resistenza*: sfruttano la variazione della resistenza elettrica di un metallo o di un semiconduttore con la temperatura;
- *termocoppie*: sfruttano la differenza di potenziale che si genera fra due metalli diversi a contatto, dipendente dalla temperatura;
- *pirometri ottici*: misurano l'intensità e il colore della luce emessa da un corpo molto caldo, senza contatto.

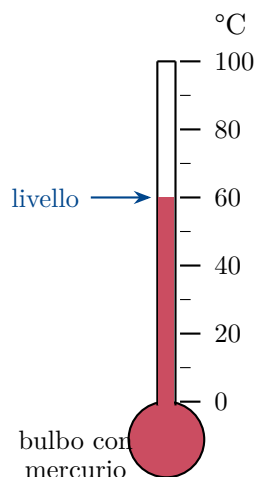


Figura 5.1: Schema di un termometro a mercurio con scala Celsius. Il bulbo contiene il liquido termometrico; il livello nel capillare cambia con la temperatura per dilatazione termica. La scala è incisa sul vetro con tacche numerate fra i due punti fissi.

Procedura — Costruire una scala termometrica

Per associare al termometro una scala di valori numerici si procede così:

1. si scelgono due **punti fissi**: stati riproducibili a cui assegnare per convenzione due valori numerici di temperatura. Tradizionalmente: la *temperatura del ghiaccio fondente* (acqua e ghiaccio in equilibrio a pressione atmosferica) e la *temperatura dell'acqua bollente* (acqua e vapore in equilibrio a pressione atmosferica);
2. si misura il valore della grandezza termometrica X ai due punti fissi, ottenendo X_0 e X_{100} ;
3. si suddivide l'intervallo $[X_0, X_{100}]$ in un numero stabilito di parti uguali, e si estende la suddivisione anche oltre i punti fissi.

La temperatura T corrispondente a un generico valore X della grandezza termometrica si ottiene per interpolazione lineare:

$$T = T_0 + \frac{X - X_0}{X_{100} - X_0} (T_{100} - T_0). \quad (5.1)$$

Attenzione!

Termometri costruiti con grandezze termometriche diverse possono *non concordare* alle temperature intermedie, anche se sono d'accordo ai punti fissi. Per esempio, un termometro a mercurio e uno ad alcol tarati entrambi a 0°C e 100°C possono dare letture leggermente diverse a 50°C , perché le dilatazioni dei due liquidi non sono perfettamente lineari né uguali. Si è dunque concordato per convenzione internazionale di prendere come riferimento il *termometro a gas a volume costante*, le cui letture sono molto vicine alla temperatura “vera” definita teoricamente nel capitolo 20.

5.2.3. Equilibrio termico come processo di interazione

Quando due corpi a temperature diverse vengono messi a contatto, l'esperienza mostra che le loro temperature evolvono nel tempo: il più caldo si raffredda, il più freddo si riscalda, finché entrambi raggiungono una temperatura comune intermedia, dopodiché non cambiano più. Si dice che hanno raggiunto l'**equilibrio termico**.

Definizione 5.6 — Equilibrio termico

Due sistemi a contatto, in grado di interagire termicamente fra loro, sono in **equilibrio termico** quando le loro variabili di stato (in particolare la temperatura) non variano più nel tempo. Equivalentemente: due sistemi sono in equilibrio termico se, messi a contatto attraverso una parete che permette lo scambio di energia termica, non scambiano nulla.

L'equilibrio termico non è un fatto istantaneo: è il risultato di un'interazione (scambio di energia termica) che procede finché esiste una differenza di temperatura, e si arresta quando questa differenza si annulla. È esattamente questa proprietà a permettere a un termometro di funzionare: messo a contatto con un corpo, il termometro raggiunge l'equilibrio termico con esso, e a quel punto la sua lettura coincide con la temperatura del corpo.

5.2.4. Principio zero della termodinamica

Il fatto che “avere la stessa temperatura” sia una relazione *transitiva* — se A ha la stessa temperatura di B , e B ha la stessa temperatura di C , allora anche A e C hanno la stessa temperatura — sembra ovvio, ma logicamente non lo è affatto. Eppure è proprio quello che permette di usare i termometri: il termometro B misura la temperatura di un corpo A ; se poi misura anche un corpo C e troviamo lo stesso valore, possiamo concludere che A e C , pur senza essersi mai toccati, hanno la stessa temperatura. Senza questa proprietà non avrebbe senso parlare di temperatura come grandezza universale.

L'evidenza sperimentale di questa transitività è così fondamentale da meritare il nome di *principio* (anche se è stato formalizzato dopo i principi primo e secondo della termodinamica, e per non rinumerarli si è scelto di chiamarlo “principio zero”).

Legge 5.1 — Principio zero della termodinamica

Se due sistemi A e B sono in equilibrio termico con un terzo sistema C , allora A e B sono in equilibrio termico fra loro:

$$A \sim C \quad \text{e} \quad B \sim C \quad \implies \quad A \sim B,$$

dove il simbolo $\sim$ denota equilibrio termico.

Nota — Perché “zero”?

Il primo e il secondo principio della termodinamica furono formulati nel XIX secolo da Clausius, Kelvin e altri. Solo nel 1931 Ralph H. Fowler riconobbe che dietro all'idea stessa di temperatura si nasconde un assioma logicamente più fondamentale, che andrebbe

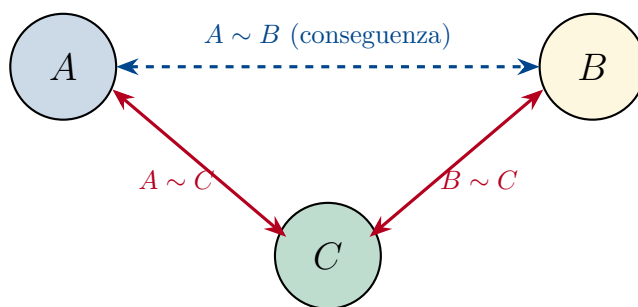


Figura 5.2: Principio zero della termodinamica. Se A è in equilibrio termico con C e B è in equilibrio termico con C , allora A e B sono in equilibrio termico fra loro, anche senza essersi mai toccati. È questa transitività a rendere possibile l'uso del termometro come standard di confronto.

enunciato *prima* degli altri due. Per non rinumerare leggi già famose, si scelse il nome “principio zero”.

Il principio zero ha una conseguenza concettuale importante: poiché “essere in equilibrio termico” è una relazione di equivalenza (riflessiva, simmetrica e transitiva), si possono raggruppare tutti i sistemi del mondo in classi di sistemi mutuamente in equilibrio termico. Ad ogni classe si può associare un'*etichetta numerica* — la temperatura — comune a tutti i suoi membri. È questa la giustificazione logica del concetto di temperatura come grandezza fisica.

5.3. Scale termometriche

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

5.3.1. Scala Celsius

La scala più usata nella vita quotidiana in gran parte del mondo è la **scala Celsius**, proposta dall'astronomo svedese Anders Celsius nel 1742.

Legge 5.2 — Scala Celsius

La scala Celsius assegna i valori numerici:

- 0°C alla temperatura del ghiaccio fondente (acqua e ghiaccio in equilibrio a pressione atmosferica standard, $p = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$);
- 100°C alla temperatura dell'acqua bollente (acqua e vapore in equilibrio alla stessa pressione).

L'intervallo fra i due punti fissi è suddiviso in 100 gradi uguali.

L'unità di misura è il *grado Celsius*, simbolo $^{\circ}\text{C}$. Differenze di temperatura nella scala Celsius si esprimono in $^{\circ}\text{C}$.

Nota

Celsius nella sua proposta originaria del 1742 fissò 0°C all'ebollizione e 100°C alla fusione, in pratica al contrario di come oggi conosciamo la sua scala. Fu il botanico Carl von Linné a invertirla qualche anno dopo, dandole la forma attuale. Il nome “Celsius” è rimasto come riconoscimento storico.

5.3.2. Scala Kelvin temperatura assoluta

La scala Celsius è comoda nella vita quotidiana, ma il suo zero — la temperatura del ghiaccio fondente — è una scelta arbitraria, legata a una particolare sostanza (l'acqua) in particolari condizioni (pressione atmosferica). C'è uno zero più fondamentale?

L'analisi sperimentale del comportamento dei gas suggerì già nel XIX secolo che, raffreddando un gas, la sua pressione (a volume costante) o il suo volume (a pressione costante) decrescono linearmente con la temperatura. Estrapolando le rette ottenute fino a pressione zero o volume zero, tutte le rette si incontrano in uno stesso punto: -273.15°C . Sotto questa temperatura, una pressione o un volume positivi sono impossibili. Questo punto è uno **zero naturale**, indipendente dalla sostanza scelta: è lo **zero assoluto**.

Legge 5.3 — Scala Kelvin

La scala Kelvin (o *scala assoluta*) ha lo zero coincidente con lo zero assoluto e la stessa ampiezza di grado della scala Celsius. La temperatura espressa in kelvin si denota con T e si misura in *kelvin*, simbolo K (senza il simbolo di grado).

Nota

Il *kelvin* è un'unità di base del Sistema Internazionale (cfr. capitolo 1). Dal 2019 è definito a partire dalla costante di Boltzmann k_B , fissata per convenzione a $k_B = 1.380\,649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ (esatto). Per il liceo basta sapere che storicamente fu definita imponendo $T = 273.16 \text{ K}$ al punto triplo dell'acqua (lo stato in cui ghiaccio, acqua liquida e vapore coesistono in equilibrio).

Lo zero assoluto è un limite *irraggiungibile*: è possibile avvicinarvisi quanto si vuole, ma non toccarlo (il *terzo principio della termodinamica*, nel cap. 12, formalizza questa affermazione). I laboratori di fisica delle basse temperature riescono oggi a raggiungere temperature di pochi nanokelvin, ma mai zero.

5.3.3. Conversioni tra scale e zero assoluto

Poiché Celsius e Kelvin hanno la stessa ampiezza di grado e differiscono solo per l'origine, la conversione fra le due scale è una semplice traslazione.

$$T_K = t_{^\circ\text{C}} + 273.15, \quad t_{^\circ\text{C}} = T_K - 273.15. \quad (5.2)$$

Attenzione!

- I *valori* di temperatura cambiano: $0\text{ }^{\circ}\text{C} = 273.15\text{ K}$, $20\text{ }^{\circ}\text{C} = 293.15\text{ K}$, ecc.
- Le *differenze* di temperatura sono invece le stesse: $\Delta T = 50\text{ K} = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Per questo nelle formule di termodinamica in cui compare ΔT è indifferente usare l'una o l'altra unità.
- Tutte le formule fondamentali della termodinamica (legge dei gas perfetti, energia cinetica media delle molecole, leggi della radiazione termica...) richiedono temperature in *kelvin*, mai in $^{\circ}\text{C}$.

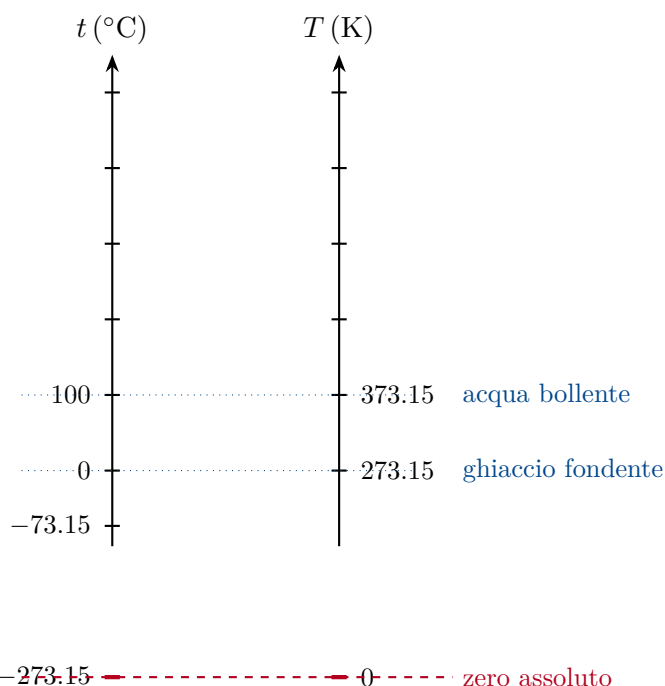


Figura 5.3: Confronto fra scala Celsius e scala Kelvin. Le due scale hanno la stessa ampiezza di grado e differiscono solo per la posizione dello zero. Lo zero assoluto, 0 K , corrisponde a $-273.15\text{ }^{\circ}\text{C}$: è un limite naturale al di sotto del quale nessun sistema fisico può esistere.

Esempio 5.1 — Conversioni di temperatura

Convertire le seguenti temperature: la temperatura corporea media umana ($36.6\text{ }^{\circ}\text{C}$), l'azoto liquido (77 K), il punto di fusione del piombo ($327\text{ }^{\circ}\text{C}$), il fondo cosmico a microonde (2.73 K).

Soluzione

Applichiamo la (5.2) caso per caso.

Temperatura corporea: $T = 36.6 + 273.15 = 309.75\text{ K}$.

Azoto liquido: $t = 77 - 273.15 = -196.15\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Punto di fusione del piombo: $T = 327 + 273.15 = 600.15\text{ K}$.

Fondo cosmico: $t = 2.73 - 273.15 = -270.42^\circ\text{C}$.

Verifica di plausibilità: temperature “ordinarie” della scala Celsius (decine di gradi) corrispondono a kelvin attorno a 300; temperature criogeniche (poche centinaia di kelvin sopra lo zero) corrispondono a Celsius molto negativi; il fondo cosmico è quasi allo zero assoluto, a meno di pochi kelvin. Tutto coerente.

Esempio 5.2 — Taratura di un termometro a resistenza

Un termometro a resistenza ha le seguenti letture ai due punti fissi: $R_0 = 100.0\,\Omega$ al ghiaccio fondente, $R_{100} = 138.5\,\Omega$ all’acqua bollente. Determinare la temperatura corrispondente a una lettura di $R = 125.0\,\Omega$, sia in Celsius sia in kelvin, assumendo che la resistenza vari linearmente con la temperatura.

Soluzione

Algebricamente, per la (5.1) con $T_0 = 0^\circ\text{C}$, $T_{100} = 100^\circ\text{C}$ e grandezza termometrica $X = R$:

$$t = \frac{R - R_0}{R_{100} - R_0} \cdot 100^\circ\text{C}.$$

Sostituendo i valori:

$$t = \frac{125.0\,\Omega - 100.0\,\Omega}{138.5\,\Omega - 100.0\,\Omega} \cdot 100^\circ\text{C} = \frac{25.0\,\Omega}{38.5\,\Omega} \cdot 100^\circ\text{C} \approx 64.9^\circ\text{C}, \quad (5.3)$$

$$T = t + 273.15 \approx 338.0\,\text{K}. \quad (5.4)$$

Verifica di plausibilità: la lettura $125.0\,\Omega$ è a circa due terzi dell’intervallo $[100.0\,\Omega, 138.5\,\Omega]$, dunque ci si aspetta una temperatura a circa due terzi dell’intervallo $[0^\circ\text{C}, 100^\circ\text{C}]$, cioè attorno a 65°C — coerente con il risultato.

Riepilogo

- Un **sistema termodinamico** è una porzione di materia (o di spazio) scelta come oggetto di studio, separata dall’ambiente da un confine. Si dice aperto, chiuso o isolato a seconda di che cosa il confine lascia attraversare.
- Lo **stato macroscopico** di un sistema in equilibrio è descritto da poche **variabili di stato** (volume, pressione, temperatura, massa, densità). Si dividono in *estensive* (proporzionali alla quantità di materia) e *intensive* (indipendenti).
- La **temperatura** è definita operativamente attraverso un termometro: un dispositivo che sfrutta una grandezza termometrica variabile con il calore.
- La **taratura** di una scala termometrica usa due punti fissi e interpolazione lineare:
$$T = T_0 + \frac{X - X_0}{X_{100} - X_0} (T_{100} - T_0).$$
- Due sistemi a contatto raggiungono spontaneamente un **equilibrio termico** caratterizzato da una temperatura comune, dopo il quale non scambiano più energia termica.

- Il **principio zero della termodinamica** afferma la transitività dell'equilibrio termico: $A \sim C$ e $B \sim C$ implicano $A \sim B$. È la giustificazione logica del concetto stesso di temperatura.
- La **scala Celsius** assegna 0°C al ghiaccio fondente e 100°C all'acqua bollente a pressione atmosferica, con grado uguale a un centesimo dell'intervallo.
- La **scala Kelvin** ha la stessa ampiezza di grado della Celsius ma origine nello *zero assoluto*, limite irraggiungibile per ogni sistema fisico. Conversione: $T_K = t_{^\circ\text{C}} + 273.15$.
- Le *differenze* di temperatura sono uguali nelle due scale; i valori invece differiscono di 273.15. Le formule fondamentali della termodinamica richiedono temperature in kelvin.

Esercizio 5.1

1. Classifica le seguenti grandezze come estensive o intensive: massa, volume, densità, temperatura, pressione, numero di particelle, energia, concentrazione di un soluto in soluzione.
2. Spiega perché la sensazione delle “tre bacinelle” (mano in acqua calda, mano in acqua fredda, poi entrambe in acqua tiepida) non costituisce una misura affidabile della temperatura. Quale principio fisico viene violato dalla nostra percezione?
3. Una persona afferma di aver inventato una nuova scala termometrica, “X”, in cui il ghiaccio fondente sta a 20 X e l'acqua bollente a 120 X. Determinare la formula di conversione fra gradi X e gradi Celsius. A quanti gradi X corrisponde la temperatura ambiente di 20°C ?
4. Convertire in kelvin: la temperatura del Sole in superficie (5500°C), la temperatura di liquefazione dell'elio (-269°C), una notte invernale a Torino (-5°C).
5. Convertire in gradi Celsius: la temperatura della corona solare (10^6 K), una stanza riscaldata (293 K), il punto di fusione del tungsteno (3695 K).
6. Un termometro a gas a volume costante misura una pressione $p_0 = 1.000 \times 10^5\text{ Pa}$ al ghiaccio fondente e $p_{100} = 1.366 \times 10^5\text{ Pa}$ all'acqua bollente. Quanto vale la temperatura, in $^\circ\text{C}$ e in K, quando la pressione misurata è $p = 1.150 \times 10^5\text{ Pa}$?
7. Estrapolando la retta della pressione di un gas in funzione della temperatura misurata in Celsius, si trova che $p \rightarrow 0$ per $t \rightarrow -273.15^\circ\text{C}$. Spiega in che senso questo fatto giustifica l'esistenza di uno zero assoluto e perché la sua posizione non dipende dal gas usato.
8. Tre corpi A, B, C sono messi alla prova: posti a contatto A e B raggiungono l'equilibrio termico, poi B messo a contatto con C raggiunge anche con esso l'equilibrio termico. Senza ulteriori esperimenti, possiamo prevedere il comportamento di A e C messi a contatto? Quale principio della termodinamica giustifica la previsione?

9. In un termometro a mercurio il bulbo ha sezione 50 volte maggiore della sezione del capillare. Se il mercurio si dilata di una frazione 1.8×10^{-4} per ogni grado Celsius (relativamente al volume del bulbo), e il bulbo contiene un volume $V_0 = 0.20 \text{ cm}^3$ di mercurio, calcolare di quanti millimetri si alza il livello nel capillare per ogni grado Celsius (assumendo la sezione del capillare $S = 4.0 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$).
10. Un astrofisico afferma che la temperatura misurata sulla superficie di una stella di neutroni è “circa 10^6 K ”. È accettabile in questo contesto trascurare la differenza fra Celsius e kelvin? Discuti.

Capitolo 6

Dinamica del punto materiale

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Ogni corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, a meno che non sia costretto da forze impresse a mutare quello stato.”

— Isaac Newton, Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, 1687

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

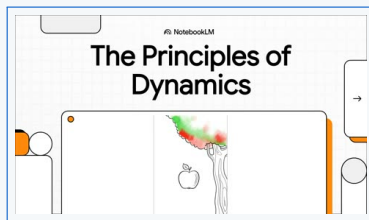
 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

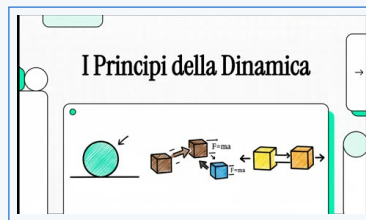
 [Schede, test e video di \[matematika.it\]\(https://matematika.it\)](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

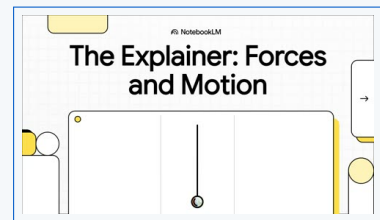
Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



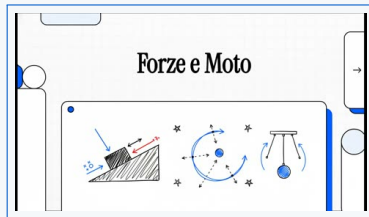
[09 dinamica principi Newton video](#)



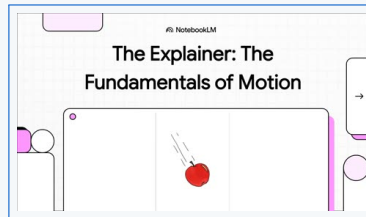
[09 I Principi della Dinamica](#)



[10 fisica dinamica video](#)



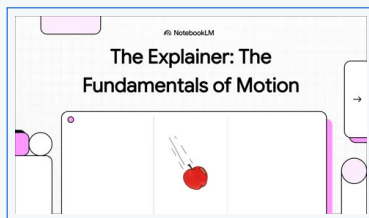
[10 Forze e Moto](#)



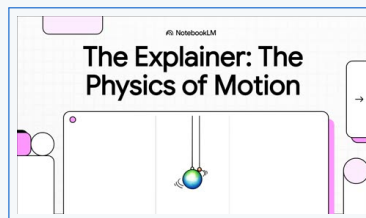
[14 fisica dinamica video](#)



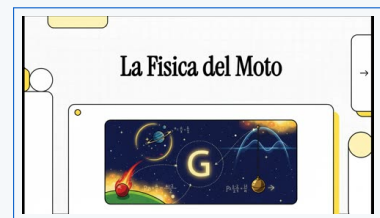
[14 Fondamenti di Dinamica](#)



[14 FR fisica dinamica video](#)



[17 fisica dinamica video](#)



[17 La Fisica del Moto](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Principi della dinamica](#)



[Forze e moto](#)



[Riassunto dinamica](#)



[Riassunto dinamica 2](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Principi della dinamica base](#)
- [\[IT\] Dinamica base](#)
- [\[IT\] Fondamenti di dinamica](#)
- [\[IT\] Dinamica avanzata](#)
- [\[IT\] Dinamica avanzata](#)

-  [\[IT\] I principi della dinamica](#)
-  [\[IT\] La dinamica](#)
-  [\[EN\] Principi della dinamica](#)
-  [\[EN\] Dinamica](#)
-  [\[EN\] Dinamica avanzata triennio](#)
-  [\[EN\] Dinamica avanzata triennio](#)
-  [\[FR\] Fisica dinamica principi Newton](#)
-  [\[FR\] Fisica dinamica](#)
-  [\[FR\] Fisica dinamica](#)
-  [\[FR\] Fisica dinamica](#)
-  [\[ES\] Principi della dinamica](#)
-  [\[ES\] Dinamica base](#)
-  [\[ES\] Dinamica avanzata triennio](#)
-  [\[ES\] Dinamica Moti e Forze](#)

Introduzione

La cinematica, studiata nel capitolo 3, descrive il *come* del moto: posizioni, velocità, accelerazioni, traiettorie. La dinamica si pone una domanda più profonda: *perché* un corpo si muove come si muove? Cosa fa accelerare una palla che cade, decelerare un'auto che frena, deviare un satellite nel suo moto attorno alla Terra?

La risposta moderna a queste domande è data dalle tre leggi enunciate da Isaac Newton nei *Principia* del 1687, l'opera fondatrice della fisica classica. Sembrano poche, e formulate in modo quasi ovvio (almeno nelle parole); eppure sono il più potente strumento di analisi del moto mai inventato, e costituiscono il modello di riferimento di tutta la fisica successiva. Su di esse poggiano gli studi della meccanica dei fluidi (cap. 10), delle oscillazioni e delle onde (cap. 11), della gravitazione planetaria (cap. 13), e una parte importante della relatività e della meccanica quantistica si capisce solo confrontandosi con esse.

L'idea cruciale che le leggi di Newton introducono è quella di *forza* come causa del cambiamento del moto, non del moto in sé. È un'idea controintuitiva: nell'esperienza quotidiana per mantenere in moto un oggetto bisogna spingerlo continuamente — altrimenti rallenta e si ferma. Aristotele, nel IV secolo a.C., concluse infatti che lo stato naturale dei corpi è la quiete e che il moto richiede sempre una causa attiva. Galileo capì invece, due millenni dopo, che è il *rallentamento* a richiedere una spiegazione (l'attrito), non il moto: in assenza di forze, un corpo in moto continua a muoversi indefinitamente. Newton sistematizzò questa intuizione e la trasformò in legge.

6.1. Sistemi di riferimento inerziali

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

6.1.1. Definizione di sistema di riferimento inerziale

Prima di enunciare le leggi della dinamica, dobbiamo chiederci: in quale sistema di riferimento valgono? La risposta non è scontata. Considera un passeggero in un'auto. Se l'auto frena

bruscamente, una palla appoggiata sul cruscotto rotola in avanti — ai suoi occhi sembra che una forza misteriosa l’abbia spinta. Ma per un osservatore fermo a bordo strada non c’è alcuna forza nuova: la palla, per inerzia, prosegue alla stessa velocità mentre l’auto rallenta sotto di essa.

Le leggi di Newton, scopriremo, valgono solo in una particolare classe di sistemi di riferimento, detti *inerziali*.

Definizione 6.1 — Sistema di riferimento inerziale

Un sistema di riferimento si dice **inerziale** se in esso un corpo isolato (cioè un corpo non soggetto a forze, o equivalentemente molto lontano da qualsiasi altro corpo) si muove di moto rettilineo uniforme, ovvero con velocità vettoriale costante.

La definizione è in apparenza circolare: per individuare un sistema di riferimento inerziale dobbiamo trovare un corpo isolato; ma per dire che è isolato dobbiamo verificare che non vi agiscano forze; ma per individuare le forze ci servono le leggi di Newton; che valgono solo nei sistemi inerziali. La via d’uscita è sperimentale: si verifica che esistono sistemi di riferimento in cui — con buona approssimazione — corpi lontani da altre masse e schermati da campi elettrici e magnetici si muovono con velocità costante. In questi sistemi le leggi di Newton funzionano. La Terra, vista da un osservatore solidale a essa, è approssimativamente inerziale per molti esperimenti di laboratorio (ma non per fenomeni su scala planetaria, come la circolazione delle correnti atmosferiche, in cui la rotazione terrestre si fa sentire).

Nota

Nel capitolo 7 vedremo che, dato un sistema di riferimento inerziale, ne esistono infiniti altri equivalenti — tutti quelli che si muovono di moto rettilineo uniforme rispetto al primo. Le leggi della meccanica hanno la stessa forma in tutti, ed è impossibile distinguere uno di essi da un altro mediante un esperimento meccanico interno. È il *principio di relatività galileiana*.

6.1.2. Sistemi non inerziali

Un sistema di riferimento che *accelera* rispetto a un sistema inerziale è detto **non inerziale**. Esempi quotidiani:

- un’auto che frena o che accelera in linea retta;
- una giostra in rotazione, anche se gira a velocità angolare costante (la rotazione comporta un’accelerazione centripeta);
- un ascensore che parte verso l’alto.

In un sistema non inerziale, le leggi di Newton non valgono nella loro forma semplice: appaiono “forze apparenti” (forza centrifuga, forza di Coriolis, forza d’inerzia nel treno che frena) che non corrispondono a interazioni reali con altri corpi, ma sono il prezzo da pagare per voler descrivere il moto in un sistema accelerato. In tutto questo capitolo lavoreremo esclusivamente in sistemi inerziali; il caso non inerziale verrà ripreso, da diverse angolazioni, nei capitoli 7 e 13.

6.2. Le tre leggi della dinamica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

6.2.1. Prima legge: principio d'inerzia

Legge 6.1 — Prima legge di Newton (principio d'inerzia)

In un sistema di riferimento inerziale, ogni corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, a meno che una forza non lo costringa a cambiare quello stato.

Il principio d'inerzia capovolge l'intuizione aristotelica. Non è il moto a richiedere una causa, ma la *variazione* del moto. Un corpo già in movimento, lasciato a se stesso, continua a muoversi indefinitamente con la stessa velocità lungo la stessa retta. Se sulla Terra le cose sembrano andare diversamente — un libro spinto sul tavolo si ferma dopo poco — è perché agiscono forze di attrito, non perché manchi un “motore” interno al moto.

L'inerzia è dunque la tendenza dei corpi a mantenere il proprio stato di moto. Più un corpo è “inerte”, più resiste al cambiamento del proprio stato — e questa resistenza è misurata dalla *massa*.

Definizione 6.2 — Massa inerziale

La **massa inerziale** di un corpo è la grandezza fisica che misura la sua resistenza al cambiamento di stato di moto. Si misura in chilogrammi (kg) e si denota tradizionalmente con m .

Nota

Esiste anche una *massa gravitazionale*, definita come la grandezza che determina con quale forza un corpo viene attratto da un altro. Sperimentalmente le due masse coincidono — un fatto sorprendente, alla base del principio di equivalenza di Einstein, che è il punto di partenza della relatività generale. Per il livello di questo corso possiamo assumere semplicemente che “massa inerziale” e “massa gravitazionale” siano la stessa cosa.

6.2.2. Seconda legge: $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

La prima legge dice che cosa fanno i corpi quando *non* sono soggetti a forze. La seconda dice cosa accade quando lo sono.

Legge 6.2 — Seconda legge di Newton

In un sistema di riferimento inerziale, la risultante delle forze applicate a un corpo è uguale al prodotto della sua massa per l'accelerazione che esso subisce:

$$\vec{F}_{\text{ris}} = m \vec{a}. \quad (6.1)$$

L'equazione (6.1) è una relazione *vettoriale*: forza risultante e accelerazione hanno la stessa direzione e lo stesso verso, e i loro moduli sono proporzionali con costante di proporzionalità m . Equivalentemente, in componenti cartesiane (cfr. capitolo 2):

$$F_x = m a_x, \quad F_y = m a_y, \quad F_z = m a_z.$$

Da questa legge segue immediatamente l'unità di misura della forza nel SI: il **newton** (N), definito come la forza che imprime a una massa di 1 kg un'accelerazione di 1 m/s²:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2.$$

Attenzione!

Il termine “risultante” è essenziale. Su un corpo possono agire contemporaneamente molte forze; ciò che determina l'accelerazione non è una singola forza ma la loro *somma vettoriale*:

$$\vec{F}_{\text{ris}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n.$$

Se la risultante è nulla, l'accelerazione è nulla — anche se le singole forze non lo sono. Questo è esattamente ciò che succede in equilibrio statico (§6.4).

Nota — Su forza e causa

La legge $\vec{F}_{\text{ris}} = m \vec{a}$ non dice “cosa sia” una forza. È una relazione fra grandezze misurabili che permette, una volta nota la forza agente, di prevedere il moto, oppure, una volta misurato il moto, di dedurre la forza. Le forze concrete (peso, elastica, di attrito) sono date dalle leggi di forza specifiche, che vedremo nella §6.3. La seconda legge è la cornice generale; le leggi di forza sono i contenuti.

6.2.3. Terza legge: principio di azione e reazione

Le forze, lo abbiamo finora trattato implicitamente, sono *interazioni* fra corpi: nessun corpo esercita una forza “sul vuoto”. Ogni forza ha un agente e un paziente: il libro spinge sul tavolo, il tavolo spinge sul libro; la Terra attira la Luna, la Luna attira la Terra. La terza legge formalizza questa simmetria.

Legge 6.3 — Terza legge di Newton (azione e reazione)

Se un corpo A esercita su un corpo B una forza $\vec{F}_{AB}$, allora B esercita su A una forza $\vec{F}_{BA}$ uguale in modulo, di stessa direzione e di verso opposto:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}. \quad (6.2)$$

Le due forze sono dette *coppia di azione e reazione*.

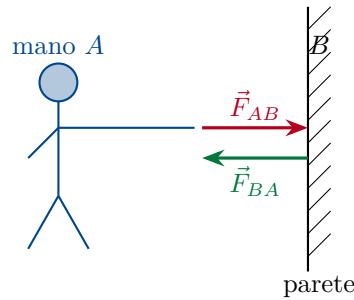


Figura 6.1: Una mano A spinge una parete B . La forza $\vec{F}_{AB}$ esercitata dalla mano sulla parete e la forza $\vec{F}_{BA}$ esercitata dalla parete sulla mano hanno lo stesso modulo, la stessa direzione e versi opposti. Sono applicate a corpi diversi: una alla parete, l'altra alla mano.

Attenzione!

L'errore più frequente sulla terza legge è dimenticare che le due forze sono *applicate a corpi diversi*. Non si elidono: $\vec{F}_{AB}$ agisce su B e contribuisce alla risultante delle forze su B ; $\vec{F}_{BA}$ agisce su A e contribuisce alla risultante delle forze su A . Confonderle e “sommarle a zero” significa applicare la seconda legge in modo errato.

Nota

Una conseguenza importante: in un sistema isolato di due corpi, le forze interne non possono accelerare il centro di massa del sistema, perché la loro risultante è nulla. Questa osservazione è alla base della *conservazione della quantità di moto* (cap. 9).

6.3. Forze e descrizione delle interazioni

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Le tre leggi di Newton sono la cornice. Per fare predizioni concrete dobbiamo conoscere le *leggi di forza*: come dipendono le forze concrete dalle proprietà dei corpi e dalla loro configurazione spaziale. Vediamo le forze più importanti per la meccanica.

6.3.1. Forza-peso e accelerazione di gravità

Tutti i corpi nelle vicinanze della superficie terrestre, lasciati liberi di cadere, lo fanno con la stessa accelerazione (in assenza di resistenza dell'aria). È un fatto sperimentale celebre, attribuito a Galileo, e ce ne siamo già serviti nel capitolo 3. L'accelerazione comune a tutti i corpi in caduta libera si denota con g ed è circa

$$g \approx 9.81 \text{ m/s}^2.$$

Per la seconda legge, se l'unica forza agente sul corpo è quella che lo fa cadere, deve valere $\vec{F}_P = m\vec{g}$ (in modulo, con direzione verticale e verso il basso).

Definizione 6.3 — Forza-peso

La **forza-peso** di un corpo è la forza con cui la Terra lo attira gravitazionalmente. Il suo modulo, in prossimità della superficie terrestre, vale

$$|\vec{F}_P| = m g, \quad (6.3)$$

ed è diretta verticalmente verso il basso.

Attenzione!

Massa e peso sono *due grandezze diverse*.

- La *massa* è una proprietà intrinseca del corpo, indipendente da dove si trovi. Si misura in kg.
- Il *peso* è la forza con cui un determinato pianeta o astro attira il corpo. Si misura in N e dipende da g , che varia da luogo a luogo. Sulla Luna, $g_{\text{Luna}} \approx 1.62 \text{ m/s}^2$: una persona di 60 kg ha lo stesso valore di massa sulla Luna ma vi pesa molto meno (circa un sesto).

Il linguaggio comune confonde i due termini (“quanto pesi?” chiede in realtà la massa); il linguaggio della fisica non può permetterselo.

6.3.2. Reazione vincolare e tensione

Un corpo poggiato su un piano non cade, eppure è soggetto al peso. Una conseguenza necessaria della seconda legge: deve esistere un'altra forza, di pari modulo e verso opposto, che annulla il peso. Questa forza è esercitata dal piano stesso e si chiama **reazione vincolare normale**.

Definizione 6.4 — Reazione vincolare normale

Quando un corpo è in contatto con una superficie rigida, la superficie esercita su di esso una forza $\vec{N}$ diretta perpendicolarmente alla superficie stessa, verso l'esterno (cioè verso il corpo). Il suo modulo si determina caso per caso, imponendo che la condizione di vincolo (contatto, non compenetrazione) sia soddisfatta.

Nota

La reazione vincolare *non* è una forza con una propria legge: il suo valore è quanto serve, perché la condizione di vincolo (il corpo non sprofonda nel piano e non si stacca da esso) sia rispettata. È una caratteristica generale delle forze *vincolari*, che si distinguono dalle forze *attive* (peso, elastiche, di attrito...) per questa ragione: si calcolano da equazioni, non da leggi di forza specifiche.

In modo del tutto analogo, una fune ideale (inestensibile, di massa trascurabile) collegata a un corpo esercita su di esso una forza diretta lungo la fune stessa, detta **tensione**. Se la

fune è tesa fra due corpi, esercita una tensione di pari modulo su entrambi, diretta verso il punto opposto (le due tensioni sono una coppia di azione-reazione mediata dalla fune).

6.3.3. Forza elastica e legge di Hooke

Una molla — o più in generale un corpo elastico (un elastico, una sbarra metallica, un ramo flessibile) — quando viene compresso o allungato esercita su chi lo deforma una forza che tende a riportarlo alla sua configurazione di riposo. Per piccoli spostamenti dalla posizione di riposo, vale una legge sperimentale notevolmente semplice, scoperta da Robert Hooke nel 1660.

Legge 6.4 — Legge di Hooke

Un corpo elastico, deformato di una piccola quantità x rispetto alla sua configurazione di riposo, esercita su chi lo deforma una forza di richiamo proporzionale alla deformazione e di verso opposto:

$$\vec{F} = -k \vec{x}, \quad (6.4)$$

dove $k > 0$ è una costante caratteristica del corpo elastico, detta **costante elastica** (o di rigidità), misurata in N/m.

Il segno meno esprime il carattere “di richiamo” della forza: se l'estremo della molla è spostato a destra ($x > 0$), la forza tira a sinistra ($F < 0$); se è spostato a sinistra ($x < 0$), la forza spinge a destra ($F > 0$). In entrambi i casi tende a riportare l'estremo nella posizione di riposo.

Nota

La legge di Hooke vale solo nella regione *elastica*: se si tira troppo, una molla si deforma in modo permanente o si spezza. Inoltre è una legge approssimata: nessun corpo reale è perfettamente lineare, e la (6.4) è il primo termine di uno sviluppo in serie del comportamento reale. Per il nostro corso possiamo trattarla come esatta.

La forza elastica giocherà un ruolo cruciale nello studio delle *oscillazioni* (capitolo 11): una massa attaccata a una molla, lasciata libera, si muove di moto armonico semplice.

6.3.4. Effetti dell'attrito sul moto dei corpi

Nell'esperienza quotidiana, ogni movimento finisce per fermarsi. Una palla rotolata sul pavimento decelera fino a fermarsi; un libro spinto sul tavolo si ferma; perfino l'aria attorno a noi rallenta gli oggetti che la attraversano. È l'effetto dell'**attrito**: una forza che si oppone al moto relativo fra superfici a contatto, e ne dissipa l'energia cinetica trasformandola in energia interna (riscaldamento).

L'attrito ha due grandi famiglie:

- l'*attrito radente*, fra superfici solide a contatto (libro sul tavolo, pneumatico sull'asfalto), che a sua volta si distingue in statico e dinamico;

- l'*attrito viscoso*, fra un corpo e un fluido (aria, acqua) in cui esso si muove. Lo studieremo nel capitolo 10.

In questo capitolo ci occupiamo dell'attrito radente.

6.3.5. Attrito statico e attrito dinamico

Attrito statico. Spingiamo un libro pesante sul tavolo con una forza piccola: il libro non si muove. Aumentiamo la forza: ancora non si muove. Aumentiamo ancora: a un certo punto, raggiunta una soglia, il libro inizia a scivolare. Finché il libro resta fermo, c'è una forza di attrito che bilancia esattamente la nostra spinta — abbastanza grande da impedire il moto, qualunque sia la spinta entro un certo limite.

Legge 6.5 — Attrito statico

Fra un corpo a riposo su una superficie e la superficie stessa agisce una forza di attrito statico $\vec{F}_a^{(s)}$ parallela alla superficie, opposta alla forza che tende a far scivolare il corpo, di modulo variabile. Il suo valore massimo è proporzionale al modulo della reazione vincolare normale:

$$|\vec{F}_a^{(s)}| \leq \mu_s |\vec{N}|, \quad (6.5)$$

dove μ_s è il **coefficiente di attrito statico**, adimensionale, dipendente dalla coppia di materiali a contatto.

Finché la forza che cerca di mettere in moto il corpo è inferiore a $\mu_s |\vec{N}|$, l'attrito statico la bilancia esattamente e il corpo resta fermo. Appena la forza supera questa soglia, il corpo inizia a scivolare e l'attrito cambia natura.

Attrito dinamico. Una volta che il corpo è in moto rispetto alla superficie, su di esso agisce una forza di attrito dinamico, sempre opposta al moto, con un modulo che si verifica sperimentalmente essere quasi indipendente dalla velocità (entro intervalli ragionevoli) e proporzionale alla reazione normale.

Legge 6.6 — Attrito dinamico

Fra un corpo in moto rispetto a una superficie e la superficie stessa agisce una forza di attrito dinamico $\vec{F}_a^{(d)}$ parallela alla superficie, di verso opposto alla velocità relativa, di modulo

$$|\vec{F}_a^{(d)}| = \mu_d |\vec{N}|, \quad (6.6)$$

dove μ_d è il **coefficiente di attrito dinamico**, adimensionale, dipendente dalla coppia di materiali a contatto.

Sperimentalmente si osserva che $\mu_d \leq \mu_s$: “staccare” un corpo da fermo richiede in genere più forza che mantenerlo in moto. Una volta superata la soglia statica, infatti, l'attrito si “rilassa” a un valore costante leggermente inferiore.

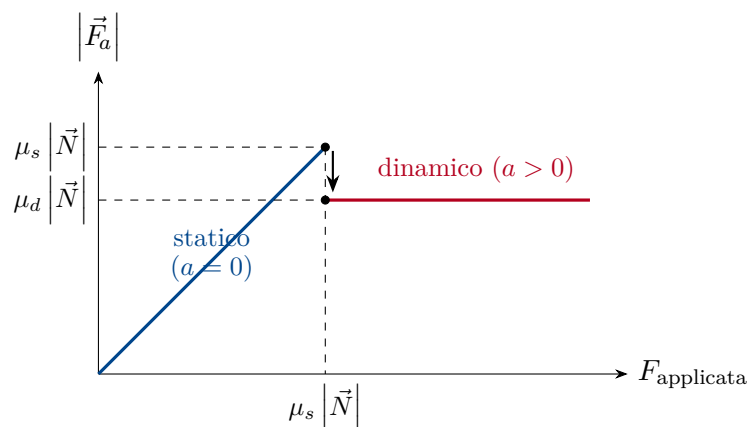


Figura 6.2: Forza di attrito in funzione della forza applicata orizzontalmente a un corpo appoggiato su una superficie. Finché la forza applicata è inferiore alla soglia $\mu_s |\vec{N}|$ (tratto blu), il corpo resta fermo e l'attrito statico la bilancia esattamente. Superata la soglia, il corpo si mette in moto e l'attrito si stabilizza al valore $\mu_d |\vec{N}|$ (tratto rosso), tipicamente inferiore.

6.4. Statica del punto materiale

[quiz e materiali con l'AI](#)
[flashcard del paragrafo](#)

La **statica** è il caso particolare della dinamica in cui il corpo è in equilibrio: a riposo, o in moto rettilineo uniforme. Per la prima legge, ciò avviene se e solo se la risultante delle forze applicate è nulla. Sembra una situazione semplice, ma le sue applicazioni sono pratiche e numerose: dalle costruzioni edili (un ponte, un palazzo) alla biomeccanica (le articolazioni), dalla progettazione di strutture meccaniche all'analisi di problemi quotidiani (un quadro appeso al muro).

6.4.1. Condizioni di equilibrio statico

Legge 6.7 — Condizione di equilibrio statico

Un punto materiale è in equilibrio in un sistema di riferimento inerziale se e solo se la risultante delle forze ad esso applicate è nulla:

$$\vec{F}_{\text{ris}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{0}. \quad (6.7)$$

L'equazione vettoriale (6.7) corrisponde, in due dimensioni, a due equazioni scalari (una per ogni componente):

$$\sum_i F_{i,x} = 0, \quad \sum_i F_{i,y} = 0.$$

Ed è da queste equazioni scalari, una volta scelti accuratamente assi e versi, che si determinano le forze incognite del problema.

6.4.2. Equilibrio sul piano inclinato

Un'applicazione classica e istruttiva è il *piano inclinato*: un corpo di massa m poggia su un piano che forma un angolo θ con l'orizzontale. È il modello di tante situazioni reali: una scivolata su una pista, un veicolo su una rampa, una scatola appoggiata su una superficie inclinata.

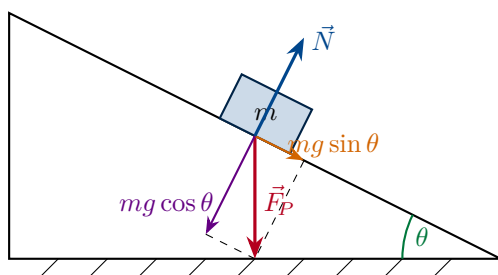


Figura 6.3: Decomposizione della forza-peso lungo le direzioni parallela e perpendicolare al piano inclinato. La componente parallela ($mg \sin \theta$, arancio) tende a far scivolare il corpo verso il basso lungo il piano; la componente perpendicolare ($mg \cos \theta$, viola) preme il corpo contro il piano ed è bilanciata dalla reazione vincolare $\vec{N}$ (blu), perpendicolare al piano e uscente da esso. Le linee tratteggiate chiudono il parallelogramma di decomposizione: la somma vettoriale delle due componenti restituisce $\vec{F}_P$.

Per analizzare il problema scegliamo un sistema di riferimento con un asse parallelo al piano (nel verso della massima pendenza, positivo verso l'alto del piano) e l'altro perpendicolare (positivo verso l'esterno del piano). In questo sistema:

- la *reazione vincolare* $\vec{N}$ è interamente sull'asse perpendicolare;
- la *forza-peso*, verticale, si decompone in componente parallela $-mg \sin \theta$ (verso il basso del piano) e perpendicolare $-mg \cos \theta$ (verso il piano).

Imponendo l'equilibrio (oppure, nel caso dinamico, applicando la seconda legge) lungo i due assi:

$$\text{perpendicolare: } |\vec{N}| - mg \cos \theta = 0 \implies |\vec{N}| = mg \cos \theta, \quad (6.8)$$

$$\text{parallelo: } -mg \sin \theta + F_a = ma_{\parallel}, \quad (6.9)$$

dove F_a è l'eventuale forza di attrito (e/o di trazione) applicata. Se il piano è perfettamente liscio ($F_a = 0$), il corpo accelera lungo il piano con $a_{\parallel} = -g \sin \theta$ (verso il basso del piano). Se vogliamo equilibrio sul piano *liscio* dobbiamo applicare una forza esterna pari e opposta a $mg \sin \theta$.

6.4.3. Diagrammi di corpo libero

L'analisi del piano inclinato suggerisce un metodo generale per affrontare i problemi di dinamica e statica del punto materiale: il **diagramma di corpo libero** (DCL).

Procedura — Risoluzione di un problema di dinamica con DCL

1. **Isolare il corpo.** Si concentra l'attenzione su un solo corpo alla volta, considerandolo come un punto materiale.
2. **Identificare le forze.** Si elencano *tutte* le forze che agiscono sul corpo: peso, reazioni vincolari, tensioni, attriti, forze esterne applicate. Niente di più, niente di meno.
3. **Tracciare il DCL.** Si rappresenta il corpo come un punto, e da esso si fanno partire i vettori-forza individuati al passo precedente, ciascuno con direzione, verso e modulo (anche solo simbolico).
4. **Scegliere gli assi.** Si scelgono assi cartesiani il cui orientamento semplifichi il problema (per il piano inclinato: paralleli al piano).
5. **Scrivere le equazioni.** Si proietta $\vec{F}_{\text{ris}} = m\vec{a}$ (o $\vec{F}_{\text{ris}} = \vec{0}$ in statica) sui due assi, ottenendo equazioni scalari.
6. **Risolvere.** Si risolve il sistema lineare per le incognite (accelerazioni, forze vincolari, attriti).

Il DCL è lo strumento più potente di tutta la dinamica del punto materiale. Ogni problema, per quanto complicato, si riduce a saperlo tracciare correttamente.

Esempio 6.1 — Cassa tirata su un pavimento orizzontale

Una cassa di massa $m = 20 \text{ kg}$ è poggiata su un pavimento orizzontale. Una forza orizzontale $F = 60 \text{ N}$ la tira verso destra. I coefficienti di attrito fra cassa e pavimento valgono $\mu_s = 0.40$ e $\mu_d = 0.30$. Determinare se la cassa si muove e, in caso affermativo, la sua accelerazione. Assumere $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Soluzione

DCL. Sulla cassa agiscono: la forza-peso $\vec{F}_P$ (verticale, in giù), la reazione vincolare $\vec{N}$ (verticale, in su), la forza esterna $\vec{F}$ (orizzontale, a destra), e l'attrito $\vec{F}_a$ (orizzontale, a sinistra). Scegliamo asse x orizzontale (verso destra positivo) e asse y verticale (verso l'alto positivo).

Algebra. L'equilibrio in direzione verticale (la cassa non si solleva né sprofonda) dà

$$|\vec{N}| - mg = 0 \implies |\vec{N}| = mg.$$

La massima forza di attrito statico vale:

$$F_{s,\max} = \mu_s |\vec{N}| = \mu_s mg.$$

Se $F \leq F_{s,\max}$ la cassa resta ferma; altrimenti si muove con accelerazione, lungo x ,

$$a = \frac{F - \mu_d mg}{m}.$$

Sostituzione.

$$F_{s,\max} = 0.40 \cdot 20 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \approx 78 \text{ N}. \quad (6.10)$$

Confrontiamo con la forza applicata: $F = 60 \text{ N} < 78 \text{ N}$. Quindi la cassa *resta ferma*: l'attrito statico bilancia la forza applicata e vale, in modulo, esattamente 60 N (non il suo massimo).

Se invece la forza applicata fosse, per ipotesi, $F = 100 \text{ N} > F_{s,\max}$, la cassa si metterebbe in moto con accelerazione

$$a = \frac{100 \text{ N} - 0.30 \cdot 20 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2}{20 \text{ kg}} \approx 2.1 \text{ m/s}^2.$$

Verifica di plausibilità. La forza applicata di 60 N è circa il 30 % del peso della cassa (196 N). Il coefficiente di attrito statico è 0.40: l'attrito può fornire fino al 40 % del peso, dunque 78 N. Ha quindi senso che 60 N siano insufficienti a vincere l'attrito statico. Coerente.

Esempio 6.2 — Lampadario appeso a due funi

Un lampadario di massa $m = 4.0 \text{ kg}$ è appeso al soffitto tramite due funi che formano angoli $\alpha = 30^\circ$ e $\beta = 45^\circ$ con il soffitto orizzontale. Determinare le tensioni T_1 e T_2 delle due funi.

Soluzione

DCL. Sul lampadario agiscono: il peso $\vec{F}_P$ (verticale verso il basso, modulo mg), la tensione $\vec{T}_1$ lungo la prima fune (diretta dal lampadario verso l'alto-sinistra, formando angolo α con l'orizzontale), la tensione $\vec{T}_2$ lungo la seconda fune (diretta dal lampadario verso l'alto-destra, formando angolo β con l'orizzontale).

Algebra. Scegliamo asse x orizzontale (verso destra positivo) e asse y verticale (verso l'alto positivo). Le componenti delle tensioni:

$$T_{1,x} = -T_1 \cos \alpha, \quad T_{1,y} = +T_1 \sin \alpha, \quad (6.11)$$

$$T_{2,x} = +T_2 \cos \beta, \quad T_{2,y} = +T_2 \sin \beta. \quad (6.12)$$

L'equilibrio richiede:

$$\sum F_x = -T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \beta = 0, \quad (6.13)$$

$$\sum F_y = T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta - mg = 0. \quad (6.14)$$

Dalla prima equazione: $T_1 \cos \alpha = T_2 \cos \beta$, ovvero $T_2 = T_1 \cos \alpha / \cos \beta$. Sostituendo nella seconda:

$$T_1 \sin \alpha + T_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \sin \beta = mg,$$

da cui, raccogliendo T_1 :

$$T_1(\sin \alpha + \cos \alpha \tan \beta) = mg, \quad T_1 = \frac{mg}{\sin \alpha + \cos \alpha \tan \beta}.$$

Analogamente:

$$T_2 = T_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}.$$

Sostituzione. Con $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $m = 4.0 \text{ kg}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$:

$$mg = 4.0 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \approx 39.2 \text{ N}, \quad (6.15)$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha \tan \beta = 0.500 + 0.866 \cdot 1.000 = 1.366, \quad (6.16)$$

$$T_1 = \frac{39.2 \text{ N}}{1.366} \approx 28.7 \text{ N}, \quad (6.17)$$

$$T_2 = 28.7 \text{ N} \cdot \frac{0.866}{0.707} \approx 35.2 \text{ N}. \quad (6.18)$$

Verifica di plausibilità. La fune più “verticale” (in questo caso la seconda, $\beta = 45^\circ > \alpha$) deve sopportare un carico maggiore: ed effettivamente $T_2 > T_1$. La somma delle componenti verticali, $T_1 \sin 30^\circ + T_2 \sin 45^\circ \approx 14.4 + 24.9 \approx 39.3 \text{ N}$, è uguale al peso, come deve essere all’equilibrio.

Riepilogo

- Le leggi di Newton valgono in **sistemi di riferimento inerziali**, in cui un corpo isolato si muove di moto rettilineo uniforme. I sistemi non inerziali si trattano con cautela (cap. 7).
- **Prima legge.** Un corpo non soggetto a forze persiste nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme. È l’inerzia.
- **Seconda legge.** La risultante delle forze applicate è uguale al prodotto di massa e accelerazione: $\vec{F}_{\text{ris}} = m \vec{a}$. La massa misura la resistenza al cambiamento di moto.
- **Terza legge.** A ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria: $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$, applicata però a un corpo diverso.
- L’unità SI di forza è il **newton**: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$.
- La **forza-peso** su un corpo di massa m vale $|\vec{F}_P| = mg$, verticale verso il basso. Massa e peso sono diversi: la massa è una proprietà del corpo, il peso dipende da g (variabile da luogo a luogo).
- Le **reazioni vincolari** (normale, tensione di una fune) non hanno una propria legge di forza: il loro valore si determina imponendo le condizioni di vincolo.
- La **legge di Hooke** descrive la forza elastica: $\vec{F} = -k \vec{x}$, con $k > 0$ costante elastica.
- L’**attrito statico** è variabile, di modulo limitato superiormente da $\mu_s |\vec{N}|$. Bilancia esattamente la forza applicata finché questa è inferiore alla soglia.

- L'**attrito dinamico** ha modulo costante $\mu_d |\vec{N}|$, opposto alla velocità relativa fra le due superfici. Tipicamente $\mu_d \leq \mu_s$.
- In **equilibrio statico** la risultante delle forze è nulla: $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$. In due dimensioni si traduce in due equazioni scalari, una per asse.
- Il **diagramma di corpo libero** è il metodo standard per affrontare ogni problema di dinamica e statica del punto materiale.

Esercizio 6.1

1. Una palla da tennis ($m = 58 \text{ g}$) viene colpita da una racchetta che le imprime un'accelerazione media $a = 500 \text{ m/s}^2$ per un tempo $\Delta t = 4.0 \text{ ms}$. Calcolare il modulo della forza media esercitata dalla racchetta e la velocità acquisita dalla palla (assumendo che fosse inizialmente ferma).
2. Un libro di massa $m = 1.5 \text{ kg}$ è appoggiato su un tavolo orizzontale. Disegna il diagramma di corpo libero del libro e calcola modulo, direzione e verso di tutte le forze ad esso applicate. Quale coppia di forze è una coppia di azione-reazione, e qual è la forza "reazione" della reazione vincolare normale?
3. Una persona di massa $m = 70 \text{ kg}$ è in un ascensore. Calcola il valore indicato da una bilancia a molla sotto i suoi piedi nei seguenti casi: (a) ascensore fermo; (b) ascensore in salita con accelerazione $a = 1.5 \text{ m/s}^2$; (c) ascensore in discesa con accelerazione $a = 1.5 \text{ m/s}^2$ (verso il basso); (d) ascensore in caduta libera ($a = g$ verso il basso).
4. Una molla di costante elastica $k = 200 \text{ N/m}$ viene compressa di 8.0 cm . Calcolare il modulo della forza necessaria a mantenere la molla in questa configurazione. Se a un suo estremo viene poi attaccata una massa $m = 0.50 \text{ kg}$ e la molla rilasciata, qual è l'accelerazione iniziale della massa?
5. Una cassa di massa $m = 30 \text{ kg}$ poggia su un piano orizzontale con coefficienti di attrito $\mu_s = 0.45$ e $\mu_d = 0.35$. Quale forza orizzontale minima è necessaria per metterla in moto? Una volta in moto, quale forza è necessaria per mantenerla in moto rettilineo uniforme?
6. Un blocco di massa $m = 5.0 \text{ kg}$ è poggiato su un piano inclinato di angolo $\theta = 25^\circ$. Considerando il piano *liscio*, calcolare l'accelerazione del blocco lungo il piano. Considerando poi un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.20$, ricalcolare l'accelerazione (verso il basso del piano).
7. Sul piano inclinato dell'esercizio precedente ($\theta = 25^\circ$, $m = 5.0 \text{ kg}$, $\mu_s = 0.30$), si vuole tenere fermo il blocco applicando una forza parallela al piano e diretta verso l'alto. Quale intervallo di valori per il modulo della forza assicura l'equilibrio? (Suggerimento: l'attrito statico si aggiusta entro $\pm \mu_s |\vec{N}|$.)
8. Due blocchi, di masse $m_1 = 2.0 \text{ kg}$ e $m_2 = 3.0 \text{ kg}$, sono collegati da una fune ideale e poggiano su un piano orizzontale liscio. Una forza $F = 20 \text{ N}$ orizzontale tira il blocco

1. Determinare l'accelerazione del sistema e la tensione della fune. (Suggerimento: applica la seconda legge prima al sistema, poi al solo blocco 2.)
9. Un quadro di massa $m = 3.0 \text{ kg}$ è appeso a un chiodo tramite un filo che forma due tratti simmetrici con angolo $2\theta = 120^\circ$ (cioè angolo di 60° rispetto alla verticale). Calcolare la tensione del filo. Discutere come cambia la tensione al variare dell'angolo θ .
10. In un sistema di riferimento solidale a un'auto che frena, un libro sul cruscotto si muove in avanti senza che agisca su di esso alcuna forza identificabile. Spiega che cosa succede correttamente nel sistema di riferimento solidale al suolo (inerziale) e perché nel sistema dell'auto sembra apparire una “forza apparente”.

Capitolo 7

Relatività galileiana

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Il moto, in quanto moto, opera in tanto in quanto ha relazione con cose che di esso mancano.”

— Galileo Galilei, Dialogo sopra i due massimi sistemi

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

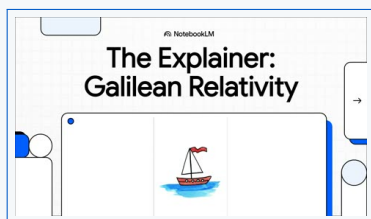
 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



[16 fisica SR video](#)



[16 La Relatività di Galileo](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)


[Relatività galileiana](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Relatività galileiana](#)
- [\[IT\] Relatività galileiana](#)
- [\[EN\] Relatività galileiana](#)
- [\[FR\] Fisica SR](#)
- [\[ES\] Principio di Relatività Galileiana](#)

Introduzione

Quando viaggi in treno e il convoglio scorre dolcemente su un binario rettilineo, alza gli occhi dal libro e guarda fuori dal finestrino. Se passi a fianco di un altro treno fermo in stazione, per un attimo non sai chi dei due si stia muovendo davvero: la sensazione è la stessa. E se invece guardi dentro la carrozza, niente ti rivela il moto del treno: il caffè non oscilla nella tazza, una palla che lasci cadere finisce ai tuoi piedi e non un metro più indietro, le persone camminano in corridoio come a casa loro. È come se il treno fosse fermo.

Questa esperienza quotidiana cela una delle idee più profonde della fisica, formulata per primo da Galileo Galilei nel 1632 e rimasta uno dei pilastri della meccanica fino a oggi: **le leggi del moto sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali**. Non c'è alcun esperimento meccanico, eseguito al chiuso, che permetta di distinguere se ti trovi in quiete o in moto rettilineo uniforme. Un osservatore a riposo e uno che si muove a velocità costante descrivono i fenomeni con leggi identiche; cambiano solo i valori numerici attribuiti alle singole grandezze.

Nei capitoli precedenti abbiamo introdotto i sistemi di riferimento inerziali quasi di sfuggita (cap. 6), come quei sistemi in cui vale la prima legge della dinamica. Ora ne facciamo l'oggetto centrale di studio. Vedremo come si traducono posizione, velocità e accelerazione passando da un sistema inerziale a un altro (*trasformazioni di Galilei*), perché in questo passaggio l'accelerazione resta invariata e la legge $\vec{F}_{\text{ris}} = m\vec{a}$ conserva la sua forma, e applicheremo il formalismo a problemi classici come la barca che attraversa un fiume o l'aereo nel vento. Concluderemo con un'avvertenza: a velocità prossime a quella della luce le trasformazioni di Galilei smettono di valere, e vanno sostituite con la *relatività ristretta* di Einstein, che riprenderemo nel capitolo 19.

7.1. Principio di relatività

[quiz e materiali con l'AI](#)

7.1.1. Principio di relatività galileiana

Riprendiamo dal capitolo 6 la nozione di sistema di riferimento inerziale.

Definizione 7.1 — Sistema di riferimento inerziale

Un **sistema di riferimento inerziale** è un sistema di riferimento in cui un punto materiale isolato (cioè non soggetto ad alcuna forza) si muove di moto rettilineo uniforme. Equivalentemente: in un sistema inerziale vale il principio d'inerzia (prima legge di Newton).

Una volta acquisito un sistema inerziale, ne otteniamo immediatamente infiniti altri: ogni sistema che si muove rispetto a quello con velocità costante in modulo, direzione e verso è anch'esso inerziale. Lo verificheremo nel § 7.2.3 scrivendo la seconda legge della dinamica nei due sistemi: se vale nell'uno, vale anche nell'altro.

Galileo, nel 1632, va molto oltre questa osservazione tecnica e la trasforma in un principio generale, in uno dei brani più celebri della letteratura scientifica: il famoso esperimento mentale del *gran navilio* (Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, Giornata seconda). Salviati invita gli amici a chiudersi nella stiva di una grande nave e osservare con cura il volo delle farfalle, l'oscillazione di un pendolo, il gocciolare dell'acqua da una bottiglia, lo zampillo di un getto, i salti a piedi pari di chi è a bordo. Tutti questi fenomeni si svolgono allo stesso identico modo, dice Galileo, sia che la nave stia ferma in porto, sia che navighi rettilineamente con velocità costante: nessun esperimento condotto a bordo permette di distinguere i due casi. La conclusione è il *principio di relatività* che oggi porta il suo nome.

Legge 7.1 — Principio di relatività galileiana

Le leggi della meccanica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Equivalentemente: nessun esperimento meccanico, eseguito all'interno di un sistema inerziale chiuso, permette di stabilire se il sistema sia in quiete o in moto rettilineo uniforme.

Nota

Il principio non dice che “tutti i moti sono relativi”. Dice qualcosa di più sottile: i moti rettilinei uniformi sono indistinguibili dalla quiete *con esperimenti di meccanica*. Un'accelerazione, invece, è perfettamente rilevabile: se il treno frena improvvisamente lo capisci subito, anche con gli occhi chiusi, perché vieni sbalzato in avanti. La differenza fra moti inerziali e moti accelerati è oggettiva.

Il principio implica che esiste una classe privilegiata di sistemi di riferimento — gli inerziali — equivalenti tra loro per lo studio della meccanica, e all'interno della quale non c'è modo di assegnare un valore assoluto alla velocità. Ciò che ha senso fisico è solo la velocità di un corpo *rispetto* a un altro corpo, o a un determinato sistema di riferimento. Non esiste, in meccanica classica, qualcosa come la “velocità assoluta”.

7.1.2. Esperimenti meccanici e sistemi inerziali

Per cogliere quanto l'enunciato sia controintuitivo nella sua portata, confrontiamolo con la nostra esperienza quotidiana.

- Lasci cadere un sasso dal cestino di una bicicletta che procede a velocità costante. Il sasso non cade “indietro” rispetto alla bici: cade verticalmente nel sistema di riferimento della bici stessa (e descrive una parabola in quello di un osservatore fermo a terra, come vedremo nel § 7.2.2).
- Su un treno in corsa rettilinea uniforme, lanci una pallina verticalmente verso l'alto: ti ritorna in mano. Esattamente come a casa.
- Un pendolo appeso a un aereo che vola in cielo limpido a velocità costante oscilla con lo stesso periodo $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ del medesimo pendolo a terra.
- Una palla da biliardo urta un'altra palla a bordo di una nave in navigazione rettilinea uniforme: gli urti seguono le stesse leggi (cap. 9) che si osservano in un biliardo a terra.

In tutti questi esempi il sistema (treno, bici, aereo, nave) è inerziale; al suo interno la dinamica vale immutata. Se invece il treno frena, l'aereo entra in turbolenza, la bici sterza bruscamente, allora compaiono effetti — pendoli che oscillano da soli, oggetti che “scivolano” sul tavolino — che tradiscono il moto non inerziale del sistema. Il principio di relatività riguarda esclusivamente i sistemi inerziali.

Attenzione!

Il principio non dice che le grandezze cinematiche siano le stesse nei due sistemi: la velocità della pallina rispetto al treno è chiaramente diversa dalla velocità della pallina rispetto alla banchina. Dice che le *leggi*, cioè le relazioni fra le grandezze, hanno la stessa forma. La pallina, in entrambi i sistemi, segue $\vec{F}_{\text{ris}} = m\vec{a}$; cambiano i valori di $\vec{v}$, ma non la legge.

Nella storia successiva della fisica il principio è stato generalizzato (relatività ristretta, relatività generale) ed esteso a tutti i fenomeni — non solo meccanici, ma anche elettromagnetici e gravitazionali. La relatività galileiana resta valida per la meccanica a velocità molto minori di quella della luce, che è il regime quotidiano degli oggetti macroscopici. Torneremo sui suoi limiti nel § 7.3.2.

7.2. Trasformazioni di Galilei

 [quiz e materiali con l'AI](#)

 [flashcard del paragrafo](#)

Per dare al principio di relatività veste matematica, dobbiamo capire come si traducono le grandezze cinematiche da un sistema di riferimento inerziale a un altro. Le formule che le legano si chiamano *trasformazioni di Galilei*.

7.2.1. Trasformazioni della posizione

Consideriamo due sistemi di riferimento inerziali, S e S' . Per fissare le idee, immaginiamo S solidale alla banchina di una stazione, S' solidale a un treno che vi transita rettilineamente con velocità costante $\vec{u}$ rispetto a S . Supponiamo che gli assi di S' siano paralleli a quelli di S (stesso orientamento) e che all'istante $t = 0$ le due origini O e O' coincidano.

Sia P un punto materiale qualunque (per esempio un passeggero in piedi nella carrozza, o una pallina lanciata da lui). Indichiamo con

- $\vec{r}$ il vettore posizione di P rispetto a O (osservatore in stazione);
- $\vec{r}'$ il vettore posizione di P rispetto a O' (osservatore sul treno);
- $\vec{r}_{O'} = \vec{u}t$ il vettore posizione di O' rispetto a O all'istante t (poiché $\vec{u}$ è costante e all'istante $t = 0$ le origini coincidevano).

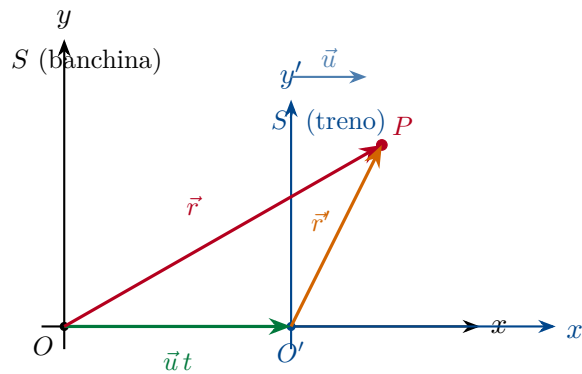


Figura 7.1: Due sistemi di riferimento inerziali. Il sistema S' (treno) trasla con velocità costante $\vec{u}$ rispetto al sistema S (banchina): all'istante t la sua origine si trova in $\vec{u}t$. Il punto materiale P ha posizione $\vec{r}$ rispetto a O e $\vec{r}'$ rispetto a O' ; le tre frecce formano un triangolo che esprime la relazione $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t$.

Dalla regola di addizione dei vettori (cap. 2) si legge direttamente sulla figura 7.1 che $\vec{r} = \vec{u}t + \vec{r}'$, ovvero

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t. \quad (7.1)$$

Risolvendo per $\vec{r}'$:

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t. \quad (7.2)$$

Le (7.1) e (7.2) sono le **trasformazioni di Galilei** per la posizione. Permettono di passare dalla descrizione del moto di P in un sistema all'altro.

A queste si aggiunge un'ipotesi che Galileo (e Newton) consideravano talmente ovvia da non doverla esplicitare, ma che la relatività di Einstein metterà profondamente in discussione: l'*universalità del tempo*. Nei due sistemi inerziali si misura lo *stesso* tempo:

$$t' = t. \quad (7.3)$$

Tutti gli orologi, in tutti i sistemi inerziali, ticchettano con lo stesso ritmo e segnano la stessa ora (a meno di una sincronizzazione iniziale). È un'ipotesi che il senso comune sembra confermare e che funziona benissimo finché si tratta di velocità ordinarie.

In coordinate cartesiane, supponendo per semplicità che $\vec{u} = u \hat{i}$ (treno che si muove lungo l'asse x), le (7.2) e (7.3) si scrivono

$$\begin{aligned}x' &= x - u t, \\y' &= y, \\z' &= z, \\t' &= t.\end{aligned}\tag{7.4}$$

Solo la coordinata parallela alla direzione del moto relativo si modifica; le componenti trasverse e il tempo restano invariati.

Esempio 7.1 — Posizione di un passeggero

Un treno transita lungo un binario rettilineo con velocità costante $u = 30 \text{ m/s}$ rispetto alla banchina. Un passeggero si trova all'interno della carrozza, fermo rispetto al treno, in una posizione $x'_P = 12 \text{ m}$ misurata dall'origine O' del sistema solidale al treno. Sapendo che all'istante $t_0 = 0 \text{ s}$ le origini O e O' coincidevano, determinare la posizione x_P del passeggero rispetto alla banchina all'istante $t = 4.0 \text{ s}$.

Soluzione

Algebricamente, dalla (7.4) risolta per x :

$$x_P = x'_P + u t.$$

Sostituendo i valori numerici:

$$x_P = 12 \text{ m} + 30 \text{ m/s} \cdot 4.0 \text{ s} = 12 \text{ m} + 120 \text{ m} = 132 \text{ m}.$$

Per l'osservatore sulla banchina il passeggero si trova a 132 m dall'origine, e la sua posizione cresce nel tempo: anche se è fermo rispetto al treno, dal punto di vista della banchina si sta muovendo.

7.2.2. Trasformazioni della velocità composizione classica

Per ottenere la legge di trasformazione delle velocità basta derivare la (7.1) rispetto al tempo. Ricordando che la velocità di un punto materiale in un dato sistema è la derivata rispetto al tempo della sua posizione in quel sistema (cap. 3), e che $\vec{u}$ è costante:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d(\vec{u}t)}{dt} \implies \vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}.$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}. \quad (7.5)$$

Legge 7.2 — Composizione classica delle velocità

Se un punto materiale ha velocità $\vec{v}'$ rispetto a un sistema di riferimento S' che a sua volta si muove con velocità $\vec{u}$ rispetto a un sistema S , la sua velocità rispetto a S è la somma vettoriale

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}. \quad (7.6)$$

La regola è intuitiva: se in un treno che viaggia a 30 m/s ti alzi e cammini in avanti a 1.0 m/s (rispetto al treno), un osservatore a terra ti vede muovere a 31 m/s. Se invece cammini all'indietro a 1.0 m/s, ti vede a 29 m/s. Le velocità si sommano, eventualmente con segno.

Nota

Inverte la (7.5): $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$. Le due formule sono la stessa relazione vista dall'una o dall'altra parte. È utile abituarsi a entrambe.

Esempio 7.2 — Pallina lanciata in un treno

Un treno percorre un binario rettilineo a velocità costante $u = 20$ m/s rispetto alla banchina. All'interno della carrozza un passeggero lancia una pallina nel verso del moto del treno con velocità $v' = 5.0$ m/s rispetto al treno. Qual è la velocità della pallina rispetto alla banchina? E se la lanciasse nel verso opposto?

Soluzione

Scegliamo l'asse x nel verso del moto del treno. Algebricamente, dalla (7.5) proiettata sull'asse x :

$$v = v' + u.$$

Lancio nel verso del moto. $v' > 0$, quindi

$$v = +5.0 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}.$$

Lancio nel verso opposto. $v' < 0$, quindi

$$v = -5.0 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s} = 15 \text{ m/s}.$$

Nel secondo caso la pallina, vista dalla banchina, si muove ancora nel verso del treno, ma più lentamente di esso: il passeggero la sta lanciando “contro” il moto del treno, ma non con velocità sufficiente a invertirne il segno per l'osservatore esterno.

Esempio 7.3 — Sasso che cade dalla bici

Una bicicletta procede a velocità costante $\vec{u} = u \hat{i}$ con $u = 4.0$ m/s. All'istante $t = 0$ il ciclista lascia cadere un sasso dal cestino, posto a un'altezza $h = 1.2$ m da terra.

Descrivere il moto del sasso (a) nel sistema S' solidale alla bicicletta, (b) nel sistema S solidale alla strada. Trascurare la resistenza dell'aria.

Soluzione

Scegliamo gli assi x orizzontale (verso del moto della bici) e y verticale verso l'alto, con origine nell'istante e nella posizione di rilascio del sasso (in entrambi i sistemi).

Sistema S' (ciclista). Nel sistema della bici il sasso è inizialmente fermo: $\vec{v}'_0 = \vec{0}$. Sotto l'azione della gravità cade con accelerazione $\vec{a}' = -g \hat{j}$, quindi

$$\begin{aligned}x'(t) &= 0, \\y'(t) &= -\frac{1}{2} g t^2.\end{aligned}$$

Il ciclista vede il sasso cadere verticalmente, lungo una retta.

Sistema S (strada). Per la (7.5) la velocità iniziale del sasso rispetto alla strada è

$$\vec{v}_0 = \vec{v}'_0 + \vec{u} = u \hat{i}.$$

Cioè il sasso, all'istante del rilascio, si muove orizzontalmente alla stessa velocità della bici. La gravità è la stessa nei due sistemi, quindi

$$\begin{aligned}x(t) &= u t, \\y(t) &= -\frac{1}{2} g t^2.\end{aligned}$$

Eliminando t fra le due si ottiene $y = -\frac{g}{2u^2} x^2$: l'osservatore a terra vede il sasso descrivere una *parabola*.

Tempo e luogo di caduta. Il sasso tocca terra quando $y = -h$, da cui $t_c = \sqrt{2h/g}$. Sostituendo:

$$t_c = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.2 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} \approx 0.49 \text{ s}.$$

La distanza orizzontale percorsa dal sasso (rispetto alla strada) è $x_c = u t_c \approx 2.0 \text{ m}$. Esattamente la stessa distanza percorsa dalla bici nello stesso tempo: ecco perché il sasso, visto dal ciclista, cade ai suoi piedi (parallelamente al cestino), e non “indietro”.

L'esempio è una verifica in piccolo del principio di relatività: due osservatori inerziali assegnano allo stesso evento (il sasso cade) descrizioni cinematiche *diverse* (retta verticale per uno, parabola per l'altro), ma le *leggi* che usano sono le stesse — la gravità $\vec{a} = -g \hat{j}$ in entrambi i casi.

7.2.3. Invarianza dell'accelerazione

Derivando ulteriormente la (7.5) rispetto al tempo, e tenendo conto ancora una volta che $\vec{u}$ è costante (perché S' è inerziale rispetto a S):

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \vec{0}.$$

$$\vec{a} = \vec{a}'. \quad (7.7)$$

Teorema 7.1 — Invarianza dell'accelerazione

Sotto trasformazioni di Galilei fra due sistemi di riferimento inerziali, l'accelerazione di un punto materiale è la stessa nei due sistemi:

$$\vec{a} = \vec{a}'.$$

Questo è il risultato matematico che dà sostanza al principio di relatività. La massa è una proprietà del corpo, la stessa nei due sistemi. Le forze, in meccanica classica, dipendono dalle posizioni *relative* dei corpi (per la forza-peso, l'attrazione gravitazionale è la stessa per qualunque osservatore inerziale; per la forza elastica della molla, la deformazione è una distanza relativa; per la tensione, dipende solo dalla configurazione dei corpi vincolati): anch'esse sono le stesse nei due sistemi. Quindi

$$\vec{F}_{\text{ris}} = m \vec{a} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{F}'_{\text{ris}} = m \vec{a}',$$

e poiché $\vec{F}_{\text{ris}} = \vec{F}'_{\text{ris}}$ e $\vec{a} = \vec{a}'$, le due leggi sono *una la stessa equazione*: la seconda legge della dinamica ha la stessa forma in S e in S' . Questo è esattamente quanto afferma il principio di relatività galileiana.

Nota

Notiamo bene la condizione: $\vec{u}$ costante. Se S' accelerasse rispetto a S (per esempio un treno che frena), allora $\frac{d\vec{u}}{dt} \neq \vec{0}$ e l'accelerazione misurata in S' differirebbe da quella misurata in S per un termine $-\frac{d\vec{u}}{dt}$, che si manifesta come una forza apparente (forza “inerziale”). È quanto avviene nei sistemi non inerziali, che esulano dal nostro studio in questo capitolo.

7.3. Applicazioni

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

7.3.1. Moto relativo: barca-corrente e aereo-vento

I problemi pratici più comuni in cui si usano le trasformazioni di Galilei sono quelli in cui un mezzo (una barca, un aereo, un nuotatore) si muove dentro un altro mezzo che a sua volta è in moto (l'acqua di un fiume, l'aria atmosferica, l'acqua del mare).

La regola operativa è semplice: nominare con cura i tre sistemi di riferimento in gioco e applicare la (7.5). Adotteremo la notazione $\vec{v}_{A/B}$ per indicare “velocità di A rispetto a B ”. La composizione classica si scrive allora

$$\vec{v}_{A/C} = \vec{v}_{A/B} + \vec{v}_{B/C}, \quad (7.8)$$

e si legge: la velocità di A rispetto a C è uguale alla velocità di A rispetto a B più la velocità di B rispetto a C . La regola mnemonica è che, scritti uno sotto l'altro i pedici, si “cancella” il pedice intermedio (qui B) e ne resta la combinazione A/C . Possiamo concatenarne quante ne vogliamo.

Esempio 7.4 — Barca che attraversa un fiume

Un fiume largo $\ell = 80\text{ m}$ scorre con velocità costante $v_a = 1.5\text{ m/s}$ (acqua rispetto a terra) parallela alle rive. Una barca naviga rispetto all'acqua con velocità di modulo $v_b = 2.0\text{ m/s}$, dirigendo la prua perpendicolare alle rive. Determinare:

1. modulo, direzione e verso della velocità della barca rispetto a terra;
2. il tempo impiegato per attraversare il fiume;
3. lo spostamento longitudinale (cioè parallelo alla corrente) della barca al momento dell'arrivo sull'altra riva.

Soluzione

Scegliamo gli assi: x parallelo alla corrente (verso del flusso), y perpendicolare alla riva di partenza (verso l'altra riva). Indichiamo con T il sistema solidale a terra, A il sistema solidale all'acqua, B la barca.

I dati si traducono nei vettori

$$\vec{v}_{A/T} = v_a \hat{i}, \quad \vec{v}_{B/A} = v_b \hat{j}.$$

(a) Velocità della barca rispetto a terra. Algebricamente, dalla (7.8):

$$\vec{v}_{B/T} = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_{A/T} = v_b \hat{j} + v_a \hat{i} = v_a \hat{i} + v_b \hat{j}.$$

Modulo:

$$|\vec{v}_{B/T}| = \sqrt{v_a^2 + v_b^2} = \sqrt{(1.5\text{ m/s})^2 + (2.0\text{ m/s})^2} = 2.5\text{ m/s}.$$

Angolo θ rispetto alla riva (asse x):

$$\tan \theta = \frac{v_b}{v_a} = \frac{2.0\text{ m/s}}{1.5\text{ m/s}} \approx 1.33 \quad \Rightarrow \quad \theta \approx 53^\circ.$$

La barca avanza rispetto a terra in una direzione obliqua, deviata a valle rispetto alla perpendicolare alla riva.

(b) Tempo di attraversamento. La componente perpendicolare alla riva della velocità della barca rispetto a terra è v_b (la corrente non sposta la barca *verso* l'altra riva, perché è parallela alle rive). Quindi

$$t = \frac{\ell}{v_b} = \frac{80 \text{ m}}{2.0 \text{ m/s}} = 40 \text{ s}.$$

(c) Spostamento longitudinale. Nello stesso tempo t la corrente sposta la barca parallelamente alle rive di

$$\Delta x = v_a t = 1.5 \text{ m/s} \cdot 40 \text{ s} = 60 \text{ m}.$$

La barca approda sulla riva opposta a 60 m a valle del punto di fronte alla partenza.

Verifica. La distanza totale percorsa rispetto a terra dovrebbe essere $|\vec{v}_{B/T}| \cdot t = 2.5 \text{ m/s} \cdot 40 \text{ s} = 100 \text{ m}$. Per Pitagora $\sqrt{(80 \text{ m})^2 + (60 \text{ m})^2} = \sqrt{10\,000 \text{ m}^2} = 100 \text{ m}$: torna.

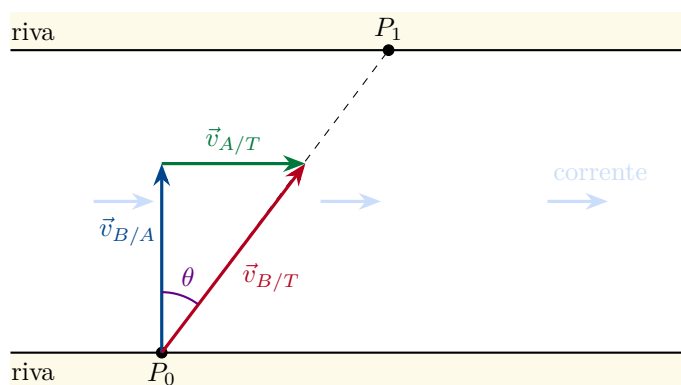


Figura 7.2: Barca che attraversa un fiume. Il pilota dirige la prua perpendicolare alle rive ($\vec{v}_{B/A}$, in blu), ma la corrente ($\vec{v}_{A/T}$, in verde) la trasporta a valle. La velocità rispetto a terra ($\vec{v}_{B/T}$, in rosso) è la somma vettoriale: la barca approda obliquamente nel punto P_1 , spostato verso valle rispetto al punto direttamente di fronte a P_0 .

Il problema dell'aereo nel vento è del tutto analogo: basta sostituire “aereo” a “barca” e “aria” a “acqua”. Il pilota può scegliere la *rotta* (la direzione effettiva rispetto al suolo) in due modi:

- *puntando dritto verso la destinazione*: la prua è allineata col bersaglio, ma il vento spinge l'aereo lateralmente, e si arriva in un punto sbagliato; è la situazione della figura 7.2;
- *compensando il vento*: il pilota orienta la prua leggermente “contro” il vento, in modo che la somma vettoriale $\vec{v}_{\text{aereo/aria}} + \vec{v}_{\text{aria/terra}}$ punti esattamente verso la destinazione. È la procedura che si insegna nei corsi di volo.

Esempio 7.5 — Barca che punta sulla riva opposta

Riprendiamo l'esempio precedente, con $\ell = 80$ m, $v_a = 1.5$ m/s, $v_b = 2.0$ m/s. Il pilota vuole ora arrivare *esattamente* sul punto della riva opposta di fronte alla partenza. In che direzione deve dirigere la prua?

Soluzione

Indichiamo con α l'angolo che la prua forma con la perpendicolare alle rive, contato verso *monte* (cioè in verso opposto alla corrente). Le componenti della velocità della barca rispetto all'acqua sono allora

$$\vec{v}_{B/A} = -v_b \sin \alpha \hat{i} + v_b \cos \alpha \hat{j}.$$

Sommando la velocità della corrente $\vec{v}_{A/T} = v_a \hat{i}$, la velocità rispetto a terra è

$$\vec{v}_{B/T} = (v_a - v_b \sin \alpha) \hat{i} + v_b \cos \alpha \hat{j}.$$

Per arrivare di fronte alla partenza, la componente x deve annullarsi:

$$v_a - v_b \sin \alpha = 0 \quad \implies \quad \sin \alpha = \frac{v_a}{v_b}.$$

Sostituendo:

$$\sin \alpha = \frac{1.5 \text{ m/s}}{2.0 \text{ m/s}} = 0.75 \quad \implies \quad \alpha \approx 49^\circ.$$

Il tempo di attraversamento è ora $t = \ell / (v_b \cos \alpha) = 80 \text{ m} / (2.0 \text{ m/s} \cdot 0.661) \approx 61$ s, sensibilmente maggiore dei 40 s del caso precedente: per attraversare “dritto” bisogna pagare un prezzo in tempo.

Caso limite. Notiamo che la soluzione esiste solo se $v_a \leq v_b$: se la corrente fosse più veloce della barca, $\sin \alpha > 1$ e nessun angolo permetterebbe alla barca di compensare il flusso. È il caso dei fiumi in piena, dove un nuotatore può essere trascinato a valle senza speranza di risalita.

7.3.2. Limiti del modello: anticipazione della relatività ristretta

Le trasformazioni di Galilei e la composizione classica delle velocità sono in ottimo accordo con l'esperienza per oggetti macroscopici a velocità ordinarie: treni, auto, aerei, palline da tennis, sassi, persino sonde spaziali. La fisica del Novecento ha però scoperto che il modello *non vale* quando ci si avvicina alla velocità della luce, $c \approx 3.0 \times 10^8$ m/s.

Il problema emerse a fine Ottocento, quando si studiò la propagazione della luce. Le equazioni di Maxwell (cap. 18) prevedono che la luce si propaghi nel vuoto con velocità c . Ma rispetto a *quale* sistema di riferimento? Se applichiamo la (7.5), dovremmo trovare velocità diverse per la luce in sistemi inerziali diversi: per un osservatore che corre incontro a un raggio luminoso, la luce dovrebbe arrivare a velocità $c + u$; per uno che lo fugge, a velocità $c - u$. La velocità della luce dovrebbe insomma comportarsi come la velocità della pallina nel treno.

L'esperimento di Michelson e Morley (1887) misurò con precisione la velocità della luce in direzioni diverse, sperando di rivelare il moto della Terra rispetto a un ipotetico "etere" luminifero. Il risultato fu negativo, e venne replicato con precisione crescente nei decenni successivi: **la velocità della luce nel vuoto è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali**, indipendentemente dal moto della sorgente o dell'osservatore. Una pallina nel treno si compone come $v + u$, ma un raggio di luce nel treno arriva all'osservatore esterno ancora a c , non a $c + u$. È un fatto sperimentale in netto contrasto con la (7.5).

Attenzione!

La scoperta, all'inizio incomprensibile, fu chiarita da Albert Einstein nel 1905 con la **relatività ristretta**. Le trasformazioni di Galilei vengono sostituite da quelle di Lorentz, in cui anche il tempo diventa una grandezza relativa: $t' \neq t$ in generale. Il principio di relatività galileiana viene esteso a tutti i fenomeni (non solo meccanici) e accompagnato dal postulato di invarianza di c . Le trasformazioni di Galilei restano un'ottima approssimazione finché $u/c \ll 1$. Studieremo la relatività ristretta nel capitolo 19.

A titolo di confronto, calcoliamo u/c in alcune situazioni quotidiane: un'auto in autostrada ha $u/c \approx 4 \cdot 10^{-8}$; un aereo di linea, $u/c \approx 8 \cdot 10^{-7}$; la Terra nel suo moto orbitale, $u/c \approx 10^{-4}$. In tutti questi casi le correzioni relativistiche sono troppo piccole per essere percepite nei problemi di tutti i giorni, ed è giusto continuare a usare le trasformazioni di Galilei. Esse smettono di essere accettabili soltanto in fisica delle particelle, in astrofisica e in tutti i fenomeni in cui compaia la luce o un'altra radiazione elettromagnetica come elemento centrale del problema.

Riepilogo

- I sistemi di riferimento inerziali sono quelli in cui vale la prima legge della dinamica. Dato un sistema inerziale, ogni altro sistema in moto rettilineo uniforme rispetto ad esso è anch'esso inerziale.
- Il **principio di relatività galileiana** afferma che le leggi della meccanica hanno la stessa forma in tutti i sistemi inerziali: nessun esperimento meccanico permette di distinguere quiete da moto rettilineo uniforme.
- Le **trasformazioni di Galilei** legano le coordinate di uno stesso punto materiale viste da due sistemi inerziali S e S' , con S' in moto a velocità costante $\vec{u}$ rispetto a S :

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t, \quad t' = t.$$

- Per derivazione si ottiene la **composizione classica delle velocità**:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u},$$

e in generale $\vec{v}_{A/C} = \vec{v}_{A/B} + \vec{v}_{B/C}$.

- L'**accelerazione è invariante**: $\vec{a} = \vec{a}'$. Di conseguenza la seconda legge della dinamica $\vec{F}_{\text{ris}} = m\vec{a}$ ha la stessa forma in S e S' , in accordo con il principio di

relatività.

- Nei problemi di moto relativo (barca-corrente, aereo-vento) si nominano con cura i tre sistemi in gioco e si applica la (7.8): la velocità rispetto a un sistema esterno è la somma vettoriale di velocità rispetto a un sistema intermedio.
- La velocità della luce nel vuoto c non obbedisce alla composizione classica: è la stessa in tutti i sistemi inerziali. Le trasformazioni di Galilei sono un'ottima approssimazione per $u/c \ll 1$, ma vanno sostituite dalla **relatività ristretta** di Einstein quando u si avvicina a c .

Esercizio 7.1

1. Un treno percorre un binario rettilineo a $u = 72 \text{ km/h}$ rispetto alla banchina. Un passeggero cammina nel corridoio nel verso del moto del treno alla velocità $v' = 1.2 \text{ m/s}$ rispetto al treno. Determinare la velocità del passeggero rispetto alla banchina (in m/s e in km/h).
2. Due automobili procedono lungo la stessa strada rettilinea, in versi opposti, ciascuna a 90 km/h rispetto alla strada. Determinare la velocità dell'una rispetto all'altra.
3. Un'auto A viaggia a 100 km/h rispetto alla strada, un'auto B procede nella stessa direzione e nello stesso verso a 120 km/h . Determinare la velocità di B rispetto ad A e quella di A rispetto a B . Quale auto, vista da A , sembra "avvicinarsi"?
4. Un fiume largo $\ell = 120 \text{ m}$ ha corrente di velocità $v_a = 2.0 \text{ m/s}$. Un nuotatore può nuotare con velocità di modulo $v_n = 1.5 \text{ m/s}$ rispetto all'acqua. (a) Se nuota perpendicolare alle rive, quanto tempo impiega per attraversare e di quanto è trascinato a valle? (b) Riesce ad arrivare di fronte al punto di partenza? Giustificare la risposta.
5. Un aereo viaggia con velocità 800 km/h rispetto all'aria. Un vento di 60 km/h soffia da ovest verso est. Il pilota vuole dirigersi verso nord rispetto al suolo. In che direzione deve dirigere la prua? Quale sarà il modulo della velocità rispetto al suolo?
6. Su un treno che procede a $u = 30 \text{ m/s}$ rispetto alla banchina, un passeggero lascia cadere da fermo (rispetto al treno) un sasso da un'altezza $h = 1.5 \text{ m}$. (a) Descrivere la traiettoria del sasso nel sistema di riferimento del treno e in quello della banchina. (b) Calcolare la distanza orizzontale percorsa dal sasso, rispetto a terra, prima di toccare il pavimento. Trascurare la resistenza dell'aria.
7. Dimostrare formalmente, partendo dalla (7.5), che se S' si muove a velocità costante $\vec{u}$ rispetto a S , allora un punto materiale in moto rettilineo uniforme rispetto a S è in moto rettilineo uniforme anche rispetto a S' . (Questo verifica che, come anticipato, S' è inerziale se S lo è.)
8. Un osservatore in moto a velocità $u = 0.10c$ rispetto a una sorgente luminosa, in verso uscente dalla sorgente, vorrebbe applicare la composizione classica delle velocità per dedurre che la luce gli arriva a $c - u = 0.90c$. L'esperimento di Michelson-Morley

smentisce questa conclusione. Cosa misura realmente l'osservatore? Provare a spiegare a parole, sulla base del § 7.3.2, perché questo fatto richiede una nuova teoria.

Capitolo 8

Lavoro ed energia

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“C’è un fatto, o se preferite, una legge, che governa tutti i fenomeni naturali noti finora. Non si conosce eccezione a questa legge — è esatta per quanto ne sappiamo. La legge si chiama conservazione dell’energia.”

— Richard P. Feynman, La fisica di Feynman

 [Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

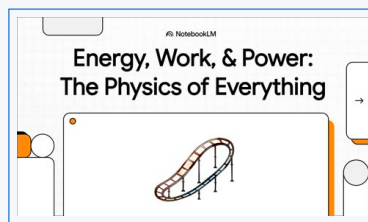
 [Schede, test e video di matematika.it](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

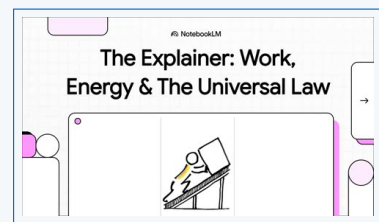
Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



[11 Energia Lavoro e Potenza](#)



[11 fisica energia video](#)



[Fisica energia video](#)



[18 Lavoro Energia Conservazione](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Energia e lavoro](#)



[Conservazione energia](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Energia base](#)
- [\[IT\] Conservazione della energia](#)
- [\[IT\] Energia lavoro conservazione](#)
- [\[IT\] Energia lavoro e potenza](#)
- [\[EN\] Conservazione energia biennio](#)
- [\[EN\] Conservazione energia avanzata](#)
- [\[FR\] Fisica energia](#)
- [\[FR\] Fisica energia](#)
- [\[ES\] Energia base](#)
- [\[ES\] Lavoro Energia e Conservazione Concetti Fonda...](#)

Introduzione

Nei capitoli precedenti abbiamo descritto il moto (cap. 3) e individuato le leggi che lo governano: la seconda legge della dinamica (cap. 6) permette in linea di principio di prevedere il moto di un punto materiale a partire dalle forze che agiscono su di esso. La risoluzione concreta del problema $\vec{F}_{\text{ris}} = m\vec{a}$ è però spesso laboriosa, e in molte situazioni non interessa il dettaglio istante per istante, ma una relazione globale: ad esempio, conoscendo l'altezza da cui un sasso

cade, vorremmo sapere a quale velocità arriva al suolo, senza dover scrivere la legge oraria del moto.

In questo capitolo introduciamo due concetti che rendono possibile questo passaggio: il **lavoro** di una forza e l'**energia** di un punto materiale. Il loro legame — il *teorema delle forze vive* — traduce la seconda legge della dinamica in una formulazione integrale, collegando il prodotto forza-spostamento alla variazione di una quantità scalare caratteristica del moto. Quando le forze in gioco sono *conservative*, il quadro si arricchisce con la nozione di *energia potenziale* e culmina nel **principio di conservazione dell'energia meccanica**: una grandezza che, in opportune condizioni, mantiene un valore costante durante il moto.

L'energia è una nozione che attraversa tutta la fisica e va ben oltre la meccanica: la incontreremo ancora nello studio della termodinamica (cap. 12), dell'elettromagnetismo, della relatività ristretta (cap. 19) e della fisica quantistica. Quando avremo terminato il corso, sarà uno dei principi unificanti più potenti che avremo a disposizione.

8.1. Lavoro di una forza

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

8.1.1. Definizione di lavoro per forza costante

Consideriamo un punto materiale che si sposta lungo una traiettoria sotto l'azione di una forza $\vec{F}$ costante. Quanto la forza “contribuisce” al moto? La sola intensità non basta: dipende anche da come la forza è orientata rispetto allo spostamento. Spingere un carrello in avanti è più efficace di spingerlo lateralmente, anche a parità di forza applicata.

Definizione 8.1 — Lavoro di una forza costante

Sia un punto materiale soggetto a una forza costante $\vec{F}$ che subisce uno spostamento $\vec{s}$. Si chiama **lavoro** compiuto dalla forza la grandezza scalare

$$L = |\vec{F}| |\vec{s}| \cos \theta, \quad (8.1)$$

dove θ è l'angolo formato dai vettori $\vec{F}$ e $\vec{s}$.

Il lavoro si misura nel SI in *joule* ($J = N \cdot m$), in onore di James Prescott Joule, che nel XIX secolo stabilì sperimentalmente l'equivalenza fra lavoro meccanico e calore. Un joule è il lavoro compiuto da una forza di un newton il cui punto di applicazione si sposta di un metro nella stessa direzione: per dare un'idea, sollevare di un metro una mela di circa 100 g richiede un lavoro di circa 1 J.

Il lavoro è una grandezza scalare, ma può essere positivo, negativo o nullo a seconda dell'angolo θ fra forza e spostamento:

- $\theta = 0$: forza e spostamento concordi, $\cos \theta = 1$, $L = F s > 0$. La forza “aiuta” il moto: lavoro **motore**.
- $0 < \theta < \pi/2$: $\cos \theta > 0$, $L > 0$: ancora lavoro motore, di intensità minore.

- $\theta = \pi/2$: forza e spostamento perpendicolari, $\cos \theta = 0$, $L = 0$. La forza non compie alcun lavoro.
- $\pi/2 < \theta < \pi$: $\cos \theta < 0$, $L < 0$: lavoro **resistente**, la forza si oppone al moto.
- $\theta = \pi$: forza e spostamento opposti, $\cos \theta = -1$, $L = -F s$: lavoro resistente massimo.

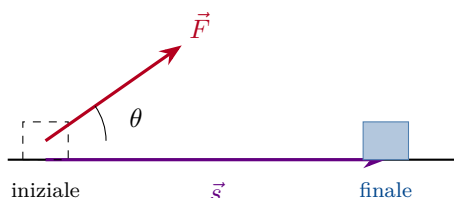


Figura 8.1: Lavoro di una forza costante. Il blocco subisce lo spostamento $\vec{s}$ mentre è sottoposto alla forza $\vec{F}$, che forma un angolo θ con la direzione del moto. Solo la componente di $\vec{F}$ parallela a $\vec{s}$, di modulo $F \cos \theta$, contribuisce al lavoro.

Attenzione!

Nel linguaggio quotidiano “lavoro” evoca fatica e sforzo. Il significato fisico è diverso: una forza che agisce su un corpo fermo non compie lavoro (non c'è spostamento), e una forza perpendicolare allo spostamento neppure. Reggere uno zaino fermo sulle spalle richiede sforzo muscolare, ma il lavoro fisico è nullo. Allo stesso modo, la forza centripeta che mantiene la Luna in orbita non compie lavoro perché è sempre perpendicolare alla velocità della Luna — e quindi al suo spostamento.

8.1.2. Lavoro come prodotto scalare

La definizione (8.1) si scrive in modo più sintetico utilizzando il *prodotto scalare* fra due vettori (cap. 2). Ricordiamo che, dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ formanti un angolo θ , il loro prodotto scalare è il numero $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$.

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s}. \quad (8.2)$$

In componenti, se $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$ e $\vec{s} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, si ha

$$L = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z.$$

La formulazione vettoriale generalizza la definizione precedente a qualunque sistema di riferimento e qualunque orientazione di forza e spostamento, e la rende particolarmente comoda nei conti per componenti.

Nota

Quando agiscono più forze, il lavoro totale è la *somma algebrica* dei lavori delle singole

forze. Equivalentemente, è il lavoro della risultante:

$$L_{\text{tot}} = \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{s} = \vec{F}_{\text{ris}} \cdot \vec{s}.$$

Questa proprietà segue dalla linearità del prodotto scalare e si rivelerà fondamentale nel teorema delle forze vive.

Esempio 8.1 — Spinta inclinata su pavimento orizzontale

Una cassa di massa $m = 20 \text{ kg}$ viene spinta su un pavimento orizzontale con una forza di modulo $F = 50 \text{ N}$ inclinata di $\theta = 30^\circ$ verso il basso rispetto al piano. La cassa si sposta di $s = 4.0 \text{ m}$. Determinare il lavoro compiuto dalla forza, dalla forza peso e dalla reazione normale.

Soluzione

Per la (8.1), $L_F = F s \cos \theta$. La forza peso è verticale, perpendicolare allo spostamento orizzontale, quindi $L_{\vec{F}_p} = 0$. Anche la reazione normale è verticale: $L_{\vec{N}} = 0$.

Sostituendo i valori:

$$L_F = 50 \text{ N} \cdot 4.0 \text{ m} \cdot \cos(30^\circ) \approx 173 \text{ J}.$$

La forza spingente compie un lavoro positivo (motore) di circa 173 J; le altre due forze non contribuiscono.

8.1.3. Lavoro di una forza variabile

Cosa succede se la forza non è costante lungo il moto? Per esempio, la forza elastica di una molla cresce in modulo al crescere della deformazione; la forza gravitazionale fra due corpi varia con la distanza. In questi casi la (8.1) non è direttamente applicabile, ma può essere generalizzata con un'idea analoga a quella usata in cinematica per ricavare lo spostamento dal grafico $v-t$ (cap. 3).

Limitiamoci, per semplicità, a un moto unidimensionale lungo l'asse x , con forza $F(x)$ diretta lungo l'asse e dipendente dalla sola posizione. Suddividiamo l'intervallo $[x_1, x_2]$ in tanti piccoli sotto-intervalli di larghezza Δx_i , abbastanza piccoli perché la forza vi si possa considerare praticamente costante, di valore $F(x_i)$. Il lavoro su ciascun sotto-intervallo vale circa $F(x_i) \Delta x_i$ e il lavoro totale si ottiene sommando:

$$L \approx \sum_i F(x_i) \Delta x_i.$$

Geometricamente, ogni addendo è l'area di un rettangolino di base Δx_i e altezza $F(x_i)$. Al limite per intervalli sempre più piccoli, la somma diventa l'**area sottesa dal grafico $F(x)$ tra x_1 e x_2** .

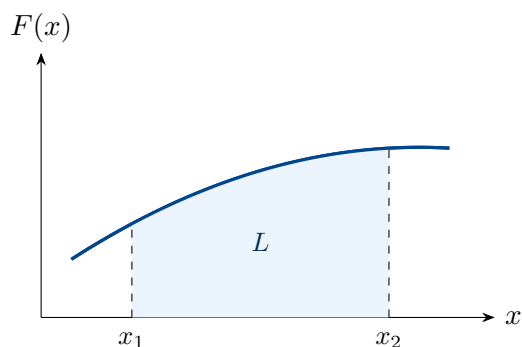


Figura 8.2: Lavoro di una forza variabile in moto unidimensionale. Il lavoro L compiuto dalla forza $F(x)$ tra x_1 e x_2 corrisponde all'area sottesa dalla curva. Il segno dell'area — positivo se la curva è sopra l'asse, negativo se è sotto — coincide con il segno del lavoro.

Nota

Questa idea è la stessa che permette di calcolare lo spostamento come area sottesa al grafico $v-t$. La somma di rettangolini sempre più sottili è la base intuitiva del concetto di *integrale*, che lo studente affronterà in modo sistematico al quinto anno. Per i nostri scopi, l'area sottesa è il modo geometrico di calcolare il lavoro di una forza non costante, finché sappiamo disegnare il grafico $F(x)$.

8.1.4. Potenza media e istantanea

Compiere un dato lavoro in un'ora o in un secondo non è la stessa cosa: il *tempo* impiegato è una caratteristica importante del processo. Per quantificarla si introduce la potenza.

Definizione 8.2 — Potenza media e istantanea

Sia L il lavoro compiuto da una forza nell'intervallo di tempo Δt . La **potenza media** sviluppata è

$$P_m = \frac{L}{\Delta t}.$$

La **potenza istantanea** all'istante t è il valore a cui tende la potenza media quando $\Delta t \rightarrow 0$.

L'unità SI della potenza è il *watt* ($W = J/s$), in onore di James Watt, l'inventore della macchina a vapore moderna. Un'unità di uso comune è il *cavallo vapore* (CV), pari a circa 735 W.

Quando il punto materiale si muove con velocità $\vec{v}$ sotto l'azione di una forza $\vec{F}$, la potenza istantanea ha un'espressione particolarmente elegante. In un piccolo intervallo Δt lo spostamento è $\vec{s} \approx \vec{v} \Delta t$, e il lavoro vale $\Delta L = \vec{F} \cdot \vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v} \Delta t$. Dividendo per Δt :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}. \quad (8.3)$$

Esempio 8.2 — Potenza di un'auto

Un'auto di massa $m = 1200 \text{ kg}$ accelera da ferma fino a $v = 30 \text{ m/s}$ (circa 108 km/h) in $\Delta t = 10 \text{ s}$, lungo un tratto rettilineo orizzontale. Trascurando le resistenze, calcolare la potenza media sviluppata dal motore.

Soluzione

Algebricamente, il lavoro compiuto dalla forza motrice si traduce, come vedremo nel § 8.2.2, nella variazione di energia cinetica $L = \frac{1}{2} m v^2 - 0$. La potenza media vale dunque

$$P_m = \frac{L}{\Delta t} = \frac{m v^2}{2 \Delta t}.$$

Sostituendo:

$$P_m = \frac{1200 \text{ kg} \cdot (30 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 10 \text{ s}} = 54\,000 \text{ W} = 54 \text{ kW} \approx 73 \text{ CV}.$$

8.2. Energia cinetica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

8.2.1. Definizione di energia cinetica

Un corpo in moto ha la capacità di compiere lavoro: una palla scagliata può rompere un vetro, un'auto in corsa può deformare un guard-rail, l'acqua di un fiume può far girare una ruota. Quanto più una massa è grande e quanto più è veloce, tanto maggiore è la sua capacità di compiere lavoro. Questa capacità si chiama **energia cinetica**.

Definizione 8.3 — Energia cinetica

Si chiama **energia cinetica** di un punto materiale di massa m che si muove con velocità di modulo v la grandezza scalare

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2. \quad (8.4)$$

L'energia cinetica si misura in joule, come il lavoro: $\text{kg} \cdot (\text{m/s})^2 = \text{kg m}^2/\text{s}^2 = \text{J}$. È una grandezza scalare e *sempre non negativa*: si annulla solo quando il corpo è fermo.

Notiamo due aspetti importanti:

- L'energia cinetica dipende solo dal modulo della velocità, non dalla sua direzione: due corpi della stessa massa che si muovono alla stessa velocità in direzioni opposte hanno la stessa E_k .
- Cresce con il *quadrato* della velocità: raddoppiare la velocità significa quadruplicare l'energia cinetica. Questa è una delle ragioni per cui i limiti di velocità sui veicoli sono così importanti per la sicurezza stradale.

Esempio 8.3 — Energia cinetica di un proiettile e di un'auto

Confrontare l'energia cinetica di un proiettile di massa $m_1 = 10\text{ g}$ con velocità $v_1 = 400\text{ m/s}$, di un'auto di massa $m_2 = 1000\text{ kg}$ alla velocità $v_2 = 50\text{ km/h}$, e di un transatlantico di massa $m_3 = 5 \times 10^7\text{ kg}$ alla velocità $v_3 = 20\text{ km/h}$.

Soluzione

Convertiamo le velocità in m/s: $v_2 = 50/3.6 \approx 13.9\text{ m/s}$ e $v_3 = 20/3.6 \approx 5.56\text{ m/s}$.

Algebricamente, $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ per ciascun corpo. Sostituendo:

$$E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot 0.010\text{ kg} \cdot (400\text{ m/s})^2 = 800\text{ J}, \quad (8.5)$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot 1000\text{ kg} \cdot (13.9\text{ m/s})^2 \approx 9.65 \times 10^4\text{ J}, \quad (8.6)$$

$$E_{k3} = \frac{1}{2} \cdot 5 \times 10^7\text{ kg} \cdot (5.56\text{ m/s})^2 \approx 7.7 \times 10^8\text{ J}. \quad (8.7)$$

Il proiettile, pur leggerissimo, ha energia comparabile a quella di un'automobile lanciata a velocità modesta; il transatlantico, pur lento, supera entrambi di molti ordini di grandezza.

8.2.2. Teorema delle forze vive energia-lavoro

La connessione fondamentale tra lavoro ed energia cinetica è il seguente teorema, storicamente noto come “teorema delle forze vive” (*vis viva*), terminologia che risale a Leibniz nel 1686.

Teorema 8.1 — Teorema delle forze vive

Il lavoro totale compiuto dalla forza risultante che agisce su un punto materiale, durante un suo qualunque spostamento, è uguale alla variazione di energia cinetica del punto stesso:

$$L_{\text{tot}} = \Delta E_k = E_{kf} - E_{ki}. \quad (8.8)$$

$$L_{\text{tot}} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2.$$

Diamo una giustificazione del teorema nel caso di moto rettilineo con forza risultante costante F diretta come lo spostamento. Dalle leggi del MRUA (cap. 3) abbiamo $v_f^2 = v_i^2 + 2 a s$, ovvero $a s = (v_f^2 - v_i^2)/2$. Moltiplicando per m :

$$\underbrace{m a}_{F} \cdot s = \frac{m v_f^2 - m v_i^2}{2},$$

cioè $L = F s = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \Delta E_k$. La dimostrazione si estende, con strumenti più avanzati, a qualunque tipo di moto e di forza.

Nota

Il segno del lavoro totale ha un significato preciso: se $L_{\text{tot}} > 0$ l'energia cinetica aumenta e il corpo accelera (in modulo); se $L_{\text{tot}} < 0$ l'energia cinetica diminuisce e il corpo decelera; se $L_{\text{tot}} = 0$ il modulo della velocità resta invariato (la direzione può però cambiare, come nel moto circolare uniforme).

Esempio 8.4 — Velocità all'impatto di un sasso in caduta

Un sasso di massa $m = 0.50 \text{ kg}$ viene lasciato cadere da una quota $h = 15 \text{ m}$. Trascurando l'attrito dell'aria, calcolare la velocità con cui arriva al suolo usando il teorema delle forze vive.

Soluzione

L'unica forza in gioco è la forza peso $\vec{F}_P$, parallela e concorde allo spostamento, che vale $\Delta y = h$ (la quota diminuisce di h , ma il vettore peso è nello stesso verso del moto, quindi $\theta = 0$). Il lavoro della forza peso è

$$L_{\vec{F}_P} = m g h.$$

Per il teorema delle forze vive, $L_{\vec{F}_P} = \frac{1}{2} m v^2 - 0$, da cui

$$v = \sqrt{2 g h}.$$

Sostituendo: $v = \sqrt{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 15 \text{ m}} \approx 17 \text{ m/s}$.

Il risultato non dipende dalla massa, in pieno accordo con la legge della caduta dei gravi (cap. 3). Notiamo come il teorema permetta di ricavare v *senza calcolare il tempo di caduta*: una scorciatoia molto utile.

8.3. Forze conservative ed energia potenziale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

8.3.1. Forze conservative e forze non conservative

Per certe forze — la forza peso, la forza elastica, la forza gravitazionale, la forza di Coulomb — il lavoro compiuto durante uno spostamento dipende solo dalle posizioni di partenza e di arrivo, non dal cammino percorso per andare dall'una all'altra. Per altre — l'attrito dinamico, la resistenza dell'aria — il lavoro dipende invece dall'intera traiettoria: percorrendo un tragitto più lungo, si dissipa più energia.

Definizione 8.4 — Forza conservativa

Una forza si dice **conservativa** se il lavoro che essa compie su un punto materiale che si sposta da una posizione A a una posizione B *non dipende dalla traiettoria seguita*, ma solo dalle due posizioni estreme.

Una formulazione equivalente: una forza è conservativa se e solo se il lavoro che compie lungo un qualunque *cammino chiuso* (con $A = B$) è nullo. Infatti, se il lavoro non dipende dal cammino, allora andare da A a B per una via e tornare per un'altra produce lavori opposti, la cui somma è nulla.

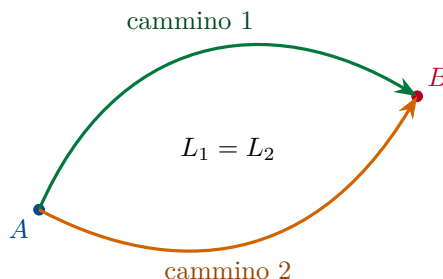


Figura 8.3: Forza conservativa. Il lavoro compiuto da una forza conservativa lungo un qualunque cammino che vada da A a B assume sempre lo stesso valore $L_1 = L_2$, indipendentemente dal percorso. Equivalentemente, il lavoro lungo un cammino chiuso ($A = B$) è nullo.

Quando una forza è conservativa, ad ogni posizione P del punto materiale è possibile associare un numero $E_p(P)$, detto **energia potenziale**, tale che il lavoro compiuto dalla forza nello spostamento da A a B è

$$L_{A \rightarrow B} = E_p(A) - E_p(B) = -\Delta E_p. \quad (8.9)$$

L'energia potenziale è definita a meno di una costante additiva: ciò che ha significato fisico sono le sue *differenze*, non i valori assoluti. Si fissa un livello di riferimento (un punto in cui $E_p = 0$) e si misurano le altre energie potenziali rispetto ad esso.

Attenzione!

Il segno meno nella (8.9) è cruciale: *quando l'energia potenziale diminuisce, la forza compie lavoro positivo*. Una palla che cade perde quota e quindi energia potenziale gravitazionale, mentre la forza peso compie un lavoro motore (positivo).

Le forze **non conservative**, di cui l'attrito dinamico è il prototipo, non ammettono un'energia potenziale. Il lavoro dell'attrito su un blocco che striscia su un tavolo è proporzionale alla lunghezza del cammino percorso ed è sempre negativo: percorrere un giro chiuso non riporta a lavoro nullo, e parte dell'energia meccanica iniziale viene dissipata in calore.

8.3.2. Energia potenziale gravitazionale locale

Vicino alla superficie terrestre, la forza peso è costante: $\vec{F}_P = -mg\hat{j}$ se l'asse y è verticale e orientato verso l'alto. Calcoliamo il lavoro della forza peso quando il punto materiale si sposta da una quota y_1 a una quota y_2 , lungo un cammino qualunque.

Consideriamo dapprima un cammino verticale: lo spostamento ha solo la componente $\Delta y = y_2 - y_1$, quindi $L = \vec{F}_P \cdot \vec{s} = -mg(y_2 - y_1)$. Nel caso di un cammino inclinato, la componente orizzontale dello spostamento è perpendicolare alla forza peso e non contribuisce

al lavoro: solo la componente verticale conta, e il risultato è il medesimo. La forza peso è dunque *conservativa*: il suo lavoro dipende solo dal dislivello Δy .

Confrontando con la (8.9),

$$L_{\vec{F}_p} = m g y_1 - m g y_2 = E_p(y_1) - E_p(y_2),$$

si identifica l'energia potenziale gravitazionale (in approssimazione locale, ovvero per g costante):

$$E_p(y) = m g y + \text{costante.} \quad (8.10)$$

Si sceglie comunemente la costante in modo che $E_p = 0$ a una quota di riferimento (il pavimento, il livello del mare, il piano della scrivania): tutte le quote diventano allora positive verso l'alto e negative verso il basso.

Nota

La formula vale solo per dislivelli piccoli rispetto al raggio terrestre, in cui g può essere considerato costante. Per problemi astronomici (un satellite, la Luna) si dovrà ricorrere alla legge di gravitazione universale e a un'energia potenziale diversa, $E_p(r) = -G M m/r$, che vedremo nel cap. 13.

8.3.3. Energia potenziale elastica

Una molla ideale di costante elastica k , deformata di un tratto x rispetto alla posizione di riposo, esercita la forza di richiamo $F = -k x$ (legge di Hooke, cap. 6). La forza varia linearmente con la posizione: per calcolarne il lavoro non si può usare la formula della forza costante, ma si ricorre all'idea grafica del § 8.1.3.

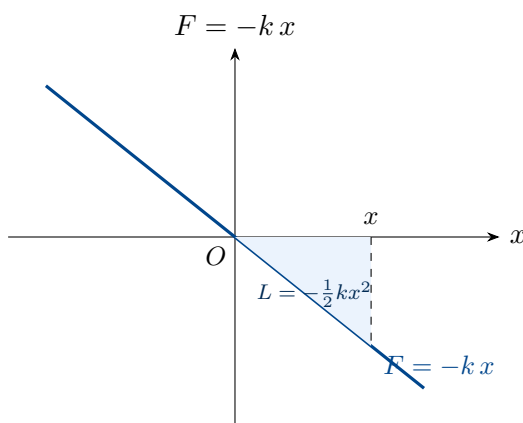


Figura 8.4: Forza elastica e suo lavoro. La retta $F = -k x$ rappresenta la forza che la molla esercita sul corpo allungandosi (per $x > 0$ la forza tira indietro, $F < 0$). Il lavoro fatto dalla forza elastica nello spostamento da 0 a x è l'area triangolare con segno: $L = -\frac{1}{2} k x^2$.

Calcoliamo il lavoro che la forza elastica compie quando il corpo si sposta da $x = 0$ (posizione di riposo) a una posizione generica x . Sul grafico F - x , la forza è la retta $F = -k x$; l'area sottesa fra 0 e x è un triangolo di base x e altezza $|-k x| = k x$, con segno negativo

(l'area è sotto l'asse). Quindi

$$L_{\text{elastica}}(0 \rightarrow x) = -\frac{1}{2} k x^2.$$

Più in generale, in uno spostamento da x_1 a x_2 , il lavoro vale $L = -\frac{1}{2} k x_2^2 - (-\frac{1}{2} k x_1^2) = \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2$. Confrontando con la (8.9), si ottiene l'energia potenziale elastica:

$$E_{\text{pel}}(x) = \frac{1}{2} k x^2. \quad (8.11)$$

L'origine della scala (dove $E_p = 0$) è scelta naturalmente nella posizione di riposo $x = 0$. L'energia potenziale elastica è sempre non negativa, ed è quadratica in x : deformazioni doppie corrispondono a energie quadruple.

Esempio 8.5 — Energia di una molla compressa

Una molla di costante elastica $k = 200 \text{ N/m}$ viene compressa di $x = 5.0 \text{ cm}$ rispetto alla posizione di riposo. Quanta energia potenziale elastica è immagazzinata?

Soluzione

Algebricamente, $E_{\text{pel}} = \frac{1}{2} k x^2$. Convertendo $x = 0.050 \text{ m}$ e sostituendo:

$$E_{\text{pel}} = \frac{1}{2} \cdot 200 \text{ N/m} \cdot (0.050 \text{ m})^2 = 0.25 \text{ J}.$$

La molla immagazzina 0.25 J , energia che potrà essere restituita ad un corpo che le venga messo a contatto e lasciato libero.

8.4. Conservazione dell'energia meccanica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

8.4.1. Principio di conservazione dell'energia meccanica

I concetti di lavoro, energia cinetica ed energia potenziale si riuniscono ora in un risultato di portata fondamentale.

Definizione 8.5 — Energia meccanica

Si chiama **energia meccanica** totale di un punto materiale la somma della sua energia cinetica e della sua energia potenziale:

$$E_{\text{mec}} = E_k + E_p. \quad (8.12)$$

L'energia meccanica include tutte le energie potenziali presenti: ad esempio, in un sistema con sia gravità sia molla, $E_{\text{mec}} = E_k + E_{p_{\text{grav}}} + E_{p_{\text{el}}}$.

8.4.2. Sistemi con sole forze conservative

Teorema 8.2 — Conservazione dell'energia meccanica

Se su un punto materiale agiscono *soltanto* forze conservative, la sua energia meccanica si mantiene costante durante il moto:

$$E_{\text{mec}} = E_k + E_p = \text{costante.} \quad (8.13)$$

La dimostrazione è immediata: per il teorema delle forze vive, $L_{\text{tot}} = \Delta E_k$. Per la (8.9), se tutte le forze sono conservative, $L_{\text{tot}} = -\Delta E_p$. Combinando,

$$\Delta E_k = -\Delta E_p \implies \Delta E_k + \Delta E_p = 0 \implies \Delta E_{\text{mec}} = 0.$$

La conservazione dell'energia meccanica è uno strumento di calcolo straordinariamente potente: scelti due istanti di osservazione qualunque (uno iniziale e uno finale), permette di scrivere direttamente

$$E_{k_i} + E_{p_i} = E_{k_f} + E_{p_f},$$

e di estrarre la grandezza incognita senza dover ricostruire il moto in dettaglio.

Esempio 8.6 — Velocità a fondo piano inclinato senza attrito

Un blocco di massa $m = 2.0 \text{ kg}$ scende, partendo da fermo, lungo un piano inclinato liscio di angolo $\theta = 30^\circ$ e lunghezza $\ell = 4.0 \text{ m}$. Determinare la velocità con cui arriva alla base.

Soluzione

Sul piano agiscono la forza peso (conservativa), la reazione normale (perpendicolare al moto, lavoro nullo) e nessun attrito. L'energia meccanica si conserva.

Algebricamente: poniamo $E_p = 0$ alla base del piano e indichiamo con $h = \ell \sin \theta$ la quota iniziale. Lo stato iniziale ha $E_{k_i} = 0$ e $E_{p_i} = m g h$; lo stato finale ha $E_{k_f} = \frac{1}{2} m v^2$ e $E_{p_f} = 0$. La conservazione dà

$$0 + m g h = \frac{1}{2} m v^2 + 0 \implies v = \sqrt{2 g h} = \sqrt{2 g \ell \sin \theta}.$$

Sostituendo: $h = 4.0 \text{ m} \cdot \sin(30^\circ) = 2.0 \text{ m}$, e

$$v = \sqrt{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 2.0 \text{ m}} \approx 6.3 \text{ m/s}.$$

La massa non compare nel risultato finale, e la velocità è la stessa che avrebbe il corpo cadendo verticalmente da quota h : il piano inclinato cambia l'*accelerazione* con cui il moto si svolge, non la velocità di arrivo, perché la conservazione dell'energia coinvolge solo il dislivello.

Esempio 8.7 — Pendolo semplice

Un pendolo è costituito da un filo di lunghezza $\ell = 1.20\text{ m}$ e da una massa puntiforme m all'estremità inferiore. La massa viene scostata dalla verticale di un angolo $\theta_0 = 40^\circ$ e lasciata libera. Trascurando l'attrito, calcolare la velocità con cui transita per il punto più basso.

Soluzione

Le forze in gioco sono la forza peso (conservativa) e la tensione del filo. La tensione è in ogni istante perpendicolare al moto (diretta lungo il filo, mentre la velocità è tangente all'arco) e quindi non compie lavoro. L'energia meccanica si conserva.

Algebricamente: ponendo lo zero dell'energia potenziale nel punto più basso, l'altezza iniziale rispetto a quel punto vale

$$h = \ell - \ell \cos \theta_0 = \ell (1 - \cos \theta_0).$$

La conservazione dell'energia, fra la quota iniziale (a riposo) e il punto più basso (di massima velocità), dà

$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2 g \ell (1 - \cos \theta_0)}.$$

Sostituendo: $1 - \cos(40^\circ) \approx 0.234$, quindi

$$v = \sqrt{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 1.20 \text{ m} \cdot 0.234} \approx 2.3 \text{ m/s}.$$

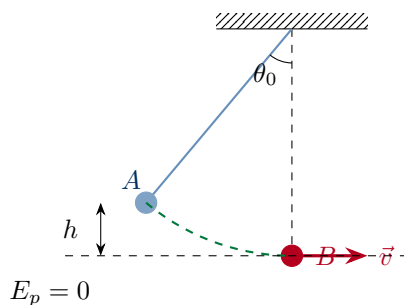


Figura 8.5: Pendolo semplice. Il punto materiale, scostato dalla verticale di un angolo θ_0 , parte da fermo dalla posizione A a quota $h = \ell(1 - \cos \theta_0)$ rispetto al punto più basso B . Trascurando gli attriti, la conservazione dell'energia meccanica permette di calcolare la velocità in B senza bisogno di risolvere l'equazione del moto.

8.4.3. Effetto delle forze dissipative

In presenza di forze non conservative — attrito dinamico, resistenza viscosa — l'energia meccanica *non* si conserva. Per quantificarne la diminuzione, riprendiamo il teorema delle

forze vive separando esplicitamente i due tipi di lavoro:

$$L_{\text{tot}} = L_{\text{cons}} + L_{\text{nc}} = \Delta E_k.$$

Per le forze conservative vale $L_{\text{cons}} = -\Delta E_p$, quindi

$$-\Delta E_p + L_{\text{nc}} = \Delta E_k \quad \Rightarrow \quad L_{\text{nc}} = \Delta E_k + \Delta E_p = \Delta E_{\text{mec}}.$$

$$L_{\text{nc}} = E_{\text{mecf}} - E_{\text{mec i}} = \Delta E_{\text{mec}}. \quad (8.14)$$

Il lavoro delle forze non conservative coincide con la variazione di energia meccanica. Per le forze *dissipative* (attrito, viscosità) tale lavoro è negativo, e la conseguenza è una diminuzione di E_{mec} : l'energia “persa” dal sistema meccanico non scompare, però; si trasforma in altre forme — principalmente *calore* (cap. 12) — per cui la *conservazione dell'energia totale*, in senso esteso, continua a valere. È questo il significato profondo del passaggio dalla meccanica alla termodinamica, di cui ci occuperemo più avanti.

Esempio 8.8 — Blocco frenato dall'attrito

Un blocco di massa $m = 1.5 \text{ kg}$ viene lanciato lungo un piano orizzontale con velocità iniziale $v_0 = 6.0 \text{ m/s}$. Il coefficiente di attrito dinamico fra blocco e piano vale $\mu_d = 0.30$. Determinare lo spazio percorso prima di fermarsi.

Soluzione

La forza di attrito ha modulo $\vec{F}_a = \mu_d m g$, è opposta al moto e quindi compie un lavoro

$$L_{\text{attr}} = -\mu_d m g d,$$

dove d è lo spazio percorso. La forza peso e la reazione normale sono perpendicolari al moto e non contribuiscono.

Algebricamente, per la (8.14) (e con $\Delta E_p = 0$, perché il moto è orizzontale), il lavoro dell'attrito uguaglia la variazione di energia cinetica:

$$-\mu_d m g d = 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v_0^2}{2 \mu_d g}.$$

Sostituendo:

$$d = \frac{(6.0 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 0.30 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} \approx 6.1 \text{ m}.$$

Notiamo come la massa si semplifichi: lo spazio di arresto dipende solo dalla velocità iniziale, dal coefficiente di attrito e da g .

Nota

Lo stesso problema si potrebbe risolvere per via dinamica, con $\vec{F}_{\text{ris}} = m \vec{a}$ e poi con le leggi del MRUA. Si arriverebbe alla stessa formula. Il vantaggio del metodo energetico è

che non richiede di risolvere il moto dettagliatamente: scelti gli stati iniziale e finale, si scrive direttamente l'equazione fra le energie. Per problemi più complessi (curve, superfici irregolari, sistemi di più corpi) il guadagno è ancora più sensibile.

Riepilogo

- Il **lavoro** di una forza costante è $L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \theta$. È una grandezza scalare, può essere positivo (motore), negativo (resistente) o nullo (forza perpendicolare al moto). Si misura in **joule** ($J = N m$).
- Per una forza variabile in moto unidimensionale, il lavoro è l'*area sottesa* dal grafico $F(x)$ tra x_1 e x_2 .
- La **potenza** è il lavoro per unità di tempo, $P = L/\Delta t$, e per un punto materiale in moto vale $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$. Si misura in **watt** ($W = J/s$).
- L'**energia cinetica** di un punto materiale è $E_k = \frac{1}{2} m v^2$, sempre non negativa.
- Il **teorema delle forze vive** afferma che $L_{\text{tot}} = \Delta E_k$: il lavoro totale della risultante uguaglia la variazione di energia cinetica.
- Una forza è **conservativa** se il suo lavoro non dipende dal cammino, ma solo dagli estremi. Per ogni forza conservativa esiste un'*energia potenziale* E_p tale che $L = -\Delta E_p$.
- L'**energia potenziale gravitazionale** (locale) è $E_p = m g y$; quella **elastica** è $E_{p\text{el}} = \frac{1}{2} k x^2$.
- L'**energia meccanica** è $E_{\text{mec}} = E_k + E_p$. Se agiscono solo forze conservative, E_{mec} si conserva durante il moto.
- In presenza di forze non conservative, il loro lavoro vale $L_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}}$. Per le forze dissipative ciò comporta una diminuzione dell'energia meccanica, che si trasforma in altre forme (calore in primis).

Esercizio 8.1

1. Una valigia di massa $m = 15 \text{ kg}$ viene trascinata lungo un corridoio orizzontale per $s = 8.0 \text{ m}$, con una forza di $F = 40 \text{ N}$ inclinata di $\theta = 20^\circ$ verso l'alto rispetto al pavimento. Calcolare il lavoro della forza, della forza peso e della reazione normale.
2. Una scatola viene sollevata verticalmente con velocità costante per $h = 3.0 \text{ m}$. La sua massa è $m = 12 \text{ kg}$. Calcolare il lavoro della forza esercitata dalla persona e il lavoro della forza peso. Verificare la coerenza con il teorema delle forze vive.
3. Un punto materiale di massa $m = 0.80 \text{ kg}$ si muove lungo una traiettoria rettilinea sotto l'azione di una forza variabile $F(x) = (12 - 2.0 x) \text{ N}$ con x in metri. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza nello spostamento da $x_1 = 0$ a $x_2 = 6.0 \text{ m}$, usando l'interpretazione grafica.
4. Un'auto di massa $m = 1500 \text{ kg}$ viaggia a velocità costante $v = 25 \text{ m/s}$ su una strada

orizzontale, contrastando una forza di resistenza complessiva $F_r = 600 \text{ N}$. Determinare la potenza erogata dal motore.

5. Una pallina di massa $m = 0.20 \text{ kg}$ viene lanciata orizzontalmente da un'altezza $h = 1.5 \text{ m}$ con velocità iniziale $v_0 = 4.0 \text{ m/s}$. Trascurando l'attrito dell'aria, determinare la velocità con cui tocca terra usando la conservazione dell'energia meccanica.
6. Un blocco di massa $m = 0.50 \text{ kg}$ è lanciato dalla base di un piano inclinato liscio di angolo $\theta = 25^\circ$ con velocità iniziale $v_0 = 5.0 \text{ m/s}$ diretta lungo il piano verso l'alto. A quale distanza dalla base si ferma?
7. Una molla di costante elastica $k = 350 \text{ N/m}$ è compressa di $x = 8.0 \text{ cm}$ e tiene appoggiato (senza essere collegato) un cubetto di massa $m = 0.20 \text{ kg}$ su un piano orizzontale liscio. La molla viene rilasciata e si distende fino alla lunghezza di riposo, lanciando il cubetto. Con quale velocità il cubetto si stacca?
8. Un pendolo di lunghezza $\ell = 0.80 \text{ m}$ viene scostato dalla verticale di 30° e lasciato libero. Calcolare la velocità della massa nel punto più basso e la tensione del filo in quel punto, sapendo che la massa vale $m = 0.50 \text{ kg}$. (*Suggerimento:* nel punto più basso il moto è circolare e la risultante è centripeta.)
9. Una slitta di massa $m = 30 \text{ kg}$ scende da ferma lungo un pendio innevato lungo $\ell = 50 \text{ m}$, inclinato di $\theta = 15^\circ$. Il coefficiente di attrito dinamico vale $\mu_d = 0.10$. Calcolare la velocità con cui arriva alla base, usando il bilancio energetico.
10. Un'auto di massa $m = 1200 \text{ kg}$ viaggia a $v_0 = 30 \text{ m/s}$ e frena fino a fermarsi su una strada orizzontale. L'energia cinetica iniziale viene dissipata dai freni. Quanta energia totale viene trasformata in calore? Se la frenata avviene in 5.0 s , qual è la potenza media dissipata?

Capitolo 9

Quantità di moto urti e momento angolare

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Per ogni azione vi è sempre una reazione uguale e contraria; ovvero le azioni reciproche di due corpi l’uno sull’altro sono sempre uguali e dirette in verso contrario.”

— Isaac Newton, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, 1687

 [Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro](#) 

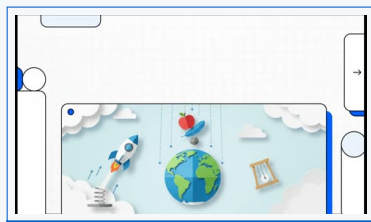
 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

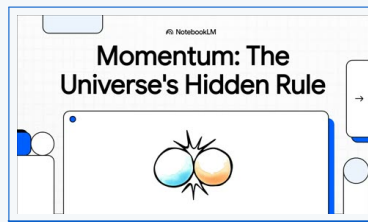
 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



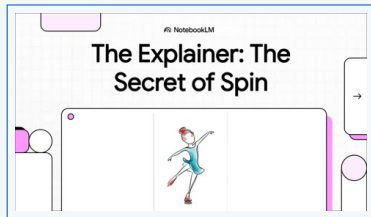
[07 Moto Accelerato](#)



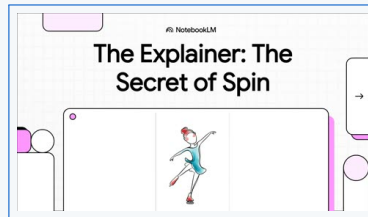
[19 fisica quantita di moto video](#)



[Il Principio Inarrestabile](#)



[20 fisica momento angolare video](#)



[20 FR fisica momento angolare video](#)



[20 Momento Angolare](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Quantita di moto](#)



[Momento angolare](#)



[Leggi di conservazione energia impulso 2](#)



[Leggi di conservazione energia impulso m](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Quantita di moto e urti](#)
- [\[IT\] Momento angolare](#)
- [\[IT\] Momento angolare](#)
- [\[IT\] Quantita di moto e urti](#)
- [\[EN\] Urti](#)
- [\[EN\] Dinamica rotazionale](#)
- [\[FR\] Fisica quantita di moto](#)
- [\[FR\] Fisica momento angolare](#)
- [\[ES\] Quantita di Moto e Urti](#)
- [\[ES\] Momento Angolare e Dinamica Rotazionale](#)

Nei capitoli precedenti abbiamo descritto il moto di un corpo e le forze che lo provocano, per poi introdurre il concetto di energia come grandezza conservata. Perché, allora, abbiamo bisogno di un'altra grandezza?

Immaginiamo un giocatore di biliardo che colpisce una palla ferma: il contatto dura una frazione di secondo, eppure la seconda palla parte a velocità elevata. Oppure pensiamo al rinculo di un fucile, o all'esplosione di un fuoco d'artificio: in tutti questi casi la forza agisce per un tempo brevissimo e ciò che conta è il *prodotto* tra forza e intervallo di tempo. Questo prodotto prende il nome di **impulso**, e la grandezza che ne descrive l'effetto è la **quantità di moto**.

La quantità di moto e il suo principio di conservazione permettono di analizzare problemi nei quali l'approccio energetico, da solo, non è sufficiente: gli urti, le esplosioni, le separazioni. Completeremo il quadro con il **momento angolare**, la grandezza che governa il moto rotatorio e la cui conservazione spiega, ad esempio, perché una pattinatrice gira più veloce quando avvicina le braccia al corpo.

9.1. Quantità di moto e impulso

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

9.1.1. Definizione di quantità di moto

Definizione 9.1 — Quantità di moto

La **quantità di moto** di un punto materiale di massa m e velocità $\vec{v}$ è la grandezza vettoriale

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

L'unità di misura nel SI è [kg m/s].

La quantità di moto è un vettore che ha la stessa direzione e lo stesso verso della velocità; il suo modulo vale

$$|\vec{p}| = m |\vec{v}|.$$

Se un corpo è fermo ($\vec{v} = \vec{0}$), la sua quantità di moto è nulla.

Esempio 9.1

Quantità di moto di un'automobile Un'automobile di massa $m = 1200$ kg viaggia a $v = 90$ km/h. Determiniamo il modulo della quantità di moto.

Impostazione algebrica.

$$p = m v$$

Conversione e sostituzione numerica.

$$v = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3.6} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$$

$$p = 1200 \text{ kg} \times 25 \text{ m/s} = 3.0 \times 10^4 \text{ kg m/s}$$

9.1.2. Impulso di una forza

Quando una forza $\vec{F}$ agisce su un corpo per un intervallo di tempo Δt , l'effetto complessivo è descritto dall'**impulso**.

Definizione 9.2 — Impulso

L'**impulso** di una forza costante $\vec{F}$ nell'intervallo Δt è

$$\vec{J} = \vec{F} \Delta t$$

L'unità di misura è [N s], dimensionalmente equivalente a [kg m/s].

Nel caso di una forza variabile nel tempo, l'impulso è l'integrale

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt,$$

che nel grafico F - t corrisponde all'*area* sotto la curva.

9.1.3. Teorema dell'impulso

Teorema 9.1 — Teorema dell'impulso (o della quantità di moto)

L'impulso della forza risultante agente su un punto materiale è uguale alla variazione della sua quantità di moto:

$$\vec{F}_{\text{ris}} \Delta t = \Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

Dimostrazione. Dalla seconda legge di Newton:

$$\vec{F}_{\text{ris}} = m \vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{\text{ris}} \Delta t = m \Delta \vec{v} = \Delta(m \vec{v}) = \Delta \vec{p}.$$

Il teorema dell'impulso è la riformulazione della seconda legge di Newton in termini di quantità di moto: la forza è tanto più grande quanto più rapidamente cambia la quantità di moto. Questa lettura spiega perché, in un incidente stradale, l'airbag “allunga” il tempo di arresto e riduce la forza media sul corpo.

Esempio 9.2

Forza media durante un calcio Un pallone da calcio di massa $m = 0.45 \text{ kg}$, inizialmente fermo, viene calciato e parte con velocità $v_f = 25 \text{ m/s}$. Il contatto piede-pallone dura $\Delta t = 8.0 \times 10^{-3} \text{ s}$. Calcoliamo la forza media.

Impostazione algebrica.

$$F_{\text{media}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m v_f - m v_i}{\Delta t} = \frac{m (v_f - v_i)}{\Delta t}$$

Sostituzione numerica.

$$F_{\text{media}} = \frac{0.45 \text{ kg} \times (25 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s})}{8.0 \times 10^{-3} \text{ s}} = \frac{11.25 \text{ kg m/s}}{8.0 \times 10^{-3} \text{ s}} = 1.4 \times 10^3 \text{ N}$$

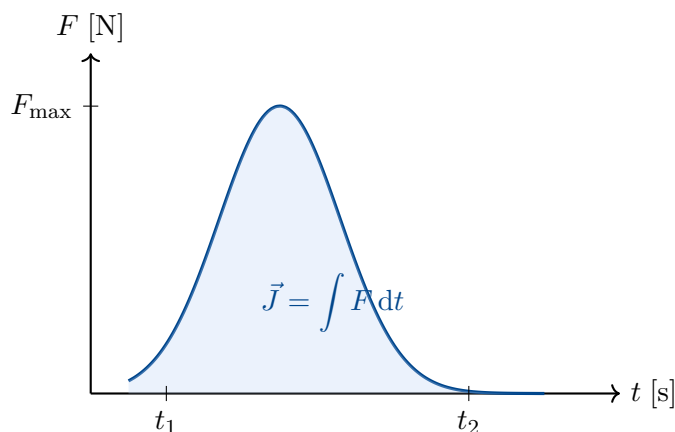


Figura 9.1: Andamento di una forza impulsiva nel tempo. L'area colorata rappresenta il modulo dell'impulso $|\vec{J}|$.

9.2. Conservazione della quantità di moto

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

9.2.1. Sistemi isolati e principio di conservazione

Definizione 9.3 — Sistema isolato

Un **sistema isolato** è un insieme di corpi sui quali la risultante delle forze esterne è nulla:
 $\vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$.

Legge 9.1 — Conservazione della quantità di moto

In un sistema isolato la quantità di moto totale si conserva:

$$\vec{p}_{\text{tot}} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \text{costante}$$

La dimostrazione discende direttamente dalla terza legge di Newton: le forze interne al sistema sono sempre a coppie uguali e opposte; pertanto la loro somma è nulla e la quantità di moto totale non cambia.

Attenzione!

La conservazione della quantità di moto è un principio *vettoriale*: vale componente per componente. Anche se l'energia cinetica varia (come negli urti anelastici), la quantità di moto totale resta costante purché il sistema sia isolato.

9.2.2. Applicazioni: rinculo e propulsione a reazione

Rinculo. Consideriamo un fucile di massa M che spara un proiettile di massa m . Prima dello sparo il sistema è fermo: $\vec{p}_{\text{tot},i} = \vec{0}$. Dopo lo sparo, per la conservazione della quantità di moto:

$$m \vec{v}_p + M \vec{v}_F = \vec{0} \implies \vec{v}_F = -\frac{m}{M} \vec{v}_p.$$

Il segno negativo indica che il fucile rincula nel verso opposto al proiettile.

Esempio 9.3

Rinculo di un fucile Un fucile di massa $M = 4.0 \text{ kg}$ spara un proiettile di massa $m = 12 \text{ g}$ con velocità $v_p = 350 \text{ m/s}$. Calcoliamo la velocità di rinculo.

Impostazione algebrica.

$$v_F = \frac{m}{M} v_p$$

Sostituzione numerica.

$$v_F = \frac{0.012 \text{ kg}}{4.0 \text{ kg}} \times 350 \text{ m/s} = 1.1 \text{ m/s}$$

La velocità di rinculo è sensibilmente inferiore a quella del proiettile, ma percepita dall'utilizzatore come un colpo secco alla spalla.

Propulsione a reazione. Un razzo espelle gas ad alta velocità verso il basso; per la conservazione della quantità di moto, il razzo accelera verso l'alto. Il principio è identico a quello del rinculo, applicato in continuo: la massa del sistema diminuisce nel tempo man mano che il propellente viene espulso.

9.2.3. Esplosioni e separazioni

In un'esplosione le forze interne sono violente ma la risultante delle forze esterne può essere considerata trascurabile durante il breve intervallo dell'esplosione. Pertanto la quantità di moto totale del sistema si conserva:

$$\vec{p}_{\text{tot},i} = \vec{p}_{\text{tot},f}.$$

Se il sistema è inizialmente fermo, i frammenti devono avere quantità di moto che si annullano a vicenda:

$$\sum_i m_i \vec{v}_i = \vec{0}.$$

Esempio 9.4

Esplosione di un petardo su una superficie liscia Un petardo di massa $M = 0.30$ kg, inizialmente fermo su una superficie orizzontale liscia, esplode in due frammenti di massa $m_1 = 0.10$ kg e $m_2 = 0.20$ kg. Il frammento più leggero si muove con velocità $v_1 = 15$ m/s. Determiniamo la velocità del frammento più pesante.

Impostazione algebrica.

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$

Sostituzione numerica.

$$v_2 = -\frac{0.10 \text{ kg}}{0.20 \text{ kg}} \times 15 \text{ m/s} = -7.5 \text{ m/s}$$

Il segno negativo indica che il frammento più pesante si muove in verso opposto, con velocità dimezzata.

9.3. Urti

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

9.3.1. Classificazione degli urti

Un **urto** è un'interazione di breve durata tra due (o più) corpi, durante la quale le forze interne sono molto più intense delle forze esterne: il sistema si può considerare isolato e la quantità di moto totale si conserva.

Definizione 9.4 — Classificazione degli urti

Gli urti si classificano in base alla conservazione dell'energia cinetica:

- **Urto elastico:** si conservano sia la quantità di moto sia l'energia cinetica totale del sistema.
- **Urto anelastico:** si conserva la quantità di moto, ma l'energia cinetica totale diminuisce (parte viene convertita in deformazione, calore, suono...).
- **Urto completamente anelastico:** i due corpi restano attaccati dopo l'urto; la perdita di energia cinetica è massima compatibilmente con la conservazione della quantità di moto.

Attenzione!

In *tutti* i tipi di urto la quantità di moto totale si conserva. Ciò che varia da un tipo all'altro è la conservazione (o meno) dell'energia cinetica.

9.3.2. Urti elastici unidimensionali

Consideriamo due corpi di masse m_1 e m_2 che si muovono lungo una stessa retta con velocità v_{1i} e v_{2i} . Le condizioni dell'urto elastico sono:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (9.1)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (9.2)$$

Risolvendo il sistema si ottengono le velocità finali:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2 m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

$$v_{2f} = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

Casi particolari.

- **Masse uguali** ($m_1 = m_2$): $v_{1f} = v_{2i}$ e $v_{2f} = v_{1i}$; i corpi si “scambiano” le velocità.
- **Bersaglio fermo** ($v_{2i} = 0$) con $m_1 = m_2$: il primo corpo si ferma, il secondo parte con la velocità del primo.
- **Bersaglio molto pesante** ($m_2 \gg m_1$, $v_{2i} = 0$): $v_{1f} \approx -v_{1i}$ (il corpo leggero rimbalza) e $v_{2f} \approx 0$.

Esempio 9.5

Urto elastico tra due sfere Una sfera di massa $m_1 = 2.0 \text{ kg}$ con velocità $v_{1i} = 4.0 \text{ m/s}$ urta elasticamente una sfera di massa $m_2 = 3.0 \text{ kg}$ inizialmente ferma.

Impostazione algebrica (con $v_{2i} = 0$).

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}, \quad v_{2f} = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

Sostituzione numerica.

$$v_{1f} = \frac{2.0 \text{ kg} - 3.0 \text{ kg}}{2.0 \text{ kg} + 3.0 \text{ kg}} \times 4.0 \text{ m/s} = \frac{-1.0 \text{ kg}}{5.0 \text{ kg}} \times 4.0 \text{ m/s} = -0.80 \text{ m/s}$$

$$v_{2f} = \frac{2 \times 2.0 \text{ kg}}{2.0 \text{ kg} + 3.0 \text{ kg}} \times 4.0 \text{ m/s} = \frac{4.0 \text{ kg}}{5.0 \text{ kg}} \times 4.0 \text{ m/s} = 3.2 \text{ m/s}$$

La prima sfera rimbalza indietro; la seconda parte in avanti.

Verifica. Quantità di moto totale: $p_i = 2.0 \text{ kg} \times 4.0 \text{ m/s} = 8.0 \text{ kg m/s}$. $p_f = 2.0 \text{ kg} \times (-0.80 \text{ m/s}) + 3.0 \text{ kg} \times 3.2 \text{ m/s} = -1.6 \text{ kg m/s} + 9.6 \text{ kg m/s} = 8.0 \text{ kg m/s}$. ✓

9.3.3. Urti completamente anelastici

Nell'urto completamente anelastico i due corpi, dopo l'urto, si muovono insieme con velocità v_f comune. L'unica equazione necessaria è la conservazione della quantità di moto:

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

La perdita di energia cinetica è

$$\Delta E_k = E_{c,f} - E_{c,i} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 \right) < 0.$$

Esempio 9.6

Urto completamente anelastico Un'automobile di massa $m_1 = 1000 \text{ kg}$ che viaggia a $v_{1i} = 20 \text{ m/s}$ tampona un furgone di massa $m_2 = 3000 \text{ kg}$ che si muove nello stesso verso a $v_{2i} = 5.0 \text{ m/s}$. I due veicoli restano agganciati.

Impostazione algebrica.

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

Sostituzione numerica.

$$v_f = \frac{1000 \text{ kg} \times 20 \text{ m/s} + 3000 \text{ kg} \times 5.0 \text{ m/s}}{1000 \text{ kg} + 3000 \text{ kg}} = \frac{20\,000 \text{ kg m/s} + 15\,000 \text{ kg m/s}}{4000 \text{ kg}} = 8.8 \text{ m/s}$$

Energia cinetica persa.

$$E_{c,i} = \frac{1}{2} \times 1000 \text{ kg} \times (20 \text{ m/s})^2 + \frac{1}{2} \times 3000 \text{ kg} \times (5.0 \text{ m/s})^2 = 200\,000 \text{ J} + 37\,500 \text{ J} = 2.38 \times 10^5 \text{ J}$$

$$E_{c,f} = \frac{1}{2} \times 4000 \text{ kg} \times (8.8 \text{ m/s})^2 = 1.55 \times 10^5 \text{ J}$$

$$\Delta E_k = 1.55 \times 10^5 \text{ J} - 2.38 \times 10^5 \text{ J} = -8.3 \times 10^4 \text{ J}$$

Circa il 35 % dell'energia cinetica iniziale è stato convertito in deformazione dei veicoli, calore e suono.

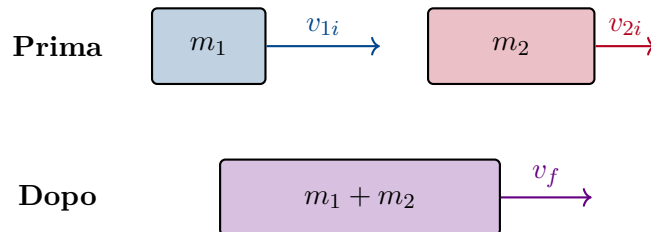


Figura 9.2: Urto completamente anelastico: prima e dopo l'urto i due corpi procedono come un unico sistema.

9.3.4. Urti in due dimensioni

Quando l'urto non è frontale, le velocità finali hanno componenti in due direzioni. La conservazione della quantità di moto si applica *componente per componente*:

$$\begin{cases} m_1 v_{1i,x} + m_2 v_{2i,x} = m_1 v_{1f,x} + m_2 v_{2f,x} \\ m_1 v_{1i,y} + m_2 v_{2i,y} = m_1 v_{1f,y} + m_2 v_{2f,y} \end{cases}$$

Un esempio classico è l'urto tra palle da biliardo, nel quale la palla bersaglio parte lungo una direzione obliqua rispetto alla traiettoria iniziale.

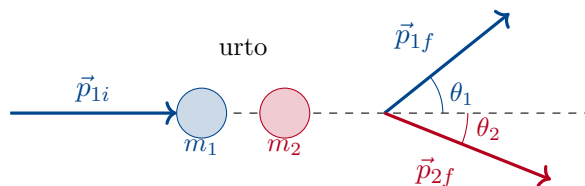


Figura 9.3: Schema di un urto in due dimensioni: le quantità di moto finali formano angoli θ_1 e θ_2 rispetto alla direzione iniziale.

9.4. Momento angolare

[quiz e materiali con l'AI](#)
[flashcard del paragrafo](#)

9.4.1. Momento della quantità di moto momento angolare

Definizione 9.5 — Momento angolare

Il **momento angolare** (o momento della quantità di moto) di un punto materiale, rispetto a un polo O , è il prodotto vettoriale del vettore posizione $\vec{r}$ per la quantità di moto $\vec{p}$:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m \vec{v})$$

L'unità di misura è $[\text{kg m}^2/\text{s}]$.

Il modulo del momento angolare è

$$L = r m v \sin \alpha,$$

dove α è l'angolo tra $\vec{r}$ e $\vec{v}$. La direzione è perpendicolare al piano individuato da $\vec{r}$ e $\vec{v}$ e il verso è dato dalla regola della mano destra.

9.4.2. Momento di una forza

Definizione 9.6 — Momento di una forza (torque)

Il **momento** (o torque) di una forza $\vec{F}$, rispetto a un polo O , è

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

L'unità di misura è $[\text{N m}]$.

Il modulo è $M = r F \sin \alpha$, dove α è l'angolo tra $\vec{r}$ e $\vec{F}$. La quantità $b = r \sin \alpha$ è detta **braccio** della forza rispetto al polo. Pertanto:

$$M = F b.$$

Il legame tra momento di una forza e momento angolare è l'analogo rotazionale della seconda legge di Newton:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$$

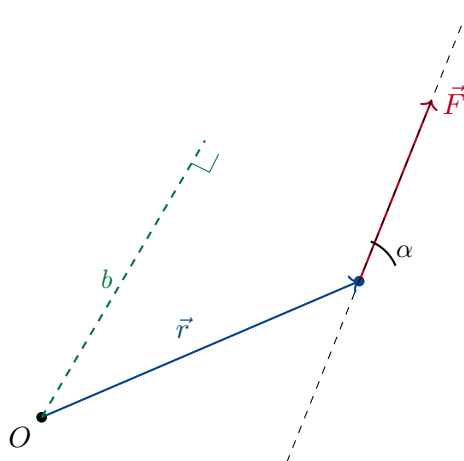


Figura 9.4: Momento di una forza rispetto a un polo O : il braccio b è la distanza dal polo alla retta d'azione della forza.

9.4.3. Conservazione del momento angolare

Legge 9.2 — Conservazione del momento angolare

Se il momento risultante delle forze esterne rispetto a un polo è nullo, il momento angolare del sistema si conserva:

$$\text{se } \vec{M}_{\text{ext}} = \vec{0} \implies \vec{L} = \text{costante}$$

Applicazione: la pattinatrice. Una pattinatrice che ruota su sé stessa con le braccia aperte possiede un certo momento angolare L . Se non agiscono momenti esterni apprezzabili (l'attrito col ghiaccio è molto piccolo), quando avvicina le braccia al corpo la sua distribuzione di massa cambia: la “distanza media” dal corpo diminuisce, e per conservare L la velocità angolare deve aumentare.

In forma compatta, per un sistema che ruota attorno a un asse fisso si può scrivere $L = I \omega$, dove I è il *momento d'inerzia* (che dipende dalla distribuzione di massa) e ω la velocità angolare. Se L è costante:

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f \implies \omega_f = \frac{I_i}{I_f} \omega_i.$$

Riducendo I (braccia al corpo), ω aumenta.

Esempio 9.7

La pattinatrice che accelera la rotazione Una pattinatrice ruota inizialmente con le braccia aperte: il suo momento d'inerzia è $I_i = 4.0 \text{ kg m}^2$ e la velocità angolare è $\omega_i = 2.0 \text{ rad/s}$. Quando raccoglie le braccia, il momento d'inerzia si riduce a $I_f = 1.6 \text{ kg m}^2$. Calcoliamo la nuova velocità angolare.

Impostazione algebrica.

$$\omega_f = \frac{I_i}{I_f} \omega_i$$

Sostituzione numerica.

$$\omega_f = \frac{4.0 \text{ kg m}^2}{1.6 \text{ kg m}^2} \times 2.0 \text{ rad/s} = 5.0 \text{ rad/s}$$

La velocità angolare è aumentata di un fattore 2.5.

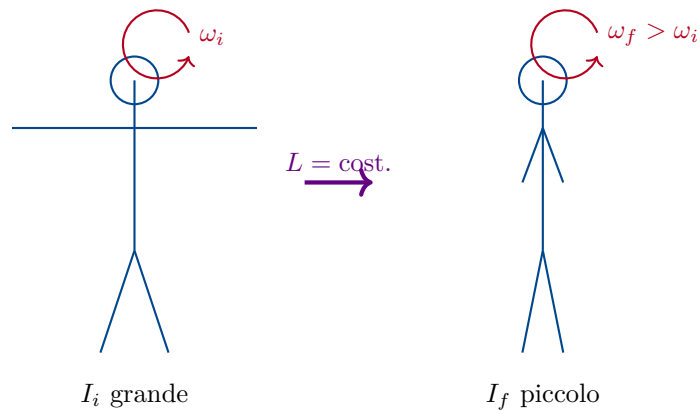


Figura 9.5: Conservazione del momento angolare: quando la pattinatrice avvicina le braccia al corpo (I diminuisce), la velocità angolare ω aumenta per mantenere $L = I\omega$ costante.

Esercizi proposti

Esercizio 9.1

1. Un carrello di massa $m_1 = 5.0 \text{ kg}$ si muove con velocità $v_1 = 3.0 \text{ m/s}$ su un piano orizzontale privo di attrito e urta un secondo carrello fermo di massa $m_2 = 2.0 \text{ kg}$. Se l'urto è *elastico*, determina le velocità dei due carrelli dopo l'urto. [$v_{1f} = 1.3 \text{ m/s}$; $v_{2f} = 4.3 \text{ m/s}$]
2. Due pattinatori su ghiaccio, di masse $m_1 = 70 \text{ kg}$ e $m_2 = 50 \text{ kg}$, sono inizialmente fermi e si spingono l'uno contro l'altro. Se il primo si allontana con velocità $v_1 = 2.0 \text{ m/s}$, qual è la velocità del secondo? [$v_2 = 2.8 \text{ m/s}$]
3. Un proiettile di massa $m = 15 \text{ g}$ si conficca in un blocco di legno di massa $M = 2.5 \text{ kg}$ inizialmente fermo, appeso a un filo (pendolo balistico). Se dopo l'urto il sistema

blocco+proiettile si alza di $h = 12$ cm, determina la velocità iniziale del proiettile.
 $[v_0 \approx 260 \text{ m/s}]$

4. Una granata di massa $M = 5.0$ kg viaggia orizzontalmente a $v = 200$ m/s ed esplode in due frammenti di massa $m_1 = 2.0$ kg e $m_2 = 3.0$ kg. Il frammento m_1 prosegue nella stessa direzione con velocità $v_1 = 350$ m/s. Determina la velocità di m_2 . $[v_2 = 100 \text{ m/s}]$
5. Un disco su un tavolo privo di attrito ruota attorno al proprio centro con velocità angolare $\omega_i = 10$ rad/s e momento d'inerzia $I_i = 0.50 \text{ kg m}^2$. Un anello ($I_a = 0.30 \text{ kg m}^2$), inizialmente fermo, viene appoggiato concentricamente sul disco. Calcola la velocità angolare finale del sistema. $[\omega_f \approx 6.3 \text{ rad/s}]$
6. Una forza costante di 150 N agisce su un corpo di massa $m = 60$ kg inizialmente fermo per un intervallo $\Delta t = 0.40$ s. Calcola l'impulso e la velocità finale del corpo. $[J = 60 \text{ N s}; v_f = 1.0 \text{ m/s}]$

Riepilogo

Quantità di moto — La quantità di moto di un punto materiale è $\vec{p} = m \vec{v}$; si misura in kg m/s.

Impulso — L'impulso di una forza costante è $\vec{J} = \vec{F} \Delta t$; per una forza variabile è l'integrale $\vec{J} = \int \vec{F} dt$.

Teorema dell'impulso — L'impulso della risultante è uguale alla variazione della quantità di moto: $\vec{F}_{\text{ris}} \Delta t = \Delta \vec{p}$.

Conservazione della quantità di moto — In un sistema isolato ($\vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$) la quantità di moto totale si conserva.

Urti elastici — Si conservano sia $\vec{p}_{\text{tot}}$ sia $E_{\text{c,tot}}$.

Urti completamente anelastici — Si conserva $\vec{p}_{\text{tot}}$; i corpi restano uniti e l'energia cinetica diminuisce.

Momento angolare — Il momento angolare rispetto a un polo è $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$; si misura in $\text{kg m}^2/\text{s}$.

Momento di una forza — Il momento (torque) è $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$; il modulo vale $M = F b$, dove b è il braccio.

Conservazione del momento angolare — Se $\vec{M}_{\text{ext}} = \vec{0}$, il momento angolare si conserva: $\vec{L} = \text{costante}$.

Capitolo 10

Meccanica dei fluidi

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Eureka!”

— Archimede di Siracusa, esclamazione attribuita dalla tradizione (Vitruvio, *De architectura*, IX, prefazione)

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

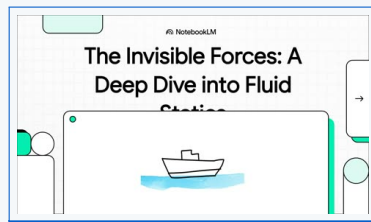
 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

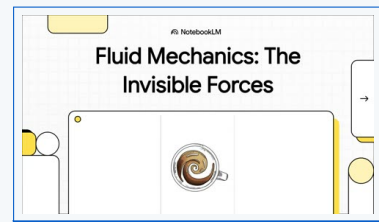
Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



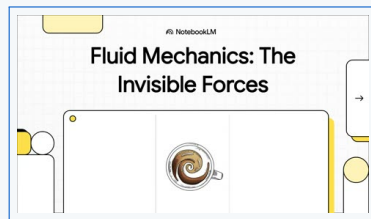
[05 fisica fluidostatica video](#)



[05 La Fisica della Pressione](#)



[22 fisica fluidodinamica video](#)



[22 FR fisica fluidodinamica video](#)



[22 Meccanica dei Fluidi](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Fluidostatica](#)



[Meccanica dei fluidi](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Fluidostatica](#)
- [\[IT\] Fluidodinamica](#)
- [\[IT\] Fluidodinamica](#)
- [\[IT\] Fluidostatica](#)
- [\[EN\] Fluidostatica](#)
- [\[EN\] Principi di Meccanica dei Fluidi](#)
- [\[FR\] Fisica fluidostatica](#)
- [\[FR\] Fisica fluidodinamica](#)
- [\[ES\] Fluidostatica](#)
- [\[ES\] Principi di Meccanica dei Fluidi](#)

10.1. Introduzione motivazionale

[quiz e materiali con l'AI](#)
[flashcard del paragrafo](#)

Fino a questo punto del corso abbiamo studiato corpi rigidi: blocchi che scivolano su piani inclinati, sfere che rotolano, palline che si urtano. Ma il mondo che ci circonda non è fatto solo di solidi: il sangue scorre nelle vene, l'aria avvolge gli aerei e li mantiene in volo, una

zattera sostiene un naufrago, una nave d'acciaio resta a galla. Tutti questi fenomeni hanno in comune il fatto che le sostanze coinvolte — liquidi e gas — non hanno forma propria e si adattano al recipiente che le contiene: sono *fluidi*.

In questo capitolo introdurremo un modello idealizzato, il **fluido ideale**, e svilupperemo gli strumenti necessari a descrivere sia situazioni di quiete (*statica dei fluidi*), sia situazioni di moto (*dinamica dei fluidi*). La grandezza protagonista non sarà più la forza, come nei capitoli precedenti, ma la **pressione**: una quantità scalare che esprime quanto una forza sia “concentrata” su una superficie.

Le idee fondamentali sono notevolmente antiche — Archimede formulò il principio del galleggiamento nel III secolo a.C., Pascal e Torricelli studiarono i fluidi nel XVII secolo, Bernoulli ed Eulero posero nel '700 le basi dell'idrodinamica — eppure descrivono ancora oggi tutto, dal funzionamento di un torchio idraulico alla portanza delle ali di un aereo.

10.2. Modello del fluido ideale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

10.2.1. Densità e peso specifico

Quello che distingue, dal punto di vista meccanico, un fluido dall'altro è la quantità di massa contenuta in un dato volume. Questa proprietà è la **densità di massa** (o semplicemente densità).

Definizione 10.1 — Densità

La **densità** di un corpo è il rapporto fra la sua massa e il suo volume:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Unità SI: $[\rho] = \text{kg/m}^3$, $[m] = \text{kg}$, $[V] = \text{m}^3$.

Valori di riferimento, a temperatura ambiente: acqua pura $\rho_{\text{H}_2\text{O}} \approx 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, aria $\rho_{\text{aria}} \approx 1.20 \text{ kg/m}^3$, ferro $\rho_{\text{Fe}} \approx 7.87 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, mercurio $\rho_{\text{Hg}} \approx 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. L'aria, alle condizioni ordinarie, è circa mille volte meno densa dell'acqua: un fatto che, come vedremo, ha conseguenze importanti.

Strettamente legato alla densità è il **peso specifico**, definito come il peso per unità di volume:

$$\gamma = \frac{P}{V} = \rho g$$

Unità SI: $[\gamma] = \text{N/m}^3$, $[\rho] = \text{kg/m}^3$, $[g] = \text{m/s}^2$.

Per l'acqua, $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} \approx 9.81 \times 10^3 \text{ N/m}^3$.

10.2.2. Definizione di pressione

Se appoggiamo un mattone di piatto sulla sabbia, o lo poggiamo su uno spigolo, la forza-peso esercitata sulla sabbia è la stessa, ma l'effetto è molto diverso: nel secondo caso il mattone affonda. La differenza è nell'*area di contatto*.

Definizione 10.2 — Pressione

Quando una forza F agisce *perpendicolarmente* a una superficie di area A , la **pressione** esercitata vale:

$$p = \frac{F}{A}$$

Unità SI: $[p] = \text{Pa}$, $[F] = \text{N}$, $[A] = \text{m}^2$.

La pressione è una grandezza *scalare*.

L'unità di misura della pressione nel Sistema Internazionale è il **pascal**, indicato con Pa e definito da $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$. Il pascal è una unità “piccola”: la pressione atmosferica al livello del mare vale circa $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ (centomila pascal!). Per comodità si usano frequentemente multipli e unità non-SI:

- **Bar:** $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$ (poco meno di una atmosfera);
- **Atmosfera tecnica:** $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ (valore standard al livello del mare);
- **Millimetro di mercurio (Torr):** $1 \text{ mmHg} \approx 133.3 \text{ Pa}$ (usata in medicina per la pressione arteriosa).

Attenzione!

Pressione e forza non sono la stessa cosa. Una forza grande non corrisponde necessariamente a una pressione grande, né viceversa. Una donna con i tacchi a spillo, di massa molto minore di un elefante, esercita sul pavimento — per la piccolissima area dei tacchi — una pressione superiore a quella dell'elefante a piedi nudi.

10.2.3. Ipotesi del modello di fluido ideale

Per ottenere un modello matematicamente trattabile faremo le seguenti ipotesi semplificative.

- **Fluido incompressibile:** la densità ρ è costante, indipendente dalla pressione. Per i liquidi è un'ottima approssimazione (l'acqua, sotto 200 atmosfere, riduce il proprio volume di meno dell'1 %); per i gas è valida solo per piccole variazioni di pressione.
- **Fluido non viscoso:** non c'è attrito interno fra strati adiacenti del fluido. Trascuriamo cioè la *viscosità*.
- **Flusso stazionario:** la velocità del fluido in ciascun punto dello spazio non dipende dal tempo. La configurazione del flusso è descritta da *linee di corrente* (traiettorie delle particelle) che non cambiano forma nel tempo.
- **Flusso irrotazionale:** le particelle del fluido non ruotano su se stesse (assenza di vortici).

Sono *idealizzazioni*: ogni fluido reale è in qualche misura viscoso e comprimibile, e nei flussi reali compaiono vortici e turbolenze. Tuttavia, il modello ideale dà risultati corretti in moltissime situazioni di interesse pratico, e i suoi limiti sono ben noti.

10.3. Statica dei fluidi

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

10.3.1. Pressione idrostatica

Consideriamo un recipiente contenente un liquido in quiete. Su un punto situato a profondità h sotto la superficie libera agiscono il peso della colonna di liquido sovrastante e, sulla superficie libera, la pressione atmosferica p_0 . Isolando una colonna di liquido di sezione A e altezza h e imponendone l'equilibrio verticale, la pressione sulla sua base inferiore deve sostenere la pressione atmosferica più il peso del liquido sovrastante:

$$p A = p_0 A + (\rho A h) g \implies p = p_0 + \rho g h.$$

Legge 10.1 — Pressione idrostatica

In un fluido incompressibile in quiete, la pressione a profondità h sotto una superficie libera vale:

$$p = p_0 + \rho g h$$

Unità SI: $[p] = [p_0] = \text{Pa}$, $[\rho] = \text{kg/m}^3$, $[g] = \text{m/s}^2$, $[h] = \text{m}$.

dove p_0 è la pressione sulla superficie libera.

Da questa relazione discendono alcune conseguenze fondamentali:

- la pressione aumenta *linearmente* con la profondità: a ogni 10 m di acqua si aggiunge circa 1 atm;
- la pressione *non dipende* dalla forma del recipiente né dalla quantità totale di liquido: a parità di profondità h , è la stessa in un sottile capillare e in un grande bacino;
- in un punto interno del fluido, la pressione è uguale in tutte le direzioni (proprietà isotropa).

10.3.2. Legge di Stevino e vasi comunicanti

La relazione $p = p_0 + \rho g h$ è nota come **legge di Stevino** (Simon Stevin, fine XVI sec.). Una sua conseguenza spettacolare è il principio dei **vasi comunicanti**: due (o più) recipienti collegati alla base e contenenti lo stesso liquido raggiungono, all'equilibrio, lo stesso livello, indipendentemente dalla loro forma o sezione (figura 10.1).

Negli **tubi a U** (manometri) si misurano differenze di pressione: se i due rami contengono liquidi di densità diversa — per esempio acqua e mercurio — l'equilibrio si raggiunge a livelli differenti, e il dislivello Δh permette di ricavare la differenza di pressione applicata. Il

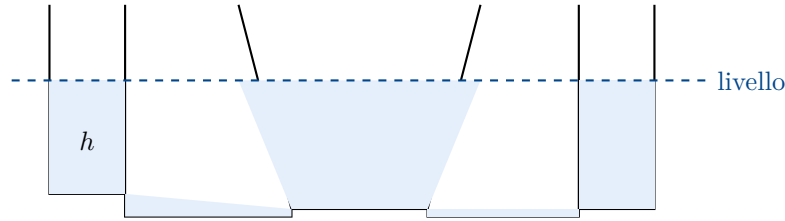


Figura 10.1: Vasi comunicanti: il liquido raggiunge la stessa quota in tutti i recipienti collegati, qualunque sia la loro forma. La pressione sul fondo dipende solo dalla profondità h e non dalla quantità di liquido soprastante.

barometro a mercurio di Torricelli (1644) è basato sullo stesso principio: una colonna di mercurio alta circa 760 mm ha un peso che bilancia la pressione atmosferica.

10.3.3. Principio di Pascal e torchio idraulico

Legge 10.2 — Principio di Pascal

In un fluido incompressibile in quiete, una variazione di pressione applicata in un punto si trasmette *integralmente e istantaneamente* a tutti i punti del fluido e a tutte le pareti del recipiente.

Conseguenza tecnologica enorme: il **torchio idraulico**. Due pistoni di area A_1 e A_2 comunicano attraverso un fluido incompressibile (figura 10.2). Applicando una forza F_1 al pistone piccolo, si genera nel fluido una pressione aggiuntiva $\Delta p = F_1/A_1$; questa pressione si trasmette al pistone grande, dove produce una forza:

$$F_2 = (\Delta p) A_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

Unità SI: $[F_1] = [F_2] = \text{N}$, $[A_1] = [A_2] = \text{m}^2$.

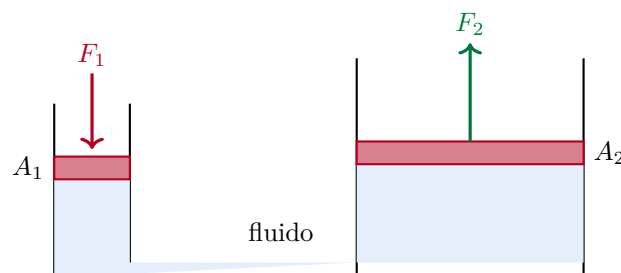


Figura 10.2: Torchio idraulico: una piccola forza F_1 applicata al pistone di area A_1 si trasmette, per il principio di Pascal, come pressione uniforme nel fluido e si trasforma in una forza $F_2 = F_1 A_2/A_1$ sul pistone grande.

Se $A_2 = 100 A_1$, una forza di 10 N sul pistone piccolo solleva un peso di 1000 N sul pistone grande. Il “guadagno” meccanico è enorme, ma non gratis: per la conservazione del volume di fluido (incompressibile), il pistone grande si sposta di un tratto 100 volte minore del pistone

piccolo. In termini energetici, il lavoro fatto sul pistone piccolo eguaglia il lavoro restituito dal pistone grande: $F_1 \Delta s_1 = F_2 \Delta s_2$.

Sul principio di Pascal funzionano i freni delle automobili, le sollevatrici idrauliche, le presse industriali, le poltrone da dentista, gli esoscheletri industriali.

10.3.4. Principio di Archimede

Immergiamo un corpo solido in un fluido in quiete. La pressione, che aumenta con la profondità, agisce sulle superfici del corpo: sulla faccia inferiore (più profonda) la pressione è maggiore che sulla faccia superiore. La risultante delle forze di pressione, diretta verso l'alto, prende il nome di **spinta di Archimede**.

Legge 10.3 — Principio di Archimede

Un corpo immerso, totalmente o parzialmente, in un fluido riceve una spinta verticale verso l'alto di modulo uguale al peso del fluido spostato:

$$F_A = \rho_{\text{fluido}} V_{\text{imm}} g$$

$$\text{Unità SI: } [F_A] = \text{N}, \quad [\rho] = \text{kg/m}^3, \quad [V_{\text{imm}}] = \text{m}^3, \quad [g] = \text{m/s}^2.$$

dove V_{imm} è il volume di fluido spostato (cioè il volume della parte di corpo immersa).

Dimostrazione. Consideriamo, per semplicità, un parallelepipedo di base A e altezza H immerso verticalmente in un fluido, con la faccia superiore a profondità h . La pressione sulla faccia superiore vale $p_{\text{sup}} = p_0 + \rho g h$; quella sulla faccia inferiore vale $p_{\text{inf}} = p_0 + \rho g (h + H)$. Le forze laterali si bilanciano per simmetria. La risultante verticale è

$$F_A = (p_{\text{inf}} - p_{\text{sup}}) A = \rho g H A = \rho g V,$$

con $V = A H$. Lo stesso ragionamento, applicato all'integrale delle pressioni su una superficie chiusa arbitraria, vale per qualsiasi forma del corpo.

10.3.5. Galleggiamento e affondamento

Su un corpo immerso in un fluido agiscono due forze verticali: il peso $\vec{F}_P$, diretto verso il basso, e la spinta di Archimede F_A , diretta verso l'alto. Indicando con V_c il volume del corpo, ρ_c la sua densità e ρ_f quella del fluido, si ha:

$$P = \rho_c V_c g, \quad F_A = \rho_f V_{\text{imm}} g.$$

Il confronto fra P e F_A determina il comportamento del corpo:

- **Galleggia** se $\rho_c < \rho_f$: il corpo emerge fino a quando il volume immerso V_{imm} è tale che $F_A = P$ (equilibrio sulla superficie). Una nave d'acciaio galleggia perché la sua densità *media*, includendo i grandi vuoti interni, è minore di quella dell'acqua.
- **Affonda** se $\rho_c > \rho_f$: la spinta non basta a compensare il peso e il corpo scende.

- **Equilibrio indifferente** (sospensione) se $\rho_c = \rho_f$: il corpo resta sospeso a qualsiasi profondità. È il principio dei sottomarini, che variano il proprio volume effettivo immettendo o espellendo acqua dai serbatoi di zavorra.

Per un corpo galleggiante, dall'equilibrio $\rho_c V_c g = \rho_f V_{\text{imm}} g$ si ricava la **frazione immersa**:

$$\frac{V_{\text{imm}}}{V_c} = \frac{\rho_c}{\rho_f}.$$

Per un iceberg in acqua di mare, $\rho_{\text{ghiaccio}}/\rho_m \approx 0.92/1.03 \approx 0.89$: circa l'89% del volume dell'iceberg è sommerso, da cui il proverbio della “punta dell'iceberg”.

10.3.6. Peso apparente e pressione atmosferica

Un corpo completamente immerso in un fluido si sente *più leggero*: una bilancia (o un dinamometro) posta sotto al corpo legge un **peso apparente**:

$$P_{\text{app}} = P - F_A = (\rho_c - \rho_f) V_c g.$$

Per un corpo galleggiante in equilibrio, $P_{\text{app}} = 0$; per un subacqueo, di densità prossima a quella dell'acqua, il peso apparente in mare è quasi nullo — ed è il motivo per cui ci si muove con sforzo molto ridotto sott'acqua.

L'**atmosfera terrestre** è essa stessa un fluido (un gas) che esercita pressione: ogni punto sulla superficie terrestre è “immerso” in una colonna d'aria che si estende per decine di chilometri. La pressione atmosferica al livello del mare vale circa $p_{\text{atm}} \approx 1.013 \times 10^5$ Pa e diminuisce con la quota: nei primi 5 km il calo è di circa 1.2×10^4 Pa ogni 1 km. Per quote modeste (qualche centinaio di metri) si può approssimare con $p(z) \approx p_{\text{atm}} - \rho_{\text{aria}} g z$ — ma la densità dell'aria a sua volta cambia con la quota, e l'approssimazione perde validità oltre il chilometro.

Un **aerostato** (mongolfiera o dirigibile) sale finché la spinta di Archimede dell'aria sul pallone — che dipende dalla densità dell'aria circostante — eguaglia il peso totale del sistema (pallone, involucro, equipaggio, zavorra). Riscaldando l'aria interna, la sua densità diminuisce e quindi diminuisce anche il peso totale: la spinta in eccesso fa salire il pallone.

10.4. Dinamica dei fluidi ideali

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Passiamo a considerare un fluido in movimento. Sfrutteremo per intero le ipotesi del modello ideale: incomprimibilità, assenza di viscosità, flusso stazionario e irrotazionale.

10.4.1. Portata e regimi di moto

In una sezione A di un condotto, se il fluido la attraversa con velocità v (uniforme nella sezione), il volume di fluido che la attraversa in un intervallo Δt è $V = A v \Delta t$. Di conseguenza:

Definizione 10.3 — Portata volumica

La **portata** (volumica) attraverso una sezione di un condotto è il volume di fluido che la attraversa nell'unità di tempo:

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = A v$$

Unità SI: $[Q] = \text{m}^3/\text{s}$, $[A] = \text{m}^2$, $[v] = \text{m}/\text{s}$.

In ambito tecnico si usano spesso litri al secondo o litri al minuto: $1 \text{ L}/\text{s} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$. Un secondo concetto importante è il *regime di moto*.

- **Laminare:** il fluido scorre in strati paralleli ben definiti; le linee di corrente non si intersecano. È il regime tipico delle basse velocità o dei fluidi viscosi.
- **Turbolento:** il moto è caotico, con vortici di varie dimensioni; le linee di corrente non sono più ben definite. È il regime tipico delle alte velocità o di geometrie complicate (curve strette, ostacoli).

Il passaggio dall'uno all'altro è governato dal **numero di Reynolds**, un parametro adimensionale:

$$\text{Re} = \frac{\rho v d}{\eta},$$

dove d è una lunghezza caratteristica (per esempio il diametro del tubo) e η è la viscosità del fluido (in pascal-secondo, Pa·s). Empiricamente, $\text{Re} \lesssim 2000$ corrisponde a moto laminare, $\text{Re} \gtrsim 4000$ a moto turbolento; nell'intervallo intermedio il moto è instabile.

Nel modello di fluido ideale ($\eta = 0$) il numero di Reynolds è formalmente infinito: il modello descrive bene la situazione laminare a viscosità trascurabile, ma non può prevedere l'insorgere della turbolenza.

10.4.2. Equazione di continuità

Consideriamo un fluido incompressibile che scorre in regime stazionario lungo un condotto la cui sezione varia. Per la conservazione della massa, la stessa quantità di fluido che entra da un'estremità deve uscire dall'altra: la portata Q è quindi costante lungo il condotto.

Legge 10.4 — Equazione di continuità

In un fluido incompressibile in regime stazionario, il prodotto sezione per velocità è costante lungo il condotto:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Unità SI: $[A] = \text{m}^2$, $[v] = \text{m}/\text{s}$; il prodotto Av è in m^3/s .

Conseguenza intuitiva: *dove il condotto si restringe il fluido accelera, dove si allarga rallenta*. È la ragione per cui chiudendo con il pollice l'uscita di una manichetta da giardino il getto schizza più lontano: riducendo l'area di uscita, la velocità aumenta. Lo stesso principio

spiega perché i fiumi corrono più veloci nei tratti stretti e rocciosi e più lenti dove l'alveo si allarga.

10.4.3. Teorema di Bernoulli

Combinando il principio di conservazione dell'energia con le ipotesi del fluido ideale, si ottiene una delle relazioni più importanti della fluidodinamica, dovuta a Daniel Bernoulli (1738).

Legge 10.5 — Teorema di Bernoulli

Lungo una linea di corrente di un fluido ideale in regime stazionario, la quantità

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{costante}$$

Unità SI: tutti i termini in Pa; $[\rho] = \text{kg/m}^3$, $[v] = \text{m/s}$, $[g] = \text{m/s}^2$, $[h] = \text{m}$.

rimane invariata, dove p è la pressione, ρ la densità, v il modulo della velocità del fluido e h l'altezza del punto rispetto a un livello di riferimento.

Ognuno dei tre termini ha le dimensioni di un'energia per unità di volume:

- p — **termine di pressione** (lavoro che il fluido può compiere per spostarsi);
- $\frac{1}{2} \rho v^2$ — **termine cinetico** (energia cinetica per unità di volume);
- $\rho g h$ — **termine gravitazionale** (energia potenziale per unità di volume).

Applicato a due punti 1 e 2 lungo la stessa linea di corrente, il teorema fornisce:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2.$$

Due casi particolari molto usati nella pratica:

- **Condotta orizzontale** ($h_1 = h_2$): la pressione diminuisce dove la velocità aumenta, $p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$.
- **Fluido in quiete** ($v_1 = v_2 = 0$): si ritrova la legge di Stevino, $p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2$.

Attenzione!

Limiti del teorema Il teorema di Bernoulli vale solo per fluidi *incomprimibili*, *non viscosi*, in regime *stazionario*, e *lungo una linea di corrente*. In presenza di viscosità (per esempio in un tubo lungo) c'è dissipazione e la somma $p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h$ *diminuisce* nel verso del flusso. Per un gas in moto a velocità prossime a quella del suono interviene anche la comprimibilità.

10.4.4. Applicazioni del teorema di Bernoulli

Effetto Venturi. In un condotto orizzontale ($h_1 = h_2$) dove la sezione si restringe da A_1 a $A_2 < A_1$, la velocità aumenta ($v_2 > v_1$ per la continuità) e di conseguenza la pressione *diminuisce* ($p_2 < p_1$). Il fenomeno è alla base di nebulizzatori, pompe a vuoto (pompa di

Bunsen, usata nei laboratori di chimica), tubi di Venturi (strumenti per misurare la portata in una condotta).

Portanza di un'ala. Il profilo dell'ala di un aereo è asimmetrico: l'aria che fluisce sopra l'ala percorre, in regime stazionario, una traiettoria più lunga, e per questo lo fa a velocità maggiore di quella che fluisce sotto. La pressione sopra è dunque minore di quella sotto: la differenza di pressione genera una forza netta verso l'alto, la **portanza**. La descrizione completa è più sottile (entrano in gioco anche la *circolazione* dell'aria attorno al profilo e l'*angolo di attacco*), ma il teorema di Bernoulli ne coglie il meccanismo essenziale.

Pompa di Bunsen e spruzzatori. L'acqua (o l'aria) che attraversa una strozzatura a velocità elevata genera una depressione locale; questa “aspira” un fluido secondario attraverso un foro laterale. Gli spruzzatori per profumi, gli aerografi, i carburatori dei motori a scoppio (oggi sostituiti dagli iniettori, ma usati per decenni) si basano tutti su questa idea.

Effetto Magnus. Una palla in rotazione che si muove in un fluido trascina con sé uno strato di fluido: su un lato della palla la velocità di trascinamento si somma a quella del fluido incidente, sull'altro lato si sottrae. La differenza di velocità si traduce, per Bernoulli, in una differenza di pressione, e quindi in una forza laterale perpendicolare al moto. È la “curva” delle palle da tennis e da calcio “tagliate”, e il funzionamento dei rotori cilindrici di Flettner usati su alcune navi sperimentali per sfruttare il vento come propulsione ausiliaria.

10.5. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 10.1

Pressione sul fondo di una piscina Una piscina contiene acqua per una profondità $h = 2.5$ m. Determiniamo la pressione totale sul fondo, assumendo pressione atmosferica $p_0 = 1.013 \times 10^5$ Pa e $\rho = 1.00 \times 10^3$ kg/m³.

Impostazione algebrica.

$$p = p_0 + \rho g h.$$

Sostituzione numerica.

$$\begin{aligned} p &= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} + 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 2.5 \text{ m} \\ &= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} + 2.45 \times 10^4 \text{ Pa} = 1.26 \times 10^5 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

Il contributo idrostatico è circa il 24 % della pressione atmosferica.

Esempio 10.2

Torchio idraulico per il sollevamento di un'auto Un torchio idraulico ha pistoni di area $A_1 = 5.0$ cm² e $A_2 = 500$ cm². Quale forza F_1 è necessaria sul pistone piccolo per sollevare un'auto di massa $m = 1500$ kg posata sul pistone grande?

Impostazione. Il peso da sollevare è $F_2 = m g$. Dal principio di Pascal:

$$F_1 = F_2 \frac{A_1}{A_2}.$$

Sostituzione numerica.

$$F_2 = 1500 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 = 1.47 \times 10^4 \text{ N},$$

$$F_1 = 1.47 \times 10^4 \text{ N} \cdot \frac{5.0}{500} = 147 \text{ N}.$$

Una forza poco superiore a quella necessaria per sollevare ordinariamente una massa di 15 kg.

Esempio 10.3

Galleggiamento di un cubo di legno Un cubo di legno di lato $L = 10 \text{ cm}$ e densità $\rho_l = 700 \text{ kg/m}^3$ galleggia in acqua dolce ($\rho_a = 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$). Calcoliamo la profondità di immersione h_{imm} del cubo.

Impostazione. All'equilibrio, $P = F_A$:

$$\rho_l L^3 g = \rho_a L^2 h_{\text{imm}} g \implies h_{\text{imm}} = L \frac{\rho_l}{\rho_a}.$$

Sostituzione numerica.

$$h_{\text{imm}} = 10 \text{ cm} \cdot \frac{700 \text{ kg/m}^3}{1000 \text{ kg/m}^3} = 7.0 \text{ cm}.$$

Il cubo emerge per 3.0 cm, coerentemente con $\rho_l < \rho_a$.

Esempio 10.4

Equazione di continuità in un irrigatore Un tubo di sezione $A_1 = 4.0 \text{ cm}^2$ porta acqua a velocità $v_1 = 1.5 \text{ m/s}$. All'estremità si trova un beccuccio di sezione $A_2 = 0.50 \text{ cm}^2$. Calcoliamo la velocità v_2 del getto in uscita.

Impostazione. Dall'equazione di continuità $A_1 v_1 = A_2 v_2$:

$$v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2}.$$

Sostituzione numerica.

$$v_2 = 1.5 \text{ m/s} \cdot \frac{4.0 \text{ cm}^2}{0.50 \text{ cm}^2} = 12 \text{ m/s}.$$

Notiamo che, per il rapporto, sezioni nelle stesse unità (qui cm^2) si possono usare senza conversione.

Esempio 10.5

Tubo a strozzatura (Bernoulli + continuità) In un tubo orizzontale di sezione $A_1 = 20 \text{ cm}^2$ scorre acqua a velocità $v_1 = 2.0 \text{ m/s}$ e pressione $p_1 = 1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$. Il tubo si restringe a $A_2 = 5.0 \text{ cm}^2$. Calcoliamo velocità v_2 e pressione p_2 nella strozzatura.

Velocità in 2 (continuità).

$$v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2} = 2.0 \text{ m/s} \cdot \frac{20 \text{ cm}^2}{5.0 \text{ cm}^2} = 8.0 \text{ m/s}.$$

Pressione in 2 (Bernoulli, $h_1 = h_2$).

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2).$$

$$\begin{aligned} p_2 &= 1.5 \times 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \cdot 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot [(2.0 \text{ m/s})^2 - (8.0 \text{ m/s})^2] \\ &= 1.5 \times 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \cdot 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot (-60 \text{ m}^2/\text{s}^2) \\ &= 1.5 \times 10^5 \text{ Pa} - 3.0 \times 10^4 \text{ Pa} = 1.2 \times 10^5 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

La pressione diminuisce di $3.0 \times 10^4 \text{ Pa}$ nella strozzatura, in accordo con l'effetto Venturi.

10.6. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 10.1

- Una sfera di metallo di volume $V = 200 \text{ cm}^3$ e massa $m = 1.80 \text{ kg}$ è completamente immersa in acqua ($\rho = 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$). Calcola la spinta di Archimede sulla sfera e il suo peso apparente. $[F_A = 1.96 \text{ N}; P_{\text{app}} = 15.7 \text{ N}]$
- Una piattaforma è a profondità $h = 30 \text{ m}$ sotto il livello del mare. Quale pressione (totale) sopporta? Si assuma acqua di mare con $\rho = 1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ e $p_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$. $[p = 4.04 \times 10^5 \text{ Pa}]$
- Un sub di massa $m = 80 \text{ kg}$ ha un volume corporeo $V = 82 \text{ L}$. In acqua di mare ($\rho_m = 1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$), galleggia o affonda? Calcola il peso apparente. [galleggia con leggera spinta in eccesso; $P_{\text{app}} \approx -43 \text{ N}$]
- Un torchio idraulico ha pistoni di diametri $d_1 = 2.0 \text{ cm}$ e $d_2 = 20 \text{ cm}$. Quale forza minima è necessaria sul pistone piccolo per sollevare un carico di massa 500 kg posato sul pistone grande? $[F_1 \approx 49 \text{ N}]$
- Da un foro praticato a profondità $h = 1.6 \text{ m}$ nel fianco di un grande serbatoio aperto all'atmosfera esce acqua. Usando il teorema di Bernoulli fra superficie e foro (legge di Torricelli), calcola la velocità di efflusso. $[v = \sqrt{2gh} \approx 5.6 \text{ m/s}]$
- In un tubo orizzontale, l'acqua scorre con velocità $v_1 = 3.0 \text{ m/s}$ a pressione $p_1 = 2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$. Il tubo si restringe e, nella nuova sezione, la velocità sale a $v_2 = 12 \text{ m/s}$.

Calcola la pressione p_2 .

$$[p_2 \approx 1.33 \times 10^5 \text{ Pa}]$$

7. Un iceberg ha densità $\rho_g = 0.917 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$; galleggia in acqua di mare di densità $\rho_m = 1.025 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Quale frazione di volume emerge dal pelo dell'acqua? $[V_{\text{em}}/V \approx 10.5 \text{ \%}]$
8. In un manometro a U un ramo è esposto all'aria ($p_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$) e l'altro è collegato a un serbatoio alla pressione p_x . Il dislivello del mercurio è $\Delta h = 15.0 \text{ cm}$, con il livello più alto nel ramo collegato al serbatoio (depressione). Sapendo che $\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, calcola p_x . $[p_x \approx 8.13 \times 10^4 \text{ Pa}]$
9. Una conduttura porta acqua dal piano terra al quinto piano di un edificio, con un dislivello $\Delta h = 15 \text{ m}$. Al piano terra la velocità del flusso è 1.0 m/s e la pressione è $3.5 \times 10^5 \text{ Pa}$. Al quinto piano la sezione si è dimezzata. Calcola velocità e pressione al quinto piano (trascura la viscosità). $[v_2 = 2.0 \text{ m/s}; p_2 \approx 2.0 \times 10^5 \text{ Pa}]$
10. Quale densità deve avere un materiale perché un cubo omogeneo emerga, in acqua dolce, esattamente per la metà del proprio lato? $[\rho = 500 \text{ kg/m}^3]$

10.7. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Densità e peso specifico — $\rho = m/V$ (in kg/m^3); $\gamma = \rho g$ (in N/m^3). La densità caratterizza un fluido indipendentemente dalla quantità.

Pressione — $p = F/A$, scalare; si misura in pascal ($\text{Pa} = \text{N/m}^2$). Unità tecniche ricorrenti: bar, atmosfera, mmHg.

Ipotesi del fluido ideale — incompressibile, non viscoso, con flusso stazionario e irrotazionale. Idealizzazione utile per descrivere liquidi e gas in molte situazioni di interesse.

Pressione idrostatica (legge di Stevino) — $p = p_0 + \rho g h$: la pressione aumenta linearmente con la profondità e non dipende dalla forma del recipiente. Conseguenza: *vasi comunicanti* (stesso liquido, stessa quota).

Principio di Pascal — una variazione di pressione in un punto di un fluido incompressibile si trasmette integralmente a tutti i punti del fluido. Applicazione: *torchio idraulico*, $F_2 = F_1 A_2/A_1$.

Principio di Archimede — $F_A = \rho_{\text{fluido}} V_{\text{imm}} g$: la spinta verso l'alto è uguale al peso del fluido spostato. Determina *galleggiamento* ($\rho_c < \rho_f$), *affondamento* ($\rho_c > \rho_f$), *sospensione* ($\rho_c = \rho_f$). Frazione immersa di un corpo galleggiante: $V_{\text{imm}}/V_c = \rho_c/\rho_f$.

Portata — $Q = A v$, in m^3/s . Regime laminare/turbolento distinto dal numero di Reynolds $\text{Re} = \rho v d/\eta$.

Equazione di continuità — $A_1 v_1 = A_2 v_2$ in un fluido incompressibile: dove la sezione si restringe la velocità aumenta.

Teorema di Bernoulli — $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{costante}$ lungo una linea di corrente di un fluido ideale stazionario. È la conservazione dell'energia per unità di volume; ogni termine si misura in pascal.

Applicazioni di Bernoulli — effetto Venturi (depressione nelle strozzature), portanza dell'ala, pompa di Bunsen e spruzzatori, effetto Magnus sulle palle in rotazione.

Capitolo 11

Oscillazioni e onde meccaniche

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Tutte le vibrazioni del medesimo pendolo, quanto si vogliano grandi, quanto piccole, vengono fatte in tempi uguali fra di loro.”

— Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, 1638

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Onde e suono](#)



[Il suono](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Onde e suono](#)
- [\[EN\] Principi di Onde e Suono](#)
- [\[FR\] Fisica onde e acustica](#)
- [\[ES\] Principi di Onde e Suono](#)

11.1. Introduzione motivazionale

[quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Una corda di chitarra pizzicata, un pendolo che oscilla, l'altalena di un parco giochi, il moto di un atomo di un cristallo attorno alla propria posizione di equilibrio, i battiti del cuore: in tutti questi fenomeni una grandezza fisica varia nel tempo in modo *periodico*, ripetendosi identicamente a intervalli regolari. Il modello matematico che descrive la più semplice e più importante di queste situazioni è l'**oscillatore armonico**.

Quando l'oscillazione si trasmette da un punto a un altro di un mezzo elastico — la corda, l'aria, l'acqua, la roccia — nasce un'**onda meccanica**. Le onde meccaniche sono il modo in cui parliamo (suono), sentiamo i terremoti (onde sismiche), osserviamo le increspature di uno stagno. In questo capitolo costruiremo i concetti necessari per trattare entrambi i fenomeni e ne vedremo applicazioni acustiche; gli strumenti che svilupperemo — ampiezza, frequenza, lunghezza d'onda, fase, interferenza — tornano poi quasi inalterati nello studio delle onde elettromagnetiche e, in modo profondamente analogo, nella descrizione quantistica della materia.

11.2. L'oscillatore armonico

[quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

11.2.1. Sistema massa-molla come oscillatore armonico

Consideriamo un corpo di massa m vincolato a un piano orizzontale liscio (attrito trascurabile) e collegato a una parete fissa tramite una molla ideale di costante elastica k (figura 11.1). Indichiamo con x la posizione del corpo, misurata dalla posizione di equilibrio (molla a riposo).

La molla esercita sul corpo una forza descritta dalla **legge di Hooke**:

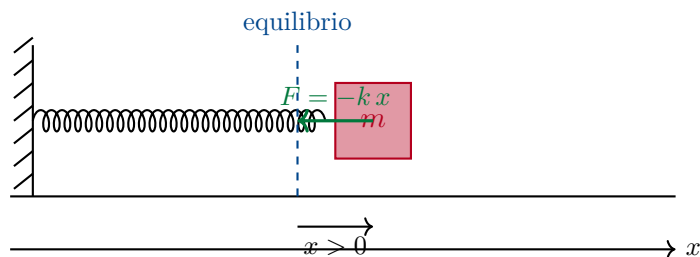


Figura 11.1: Sistema massa-molla orizzontale. La forza elastica $F = -kx$ è sempre diretta verso la posizione di equilibrio (forza di richiamo): è positiva quando $x < 0$, negativa quando $x > 0$.

$$F = -kx$$

Unità SI: $[F] = \text{N}$, $[k] = \text{N/m}$, $[x] = \text{m}$.

Il segno meno è essenziale: la forza è sempre diretta *verso* la posizione di equilibrio, ed è perciò chiamata *forza di richiamo*. Tanto più il corpo si allontana dall'equilibrio, tanto più la molla lo “richiama” indietro.

Applicando il secondo principio della dinamica, $F = ma$, e ricordando che l'accelerazione è la derivata seconda della posizione, $a = \frac{d^2x}{dt^2}$:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \implies \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Definendo la **pulsazione angolare**

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

l'equazione del moto diventa la forma standard dell'oscillatore armonico, che approfondiremo nel paragrafo successivo.

Definizione 11.1 — Periodo di un sistema massa-molla

Il periodo (di cui daremo la definizione precisa più avanti) di un sistema massa-molla ideale vale:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Unità SI: $[T] = \text{s}$, $[m] = \text{kg}$, $[k] = \text{N/m}$.

Si noti un fatto sorprendente: il periodo *non dipende* dall'ampiezza dell'oscillazione, ma solo dalla massa e dalla costante elastica. Tutte le oscillazioni di un dato sistema massa-molla hanno la stessa durata, qualunque sia il loro “estensione”. È l'**isocronismo**, una proprietà che vedremo essere caratteristica di tutti gli oscillatori armonici.

11.2.2. Equazione del moto armonico

Generalizzando il risultato del massa-molla, chiamiamo **oscillatore armonico** qualsiasi sistema fisico la cui coordinata $x(t)$ soddisfa l'equazione differenziale:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

Unità SI: $[x] = \text{m}$, $[\omega] = \text{rad/s}$; il primo membro è in m/s^2 .

La soluzione generale di questa equazione è una funzione sinusoidale del tempo:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Unità SI: $[x] = [A] = \text{m}$, $[\omega] = \text{rad/s}$, $[t] = \text{s}$, $[\varphi] = \text{rad}$.

Verifichiamo che $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ è effettivamente soluzione: derivando una prima volta, $\frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$, e una seconda volta, $\frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$. Sostituendo nell'equazione (11.2.2) otteniamo un'identità: la funzione la soddisfa per ogni valore di A e φ .

Velocità e accelerazione si ricavano per derivazione:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi), \quad a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Velocità e posizione sono in *quadratura* (sfasate di $\pi/2$): quando uno è massimo l'altra è nulla, e viceversa. Accelerazione e posizione sono invece in *opposizione di fase* (π): se la posizione è massima a destra, l'accelerazione è massima a sinistra.

11.2.3. Periodo, frequenza, ampiezza, fase

Nella soluzione $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ compaiono tre costanti, ciascuna con un significato fisico preciso.

- L'**ampiezza** A è il massimo spostamento dalla posizione di equilibrio. Si misura in metri (in generale, nelle unità della grandezza che oscilla).
- La **pulsazione angolare** ω determina la rapidità dell'oscillazione. Si misura in rad/s (talvolta scritto come $1/\text{s}$, dato che il radiante è adimensionale).
- La **fase iniziale** φ fissa lo stato del sistema all'istante $t = 0$: $x(0) = A \cos \varphi$.

A partire da ω si definiscono due quantità di uso comune.

Definizione 11.2 — Periodo e frequenza

Il **periodo** T è l'intervallo di tempo dopo il quale l'oscillazione si ripete identicamente; la **frequenza** f è il numero di oscillazioni complete nell'unità di tempo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Unità SI: $[T] = \text{s}$, $[f] = \text{Hz}$, $[\omega] = \text{rad/s}$; $1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$.

L'**hertz** (Hz) è il nome dell'unità di frequenza nel SI; un hertz corrisponde a un'oscillazione completa al secondo. Una nota musicale “la” centrale di un pianoforte vibra a $f = 440 \text{ Hz}$; il battito cardiaco a riposo è di circa 1 Hz .

11.2.4. Energia dell'oscillatore armonico

Per un sistema massa-molla orizzontale (gravità ininfluyente) l'energia meccanica totale è la somma di energia cinetica ed energia potenziale elastica:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2, \quad U_{\text{el}} = \frac{1}{2} k x^2.$$

Sostituendo le espressioni di $x(t)$ e $v(t)$:

$$E_k(t) = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi),$$

$$U_{\text{el}}(t) = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi).$$

Ricordando che $\omega^2 = k/m$, si ha $\frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} k A^2$, e di conseguenza:

$$E_{\text{tot}} = E_k(t) + U_{\text{el}}(t) = \frac{1}{2} k A^2 [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2} k A^2.$$

Legge 11.1 — Energia totale dell'oscillatore armonico

L'energia meccanica totale di un oscillatore armonico ideale è costante e proporzionale al quadrato dell'ampiezza:

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k A^2$$

Unità SI: $[E] = \text{J}$, $[k] = \text{N/m}$, $[A] = \text{m}$.

Durante il moto, energia cinetica e potenziale si trasformano continuamente l'una nell'altra: agli estremi ($x = \pm A$) la velocità è nulla e l'energia è tutta potenziale; nel centro ($x = 0$) la velocità è massima ($v_{\text{max}} = A\omega$) e l'energia è tutta cinetica.

11.2.5. Pendolo semplice

Un **pendolo semplice** è costituito da un corpo di massa m sospeso a un filo inestensibile di lunghezza L e massa trascurabile. Scostato dall'equilibrio di un angolo θ , il corpo è soggetto al peso mg : la componente tangenziale alla traiettoria, che costituisce la forza di richiamo, vale $F_\tau = -mg \sin \theta$. La traiettoria è un arco di circonferenza di raggio L , e dunque lo

spostamento lungo la traiettoria è $s = L\theta$. Il secondo principio scritto lungo la tangente:

$$m L \frac{d^2\theta}{dt^2} = -m g \sin \theta \implies \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta.$$

Per **piccole oscillazioni** ($\theta \lesssim 10^\circ$, ovvero $\theta \lesssim 0.17$ rad) vale l'approssimazione $\sin \theta \approx \theta$, e l'equazione si riduce a quella di un oscillatore armonico:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta,$$

con pulsazione $\omega = \sqrt{g/L}$.

Legge 11.2 — Periodo del pendolo semplice (piccole oscillazioni)

Per piccole oscillazioni, il periodo di un pendolo semplice vale:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Unità SI: $[T] = \text{s}$, $[L] = \text{m}$, $[g] = \text{m/s}^2$.

Notiamo due fatti rimarchevoli:

- il periodo *non dipende dalla massa*: pendoli di legno o di piombo, della stessa lunghezza, oscillano con lo stesso periodo (lo verificò Galileo, ed è il fondamento dell'*equivalenza fra massa inerziale e massa gravitazionale*);
- il periodo *non dipende dall'ampiezza* delle oscillazioni (purché siano piccole): isocronismo. È la proprietà che fece del pendolo il regolatore di precisione degli orologi meccanici fino all'avvento dei quarzi.

11.3. Onde meccaniche

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

11.3.1. Propagazione di un'oscillazione in un mezzo

Se in un punto di un mezzo elastico una grandezza fisica (ad esempio la posizione di una particella di corda, o la pressione locale dell'aria) viene fatta oscillare, ogni particella del mezzo trasmette l'oscillazione alle particelle vicine, attraverso le forze di legame elastico. Si genera così una **perturbazione** che si propaga nel mezzo: questa è un'**onda meccanica**.

Attenzione!

L'onda trasporta energia, non materia. Nell'onda meccanica le particelle del mezzo *oscillano* attorno alla propria posizione di equilibrio, ma non si spostano in modo netto nel verso di propagazione. Quello che si propaga è la *configurazione di oscillazione* — e con essa energia e quantità di moto — non la materia che la sostiene. Un sughero galleggiante

sulle increspature di uno stagno sale e scende ma non viene trascinato in avanti dall'onda.

Le onde meccaniche, a differenza delle onde elettromagnetiche, hanno *bisogno di un mezzo materiale* per propagarsi: nel vuoto non esistono. La velocità di propagazione dipende dalle proprietà elastiche e dalla densità del mezzo. Per una corda tesa di tensione F e densità lineare $\mu = m/L$ vale:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Unità SI: $[v] = \text{m/s}$, $[F] = \text{N}$, $[\mu] = \text{kg/m}$.

Per una corda di chitarra, regolare la tensione (con le chiovette) modifica la velocità di propagazione delle onde lungo la corda, e di conseguenza l'altezza della nota emessa: più la corda è tesa, più la velocità è alta, più la frequenza emessa è acuta.

11.3.2. Onde longitudinali e onde trasversali

In base alla direzione in cui le particelle del mezzo oscillano, rispetto a quella di propagazione dell'onda, si distinguono due tipi fondamentali.

- **Onde trasversali:** le particelle oscillano *perpendicolarmente* alla direzione di propagazione. Esempi: le onde su una corda tesa, le increspature sull'acqua (in prima approssimazione), le onde elettromagnetiche (dove a oscillare non sono particelle ma vettori campo).
- **Onde longitudinali:** le particelle oscillano *parallelamente* alla direzione di propagazione, in compressioni e rarefazioni successive. Il caso più importante è il *suono nei gas e nei liquidi*. Nei solidi le onde sismiche includono sia componenti longitudinali (onde P) sia trasversali (onde S).

Le onde sull'acqua sono, a rigore, miste: le particelle descrivono piccole orbite circolari, con componente sia verticale (trasversale) sia orizzontale (longitudinale). Per la nostra trattazione, considereremo onde puramente trasversali o puramente longitudinali.

11.3.3. Lunghezza d'onda, periodo, velocità di propagazione

Una **onda armonica** è un'onda la cui forma è descritta da una funzione seno (o coseno). Una sua “fotografia” a un istante fissato mostra il classico profilo sinusoidale (figura 11.2).

Le grandezze caratteristiche di un'onda armonica sono:

- l'**ampiezza** A , massimo spostamento dalla posizione di equilibrio (in metri, per un'onda di spostamento; in pascal per un'onda di pressione; etc.);
- la **lunghezza d'onda** λ , distanza spaziale fra due punti consecutivi nello stesso stato di oscillazione (in m);
- il **periodo** T , intervallo di tempo dopo cui un punto del mezzo ritorna nello stesso stato di oscillazione (in s);
- la **frequenza** $f = 1/T$ (in Hz).

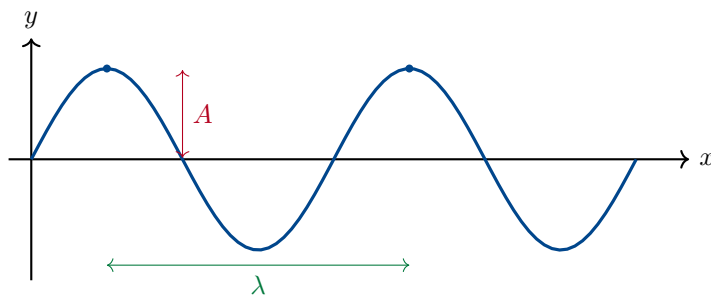


Figura 11.2: Profilo di un'onda armonica a un istante fissato. L'**ampiezza** A è il massimo spostamento dalla posizione di equilibrio; la **lunghezza d'onda** λ è la distanza fra due massimi successivi (o, equivalentemente, fra due punti consecutivi nello stesso stato di oscillazione).

Le tre grandezze λ , T , v sono legate dalla relazione fondamentale: nell'intervallo di un periodo, l'onda avanza di una lunghezza d'onda, perciò:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Unità SI: $[v] = \text{m/s}$, $[\lambda] = \text{m}$, $[T] = \text{s}$, $[f] = \text{Hz}$.

Da questa relazione, fissato il mezzo (e quindi v): a frequenza alta corrisponde lunghezza d'onda piccola, e viceversa.

11.3.4. Equazione dell'onda armonica

La forma matematica completa di un'onda armonica progressiva, che si propaga nel verso positivo dell'asse x , è:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

Unità SI: $[A] = \text{m}$, $[k] = \text{rad/m}$, $[\omega] = \text{rad/s}$, $[\varphi] = \text{rad}$.

dove A è l'ampiezza, φ una costante di fase, e si introducono due nuovi parametri:

- il **numero d'onda** $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, misurato in rad/m, che esprime la “frequenza spaziale” dell'onda;
- la **pulsazione angolare** $\omega = \frac{2\pi}{T}$, misurata in rad/s, già nota dall'oscillatore armonico.

In termini di k e ω , la velocità di propagazione si scrive:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

Un'onda che si propaga nel verso *negativo* dell'asse x si descrive con $y(x, t) = A \sin(kx + \omega t + \varphi)$: cambia il segno del termine temporale. In generale, ogni segno indica un verso di propagazione opposto.

11.4. Onde acustiche

11.4.1. Natura delle onde acustiche

Il **suono** è un'onda meccanica *longitudinale*, costituita da successive compressioni e rarefazioni del mezzo (aria, acqua, solido). Una sorgente sonora — la membrana di un altoparlante, le corde vocali, una corda di violino — mette in oscillazione le particelle del mezzo vicino; queste, urtandosi a vicenda, trasmettono l'oscillazione: si propaga una variazione locale di pressione che chiamiamo onda sonora.

L'orecchio umano è sensibile alle onde acustiche di frequenza compresa tra circa 20 Hz e 20 kHz (più realisticamente fino a 16 kHz in età adulta). Le onde di frequenza inferiore a 20 Hz si dicono **infrasuoni**; quelle di frequenza superiore a 20 kHz **ultrasuoni**. I pipistrelli usano ultrasuoni fino a 100 kHz per ecolocalizzazione; le balene comunicano con infrasuoni che si propagano per migliaia di chilometri negli oceani.

11.4.2. Velocità del suono nei diversi mezzi

La velocità di propagazione del suono dipende dalle proprietà elastiche del mezzo e dalla sua densità. In linea di principio, v aumenta con le forze di legame intermolecolari (e quindi con la rigidità) e diminuisce con la densità; nei solidi e nei liquidi prevale il primo effetto, e il suono è molto più veloce che nei gas.

Valori di riferimento:

- in aria a 20 °C: $v \approx 343 \text{ m/s}$ (circa 1230 km/h);
- in acqua dolce: $v \approx 1480 \text{ m/s}$;
- nell'acciaio: $v \approx 5100 \text{ m/s}$;
- nel ghiaccio: $v \approx 3200 \text{ m/s}$.

Nell'aria, la velocità del suono dipende dalla temperatura (approssimativamente, $v \approx 331 \text{ m/s} + 0.60 \text{ m/s} \cdot T/^{\circ}\text{C}$), ma non dalla pressione atmosferica (per gas ideale).

Esempio 11.1

Stima della distanza di un fulmine Vedi un lampo e, dopo $\Delta t = 6.0 \text{ s}$, senti il tuono. Trascurando il tempo di propagazione della luce (istantaneo sulla scala di un temporale), la distanza del fulmine è $d \approx v \Delta t = 343 \text{ m/s} \cdot 6.0 \text{ s} \approx 2.1 \text{ km}$. Regola pratica: “ogni 3 s di ritardo, un chilometro”.

11.4.3. Caratteristiche del suono: altezza, intensità, timbro

Una sorgente sonora reale, ad esempio uno strumento musicale, emette contemporaneamente onde di frequenze diverse, in proporzioni caratteristiche dello strumento. La percezione che ne abbiamo è sintetizzata in tre proprietà.

- **Altezza:** è la percezione della *frequenza*. Suoni acuti (es. fischio) hanno frequenze elevate; suoni gravi (es. tuono) hanno frequenze basse. Un raddoppio della frequenza corrisponde, in musica, a un'ottava.
- **Intensità:** è la percezione dell'*ampiezza* dell'onda. Si quantifica oggettivamente come potenza per unità di superficie (W/m^2), o sulla scala soggettiva in **decibel** (dB), una scala logaritmica.
- **Timbro:** è la qualità sonora che permette di distinguere un violino da un pianoforte quando suonano la stessa nota alla stessa intensità. Dipende dalla *composizione spettrale* del suono: ogni nota emessa da uno strumento contiene, oltre alla *frequenza fondamentale*, una serie di *armoniche superiori* (multipli interi della fondamentale) in proporzioni che identificano lo strumento.

Altezza, intensità e timbro sono qualità *soggettive*, basate sulla risposta fisiologica dell'orecchio; le grandezze fisiche sottostanti (frequenza, ampiezza, spettro) sono invece oggettive e misurabili.

11.5. Fenomeni ondulatori

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Le onde, a differenza dei corpi materiali, possono *sovrapporsi* nello stesso punto dello spazio nello stesso istante. Quando due onde si incontrano, non rimbalzano l'una sull'altra né si fermano: si sommano, danno luogo a una nuova configurazione, e poi proseguono inalterate. È il **principio di sovrapposizione**, una proprietà caratteristica delle onde.

11.5.1. Interferenza come fenomeno ondulatorio caratteristico

Legge 11.3 — Principio di sovrapposizione

In un punto in cui giungono contemporaneamente due o più onde, lo spostamento totale è la somma algebrica degli spostamenti che ciascuna onda produrrebbe da sola.

Il fenomeno che ne deriva si chiama **interferenza**. Considerate due sorgenti S_1, S_2 che emettono onde armoniche della stessa frequenza e in fase fra loro. In un punto P arrivano due onde con una *differenza di cammino* $\Delta d = d_2 - d_1$. Se le onde percorrono la stessa lunghezza ($\Delta d = 0$) arrivano in fase e si sommano costruttivamente; se la differenza di cammino vale mezza lunghezza d'onda ($\Delta d = \lambda/2$), arrivano in opposizione di fase e si annullano.

11.5.2. Interferenza costruttiva e distruttiva

In generale, due onde armoniche della stessa frequenza si combinano in modo che dipende dalla loro differenza di fase $\Delta\varphi$ nel punto considerato:

- **Interferenza costruttiva:** $\Delta\varphi = 2n\pi$ (con n intero), equivalente a differenza di cammino $\Delta d = n\lambda$. Le ampiezze si sommano: l'onda risultante ha ampiezza $A_1 + A_2$. Per onde di uguale ampiezza, l'intensità risultante è massima e pari a quattro volte quella di un'onda singola.

- **Interferenza distruttiva:** $\Delta\varphi = (2n + 1)\pi$, equivalente a differenza di cammino $\Delta d = (n + \frac{1}{2})\lambda$. Le onde si oppongono: per ampiezze uguali, l'onda risultante è nulla.

I punti dello spazio in cui si verifica interferenza costruttiva formano una rete di **massimi**; quelli in cui si verifica interferenza distruttiva, una rete di **minimi**. La figura risultante è detta **figura di interferenza** e costituisce la firma sperimentale del comportamento ondulatorio della grandezza considerata.

Esempio 11.2

Sale silenziose e cuffie noise-cancelling In una sala da concerto, posizioni specifiche dell'ascoltatore possono trovarsi in punti di interferenza distruttiva fra le onde dirette e le riflessioni dalle pareti: si crea un “buco” acustico. Il principio opposto è usato nelle cuffie attive a riduzione del rumore: il rumore ambientale viene captato da un microfono, invertito di fase, e sovrapposto al suono che arriva all'orecchio. Le due onde, in opposizione di fase, interferiscono distruttivamente: il rumore si annulla.

11.5.3. Battimenti

Se due onde sonore di frequenze f_1 e f_2 *leggermente diverse* ($|f_1 - f_2|$ piccola rispetto a f_1, f_2) si sovrappongono, l'orecchio percepisce un suono di intensità che varia periodicamente: fenomeno detto **battimenti**. Senza addentrarsi nei dettagli formali (le somme di funzioni trigonometriche con frequenze vicine si possono riscrivere come prodotto di una funzione a frequenza media e una a frequenza differenza), il risultato è che la frequenza con cui l'intensità si gonfia e si sgonfia (*frequenza di battimento*) vale:

$$f_{\text{batt}} = |f_1 - f_2|$$

Unità SI: $[f_{\text{batt}}] = \text{Hz}$, $[f_1] = [f_2] = \text{Hz}$.

I battimenti sono lo strumento principale per **accordare uno strumento musicale** a orecchio: si fa suonare la nota di riferimento e la nota da accordare; se le due frequenze differiscono, si sentono battimenti. Regolando la tensione della corda o la lunghezza del tubo si rallentano i battimenti, fino a farli sparire: a quel punto le due frequenze coincidono.

11.6. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 11.3

Periodo e frequenza di un sistema massa-molla Una massa $m = 0.50 \text{ kg}$ è collegata a una molla di costante elastica $k = 200 \text{ N/m}$. Calcoliamo pulsazione, periodo e frequenza dell'oscillazione.

Impostazione.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad f = \frac{1}{T}.$$

Sostituzione numerica.

$$\omega = \sqrt{\frac{200 \text{ N/m}}{0.50 \text{ kg}}} = 20 \text{ rad/s},$$

$$T = \frac{2\pi}{20 \text{ rad/s}} \approx 0.314 \text{ s},$$

$$f = \frac{1}{T} \approx 3.18 \text{ Hz}.$$

Esempio 11.4

Energia di un oscillatore Un oscillatore massa-molla con $k = 150 \text{ N/m}$ oscilla con ampiezza $A = 8.0 \text{ cm}$. Calcoliamo l'energia meccanica totale e la velocità massima della massa, se $m = 0.30 \text{ kg}$.

Energia totale.

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \cdot 150 \text{ N/m} \cdot (0.080 \text{ m})^2 = 0.48 \text{ J}.$$

Velocità massima. Nel punto di equilibrio, tutta l'energia è cinetica: $\frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = E_{\text{tot}}$, da cui

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2 E_{\text{tot}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.48 \text{ J}}{0.30 \text{ kg}}} \approx 1.79 \text{ m/s}.$$

Esempio 11.5

Periodo di un pendolo Un pendolo è lungo $L = 1.0 \text{ m}$. Calcoliamo il periodo delle piccole oscillazioni.

Impostazione.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Sostituzione.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1.0 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} \approx 2.01 \text{ s}.$$

Un pendolo di un metro batte il secondo in andata e ritorno: era il principio degli orologi a pendolo da parete.

Esempio 11.6

Lunghezza d'onda di una nota musicale Calcoliamo la lunghezza d'onda nell'aria ($v = 343 \text{ m/s}$) della nota la centrale ($f = 440 \text{ Hz}$).

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343 \text{ m/s}}{440 \text{ Hz}} \approx 0.78 \text{ m}.$$

Le lunghezze d'onda del suono udibile spaziano da circa 17 m (a 20 Hz) a circa 1.7 cm (a 20 kHz).

Esempio 11.7

Battimenti per l'accordatura Un diapason emette la nota la a $f_1 = 440$ Hz. Una corda di chitarra, suonata insieme al diapason, produce 3 battimenti al secondo. Quale è la frequenza della corda?

Soluzione. $f_{\text{batt}} = |f_1 - f_2| = 3$ Hz implica $f_2 = f_1 \pm 3$ Hz, ovvero 443 Hz oppure 437 Hz. Per distinguere fra i due casi, si tende ulteriormente la corda: se i battimenti aumentano, la frequenza era già sopra il riferimento (443 Hz); se diminuiscono, era sotto (437 Hz).

11.7. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 11.1

- Una molla di costante elastica $k = 80$ N/m sostiene, oscillando verticalmente, una massa $m = 0.20$ kg. Trascurando l'attrito, calcola periodo e frequenza delle oscillazioni. [$T \approx 0.314$ s; $f \approx 3.18$ Hz]
- Un corpo di massa $m = 0.50$ kg oscilla con ampiezza $A = 10$ cm attaccato a una molla di costante $k = 50$ N/m. Determina la velocità massima del corpo durante l'oscillazione. [$v_{\text{max}} = A\omega = 1.0$ m/s]
- Un pendolo è lungo $L = 50$ cm. Calcola il periodo delle piccole oscillazioni e la frequenza corrispondente. [$T \approx 1.42$ s; $f \approx 0.705$ Hz]
- Quale deve essere la lunghezza di un pendolo perché batta il secondo (cioè perché un'oscillazione completa duri 2.0 s)? [$L \approx 0.994$ m]
- Un'onda armonica in aria ha frequenza $f = 2.0$ kHz; la velocità del suono vale 340 m/s. Calcola la lunghezza d'onda e il numero d'onda k . [$\lambda \approx 0.17$ m; $k \approx 37$ rad/m]
- Un'onda su una corda è descritta da $y(x, t) = 0.020$ m $\sin \left[(4.0 \text{ rad/m}) x - (30 \text{ rad/s}) t \right]$. Determina ampiezza, lunghezza d'onda, periodo, frequenza e velocità di propagazione. [$A = 2.0$ cm; $\lambda \approx 1.57$ m; $T \approx 0.209$ s; $f \approx 4.77$ Hz; $v = 7.5$ m/s]
- Una corda di chitarra di massa 4.0 g e lunghezza 65 cm è tesa con una tensione $F = 82$ N. Calcola la velocità di propagazione delle onde lungo la corda. [$v \approx 115$ m/s]
- Un sub vede balenare un lampo nel cielo e sente il tuono $\Delta t = 2.5$ s dopo. A quale distanza è scoppiato il fulmine? ($v = 343$ m/s.) [$d \approx 858$ m]
- Due altoparlanti, disposti uno accanto all'altro, emettono in fase un suono di frequenza $f = 686$ Hz ($v = 343$ m/s). Un ascoltatore si trova davanti a essi a uguale distanza: interferenza costruttiva o distruttiva? Se ora si sposta in modo che la sua distanza dai due altoparlanti differisca di 25 cm, cosa sente? [costruttiva nel primo caso (in fase); distruttiva nel secondo, perché $\lambda = 0.50$ m e $\Delta d = \lambda/2$]
- Due diapason emettono note di frequenze 256 Hz e 260 Hz. Quale fenomeno percepisce un ascoltatore? Quale ne è la frequenza? [battimenti a $f_{\text{batt}} = 4.0$ Hz]

11.8. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)**Riepilogo**

Oscillatore armonico — È un sistema la cui coordinata $x(t)$ soddisfa $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$, con soluzione $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$. Un sistema massa-molla con forza $F = -kx$ è il prototipo: ha pulsazione $\omega = \sqrt{k/m}$ e periodo $T = 2\pi\sqrt{m/k}$.

Periodo e frequenza — $T = 2\pi/\omega$, $f = 1/T = \omega/(2\pi)$; unità: s e Hz. Per un oscillatore armonico ideale il periodo non dipende dall'ampiezza (isocronismo).

Energia — L'energia meccanica totale è $E_{\text{tot}} = \frac{1}{2}kA^2$ e si conserva. Si trasforma ciclicamente da cinetica (massima in $x = 0$) a potenziale (massima in $x = \pm A$).

Pendolo semplice (piccole oscillazioni) — $T = 2\pi\sqrt{L/g}$: il periodo non dipende dalla massa né (approssimativamente) dall'ampiezza.

Onda meccanica — Perturbazione che si propaga in un mezzo elastico. Le particelle del mezzo oscillano attorno alla posizione di equilibrio: l'onda trasporta *energia*, non materia. Velocità su una corda tesa: $v = \sqrt{F/\mu}$.

Trasversale vs longitudinale — Trasversale: oscillazione perpendicolare alla propagazione (corda, onde EM). Longitudinale: oscillazione parallela alla propagazione (suono in gas e liquidi).

Onda armonica — $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$, con numero d'onda $k = 2\pi/\lambda$ e pulsazione $\omega = 2\pi/T$. Relazione fondamentale: $v = \lambda f = \omega/k$.

Onde acustiche — Suono = onda longitudinale di pressione, udibile fra 20 Hz e 20 kHz. Velocità in aria a 20°C: ≈ 343 m/s; in acqua ≈ 1480 m/s; in acciaio ≈ 5100 m/s. Caratteristiche soggettive: *altezza* (frequenza), *intensità* (ampiezza), *timbro* (spettro).

Principio di sovrapposizione — Lo spostamento in un punto è la somma algebrica degli spostamenti delle singole onde.

Interferenza — Costruttiva se $\Delta d = n\lambda$ ($\Delta\varphi = 2n\pi$): le ampiezze si sommano. Distruttiva se $\Delta d = (n + \frac{1}{2})\lambda$ ($\Delta\varphi = (2n + 1)\pi$): le ampiezze si annullano. È la firma sperimentale del comportamento ondulatorio.

Battimenti — Sovrapposizione di due onde di frequenze vicine f_1, f_2 : l'intensità varia con frequenza $f_{\text{batt}} = |f_1 - f_2|$. Strumento principe per l'accordatura a orecchio.

Capitolo 12

Termodinamica

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“L’energia dell’universo è costante. L’entropia dell’universo tende a un massimo.”

— Rudolf Clausius, 1865

 [Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro](#) 

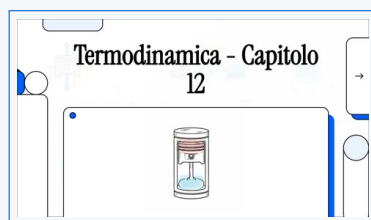
 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

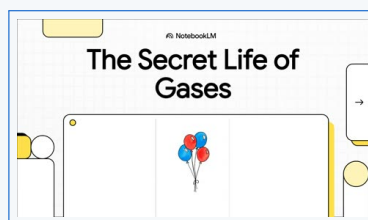
 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

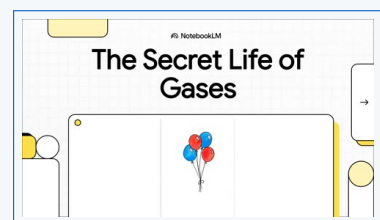
Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



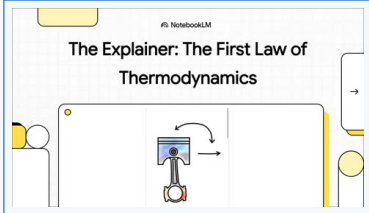
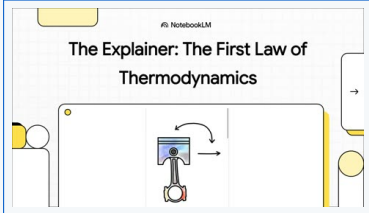
[12 video sulla termodinamica](#)



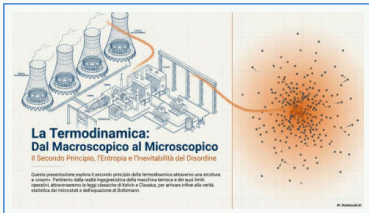
[23 fisica gas video](#)



[FR fisica gas video](#)

 Il Mondo Nascosto dei Gas	 The Explainer: The First Law of Thermodynamics	 The Explainer: The First Law of Thermodynamics
23 Il Mondo Nascosto dei Gas	24 fisica termodinamica primo principio video	FR fisica termodinamica primo principio video
 Prima Legge Termodinamica	 The Universe's Toughest Rule	 The Universe's Toughest Rule
Prima Legge Termodinamica	25 fisica termodinamica secondo e terzo principio video	FR fisica termodinamica secondo e terzo principio video
 La Legge dello Spreco		
La Legge dello Spreco		

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)

 Proprietà e Comportamento dei Gas Dal Macroscopico al Microscopico	 Dinamica e Termodinamica: La Teoria Cinetica Molecolare Dal caos microscopico all'ordine macroscopico	 Il Primo Principio della Termodinamica Dall'energia interna alle trasformazioni di stato: un bilancio energetico dell'universo.
Meccanica e leggi dei gas	Teoria cinetica dei gas	Primo principio termodinamica
 La Termodinamica: Dal Macroscopico al Microscopico Il Secondo Principio, l'Entropia e l'Inevitabilità del Disordine		
Secondo principio termodinamica		

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

-  [\[IT\] Leggi dei gas](#)
-  [\[IT\] Primo principio della termodinamica](#)
-  [\[IT\] Secondo principio della termodinamica](#)
-  [\[IT\] Leggi dei gas](#)
-  [\[IT\] Primo principio della termodinamica](#)

-  [\[IT\] Secondo principio della termodinamica](#)
-  [\[EN\] Proprieta e Comportamento dei Gas](#)
-  [\[EN\] Il Primo Principio della Termodinamica](#)
-  [\[EN\] La Termodinamica Secondo e Terzo Principio](#)
-  [\[FR\] Fisica gas](#)
-  [\[FR\] Fisica termodinamica primo principio](#)
-  [\[FR\] Fisica termodinamica secondo e terzo principio](#)
-  [\[ES\] Proprieta e Comportamento dei Gas](#)
-  [\[ES\] Primo Principio della Termodinamica](#)
-  [\[ES\] La Termodinamica Secondo e Terzo Principio](#)

La termodinamica è la teoria fisica che si occupa degli scambi di energia fra sistemi macroscopici, in particolare degli scambi che avvengono sotto forma di *calore* e di *lavoro*. Storicamente è nata nell'Ottocento dallo studio delle macchine a vapore: l'esigenza pratica di costruire motori sempre più efficienti ha portato Sadi Carnot, Rudolf Clausius, William Thomson (lord Kelvin) e Ludwig Boltzmann a formulare due principi che oggi consideriamo fra i pilastri di tutta la fisica.

I due principi rispondono a due domande complementari. Il *primo principio* stabilisce un bilancio energetico: l'energia di un sistema isolato si conserva, ma può cambiare forma. Il *secondo principio* stabilisce invece il *verso* naturale dei processi: non tutte le trasformazioni compatibili con il primo principio avvengono spontaneamente. Una tazza di caffè bollente si raffredda, ma una tazza tiepida non diventa bollente da sola sottraendo calore all'aria circostante, anche se questo processo non violerebbe la conservazione dell'energia.

In questo capitolo costruiremo gli strumenti concettuali e formali per descrivere queste idee. Partiremo dalla nozione di sistema termodinamico (§12.1), introdurremo le grandezze *calore* ed *energia interna* (§12.2), enunceremo il primo principio (§12.3), studieremo il modello del gas ideale e le sue trasformazioni notevoli (§12.4) e arriveremo infine al secondo principio e alla nozione di entropia (§12.5). Tutte le formule del capitolo sono numerate progressivamente (12.1, 12.2, ...) e raccolte nel *Formulario di termodinamica* a fine capitolo, dove di ciascuna formula sono esplicitate le variabili con le loro unità di misura SI.

12.1. Sistema termodinamico e processi

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

12.1.1. Sistema, ambiente, universo termodinamico

In meccanica abbiamo studiato singoli punti materiali o piccoli insiemi di corpi. In termodinamica l'oggetto di studio è invece un *sistema macroscopico*: una porzione di materia composta da un numero enorme di particelle (per fissare le idee, 10^{23} molecole in una mole di gas), descritta da poche variabili globali come pressione, volume, temperatura.

Definizione 12.1 — Sistema, ambiente, universo termodinamico

Si chiama *sistema termodinamico* la regione di spazio (o la porzione di materia) che si decide di studiare. Tutto ciò che è esterno al sistema e che può interagire con esso costituisce l'*ambiente*. L'unione di sistema e ambiente è detta *universo termodinamico*.

La separazione fra sistema e ambiente è una scelta dell'osservatore: lo stesso recipiente di gas può essere considerato il sistema (se ne studiamo la temperatura) oppure parte dell'ambiente (se studiamo invece un termometro immerso al suo interno). Quello che conta è che, una volta scelta, la separazione sia mantenuta coerentemente in tutto il ragionamento.

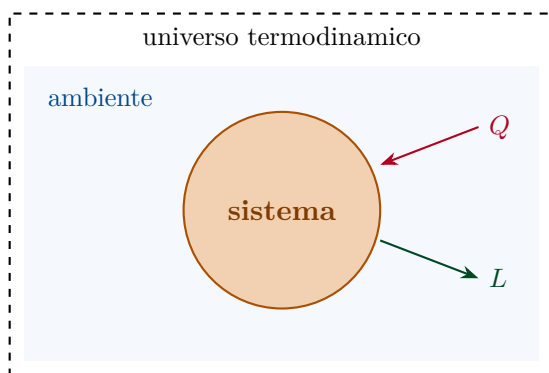


Figura 12.1: Schema di un universo termodinamico. Il sistema (in arancio) scambia con l'ambiente energia sotto forma di calore Q e di lavoro L .

12.1.2. Sistemi aperti chiusi e isolati

A seconda di come il sistema interagisce con l'ambiente attraverso le sue *pareti*, distinguiamo tre tipologie:

- **Sistema aperto:** scambia con l'ambiente sia energia (calore, lavoro) sia materia. Esempio: una pentola scoperciata sul fuoco, dal momento che il vapore acqueo esce nell'aria.
- **Sistema chiuso:** scambia energia ma non materia. Esempio: un palloncino sigillato che viene riscaldato.
- **Sistema isolato:** non scambia né energia né materia. È un'idealizzazione: un thermos di buona qualità si avvicina a questo limite, ma nessun sistema reale è perfettamente isolato per tempi lunghi.

Le pareti che permettono il passaggio di calore si dicono *diatermiche*; quelle che lo impediscono si dicono *adiabatiche*. Una parete adiabatica perfetta è anch'essa un'idealizzazione utile.

12.1.3. Processi reversibili e irreversibili

Quando il sistema passa da uno stato iniziale a uno stato finale parliamo di *trasformazione* o *processo termodinamico*. Una distinzione fondamentale, che giocherà un ruolo cruciale per il secondo principio, è quella fra processi reversibili e irreversibili.

Definizione 12.2 — Trasformazione reversibile

Una trasformazione si dice *reversibile* se può essere percorsa in senso inverso passando per gli stessi stati intermedi, riportando sia il sistema sia l'ambiente esattamente nelle condizioni iniziali, senza lasciare traccia del processo.

Una trasformazione reversibile è necessariamente *quasi-statica*: deve avvenire attraverso una successione continua di stati di equilibrio. In pratica significa che la si deve compiere infinitamente lentamente. È un'idealizzazione: nessun processo reale è perfettamente reversibile, ma molti possono esserne una buona approssimazione.

Le trasformazioni reali sono *irreversibili*: l'espansione di un gas nel vuoto, la dissipazione per attrito, la conduzione di calore fra corpi a temperature diverse sono tutti esempi di processi che, una volta avvenuti, non possono essere invertiti senza modificare in modo permanente l'ambiente circostante.

12.2. Calore ed energia interna

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

12.2.1. Calore come scambio di energia

Storicamente il calore è stato a lungo confuso con una sostanza materiale (il *calorico*). Gli esperimenti di Benjamin Thompson (conte Rumford) sulla foratura dei cannoni e quelli di James Joule sull'equivalente meccanico del calore hanno mostrato definitivamente che il calore non è una sostanza, ma una *forma di energia in transito*.

Definizione 12.3 — Calore

Il *calore* Q è l'energia che viene scambiata fra un sistema e l'ambiente a causa di una differenza di temperatura. Si misura in joule (J); un'unità tradizionale ancora in uso in alcuni contesti è la caloria, con $1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$.

Il calore non è una proprietà del sistema (non ha senso dire *quanto calore contiene* un corpo): è una grandezza associata al processo di scambio. La grandezza posseduta dal sistema è invece l'energia interna, che introdurremo fra poco.

12.2.2. Capacità termica e calore specifico

Sperimentalmente si osserva che, per riscaldare un corpo da una temperatura T_i a una temperatura T_f , la quantità di calore necessaria è proporzionale alla variazione di temperatura $\Delta T = T_f - T_i$ (purché non si verifichino cambiamenti di stato).

Definizione 12.4 — Capacità termica

Si chiama *capacità termica* C di un corpo il rapporto fra il calore Q scambiato e la conseguente variazione di temperatura ΔT :

$$C = \frac{Q}{\Delta T}, \quad [C] = \text{J/K}. \quad (12.1)$$

La capacità termica dipende dalla quantità di materia. Per ottenere una grandezza intrinseca del materiale si introduce il calore specifico:

Definizione 12.5 — Calore specifico

Il *calore specifico* c di una sostanza è la capacità termica per unità di massa:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m \Delta T}, \quad [c] = \text{J}/(\text{kg K}). \quad (12.2)$$

Da cui si ricava la *equazione fondamentale della calorimetria*:

$$Q = m c \Delta T. \quad (12.3)$$

$$[Q] = [\text{J}], \quad [m] = [\text{kg}], \quad [c] = \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right], \quad [\Delta T] = [\text{K}]$$

$$SI \text{ base: } [Q] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right], \quad [c] = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \right]$$

A titolo di riferimento, per l'acqua liquida $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4186 \text{ J}/(\text{kg K})$, valore molto elevato che spiega perché l'acqua sia un ottimo regolatore termico (oceani, organismi viventi).

12.2.3. Calorimetria

Quando due corpi a temperature diverse sono posti in contatto termico in un sistema isolato, scambiano calore fino a raggiungere una temperatura comune T_e di equilibrio. Per il principio di conservazione dell'energia, il calore ceduto dal corpo caldo è uguale e opposto a quello assorbito dal corpo freddo:

$$Q_1 + Q_2 = 0. \quad (12.4)$$

Sostituendo l'equazione fondamentale della calorimetria:

$$m_1 c_1 (T_e - T_1) + m_2 c_2 (T_e - T_2) = 0, \quad (12.5)$$

da cui si ricava la *temperatura di equilibrio*:

$$T_e = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}. \quad (12.6)$$

$$[T_e] = [T_1] = [T_2] = [\text{K}], \quad [m_i] = [\text{kg}], \quad [c_i] = \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$SI \text{ base: } [c_i] = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \right] \text{ (le altre grandezze sono già SI base)}$$

Esempio 12.1 — Mescolamento di acqua a temperature diverse

In un calorimetro adiabatico (capacità termica trascurabile) si versano $m_1 = 0.30$ kg di acqua a $T_1 = 80^\circ\text{C}$ e $m_2 = 0.20$ kg di acqua a $T_2 = 20^\circ\text{C}$. Determinare la temperatura di equilibrio.

Risoluzione. Trattandosi della stessa sostanza, $c_1 = c_2 = c$ si semplifica:

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}. \quad (12.7)$$

Sostituendo (lavorando in $^\circ\text{C}$, dato che le differenze sono uguali in scala Kelvin):

$$T_e = \frac{0.30 \text{ kg} \cdot 80^\circ\text{C} + 0.20 \text{ kg} \cdot 20^\circ\text{C}}{0.30 \text{ kg} + 0.20 \text{ kg}} = \frac{28 \text{ kg } ^\circ\text{C}}{0.50 \text{ kg}} = 56^\circ\text{C}. \quad (12.8)$$

La temperatura finale è più vicina a quella iniziale dell'acqua calda, perché ne abbiamo una massa maggiore.

12.2.4. Energia interna di un sistema

Riscaldando un corpo, l'energia che gli abbiamo fornito non si *disperde*: si accumula in qualche forma all'interno del sistema. Essa è associata al moto disordinato delle molecole (energia cinetica microscopica) e alle interazioni fra di esse (energia potenziale microscopica).

Definizione 12.6 — Energia interna

L'*energia interna* U di un sistema è la somma di tutte le energie cinetiche e potenziali delle particelle che lo compongono, valutate rispetto a un sistema di riferimento solidale con il sistema stesso. È una funzione di stato: il suo valore dipende solo dallo stato del sistema, non dal modo in cui esso è stato raggiunto.

Per un *gas ideale monoatomico* si dimostra (con argomenti di teoria cinetica che vedremo nel capitolo successivo) che l'energia interna dipende solo dalla temperatura assoluta:

$$U = \frac{3}{2} n R T, \quad (12.9)$$

dove n è il numero di moli e $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol K})$ è la costante universale dei gas.

12.3. Primo principio della termodinamica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

12.3.1. Enunciato del primo principio

Il primo principio della termodinamica è una generalizzazione del principio di conservazione dell'energia, esteso a includere il calore.

Teorema 12.1 — Primo principio della termodinamica

In una trasformazione qualsiasi di un sistema chiuso, la variazione di energia interna è pari alla differenza fra il calore Q assorbito dal sistema e il lavoro L compiuto dal sistema sull'ambiente:

$$\Delta U = Q - L. \quad (12.10)$$

$$[\Delta U] = [Q] = [L] = [\text{J}]$$

$$SI \text{ base: } [\Delta U] = [Q] = [L] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

L'enunciato si può anche leggere così: tutta l'energia che entra nel sistema sotto forma di calore deve uscirne come lavoro o restare immagazzinata come energia interna. Non si può creare né distruggere energia: si possono solo trasformare le sue forme.

Una conseguenza immediata: un *moto perpetuo di prima specie* (una macchina che produca lavoro dal nulla, senza assorbire calore o consumare energia interna) è impossibile.

12.3.2. Lavoro termodinamico

Consideriamo un gas contenuto in un cilindro chiuso da un pistone mobile di area S , libero di scorrere senza attrito. Se il gas si espande di un tratto Δx , esso esercita sul pistone una forza $F = pS$ (con p pressione del gas), dunque compie un lavoro:

$$\Delta L = F \Delta x = pS \Delta x = p \Delta V, \quad (12.11)$$

dove $\Delta V = S \Delta x$ è la variazione di volume.

$$L = \int_{V_i}^{V_f} p(V) dV. \quad (12.12)$$

$$[L] = [\text{J}], [p] = [\text{Pa}], [V] = [\text{m}^3]$$

$$SI \text{ base: } [L] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right], [p] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \right]$$

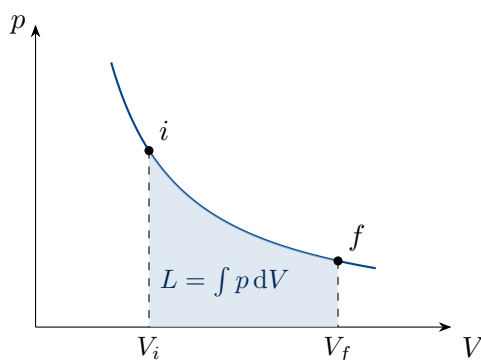


Figura 12.2: Lavoro termodinamico in una trasformazione $i \rightarrow f$: corrisponde all'area sottesa dalla curva $p(V)$ nel piano di Clapeyron.

Geometricamente, il lavoro corrisponde all'area sottesa dalla curva $p(V)$ nel *piano di Clapeyron* (o piano pV). Questa interpretazione è uno strumento potentissimo: in molti casi calcoleremo il lavoro semplicemente leggendo un'area in un grafico.

12.3.3. Convenzioni sui segni di Q e L

Per applicare correttamente il primo principio è essenziale fissare le convenzioni sui segni:

- $Q > 0$ se il sistema *assorbe* calore dall'ambiente; $Q < 0$ se lo *cede*.
- $L > 0$ se il sistema *compie* lavoro sull'ambiente (espansione); $L < 0$ se l'ambiente compie lavoro *sul* sistema (compressione).

Con queste convenzioni la formulazione $\Delta U = Q - L$ è coerente: in un'espansione adiabatica ($Q = 0$, $L > 0$) si ha $\Delta U < 0$, ovvero il gas si raffredda compiendo lavoro a spese della propria energia interna, come ci aspettiamo.

Esempio 12.2 — Applicazione del primo principio

Un gas assorbe $Q = 500 \text{ J}$ di calore e simultaneamente compie un lavoro di $L = 200 \text{ J}$ espandendosi. Calcolare la variazione di energia interna.

Risoluzione. Applichiamo direttamente il primo principio:

$$\Delta U = Q - L = 500 \text{ J} - 200 \text{ J} = 300 \text{ J}. \quad (12.13)$$

Il gas ha aumentato la sua energia interna di 300 J : parte del calore assorbito è stata usata per fare lavoro, parte è rimasta immagazzinata.

12.4. Il gas ideale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

12.4.1. Modello del gas ideale

Per applicare quantitativamente il primo principio occorre conoscere la legge $p(V)$ che caratterizza il sistema. Il caso più semplice e didatticamente più importante è quello del *gas ideale*.

Definizione 12.7 — Gas ideale

Un *gas ideale* (o gas perfetto) è un modello in cui:

1. le molecole sono puntiformi (volume proprio trascurabile);
2. non esistono forze di interazione fra le molecole, salvo durante gli urti;
3. gli urti fra molecole, e fra molecole e pareti, sono perfettamente elastici.

Il modello descrive bene i gas reali a basse pressioni e temperature non troppo basse, ovvero quando le molecole sono in media molto distanti fra loro.

12.4.2. Equazione di stato dei gas perfetti

Combinando i risultati sperimentali di Boyle, Charles e Gay-Lussac, si arriva all'*equazione di stato dei gas perfetti*:

$$pV = nRT, \quad (12.14)$$

$$[p] = [\text{Pa}], [V] = [\text{m}^3], [n] = [\text{mol}], [R] = \left[\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right], [T] = [\text{K}]$$

$$SI \text{ base: } [p] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \right], [R] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}} \right]$$

dove p è la pressione (in Pa), V il volume (in m^3), n il numero di moli, T la temperatura assoluta (in K) e $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol K})$ la costante universale dei gas.

L'equazione lega fra loro le tre variabili di stato p , V , T : assegnate due, la terza è determinata. Lo stato del gas è dunque un punto in uno spazio tridimensionale; spesso lo si rappresenta in modo proiettato nel piano pV di Clapeyron, riportando la temperatura come parametro delle curve.

12.4.3. Trasformazioni isobara, isocora, isoterma

Studiamo ora alcune trasformazioni quasi-statiche notevoli, in cui una delle variabili rimane costante.

Trasformazione isobara ($p = \text{cost.}$). Il gas si espande (o si comprime) a pressione costante. Dall'equazione di stato:

$$\frac{V}{T} = \frac{nR}{p} = \text{cost.}, \quad (12.15)$$

ovvero *prima legge di Gay-Lussac*: $V_i/T_i = V_f/T_f$.

Il lavoro si calcola immediatamente, dato che p esce dall'integrale:

$$L = p(V_f - V_i) = p \Delta V. \quad (12.16)$$

Trasformazione isocora ($V = \text{cost.}$). Il volume non varia (recipiente rigido). Dall'equazione di stato:

$$\frac{p}{T} = \frac{nR}{V} = \text{cost.}, \quad (12.17)$$

ovvero *seconda legge di Gay-Lussac*: $p_i/T_i = p_f/T_f$.

Il lavoro è nullo, perché $\Delta V = 0$:

$$L = 0, \quad \Delta U = Q. \quad (12.18)$$

Tutto il calore scambiato si traduce in variazione di energia interna.

Trasformazione isoterma ($T = \text{cost.}$). La temperatura non cambia. Dall'equazione di stato:

$$pV = nRT = \text{cost.}, \quad (12.19)$$

ovvero *legge di Boyle*: $p_i V_i = p_f V_f$. Nel piano pV la trasformazione è un'iperbole equilatera.

Per il gas ideale, l'energia interna dipende solo da T , quindi $\Delta U = 0$. Per il primo principio, $Q = L$. Calcoliamo il lavoro:

$$L = \int_{V_i}^{V_f} p dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}. \quad (12.20)$$

$$L_{\text{isoterma}} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}, \quad Q = L, \quad \Delta U = 0. \quad (12.21)$$

$$[L] = [Q] = [\text{J}], \quad [n] = [\text{mol}], \quad [R] = \left[\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right], \quad [T] = [\text{K}], \quad [V] = [\text{m}^3]$$

$$SI \text{ base: } [L] = [Q] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right], \quad [R] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}} \right]$$

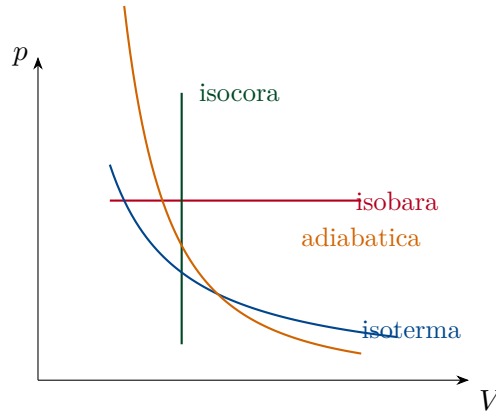


Figura 12.3: Trasformazioni notevoli del gas ideale nel piano di Clapeyron. L'adiabatica è più ripida dell'isoterma passante per lo stesso punto.

12.4.4. Trasformazione adiabatica

Una trasformazione si dice *adiabatica* se avviene senza scambio di calore con l'ambiente: $Q = 0$. Si verifica, ad esempio, quando il sistema è racchiuso in pareti adiabatiche, oppure quando la trasformazione è così rapida da rendere trascurabile lo scambio termico (compressione di un gas in un cilindro).

Dal primo principio, con $Q = 0$:

$$\Delta U = -L. \quad (12.22)$$

Il gas che si espande adiabaticamente compie lavoro a spese della propria energia interna, e quindi si raffredda; viceversa, una compressione adiabatica riscalda il gas.

Si dimostra (lo vedremo nel capitolo sulla teoria cinetica) che nelle adiabatiche del gas ideale vale la relazione:

$$p V^\gamma = \text{cost.}, \quad (12.23)$$

$$[p] = [\text{Pa}], \quad [V] = [\text{m}^3], \quad [\gamma] = [\text{adim.}]$$

$$SI \text{ base: } [p] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \right] \text{ (le altre già SI base)}$$

dove $\gamma = c_p/c_v$ è il rapporto fra i calori molari a pressione e a volume costante (per un gas monoatomico ideale, $\gamma = 5/3 \approx 1.67$). Poiché $\gamma > 1$, le adiabatiche nel piano pV sono *più ripide* delle isoterme (figura 12.3).

12.4.5. Trasformazioni cicliche

Un *ciclo* è una trasformazione in cui lo stato finale coincide con lo stato iniziale. Poiché l'energia interna è una funzione di stato:

$$\Delta U_{\text{ciclo}} = 0 \quad \implies \quad Q_{\text{ciclo}} = L_{\text{ciclo}}. \quad (12.24)$$

Il lavoro netto compiuto in un ciclo è uguale al calore netto scambiato. Nel piano pV , il lavoro netto corrisponde all'*area racchiusa dal ciclo*: positiva se il ciclo è percorso in senso orario (motore termico), negativa se in senso antiorario (frigorifero).

12.5. Secondo principio della termodinamica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Il primo principio impone la conservazione dell'energia, ma non dice nulla sul *verso* delle trasformazioni. Eppure la realtà ne mostra una direzione preferita: il calore fluisce spontaneamente dal corpo caldo a quello freddo, mai viceversa; un gas si espande spontaneamente a riempire tutto il volume disponibile, ma non si comprime spontaneamente in un angolo. Il secondo principio cattura formalmente questa irreversibilità.

12.5.1. Enunciati di Kelvin e di Clausius

Esistono due enunciati storicamente diversi del secondo principio, che si dimostrano logicamente equivalenti.

Teorema 12.2 — Enunciato di Kelvin

È impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia trasformare integralmente in lavoro il calore prelevato da una sola sorgente a temperatura uniforme.

Teorema 12.3 — Enunciato di Clausius

È impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia trasferire calore da un corpo più freddo a uno più caldo.

L'enunciato di Kelvin nega l'esistenza di un *moto perpetuo di seconda specie*: una macchina che trasformi tutto il calore assorbito in lavoro non viola il primo principio (l'energia si conserverebbe), ma viola il secondo. L'enunciato di Clausius nega l'esistenza di un *frigorifero gratuito*: per spostare calore dal freddo al caldo è necessario fornire lavoro dall'esterno.

12.5.2. Macchine termiche e rendimento

Una *macchina termica* è un dispositivo che, operando ciclicamente, scambia calore con due (o più) sorgenti a temperature diverse e produce lavoro netto. Detta T_c la temperatura della sorgente *calda* e T_f la temperatura della sorgente *fredda* (con $T_c > T_f$), in un ciclo la macchina:

- assorbe un calore $Q_c > 0$ dalla sorgente calda;
- cede un calore $|Q_f|$ alla sorgente fredda (dunque $Q_f < 0$);
- compie un lavoro netto $L = Q_c - |Q_f|$ (per il primo principio applicato al ciclo).

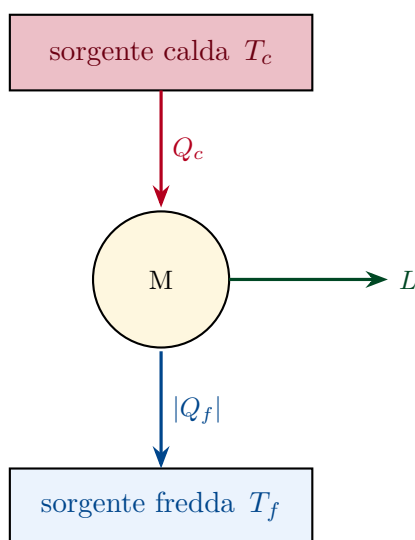


Figura 12.4: Schema di una macchina termica. La macchina assorbe calore Q_c dalla sorgente calda, ne cede una parte $|Q_f|$ alla sorgente fredda e produce lavoro netto $L = Q_c - |Q_f|$.

Definizione 12.8 — Rendimento di una macchina termica

Il *rendimento* η di una macchina termica è il rapporto fra il lavoro prodotto e il calore assorbito dalla sorgente calda:

$$\eta = \frac{L}{Q_c} = \frac{Q_c - |Q_f|}{Q_c} = 1 - \frac{|Q_f|}{Q_c}. \quad (12.25)$$

L'enunciato di Kelvin si traduce nella condizione $\eta < 1$: nessuna macchina termica ciclica può avere rendimento unitario. Una parte del calore assorbito deve necessariamente essere ceduta a una sorgente più fredda.

12.5.3. Ciclo di Carnot

Il ciclo di Carnot, ideato da Sadi Carnot nel 1824, è il *ciclo reversibile* che opera fra due sole sorgenti a temperature T_c e T_f . È costituito da quattro trasformazioni:

1. **Espansione isoterma a T_c :** il gas assorbe Q_c dalla sorgente calda;
2. **Espansione adiabatica:** il gas si raffredda fino a T_f ;

3. **Compressione isoterma a T_f** : il gas cede $|Q_f|$ alla sorgente fredda;
4. **Compressione adiabatica**: il gas si riscalda fino a T_c , tornando allo stato iniziale.

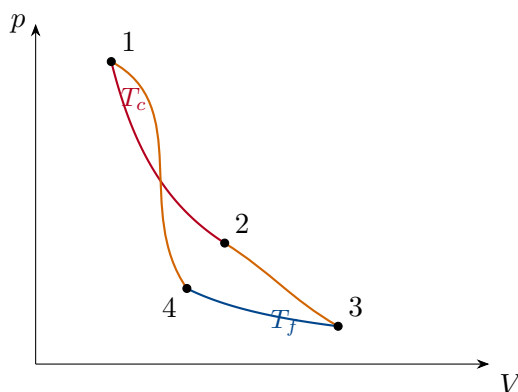


Figura 12.5: Ciclo di Carnot nel piano di Clapeyron: due isoterme (in rosso e in blu) e due adiabatiche (in arancio).

Si dimostra che il rendimento del ciclo di Carnot vale:

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_f}{T_c}. \quad (12.26)$$

$$[\eta_{\text{Carnot}}] = [\text{adim.}], [T_f] = [T_c] = [\text{K}]$$

Questo risultato dipende *solo* dalle temperature delle due sorgenti, non dalla sostanza che compie il ciclo.

Dimostrazione (cenno). Lungo l'isoterma calda $1 \rightarrow 2$, il gas ideale assorbe $Q_c = nRT_c \ln(V_2/V_1)$. Lungo l'isoterma fredda $3 \rightarrow 4$, cede $|Q_f| = nRT_f \ln(V_3/V_4)$. Sfruttando le due adiabatiche $2 \rightarrow 3$ e $4 \rightarrow 1$ con $TV^{\gamma-1} = \text{cost.}$ si ricava che $V_2/V_1 = V_3/V_4$, da cui

$$\eta = 1 - \frac{|Q_f|}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c}. \quad (12.27)$$

Carnot dimostrò inoltre due risultati fondamentali, oggi noti come *teoremi di Carnot*:

1. nessuna macchina termica operante fra due sorgenti a temperature T_c e T_f può avere rendimento maggiore di quella di Carnot;
2. tutte le macchine reversibili operanti fra le stesse due sorgenti hanno lo stesso rendimento, indipendentemente dalla sostanza utilizzata.

Esempio 12.3 — Rendimento di Carnot

Una macchina termica opera fra una sorgente calda a $T_c = 500 \text{ K}$ e una sorgente fredda a $T_f = 300 \text{ K}$. Calcolare il rendimento massimo teorico e, supponendo che assorba $Q_c = 1000 \text{ J}$ per ciclo, il lavoro massimo producibile.

Risoluzione. Per il teorema di Carnot, il rendimento massimo è quello del ciclo reversibile:

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = 0.40 = 40 \%. \quad (12.28)$$

Il lavoro massimo per ciclo è:

$$L_{\max} = \eta_{\max} Q_c = 0.40 \cdot 1000 \text{ J} = 400 \text{ J}. \quad (12.29)$$

I restanti 600 J devono essere ceduti alla sorgente fredda.

12.5.4. Entropia e variazione di entropia dell'universo

I teoremi di Carnot suggeriscono di studiare la quantità Q/T lungo i cicli. Si dimostra (*disuguaglianza di Clausius*) che, per qualsiasi ciclo:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0, \quad (12.30)$$

con uguaglianza per cicli reversibili. Questo permette di definire una nuova grandezza di stato.

Definizione 12.9 — Entropia

Si chiama *entropia* S una funzione di stato la cui variazione fra due stati A e B è data, lungo un qualsiasi cammino reversibile che li congiunge, da:

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}, \quad [S] = \text{J/K}. \quad (12.31)$$

L'entropia è additiva: l'entropia di un sistema composto è la somma delle entropie delle sue parti. Da ciò discende l'enunciato moderno del secondo principio.

Teorema 12.4 — Secondo principio in termini di entropia

In una qualsiasi trasformazione, l'entropia dell'universo termodinamico (sistema + ambiente) non può diminuire:

$$\begin{aligned} \Delta S_{\text{universo}} &\geq 0, \\ [\Delta S] &= \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \\ SI \text{ base: } [\Delta S] &= \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \right] \end{aligned} \quad (12.32)$$

con uguaglianza solo per processi reversibili e disuguaglianza stretta per processi irreversibili.

L'entropia identifica così la *freccia del tempo* termodinamica: i processi spontanei procedono nel verso che fa aumentare l'entropia dell'universo. Boltzmann diede a questa grandezza un significato microscopico profondo, legandola al numero W di microstati compatibili con un

dato macrostato:

$$S = k_B \ln W, \quad (12.33)$$

dove $k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ è la costante di Boltzmann. L'entropia misura il *disordine* (più precisamente, il numero di configurazioni microscopiche) compatibile con lo stato macroscopico osservato. Tornerà su questo aspetto il capitolo dedicato alla termodinamica statistica.

Esempio 12.4 — Variazione di entropia in uno scambio termico

Un blocco di metallo a $T_1 = 400 \text{ K}$ viene posto in contatto con una sorgente termica a $T_2 = 300 \text{ K}$, alla quale cede una quantità di calore $Q = 600 \text{ J}$. Trattando per semplicità entrambi i corpi come sorgenti a temperatura costante, calcolare la variazione di entropia dell'universo.

Risoluzione. Calcoliamo separatamente le due variazioni:

$$\Delta S_1 = \frac{-Q}{T_1} = \frac{-600 \text{ J}}{400 \text{ K}} = -1.50 \text{ J/K}, \quad (12.34)$$

$$\Delta S_2 = \frac{+Q}{T_2} = \frac{+600 \text{ J}}{300 \text{ K}} = +2.00 \text{ J/K}. \quad (12.35)$$

Sommando:

$$\Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -1.50 \text{ J/K} + 2.00 \text{ J/K} = +0.50 \text{ J/K} > 0, \quad (12.36)$$

coerentemente con il fatto che lo scambio di calore fra corpi a temperature diverse è un processo irreversibile.

Esercizi proposti

Esercizio 12.1

1. In un calorimetro adiabatico si versano $m_1 = 0.50 \text{ kg}$ di acqua a 60°C e $m_2 = 0.30 \text{ kg}$ di acqua a 15°C . Determinare la temperatura di equilibrio.
2. Un gas ideale assorbe $Q = 800 \text{ J}$ di calore e contemporaneamente l'ambiente compie su di esso un lavoro di 200 J . Calcolare la variazione di energia interna del gas (attenzione ai segni).
3. Un gas ideale a 300 K , contenuto in un recipiente di volume $V_i = 2.0 \text{ L}$ alla pressione di $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$, si espande isotermicamente fino a $V_f = 6.0 \text{ L}$. Calcolare il lavoro compiuto dal gas e il calore assorbito.
4. Un gas ideale monoatomico ($\gamma = 5/3$) si espande adiabaticamente da uno stato iniziale $(p_i, V_i) = (2.0 \times 10^5 \text{ Pa}, 1.0 \text{ L})$ a $V_f = 2.0 \text{ L}$. Calcolare la pressione finale.
5. Una macchina termica assorbe $Q_c = 2000 \text{ J}$ da una sorgente a $T_c = 600 \text{ K}$ e cede $|Q_f| = 1400 \text{ J}$ a una sorgente a $T_f = 300 \text{ K}$. Calcolare il rendimento effettivo, il rendimento di Carnot fra le stesse temperature, e stabilire se la macchina è realizzabile.

6. Un blocco di rame ($c = 385 \text{ J}/(\text{kg K})$) di massa $m = 2.0 \text{ kg}$ a $T_1 = 350 \text{ K}$ viene immerso in un grande serbatoio d'acqua a $T_2 = 290 \text{ K}$. Trascurando il riscaldamento del serbatoio, stimare la variazione di entropia dell'universo durante il raffreddamento del blocco fino all'equilibrio.
7. Un ciclo di Carnot opera fra $T_c = 800 \text{ K}$ e $T_f = 320 \text{ K}$ producendo 500 J di lavoro per ciclo. Calcolare il calore assorbito dalla sorgente calda e quello ceduto alla sorgente fredda.

→ [Soluzioni degli esercizi proposti](#) (fascicolo PDF a parte).

Riepilogo

- Un **sistema termodinamico** è una porzione di materia delimitata da pareti che ne regolano gli scambi con l'**ambiente**; può essere aperto, chiuso o isolato. Una trasformazione è **reversibile** se può essere percorsa in senso inverso senza lasciare traccia, **irreversibile** altrimenti.
- Il **calore** Q è energia in transito dovuta a una differenza di temperatura. La calorimetria si basa sull'equazione $Q = mc\Delta T$. L'**energia interna** U è invece una funzione di stato.
- **Primo principio**: $\Delta U = Q - L$. Per un gas, il lavoro vale $L = \int p dV$ ed è l'area sottesa dalla curva nel piano di Clapeyron.
- Per il **gas ideale** vale $pV = nRT$. Le trasformazioni notevoli sono: *isobara* ($L = p\Delta V$), *isocora* ($L = 0$), *isoterma* ($\Delta U = 0$, $L = nRT \ln(V_f/V_i)$), *adiabatica* ($Q = 0$, $pV^\gamma = \text{cost.}$).
- **Secondo principio**: enunciati equivalenti di Kelvin e Clausius. Una macchina termica ha rendimento $\eta = L/Q_c < 1$.
- Il **ciclo di Carnot** reversibile ha rendimento massimo $\eta_C = 1 - T_f/T_c$, dipendente solo dalle temperature delle sorgenti.
- L'**entropia** S è una funzione di stato definita da $\Delta S = \int \delta Q_{\text{rev}}/T$. In ogni processo reale, $\Delta S_{\text{universo}} \geq 0$: l'entropia dell'universo non diminuisce mai (freccia del tempo termodinamica).

Formulario di termodinamica

In questa pagina sono raccolte le formule principali del capitolo. Accanto a ciascuna formula sono elencate le variabili che vi compaiono con le rispettive unità di misura nel Sistema Internazionale; fra parentesi tonde è indicato il numero dell'equazione di riferimento all'interno del capitolo.

Calorimetria**(12.1) Capacità termica.**

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

- C — capacità termica del corpo [J/K]
- Q — calore scambiato [J]
- $\Delta T = T_f - T_i$ — variazione di temperatura [K]

(12.2) Calore specifico.

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m \Delta T}$$

- c — calore specifico [J/(kg K)]
- m — massa del corpo [kg]
- $C, Q, \Delta T$ come sopra

(12.3) Equazione fondamentale della calorimetria.

$$Q = m c \Delta T$$

- Q [J], m [kg], c [J/(kg K)], ΔT [K]

(12.6) Temperatura di equilibrio (due corpi in contatto termico).

$$T_e = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

- T_e — temperatura di equilibrio [K]
- m_1, m_2 — masse dei due corpi [kg]
- c_1, c_2 — calori specifici [J/(kg K)]
- T_1, T_2 — temperature iniziali [K]

Primo principio e gas ideale**(12.9) Energia interna di un gas ideale monoatomico.**

$$U = \frac{3}{2} n R T$$

- U — energia interna [J]
- n — numero di moli [mol]
- $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol K})$ — costante universale dei gas
- T — temperatura assoluta [K]

(12.10) Primo principio della termodinamica.

$$\Delta U = Q - L$$

- ΔU — variazione di energia interna [J]

- Q — calore assorbito dal sistema [J] (positivo se entrante)
- L — lavoro compiuto dal sistema [J] (positivo in espansione)

(12.12) Lavoro termodinamico.

$$L = \int_{V_i}^{V_f} p(V) dV$$

- L — lavoro [J]
- p — pressione del gas [Pa]
- V — volume del gas [m³]

(12.14) Equazione di stato dei gas perfetti.

$$pV = nRT$$

- p [Pa], V [m³], n [mol], $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol K})$, T [K]

Trasformazioni notevoli del gas ideale

(12.16) Lavoro in una trasformazione isobara.

$$L = p \Delta V$$

- p — pressione (costante) [Pa]
- $\Delta V = V_f - V_i$ — variazione di volume [m³]
- L [J]

(12.18) Trasformazione isocora.

$$L = 0, \quad \Delta U = Q$$

- $L, \Delta U, Q$ [J]; il volume resta costante.

(12.21) Lavoro in una trasformazione isoterma del gas ideale.

$$L_{\text{isoterma}} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}, \quad Q = L, \quad \Delta U = 0$$

- n [mol], R come sopra, T — temperatura (costante) [K]
- V_i, V_f — volumi iniziale e finale [m³]
- L, Q [J]

(12.23) Trasformazione adiabatica del gas ideale.

$$pV^\gamma = \text{cost.}, \quad Q = 0$$

- p [Pa], V [m³]
- $\gamma = c_p/c_v$ — rapporto fra i calori molari (adimensionale; $\gamma = 5/3$ per gas monoatomico, $\gamma = 7/5$ per gas biatomico)

Macchine termiche e secondo principio**(12.25) Rendimento di una macchina termica.**

$$\eta = \frac{L}{Q_c} = 1 - \frac{|Q_f|}{Q_c}$$

- η — rendimento (adimensionale, $0 < \eta < 1$)
- L — lavoro netto del ciclo [J]
- Q_c — calore assorbito dalla sorgente calda [J]
- $|Q_f|$ — calore ceduto alla sorgente fredda [J]

(12.26) Rendimento del ciclo di Carnot.

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

- η_{Carnot} — rendimento massimo teorico (adimensionale)
- T_c, T_f — temperature assolute delle sorgenti calda e fredda [K]

(12.30) Disuguaglianza di Clausius.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

- δQ — calore infinitesimo scambiato [J]
- T — temperatura assoluta della sorgente al momento dello scambio [K]
- l'uguaglianza vale per cicli reversibili.

(12.31) Variazione di entropia (lungo un cammino reversibile).

$$\Delta S = \int_A^B \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}$$

- ΔS — variazione di entropia fra gli stati A e B [J/K]
- δQ_{rev} — calore scambiato lungo un cammino reversibile [J]
- T — temperatura assoluta [K]

(12.32) Secondo principio (entropia dell'universo).

$$\Delta S_{\text{universo}} \geq 0$$

- $\Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_{\text{sistema}} + \Delta S_{\text{ambiente}}$ [J/K]
- uguaglianza per processi reversibili, disuguaglianza stretta per processi irreversibili.

(12.33) Formula di Boltzmann.

$$S = k_B \ln W$$

- S — entropia [J/K]
- $k_B = 1.381 \times 10^{-23}$ J/K — costante di Boltzmann

- W — numero di microstati compatibili con il macrostato (adimensionale)

Capitolo 13

Gravitazione

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Tutti i corpi gravitano gli uni verso gli altri, e questa è la causa per la quale i pianeti si mantengono nelle loro orbite.”

— Isaac Newton, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, Libro III, 1687 (parafrasi)

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

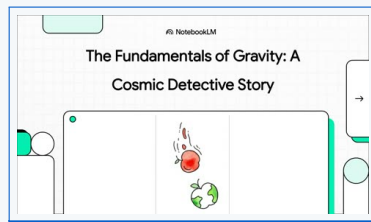
 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

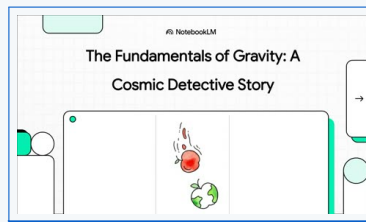
 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



[21 fisica gravitazione video](#)



[21 FR fisica gravitazione video](#)



[21 La Storia della Gravit ](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Gravitazione](#)



[Gravitazione](#)



[Gravitazione](#)



[Gravitazione](#)



[Gravitazione slides2](#)



[Gravitazione slides3](#)



[Gravitazione slides4](#)



[Gravitazione slides5](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Gravitazione](#)
- [\[IT\] 01 gravitazione](#)
- [\[IT\] 02 gravitazione](#)
- [\[IT\] Audio gravitazione](#)
- [\[IT\] Gravitazione](#)
- [\[IT\] Gravitazione 01 A](#)
- [\[EN\] Fondamenti di Gravitazione](#)
- [\[FR\] Fisica gravitazione](#)
- [\[ES\] Fondamenti di Gravitazione](#)

13.1. Introduzione motivazionale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Per quasi due millenni, dopo Aristotele, era opinione condivisa che il mondo si dividesse in due: il mondo *sublunare*, dove i corpi gravi cadono perché “cercano il loro luogo naturale” verso il centro della Terra, e il mondo *celeste*, dove gli astri si muovono di moto eternamente circolare per una sostanza diversa, la “quintessenza”. Le due fisiche — terrestre e celeste — non parlavano fra loro.

Tra il XVI e il XVII secolo questa frontiera viene smantellata. Tycho Brahe accumula osservazioni astronomiche di accuratezza senza precedenti; Keplero, sul materiale di Tycho, ricava tre leggi empiriche sul moto dei pianeti; Galileo, con il cannocchiale, mostra che la Luna ha montagne e Giove ha satelliti (e quindi i corpi celesti sono “come la Terra”). Sarà però Newton, nel 1687, a fornire la sintesi: una *unica* legge, la **legge di gravitazione universale**, descrive sia la caduta della mela sia il moto della Luna, sia le orbite dei pianeti sia le maree. La fisica “terrestre” e quella “celeste” diventano un’unica fisica: il cosmo è, fisicamente, omogeneo.

In questo capitolo: la legge di Newton, le leggi di Keplero come sua conseguenza, e la trattazione energetica delle orbite (con il concetto fondamentale di velocità di fuga). Vedremo che la stessa legge che fa cadere un sasso governa il moto dei satelliti artificiali e dei sistemi binari di stelle a milioni di anni-luce.

13.2. La legge di gravitazione universale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

13.2.1. Legge di gravitazione universale di Newton

Newton afferma che fra due qualunque corpi materiali esiste una forza di attrazione, diretta lungo la retta che li congiunge, di modulo proporzionale alle masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza che li separa.

Legge 13.1 — Legge di gravitazione universale

Due corpi puntiformi di massa m_1 e m_2 , separati da una distanza r , si attraggono con una forza il cui modulo vale:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Unità SI: $[F] = \text{N}$, $[G] = \text{N m}^2/\text{kg}^2$, $[m] = \text{kg}$, $[r] = \text{m}$.

La forza è diretta lungo la retta congiungente i due corpi ed è *attrattiva*. Nella forma vettoriale, la forza esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 è

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}_{1 \rightarrow 2},$$

dove $\hat{r}_{1 \rightarrow 2}$ è il versore diretto da 1 verso 2 e il segno meno indica attrazione.

Alcune osservazioni importanti.

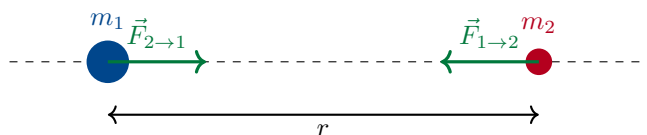


Figura 13.1: Due corpi di massa m_1 e m_2 a distanza r si attraggono con forze uguali in modulo e opposte in verso (terzo principio): $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$.

- La forza è una *coppia azione-reazione* (terzo principio): $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$. Lo stesso modulo, lo stesso verso opposto.
- La dipendenza dalla distanza è $1/r^2$: raddoppiando la distanza, la forza si riduce a un quarto.
- La legge si applica a corpi *puntiformi*; per corpi estesi con simmetria sferica (come pianeti e stelle) si dimostra (teorema dei gusci sferici di Newton) che ci si può comportare come se tutta la massa fosse concentrata nel centro, e quindi la legge si applica con $r =$ distanza fra i centri.
- L'aggettivo *universale* è cruciale: la stessa legge vale per la caduta di una mela, il moto della Luna, le orbite dei pianeti, l'interazione fra galassie.

13.2.2. La costante G e la misura di Cavendish

Newton sapeva, fin dalla pubblicazione dei *Principia*, che la costante G doveva avere un valore numerico ben definito, ma non fu in grado di misurarla: la gravitazione fra masse di laboratorio è così debole da risultare quasi inosservabile. La prima misura diretta venne realizzata nel 1798 da Henry Cavendish, oltre un secolo dopo Newton.

Definizione 13.1 — Costante di gravitazione universale

La costante di gravitazione universale ha valore:

$$G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$$

Unità SI: $[G] = \text{N m}^2/\text{kg}^2$.

L'esperimento di Cavendish utilizzava una **bilancia di torsione**: due sferette di piombo erano fissate alle estremità di un manubrio orizzontale sospeso a un sottile filo di torsione; avvicinando due grosse masse, anch'esse di piombo, alle sferette, la lieve forza gravitazionale provocava una rotazione del manubrio, che si poteva misurare osservando la deflessione di un fascio di luce riflesso da uno specchietto solidale al filo. Conoscendo la costante di torsione del filo (calibrata a parte) si risaliva alla forza, e quindi a G .

La costante G è la *meno conosciuta* fra tutte le costanti fondamentali della fisica: a oggi è nota con un errore relativo di circa 2×10^{-5} , contro errori di 1×10^{-10} o migliori per la maggior parte delle altre. Misurarla con precisione resta una delle sfide sperimentali aperte della fisica contemporanea.

13.2.3. Forza-peso come caso particolare

Consideriamo un corpo di massa m posto alla superficie della Terra (massa $M_{\oplus}$, raggio $R_{\oplus}$). La forza gravitazionale che la Terra esercita su di esso vale:

$$F = G \frac{M_{\oplus} m}{R_{\oplus}^2}.$$

Confrontando con la forma locale del peso, $\vec{F}_P = m g$, si ottiene immediatamente:

$$g = G \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}$$

Unità SI: $[g] = \text{m/s}^2$, $[G] = \text{N m}^2/\text{kg}^2$, $[M_{\oplus}] = \text{kg}$, $[R_{\oplus}] = \text{m}$.

Sostituendo i valori $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$, $M_{\oplus} = 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_{\oplus} = 6.371 \times 10^6 \text{ m}$, si trova $g \approx 9.82 \text{ m/s}^2$, in ottimo accordo con il valore standard 9.81 m/s^2 .

A quota h sopra la superficie, la distanza dal centro della Terra è $r = R_{\oplus} + h$, e la gravità locale vale

$$g(h) = G \frac{M_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)^2} \approx g_0 \left(1 - 2 \frac{h}{R_{\oplus}}\right) \text{ per } h \ll R_{\oplus}.$$

Per una quota di 10 km, $h/R_{\oplus} \approx 1.6 \times 10^{-3}$: g diminuisce dello 0.3 %, variazione spesso trascurabile.

Attenzione!

Massa inerziale e massa gravitazionale Nella formula $\vec{F}_P = m g$ la massa m compare due volte: una nella legge di Newton come *massa inerziale* (resistenza all'accelerazione) e una nella legge di gravità come *massa gravitazionale* (sorgente del campo). Tutti gli esperimenti finora condotti — da Galileo con le sfere sul piano inclinato fino agli esperimenti satellitari odierni — mostrano che le due masse coincidono. Questo *principio di equivalenza* è alla base della relatività generale di Einstein.

13.3. Le leggi di Keplero

 [quiz e materiali con l'AI](#)

 [flashcard del paragrafo](#)

Tra il 1609 e il 1619 Giovanni Keplero, analizzando le osservazioni accuratissime di Tycho Brahe, formula tre leggi empiriche che descrivono il moto dei pianeti del Sistema Solare. Newton, mezzo secolo dopo, dimostrerà che esse sono *conseguenze matematiche* della legge di gravitazione universale.

13.3.1. Prima legge di Keplero (orbite ellittiche)

Legge 13.2 — Prima legge di Keplero

Ogni pianeta percorre un'orbita ellittica di cui il Sole occupa uno dei due fuochi.

L'**ellisse** è la curva luogo dei punti del piano per i quali la somma delle distanze da due punti fissi (i *fuochi*) è costante. Per un'orbita planetaria:

- il **semiasse maggiore** a è la metà del diametro massimo dell'orbita;
- l'**eccentricità** e ($0 \leq e < 1$) misura quanto l'ellisse si discosta da un cerchio: $e = 0$ corrisponde a un cerchio perfetto, $e \rightarrow 1$ a un'ellisse molto allungata;
- il **perielio** (più vicino al Sole) è a distanza $r_p = a(1 - e)$;
- l'**afelio** (più lontano dal Sole) è a distanza $r_a = a(1 + e)$.

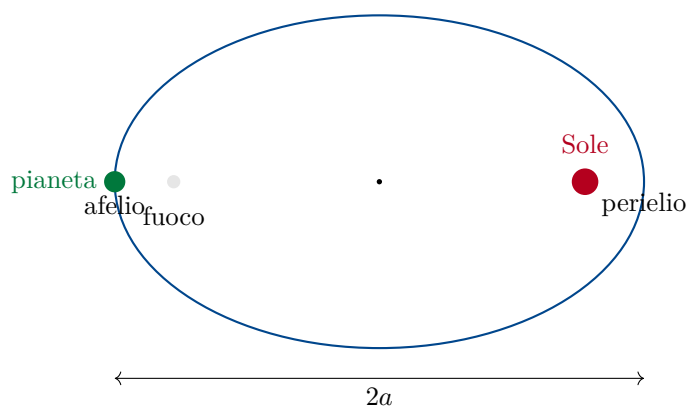


Figura 13.2: Prima legge di Keplero: l'orbita di un pianeta è un'ellisse e il Sole è in uno dei suoi due fuochi. Il perielio è il punto dell'orbita più vicino al Sole, l'afelio il più lontano. Per la maggior parte dei pianeti del Sistema Solare l'eccentricità è piccola e l'orbita è quasi un cerchio (per la Terra, $e \approx 0.017$).

Il modello copernicano precedente assumeva orbite circolari: la correzione di Keplero (in cui occorre un'ellisse, non un cerchio) è piccola nei numeri (eccentricità delle orbite planetarie quasi tutte $\lesssim 0.1$) ma è qualitativamente cruciale, e si misura nettamente sulle orbite più eccentriche, come quella di Mercurio ($e \approx 0.21$) o di alcune comete.

13.3.2. Seconda legge di Keplero (legge delle aree)

Legge 13.3 — Seconda legge di Keplero (legge delle aree)

La linea congiungente il Sole con un pianeta (raggio vettore) spazza aree uguali in tempi uguali.

In termini moderni: la **velocità areolare** è costante. Detta ΔA l'area spazzata in un intervallo Δt :

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{costante}$$

Unità SI: $[\Delta A/\Delta t] = \text{m}^2/\text{s}$.

La conseguenza geometrica e fisica è immediata: il pianeta deve muoversi *più velocemente al perielio* (vicino al Sole, raggio vettore corto, dunque per spazzare la stessa area in Δt deve percorrere un arco lungo) e *più lentamente all'afelio*.

Dimostrazione (legame con il momento angolare). L'area spazzata in Δt vale approssimativamente $\Delta A = \frac{1}{2} r v_{\perp} \Delta t$, dove $v_{\perp}$ è la componente di velocità perpendicolare al raggio vettore. Allora $\Delta A/\Delta t = \frac{1}{2} r v_{\perp} = L/(2m)$, dove $L = m r v_{\perp}$ è il momento angolare del pianeta rispetto al Sole. La forza di gravitazione è *centrale* (diretta lungo il raggio vettore), quindi non esercita momento sul pianeta: il momento angolare L si conserva, e con esso la velocità areolare.

La seconda legge di Keplero è perciò *equivalente* alla conservazione del momento angolare del pianeta nel campo centrale del Sole.

13.3.3. Terza legge di Keplero (periodi e raggi)

Legge 13.4 — Terza legge di Keplero

Il quadrato del periodo orbitale T di un pianeta è proporzionale al cubo del semiasse maggiore a della sua orbita:

$$T^2 = k a^3 \quad \text{con} \quad k = \frac{4\pi^2}{G M}$$

Unità SI: $[T] = \text{s}$, $[a] = \text{m}$, $[k] = \text{s}^2/\text{m}^3$, $[M] = \text{kg}$.

La costante k *non dipende dal pianeta*, ma solo dalla massa M del corpo centrale (qui il Sole).

Derivazione per orbite circolari. Per un'orbita circolare di raggio r , percorsa con velocità uniforme v , la forza gravitazionale fornisce l'accelerazione centripeta:

$$G \frac{M m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \implies v^2 = \frac{G M}{r}.$$

Il periodo è $T = 2\pi r/v$, da cui

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2}{G M} r^3.$$

Per un'orbita ellittica si dimostra (in modo più tecnico) che la stessa relazione vale con r sostituito dal semiasse maggiore a .

La terza legge è una formula potente: misurando *periodo* e *semiasse* di un'orbita (per esempio di un satellite attorno a un pianeta) si determina la *massa* del corpo centrale. È così che si misurano le masse del Sole, dei pianeti che hanno satelliti, delle stelle in sistemi binari, persino il buco nero supermassivo al centro della nostra galassia.

13.4. Energia nel campo gravitazionale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

13.4.1. Energia potenziale gravitazionale

Per un corpo che si muove nel campo gravitazionale di una massa M , la forza è *conservativa* e si può associare a essa una **energia potenziale gravitazionale** $U(r)$. Si definisce fissando come riferimento $U(\infty) = 0$, cioè energia potenziale nulla a distanza infinita.

Legge 13.5 — Energia potenziale gravitazionale

L'energia potenziale gravitazionale di un corpo di massa m a distanza r da un corpo di massa M vale:

$$U(r) = -G \frac{M m}{r}$$

Unità SI: $[U] = \text{J}$, $[G] = \text{N m}^2/\text{kg}^2$, $[M] = [m] = \text{kg}$, $[r] = \text{m}$.

Alcune osservazioni:

- $U(r)$ è sempre *negativa*: avvicinandosi alla massa M , U diminuisce (verso $-\infty$); allontanandosi, U aumenta (verso 0). Il segno negativo riflette il fatto che la forza è attrattiva: per allontanare il corpo bisogna spendere lavoro.
- Il riferimento $U(\infty) = 0$ è una *scelta convenzionale*. Solo le *differenze* di energia potenziale hanno significato fisico.
- In prossimità della superficie terrestre, scegliendo come riferimento la superficie stessa ($h = 0$) e sviluppando U in serie per piccoli h , si ritrova $E_p = m g h$ (formula locale già usata nei capitoli precedenti).

Recupero della formula locale. A quota h sopra la superficie terrestre, $r = R_{\oplus} + h$, da cui

$$U(R_{\oplus} + h) - U(R_{\oplus}) = -G \frac{M_{\oplus} m}{R_{\oplus} + h} + G \frac{M_{\oplus} m}{R_{\oplus}} \approx G \frac{M_{\oplus} m}{R_{\oplus}^2} h = m g h,$$

avendo usato $g = G M_{\oplus} / R_{\oplus}^2$ e sviluppato $1/(R_{\oplus} + h)$ al primo ordine in $h/R_{\oplus}$.

13.4.2. Energia totale e tipi di orbita

L'**energia meccanica totale** di un corpo di massa m nel campo gravitazionale di un corpo di massa M è

$$E = E_k + U = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M m}{r}.$$

Essendo U una funzione che vale 0 all'infinito e $-\infty$ al centro, il segno di E classifica completamente il moto in tre categorie.

- $E < 0$ — **orbita chiusa (ellittica)**. Il corpo non riesce ad allontanarsi indefinitamente perché non ha abbastanza energia cinetica per “salire” fino a $U = 0$: rimane legato e percorre una traiettoria chiusa. Per un’orbita circolare di raggio r si dimostra $E = -GMm/(2r)$.
- $E = 0$ — **orbita parabolica (limite)**. Il corpo si allontana indefinitamente, con velocità che tende a zero all’infinito. È il caso limite fra orbita chiusa e di fuga.
- $E > 0$ — **orbita iperbolica (di fuga)**. Il corpo ha energia in eccesso: si allontana raggiungendo l’infinito con velocità residua $v_\infty = \sqrt{2E/m}$. È il regime dei viaggi interplanetari (con assistenza gravitazionale per i sorvoli di pianeti).

In termini di geometria: la forma dell’orbita di una massa nel campo di un’altra è una *sezione conica* (ellisse, parabola, iperbole), e il segno dell’energia ne classifica il tipo. Questo risultato è uno dei trionfi del programma di Newton.

13.4.3. Velocità di fuga

Quale è la velocità *minima* con cui un corpo deve essere lanciato dalla superficie di un pianeta (massa M , raggio R) per non ricadere e raggiungere l’infinito? L’orbita-limite è quella parabolica, con $E = 0$. Scrivendo $E = 0$ in superficie:

$$\frac{1}{2} m v_{\text{fuga}}^2 - G \frac{M m}{R} = 0 \implies v_{\text{fuga}} = \sqrt{\frac{2 G M}{R}}.$$

Legge 13.6 — Velocità di fuga

La velocità di fuga dalla superficie di un corpo celeste di massa M e raggio R vale:

$$v_{\text{fuga}} = \sqrt{\frac{2 G M}{R}}$$

Unità SI: $[v_{\text{fuga}}] = \text{m/s}$, $[G] = \text{N m}^2/\text{kg}^2$, $[M] = \text{kg}$, $[R] = \text{m}$.

Sostituendo i dati terrestri: $v_{\text{fuga},\oplus} = \sqrt{2 G M_\oplus / R_\oplus} \approx 1.12 \times 10^4 \text{ m/s} \approx 11.2 \text{ km/s}$. È la velocità con cui sono partiti, dopo la fase di propulsione, i veicoli delle missioni Apollo per la Luna e Pioneer e Voyager per gli esterni del Sistema Solare.

Notiamo due aspetti.

- v_{fuga} *non dipende dalla massa* del corpo che fugge: una palla da tennis o un’astronave, ai fini della sola gravità, devono avere la stessa velocità di lancio per sfuggire (nell’atmosfera reale, l’attrito complica le cose: questo è uno dei motivi per cui i razzi accelerano gradualmente salendo verso l’alto, dove l’aria è più rarefatta).
- v_{fuga} *non dipende dalla direzione di lancio* (sopra l’atmosfera): qualunque direzione *purché* non punti contro il pianeta porta all’infinito, se la velocità modulo è almeno v_{fuga} .

Attenzione!

Raggio di Schwarzschild (cenno) Se in un corpo di massa M tutta la massa è confinata in una sfera di raggio R tale che $v_{\text{fuga}} = c$ (la velocità della luce), neppure la luce riesce a sfuggire. Risolvendo $\sqrt{2GM/R} = c$ si ottiene il *raggio di Schwarzschild* $R_S = 2GM/c^2$. Per una massa pari al Sole, $R_S \approx 3$ km: se tutta la massa solare fosse compressa in una sfera di tale raggio, nessuna luce uscirebbe. Sono i **buchi neri**. La derivazione corretta richiede però la relatività generale; quella appena vista fornisce, per coincidenza numerica, il valore esatto.

13.5. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 13.1

Forza fra due corpi terrestri Due persone di massa 70 kg sono a 1.0 m di distanza. Quanto vale la forza di attrazione gravitazionale fra loro?

Calcolo.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2 \cdot \frac{(70 \text{ kg})^2}{(1.0 \text{ m})^2} \approx 3.27 \times 10^{-7} \text{ N}.$$

Una forza di circa 0.3 μN : del tutto trascurabile rispetto alle altre forze in gioco (attrito, contatto, ecc.). Per questo nei problemi terrestri usuali la gravità reciproca fra oggetti si trascura.

Esempio 13.2

Calcolo della massa del Sole La Terra orbita attorno al Sole con periodo $T = 365.25$ day e semiasse maggiore $a = 1.496 \times 10^{11}$ m (la “unità astronomica”). Usando la terza legge di Keplero, calcoliamo la massa del Sole.

Impostazione.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_\odot} a^3 \implies M_\odot = \frac{4\pi^2 a^3}{G T^2}.$$

Conversione del periodo.

$$T = 365.25 \text{ day} \cdot 86\,400 \text{ s/day} \approx 3.156 \times 10^7 \text{ s}.$$

Sostituzione numerica.

$$\begin{aligned} M_\odot &= \frac{4\pi^2 \cdot (1.496 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2 \cdot (3.156 \times 10^7 \text{ s})^2} \\ &\approx 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}. \end{aligned}$$

In ottimo accordo con il valore tabulato $M_\odot \approx 1.99 \times 10^{30}$ kg.

Esempio 13.3

Periodo di un satellite geostazionario Un satellite *geostazionario* ha periodo orbitale uguale a quello di rotazione terrestre, $T = 86\,164\text{ s}$ (giorno siderale). Calcoliamo a che altezza sopra l'equatore si trova.

Impostazione. Dalla terza legge, $r^3 = G M_{\oplus} T^2 / (4\pi^2)$, e l'altezza sulla superficie è $h = r - R_{\oplus}$.

Calcolo.

$$r^3 = \frac{6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2 \cdot 5.972 \times 10^{24} \text{ kg} \cdot (86\,164 \text{ s})^2}{4\pi^2} \approx 7.54 \times 10^{22} \text{ m}^3,$$

$$r \approx 4.22 \times 10^7 \text{ m},$$

$$h = r - R_{\oplus} \approx 4.22 \times 10^7 \text{ m} - 6.37 \times 10^6 \text{ m} \approx 3.59 \times 10^7 \text{ m} \approx 35\,800 \text{ km}.$$

È la quota a cui sono posizionati i satelliti per le telecomunicazioni (televisione, GPS in parte, meteorologia).

Esempio 13.4

Velocità di fuga dalla Luna La Luna ha massa $M_L = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$ e raggio $R_L = 1.737 \times 10^6 \text{ m}$. Calcoliamo la velocità di fuga dalla sua superficie.

Calcolo.

$$v_{\text{fuga}} = \sqrt{\frac{2 G M_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2 \cdot 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}}{1.737 \times 10^6 \text{ m}}} \approx 2.38 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

Circa 2.4 km/s: cinque volte meno della velocità di fuga terrestre, per via della massa molto minore della Luna. È il motivo per cui i moduli lunari delle missioni Apollo, dopo l'allunaggio, hanno potuto risalire in orbita lunare con propulsori molto modesti.

13.6. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 13.1

1. Calcola la forza di attrazione gravitazionale fra due sfere omogenee di massa $1.0 \times 10^3 \text{ kg}$ ciascuna, i cui centri distano 2.0 m. $[F \approx 1.67 \times 10^{-5} \text{ N}]$
2. A quale altezza h sulla superficie terrestre l'accelerazione di gravità si riduce al 50 % del suo valore in superficie? $[h = R_{\oplus} (\sqrt{2} - 1) \approx 2640 \text{ km}]$
3. Marte ha massa $M = 6.42 \times 10^{23} \text{ kg}$ e raggio $R = 3.39 \times 10^6 \text{ m}$. Calcola l'accelerazione di gravità alla sua superficie. $[g_{\text{Marte}} \approx 3.72 \text{ m/s}^2]$
4. Un pianeta ipotetico orbita attorno al Sole con un semiasse maggiore doppio di quello terrestre ($a = 2 \text{ au}$). Usando la terza legge di Keplero, calcola il suo periodo in anni. $[T = 2^{3/2} \text{ anni} \approx 2.83 \text{ anni}]$

5. Un satellite orbita in modo circolare attorno alla Terra a una quota $h = 400$ km (Stazione Spaziale Internazionale). Calcola velocità orbitale e periodo. $[v \approx 7.67 \times 10^3$ m/s; $T \approx 5560$ s ≈ 92.7 min]
6. Calcola l'energia minima necessaria per sollevare un veicolo di massa $m = 1500$ kg dalla superficie della Terra fino a una quota di 1000 km (trascurando l'attrito e il moto di rotazione terrestre). $[\Delta U \approx 1.26 \times 10^{10}$ J]
7. Calcola la velocità di fuga dalla superficie di Giove ($M_J = 1.898 \times 10^{27}$ kg, $R_J = 6.99 \times 10^7$ m). $[v_{\text{fuga}} \approx 6.02 \times 10^4$ m/s ≈ 60 km/s]
8. Un'orbita ellittica attorno alla Terra ha perielio $r_p = 7.0 \times 10^6$ m e afelio $r_a = 1.4 \times 10^7$ m (misurati dal centro della Terra). Calcola il semiasse maggiore a e l'eccentricità e . $[a = 1.05 \times 10^7$ m; $e \approx 0.333]$
9. Un pianeta ha perielio $r_p = 1.0 \times 10^{11}$ m e all'afelio si muove a $v_a = 1.5 \times 10^4$ m/s. Sapendo che al perielio la velocità è $v_p = 3.0 \times 10^4$ m/s, calcola la distanza all'afelio (suggerimento: conservazione del momento angolare). $[r_a = 2.0 \times 10^{11}$ m]
10. Per quale raggio orbitale un satellite attorno alla Terra avrebbe un periodo di 1.0 day (giorno solare medio, 86 400 s)? Confronta con il raggio geostazionario. $[r \approx 4.22 \times 10^7$ m; quasi coincidente con quello geostazionario calcolato in esempio]

13.7. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Legge di gravitazione universale (Newton) — $F = G m_1 m_2 / r^2$, forza sempre attrattiva, diretta lungo la retta congiungente i due corpi. Vale per qualunque coppia di masse, “terrestri” o “celesti”.

Costante di gravitazione universale — $G = 6.674 \times 10^{-11}$ N m²/kg²; misurata per la prima volta da Cavendish (1798) con la bilancia di torsione.

Forza-peso — Caso particolare della gravitazione universale sulla superficie di un pianeta: $\vec{F}_P = m \vec{g}$ con $g = G M / R^2$. Diminuisce con la quota e dipende leggermente dalla latitudine (rotazione terrestre, schiacciamento del pianeta).

Prima legge di Keplero — Ogni pianeta percorre un'ellisse; il Sole si trova in uno dei due fuochi. Caratterizzazione: semiasse maggiore a , eccentricità e , perielio $a(1 - e)$, afelio $a(1 + e)$.

Seconda legge di Keplero — Il raggio vettore Sole-pianeta spazza aree uguali in tempi uguali ($\Delta A / \Delta t = \text{cost}$). Equivale alla conservazione del momento angolare nel campo centrale.

Terza legge di Keplero — $T^2 = (4\pi^2 / GM) a^3$: il rapporto T^2 / a^3 è lo stesso per tutti i pianeti del Sistema Solare ed è una misura della massa del corpo centrale.

Energia potenziale gravitazionale — $U(r) = -G M m / r$, con riferimento $U(\infty) = 0$.

Sempre negativa per la forza attrattiva. In prossimità della superficie terrestre $\Delta U \approx m g h$.

Energia totale e tipi di orbita — $E = E_k + U$. Se $E < 0$ orbita ellittica chiusa; $E = 0$ orbita parabolica (limite); $E > 0$ orbita iperbolica di fuga. La geometria dell'orbita è una sezione conica.

Velocità di fuga — $v_{\text{fuga}} = \sqrt{2 G M / R}$. Sulla Terra $v_{\text{fuga}} \approx 11.2 \text{ km/s}$; sulla Luna $\approx 2.4 \text{ km/s}$; su Giove $\approx 60 \text{ km/s}$. Non dipende dalla massa del corpo che fugge né dalla direzione di lancio (in assenza di atmosfera).

Capitolo 14

Elettrostatica e campo elettrico

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Strappò al cielo il fulmine, e ai tiranni lo scettro.”

— Anne-Robert-Jacques Turgot, motto in onore di Benjamin Franklin, 1778

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)

L'Architettura dell'Elettrostatica

Dalla natura della carica alla Legge di Coulomb

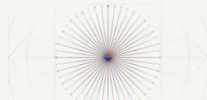


Un'esplorazione della forza fondamentale che tiene unita la materia, dai costituenti atomici alle interazioni macroscopiche nei dielettrici.

di NotebookLM

[Elettrostatica](#)

L'Architettura dell'Invisibile: Dal Campo Elettrico alla Legge di Gauss



Una guida visiva ai fondamenti dell'elettrostatica, dalle cariche puntiformi alle simmetrie continue.

di NotebookLM

[Campo elettrico e gauss](#)

Potenziale e Campi Elettrostatici

L'Architettura dell'Energia Invisibile



Una guida visiva alla topografia delle forze invisibili, dall'energia potenziale alla circolazione.

di NotebookLM

[Campo potenziale elettrostatico](#)



[Condensatori](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Legge di Coulomb](#)
- [\[IT\] Campo elettrico](#)
- [\[IT\] Potenziale elettrico](#)
- [\[IT\] Capacità elettriche](#)
- [\[EN\] Carica Elettrica e Legge di Coulomb](#)
- [\[EN\] Campo Elettrico e Leggi di Gauss](#)
- [\[EN\] Potenziale e Campi Elettrostatici](#)
- [\[EN\] Elettrostatica Conduttori e Condensatori](#)
- [\[FR\] Fisica coulomb](#)
- [\[FR\] Fisica campo elettrico](#)
- [\[FR\] Potenziale elettrico](#)
- [\[FR\] Fisica condensatori](#)
- [\[ES\] Carica Elettrica e Legge di Coulomb](#)
- [\[ES\] Campo Elettrico e Leggi di Gauss](#)
- [\[ES\] Potenziale e Campi Elettrostatici](#)
- [\[ES\] Elettrostatica Conduttori e Condensatori](#)

14.1. Introduzione motivazionale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Già nell'antichità Talete (VI sec. a.C.) osservò che una bacchetta di *elettron* (in greco antico: ambra) sfregata con un panno attirava piccoli oggetti leggeri (pagliuzze, capelli). Dalla parola greca per ambra deriva il nostro termine **elettricità**. Per duemila anni il fenomeno è rimasto una curiosità da salotto, finché, nel XVIII secolo, le scariche delle bottiglie di Leida, gli esperimenti di Benjamin Franklin con i fulmini e l'invenzione della pila di Volta non hanno trasformato l'elettricità nel motore della seconda rivoluzione industriale.

In questo capitolo affrontiamo lo studio dei fenomeni elettrici in condizione *statica*: cariche elettriche ferme nello spazio. Pur essendo un caso particolare, l'elettrostatica contiene tutti i concetti chiave dell'elettromagnetismo: la *carica elettrica* come grandezza fondamentale, la *legge di Coulomb* che ne regola le interazioni, il *campo elettrico* come strumento per descrivere l'azione a distanza, il *teorema di Gauss* che lega flusso e carica, il *potenziale elettrico* come energia per unità di carica.

Sono i fondamenti su cui costruiremo, nei prossimi capitoli, lo studio delle correnti, del magnetismo, dell'induzione e delle onde elettromagnetiche.

14.2. La carica elettrica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

14.2.1. Carica elettrica e sua conservazione

L'esperienza quotidiana mostra che dopo aver sfregato una penna di plastica sui capelli, questa è capace di attirare piccoli pezzettini di carta. La penna ha acquistato una nuova proprietà fisica: si dice che è *eletticamente carica*.

Esperimenti sistematici, condotti soprattutto da Charles François de Cisternay du Fay (1733) e da Franklin (1747), portarono a tre risultati fondamentali.

1. Esistono *due tipi* di carica elettrica: cariche di tipo opposto si attraggono, cariche dello stesso tipo si respingono.
2. Franklin convenzionò di chiamare **positiva** la carica che resta su una bacchetta di vetro sfregata con seta, **negativa** quella sulla bacchetta di ambra (o di plastica) sfregata con panno. La scelta è puramente convenzionale, ma è quella tuttora in uso.
3. In ogni processo fisico, la **carica totale** di un sistema isolato si conserva. Se da un corpo neutro si “estrae” carica positiva, vi rimane un'uguale quantità di carica negativa.

La scoperta dell'elettrone (Thomson, 1897) e la misura della sua carica (Millikan, 1909), che abbiamo visto nel capitolo 21, hanno mostrato che la carica elettrica è **quantizzata**: tutte le cariche osservate in natura (su corpi macroscopici, su particelle libere) sono multipli interi della *carica elementare*:

$$e \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Unità SI: $[e] = \text{C}$. Carica del protone $+e$; carica dell'elettrone $-e$.

Il **coulomb** (C) è l'unità SI di carica; 1 C corrisponde a circa 6.24×10^{18} cariche elementari. È un'unità grande: una pila stilo eroga $\sim 1 \text{ C}$ ogni mezz'ora di funzionamento.

Attenzione!

Conservazione $\neq$ creazione/distruzione locale La conservazione totale non vieta che cariche di segno opposto possano essere create o distrutte simultaneamente in un dato punto. Negli acceleratori di particelle, per esempio, l'urto fra una particella e la sua antiparticella può annichilare entrambe in fotoni; viceversa, da fotoni di sufficiente energia si possono produrre coppie particella-antiparticella. In ogni caso, la carica totale si conserva.

14.2.2. Conduttori e isolanti

A seconda di come la carica si distribuisce in essi, i materiali si classificano in tre grandi categorie.

- **Conduttori:** materiali in cui le cariche elettriche (elettroni di valenza, nei metalli) sono *libere di muoversi* attraverso l'intero corpo. I metalli (rame, alluminio, argento, oro) sono

buoni conduttori; lo è anche l'acqua impura (per via degli ioni in soluzione), il corpo umano, le soluzioni elettrolitiche.

- **Isolanti** (o *dielettrici*): materiali in cui le cariche sono *legate* ai loro atomi e non possono spostarsi liberamente. Esempi: vetro, gomma, plastica, ceramica, aria secca, oli.
- **Semiconduttori**: materiali con conducibilità intermedia, che cambia drasticamente in base a temperatura, impurità, illuminazione. Esempi: silicio, germanio. Sono la base di tutta l'elettronica moderna (diodi, transistor, pannelli solari, processori).

In un conduttore in equilibrio elettrostatico, le cariche libere si ridistribuiscono fino a quando il campo elettrico all'interno del conduttore è *nullo*: se così non fosse, le cariche continuerebbero a muoversi sotto l'azione del campo. Una conseguenza importante: in un conduttore in equilibrio, l'eccesso di carica si distribuisce sulla *superficie esterna*, non all'interno.

14.2.3. Elettrizzazione: strofinio, contatto, induzione

Esistono tre meccanismi principali per “caricare” un corpo inizialmente neutro.

Strofinio. Sfregando due materiali diversi (per esempio plastica e lana), elettroni vengono trasferiti dal materiale meno avido di elettroni (la lana) a quello più avido (la plastica). Si ottiene così la plastica caricata negativamente e la lana positivamente. Quale materiale acquisti elettroni dipende dalla cosiddetta *serie triboelettrica* (vetro > capelli > seta > lana > plastica > gomma, ecc.).

Contatto. Toccando un corpo conduttore neutro con un corpo carico, parte della carica si trasferisce per ridistribuzione, fino a che entrambi raggiungono lo stesso potenziale. Se i due corpi sono identici (per esempio due sfere uguali), la carica iniziale si suddivide in parti uguali.

Induzione. Avvicinando un corpo carico a un conduttore neutro, *senza toccarlo*, le cariche libere del conduttore si ridistribuiscono: le cariche di segno opposto sono attratte verso il corpo, quelle di segno uguale respinte. Il conduttore resta complessivamente neutro, ma è “polarizzato”. Se a questo punto lo si collega a terra (o lo si tocca con un dito), una parte di queste cariche fluirà a terra: rimuovendo poi la connessione e poi il corpo inducente, il conduttore resterà con una carica netta di segno opposto a quella del corpo inducente.

Polarizzazione (nei dielettrici). In un dielettrico le cariche sono legate: non possono migrare in massa come nei conduttori. Possono però spostarsi leggermente rispetto alla loro posizione di equilibrio, formando *dipoli indotti*. Il materiale resta complessivamente neutro, ma si comporta in modo differente nei confronti dei campi esterni (le bottiglie di plastica vengono attratte da una bacchetta carica anche senza contatto: è polarizzazione).

14.3. La legge di Coulomb

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

14.3.1. Forza di Coulomb tra cariche puntiformi

Charles-Augustin de Coulomb, nel 1785, condusse una serie di misure quantitative dell'interazione fra cariche elettriche usando una bilancia di torsione (uno strumento simile a quello che Cavendish avrebbe usato pochi anni dopo per la gravitazione, cap. 13). La legge che ne ricavò è straordinariamente analoga a quella di Newton per la gravitazione.

Legge 14.1 — Legge di Coulomb

Due cariche puntiformi q_1 e q_2 , poste a distanza r , si esercitano reciprocamente una forza di modulo:

$$F_C = k_e \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

Unità SI: $[F_C] = \text{N}$, $[q] = \text{C}$, $[r] = \text{m}$, $[k_e] = \text{N m}^2/\text{C}^2$.

La forza è diretta lungo la retta congiungente le due cariche: *repulsiva* se le cariche hanno lo stesso segno (concordi), *attrattiva* se hanno segni opposti (discordi).

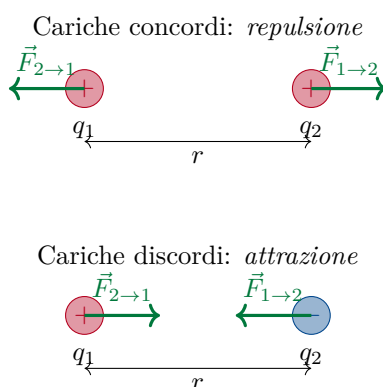


Figura 14.1: Forza di Coulomb tra due cariche puntiformi. Sopra: cariche dello stesso segno si respingono. Sotto: cariche di segno opposto si attraggono. In entrambi i casi vale il terzo principio: $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$.

In forma vettoriale, la forza esercitata da q_1 su q_2 vale:

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{1 \rightarrow 2},$$

dove $\hat{r}_{1 \rightarrow 2}$ è il versore da 1 verso 2. Il segno del prodotto $q_1 q_2$ determina automaticamente il verso: positivo (cariche concordi) significa forza nel verso $\hat{r}_{1 \rightarrow 2}$ (repulsione); negativo (discordi), nel verso opposto (attrazione).

Sovrapposizione. Se sono presenti più cariche puntiformi $q_1, q_2, \dots, q_N$, la forza totale su una carica di prova q è la somma vettoriale delle forze esercitate da ciascuna carica singolarmente (*principio di sovrapposizione*):

$$\vec{F}_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i \rightarrow q}.$$

La sovrapposizione è una proprietà fondamentale dell'elettromagnetismo e ne semplifica enormemente l'analisi.

14.3.2. Costante dielettrica e mezzi materiali

La costante k_e è legata a una costante più fondamentale, chiamata **permettività del vuoto**:

$$k_e = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}, \quad \varepsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

Unità SI: $[k_e] \approx 8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$; $[\varepsilon_0] = \text{F/m} = \text{C}^2/(\text{N m}^2)$.

Le unità di ε_0 in F/m (farad al metro) diventeranno trasparenti nel cap. 15 (corrente elettrica e condensatori). Numericamente, $k_e \approx 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$: un valore molto grande, e questo si traduce nel fatto che la forza elettrica è una forza intensa, anche per cariche modeste.

Cariche in un mezzo dielettrico. Quando le cariche sono immerse in un mezzo dielettrico (acqua, olio, gas, ecc.), la forza è *ridotta* rispetto a quella nel vuoto. Si introduce la **costante dielettrica relativa** ε_r del mezzo, definita dal rapporto:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0},$$

dove ε è la permettività del mezzo. La legge di Coulomb nel mezzo diventa:

$$F_C = \frac{1}{4\pi \varepsilon} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{1}{\varepsilon_r} F_C^{(\text{vuoto})}.$$

Valori tipici a temperatura ambiente:

- Vuoto e aria: $\varepsilon_r = 1$ (praticamente).
- Carta: $\varepsilon_r \sim 3$ –4.
- Vetro: $\varepsilon_r \sim 5$ –10.
- Acqua: $\varepsilon_r \approx 80$ (alta polarità della molecola).

L'alto ε_r dell'acqua è il motivo per cui i sali (per esempio NaCl) si dissolvono facilmente: la forza elettrica fra ioni Na^+ e Cl^- è ridotta di un fattore 80 rispetto al vuoto, permettendo agli ioni di separarsi e diffondere.

14.3.3. Confronto tra forza di Coulomb e gravitazionale

La legge di Coulomb $F_C \propto q_1 q_2 / r^2$ e la legge di gravitazione universale $F_g \propto m_1 m_2 / r^2$ (cap. 13) hanno la stessa struttura matematica. Ma quanto sono intense queste forze, in confronto?

Consideriamo due elettroni. La forza di Coulomb (repulsiva, cariche concordi) e la forza gravitazionale (attrattiva) hanno modulo:

$$F_C = k_e \frac{e^2}{r^2},$$

$$F_g = G \frac{m_e^2}{r^2}.$$

Il rapporto, indipendente da r :

$$\frac{F_C}{F_g} = \frac{k_e e^2}{G m_e^2} \approx \frac{9 \times 10^9 \cdot (1.6 \times 10^{-19})^2}{6.67 \times 10^{-11} \cdot (9.11 \times 10^{-31})^2} \approx 4 \times 10^{42}.$$

La forza di Coulomb fra due elettroni è circa 4×10^{42} volte più intensa della loro mutua attrazione gravitazionale. Eppure, su grande scala, è la gravità a dominare: stelle, galassie, sistemi planetari. Il motivo è che la materia macroscopica è quasi sempre *eletttricamente neutra* (numero quasi uguale di protoni ed elettroni): le enormi forze coulombiane si bilanciano fra loro, mentre la massa — sempre positiva — si somma sempre. La gravità “vince” su grande scala non perché sia intensa, ma perché non si cancella.

14.4. Il concetto di campo

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

14.4.1. Dal contatto al campo

Nella legge di Coulomb (e in quella di Newton per la gravità), due cariche poste a distanza r esercitano una forza l'una sull'altra *istantaneamente*, senza alcun “intermediario”. È l'**azione a distanza**: una nozione che già al tempo di Newton suscitò perplessità (lo stesso Newton, in una lettera a Bentley, la definì “così grande assurdità che credo nessuna persona con competenza in materia di filosofia naturale possa accettarla”).

L'idea di **campo** fu sviluppata nel XIX secolo da Michael Faraday e James Clerk Maxwell come superamento del concetto di azione a distanza. Anziché immaginare una forza che “viaggia istantaneamente” fra due cariche, si pensa la sorgente come *modifichi lo spazio circostante*: ogni punto dello spazio è caratterizzato da un *campo*, una grandezza fisica (vettoriale, in questo caso) che descrive “come si comporterebbe una carica di prova” posta in quel punto. Quando un'altra carica entra nel campo, sente la forza generata dal campo locale.

Questo cambio di prospettiva ha due vantaggi:

- Il campo esiste *a prescindere* dalla presenza di una carica di prova: è una proprietà dello spazio determinata dalle sorgenti.
- La perturbazione del campo non si propaga istantaneamente: viaggia con la velocità della luce. Quando una carica si sposta, il campo lontano “si aggiorna” solo dopo un tempo finito r/c . Questa è la base delle *onde elettromagnetiche* (cap. 18).

14.4.2. Campo elettrico

Definizione 14.1 — Campo elettrico

In un punto P dello spazio, si pone una piccola **carica di prova** q_{pr} (assumiamo positiva) e si misura la forza $\vec{F}$ che essa subisce. Il **campo elettrico** in P è il rapporto fra forza e carica di prova:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{pr}}}$$

Unità SI: $[\vec{E}] = \text{N/C}$; equivalentemente V/m (cfr. paragrafo sul potenziale).

$\vec{E}$ è un vettore con la stessa direzione e verso della forza che subirebbe una carica di prova positiva.

La carica di prova deve essere “piccola” nel senso che non perturbi sensibilmente la distribuzione di cariche sorgente. In linea di principio, si prende il limite $q_{\text{pr}} \rightarrow 0$.

Campo di una carica puntiforme. Una carica Q puntiforme genera, a distanza r , una forza su una carica di prova q_{pr} (legge di Coulomb): $\vec{F} = k_e Q q_{\text{pr}} / r^2 \hat{r}$. Il campo corrispondente è:

$$\vec{E}(r) = k_e \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

Unità SI: $[\vec{E}] = \text{V/m}$; $[Q] = \text{C}$, $[r] = \text{m}$; $\hat{r}$ versore radiale.

Il verso è radiale: *uscende* dalla carica se $Q > 0$, *entrante* se $Q < 0$.

Sovrapposizione. Anche per il campo vale il principio di sovrapposizione: il campo totale prodotto da più cariche è la somma vettoriale dei campi prodotti da ciascuna:

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \sum_i \vec{E}_i.$$

14.4.3. Campo gravitazionale come analogo

La nozione di campo si applica identica alla gravità. Il **campo gravitazionale** in un punto è la forza per unità di massa che agirebbe su una massa di prova:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m_{\text{pr}}}$$

Unità SI: $[\vec{g}] = \text{m/s}^2$ (oppure N/kg); $[m] = \text{kg}$.

Vicino alla superficie terrestre, $\vec{g}$ è (approssimativamente) uniforme, diretto verso il centro della Terra, con modulo $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$. È lo stesso valore che incontriamo come “accelerazione di gravità”: non è una coincidenza — la forza che agisce su una massa m vale $\vec{F} = m\vec{g}$, e dal secondo principio $\vec{a} = \vec{F}/m = \vec{g}$, quindi il campo gravitazionale coincide numericamente con l’accelerazione gravitazionale.

Per una massa puntiforme M , il campo gravitazionale è $\vec{g}(r) = -GM/r^2 \hat{r}$: il segno meno indica che è sempre attrattivo (verso la sorgente). Differenza significativa rispetto a $\vec{E}$: il campo gravitazionale è sempre attrattivo, mentre quello elettrico può essere attrattivo o repulsivo a seconda del segno della carica.

14.4.4. Linee di campo

Un campo vettoriale come $\vec{E}$ può essere rappresentato visivamente con le **linee di campo**: curve orientate definite dalle due proprietà:

1. In ogni punto, la *tangente* alla linea di campo dà la direzione di $\vec{E}$.
2. La *densità* delle linee (numero per unità di area perpendicolare) è proporzionale al *modulo* di $\vec{E}$: dove le linee sono ravvicinate il campo è intenso, dove sono sparse il campo è debole.

Convenzioni:

- Le linee *escono* dalle cariche positive ed *entrano* nelle cariche negative.
- Le linee *non si intersecano*: in ogni punto, $\vec{E}$ ha una direzione unica.
- In zone prive di cariche, le linee non hanno inizio né fine: o si chiudono su altre cariche, o vanno all'infinito.

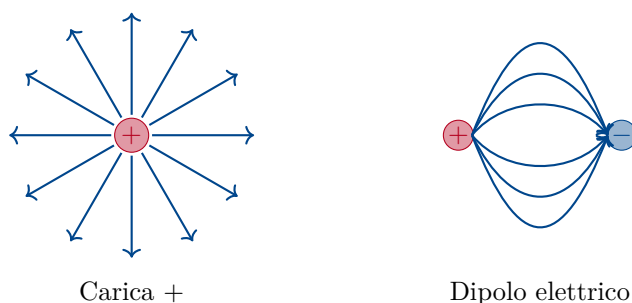


Figura 14.2: Linee di campo. A sinistra: una carica puntiforme positiva genera un campo radialmente uscente, con simmetria sferica. A destra: un dipolo elettrico (carica + e - vicine) genera linee che partono dalla carica positiva e terminano sulla negativa, disponendosi nello spazio circostante.

Altri esempi visivi noti:

- Due cariche *uguali e opposte* (dipolo): le linee partono dalla carica positiva e terminano nella negativa.
- Due cariche *uguali dello stesso segno*: le linee si “respingono” nello spazio fra le due cariche, formando una zona vuota di linee al centro.
- Un *condensatore piano* (due lastre cariche di segno opposto): all'interno il campo è quasi uniforme, con linee rette parallele dalla lastra + alla lastra -.

14.5. Teorema di Gauss

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

14.5.1. Flusso di un campo vettoriale

Prima di enunciare il teorema, introduciamo il concetto di **flusso** di un campo vettoriale attraverso una superficie. È una grandezza che, intuitivamente, conta “quante linee di campo attraversano la superficie”.

Definizione 14.2 — Flusso (caso uniforme)

Per un campo $\vec{E}$ *uniforme* e una superficie piana di area A con normale $\hat{n}$ formante un angolo θ con il campo:

$$\Phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \vec{A} = E A \cos \theta$$

Unità SI: $[\Phi] = \text{V m}$ (oppure $\text{N m}^2/\text{C}$); $[A] = \text{m}^2$.

Si introduce convenzionalmente il *vettore area* $\vec{A} = A \hat{n}$, di modulo A e direzione perpendicolare alla superficie.

Per una superficie non piana e/o un campo non uniforme, si suddivide la superficie in elementi $d\vec{A}$ infinitesimi e si integra:

$$\Phi(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A}.$$

Per superfici *chiuse* (sfere, cubi, palloni che racchiudono una regione), la convenzione è che $\hat{n}$ punti *verso l'esterno*. Il flusso uscente è positivo, quello entrante negativo.

14.5.2. Teorema di Gauss per il campo elettrico

Legge 14.2 — Teorema di Gauss per il campo elettrico

Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie *chiusa* qualsiasi è proporzionale alla carica netta *interna* alla superficie:

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Unità SI: $[\Phi] = \text{V m}$; $[Q] = \text{C}$; $[\epsilon_0] = \text{F/m}$.

La superficie chiusa è detta *superficie gaussiana*.

Il teorema di Gauss è *equivalente* alla legge di Coulomb: una formulazione integrale dello stesso fatto fisico. Tuttavia, in situazioni con sufficiente *simmetria*, il teorema permette di calcolare il campo elettrico molto più rapidamente, scegliendo opportunamente la superficie gaussiana.

Cenno di verifica per la carica puntiforme. Per una carica puntiforme Q , scegliamo come gaussiana una sfera di raggio r centrata su Q . Per simmetria, $\vec{E}$ è radiale e ha modulo

uniforme sulla sfera; inoltre $\vec{E}$ è parallela a $d\vec{A}$ (entrambi radiali). Quindi:

$$\Phi(\vec{E}) = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0},$$

da cui $E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2) = k_e Q/r^2$: si riottiene la legge di Coulomb.

14.5.3. Teorema di Gauss per il campo gravitazionale

Esiste un analogo gravitazionale del teorema di Gauss. Per il campo gravitazionale $\vec{g}$, sempre attrattivo, vale:

$$\Phi(\vec{g}) = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{A} = -4\pi G M_{\text{int}}$$

Unità SI: $[\Phi] = \text{m}^3/\text{s}^2$; $[G] = \text{N m}^2/\text{kg}^2$; $[M] = \text{kg}$.

Il segno meno è caratteristico: il campo gravitazionale è *entrante* (verso le masse), mentre quello elettrico esce dalle cariche positive. È il riflesso del fatto che la gravità è sempre attrattiva.

Da Gauss gravitazionale discende, fra l'altro, il *teorema del guscio* di Newton (cap. 13): il campo gravitazionale fuori da una distribuzione sferica di massa è lo stesso che si avrebbe se tutta la massa fosse concentrata nel centro.

14.5.4. Applicazioni a distribuzioni simmetriche

Il teorema di Gauss esprime il suo pieno potenziale quando la distribuzione di carica ha una qualche simmetria. Tre casi paradigmatici:

Simmetria sferica. Per una distribuzione sferica di carica Q (per esempio una sfera uniformemente carica, una carica puntiforme), il campo *esterno* è quello di una carica puntiforme equivalente al centro:

$$E(r) = k_e \frac{Q}{r^2} \quad \text{per } r > R.$$

Dentro la distribuzione, il risultato dipende dalla distribuzione specifica. Per una sfera uniformemente carica, il campo cresce linearmente con r (zero al centro, massimo alla superficie).

Simmetria cilindrica (filo infinito carico). Un filo rettilineo infinito con densità di carica lineare λ (coulomb/metro) ha un campo radiale (perpendicolare al filo). Si sceglie come gaussiana un cilindro di raggio r e lunghezza L coassiale al filo; il flusso uscente è solo dalla superficie laterale ($\vec{E}$ è perpendicolare alle basi del cilindro): $\Phi = E \cdot 2\pi r L = \lambda L/\varepsilon_0$. Si ricava:

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r}$$

Unità SI: $[E] = \text{V/m}$; $[\lambda] = \text{C/m}$.

Il campo decresce come $1/r$ (e non come $1/r^2$): è un risultato specifico della geometria cilindrica.

Simmetria piana (lastra infinita carica). Una lastra piana infinita con densità superficiale di carica σ (coulomb/metro²) genera un campo uniforme, perpendicolare alla lastra e con modulo:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Unità SI: $[E] = \text{V/m}$; $[\sigma] = \text{C/m}^2$.

Sorprendentemente, il campo *non* dipende dalla distanza dalla lastra (purché la lastra sia infinita): è una caratteristica della simmetria piana. Per due lastre parallele cariche di segno opposto (condensatore piano), i campi si sommano nello spazio fra le lastre e si annullano all'esterno: il campo interno vale σ/ε_0 .

14.6. Potenziale elettrico

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

14.6.1. Energia potenziale elettrica

La forza di Coulomb, come la gravitazionale, è *conservativa*: il lavoro fatto contro la forza per spostare una carica da un punto all'altro dipende solo dalle posizioni iniziale e finale, non dal percorso. Esiste quindi un'**energia potenziale elettrica**.

Per due cariche puntiformi q_1, q_2 a distanza r , scegliendo come riferimento $U(\infty) = 0$, si trova:

$$U(r) = k_e \frac{q_1 q_2}{r}$$

Unità SI: $[U] = \text{J}$; $[q] = \text{C}$; $[r] = \text{m}$.

Notiamo:

- Per cariche dello stesso segno ($q_1 q_2 > 0$), $U > 0$: il sistema ha energia positiva e tende a separare le cariche (forza repulsiva).
- Per cariche opposte ($q_1 q_2 < 0$), $U < 0$: il sistema è legato (analogo all'atomo di idrogeno, cap. 22).
- All'infinito $U \rightarrow 0$: le cariche non interagiscono.

Per portare una carica q dall'infinito a distanza r da Q , si deve fare un lavoro pari a $W = U(r) - U(\infty) = U(r)$. Se le cariche sono concordi, occorre fornire energia (lavoro positivo); se sono opposte, l'avvicinamento avviene spontaneamente (lavoro negativo: si recupera energia).

14.6.2. Potenziale elettrico e differenza di potenziale

Analogamente al campo elettrico, definito come forza per unità di carica, definiamo il **potenziale elettrico** come energia potenziale per unità di carica.

Definizione 14.3 — Potenziale elettrico

$$V = \frac{U}{q_{\text{pr}}}$$

Unità SI: $[V] = \text{V}$; $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$.

L'unità SI del potenziale, il **volt** (V), è familiare: le pile, le batterie, le prese di casa sono caratterizzate dalla loro tensione (differenza di potenziale).

Per una carica puntiforme Q , il potenziale a distanza r è (usando $U = kQq_{\text{pr}}/r$ e $V = U/q_{\text{pr}}$):

$$V(r) = k_e \frac{Q}{r}$$

Unità SI: $[V] = \text{V}$; $[Q] = \text{C}$; $[r] = \text{m}$.

Il potenziale è *scalare* (contrariamente al campo, che è vettoriale): è una semplificazione importante.

Sovrapposizione. Anche per il potenziale vale il principio di sovrapposizione: il potenziale totale di N cariche puntiformi è la somma algebrica (non vettoriale!) dei potenziali individuali:

$$V_{\text{tot}} = \sum_i V_i = \sum_i k_e \frac{Q_i}{r_i}.$$

Differenza di potenziale. In pratica, ciò che si misura non è il potenziale “assoluto”, ma la **differenza di potenziale** (d.d.p., o tensione) fra due punti:

$$\Delta V_{AB} = V_A - V_B.$$

È la d.d.p. a mettere in moto le cariche: in un circuito, una pila fornisce una d.d.p. ai suoi capi che provoca lo scorrere della corrente (cap. 15).

Relazione fra $\vec{E}$ e V . Campo e potenziale non sono indipendenti: in una dimensione, $E_x = -dV/dx$. In tre dimensioni, $\vec{E} = -\nabla V$ (gradiente). Il campo punta nella direzione di *massima discesa* del potenziale. Una carica positiva, abbandonata in un campo elettrico, si muove “verso potenziali decrescenti”; una carica negativa, “verso potenziali crescenti”.

14.6.3. Superfici equipotenziali

Le **superfici equipotenziali** sono il luogo geometrico dei punti dello spazio in cui V assume lo stesso valore.

- Per una carica puntiforme, le superfici equipotenziali sono sfere concentriche centrate sulla carica ($V = kQ/r$ è costante a r costante).

- Per un dipolo, le equipotenziali sono superfici più complesse, simmetriche rispetto al piano centrale.
- Per un condensatore piano, le equipotenziali sono piani paralleli alle armature.

Proprietà fondamentali:

- Le linee di campo sono *perpendicolari* alle superfici equipotenziali in ogni punto.
- Spostarsi lungo una superficie equipotenziale richiede *lavoro nullo*: $W = q \Delta V = 0$.
- In un conduttore in equilibrio elettrostatico, l'intero conduttore è una superficie equipotenziale (le cariche libere si muoverebbero altrimenti).

14.7. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 14.1

Forza fra protone ed elettrone in un atomo di idrogeno Nell'atomo di idrogeno (modello di Bohr), l'elettrone si trova a distanza $r = a_0 \approx 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ dal protone. Calcoliamo la forza coulombiana.

Calcolo.

$$F_C = k_e \frac{e^2}{a_0^2} = 8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \cdot \frac{(1.602 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(5.29 \times 10^{-11} \text{ m})^2} \approx 8.24 \times 10^{-8} \text{ N}.$$

È circa 10^{-7} N : piccolissima in termini macroscopici, ma rapportata alla massa dell'elettrone ($m_e \approx 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$) genera un'accelerazione $a = F/m_e \approx 9 \times 10^{22} \text{ m/s}^2$, enorme.

Esempio 14.2

Campo a metà strada fra due cariche Due cariche $q_1 = +2.0 \mu\text{C}$ e $q_2 = -2.0 \mu\text{C}$ si trovano a distanza $d = 20 \text{ cm}$. Calcoliamo il campo elettrico nel punto medio fra di loro.

Soluzione. Nel punto medio, $r_1 = r_2 = d/2 = 10 \text{ cm}$. Il campo dovuto a q_1 (positiva) punta *lontano* da q_1 , cioè verso q_2 . Il campo dovuto a q_2 (negativa) punta *verso* q_2 , sempre nello stesso verso. I due contributi si sommano:

$$E_1 = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2} = 8.99 \times 10^9 \cdot \frac{2.0 \times 10^{-6}}{(0.10)^2} = 1.80 \times 10^6 \text{ V/m},$$

$$E_2 = E_1 = 1.80 \times 10^6 \text{ V/m}.$$

$$E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 = 3.60 \times 10^6 \text{ V/m}, \text{ diretto da } q_1 \text{ verso } q_2.$$

Esempio 14.3

Filo carico infinito Un filo rettilineo di lunghezza enorme è uniformemente carico con densità lineare $\lambda = 1.0 \times 10^{-6} \text{ C/m}$. Calcoliamo il campo elettrico a distanza $r = 5.0 \text{ cm}$ dal filo.

Soluzione.

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r} = \frac{1.0 \times 10^{-6} \text{ C/m}}{2\pi \cdot 8.854 \times 10^{-12} \cdot 0.050 \text{ m}} \approx 3.6 \times 10^5 \text{ V/m.}$$

Esempio 14.4

Potenziale di due cariche Due cariche $q_1 = +3.0 \mu\text{C}$ e $q_2 = +5.0 \mu\text{C}$ si trovano nei punti $P_1 = (0, 0)$ e $P_2 = (4.0, 0) \text{ m}$. Calcoliamo il potenziale nel punto $P = (0, 3.0 \text{ m})$.

Distanze. $r_1 = 3.0 \text{ m}$; $r_2 = \sqrt{4.0^2 + 3.0^2} \text{ m} = 5.0 \text{ m}$.

Potenziale (somma algebrica).

$$\begin{aligned} V &= k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) \\ &= 8.99 \times 10^9 \cdot \left(\frac{3.0 \times 10^{-6}}{3.0} + \frac{5.0 \times 10^{-6}}{5.0} \right) \\ &= 8.99 \times 10^9 \cdot 2.0 \cdot 10^{-6} = 1.80 \times 10^4 \text{ V.} \end{aligned}$$

Esempio 14.5

Energia di ionizzazione dell'idrogeno Stimiamo, classicamente, l'energia necessaria per ionizzare l'atomo di idrogeno (portare l'elettrone da $r = a_0$ a $r \rightarrow \infty$).

Energia potenziale a distanza a_0 .

$$U(a_0) = k_e \frac{(-e)(+e)}{a_0} = -k_e \frac{e^2}{a_0}.$$

Numericamente:

$$U(a_0) = -8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \cdot \frac{(1.602 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{5.29 \times 10^{-11} \text{ m}} \approx -4.36 \times 10^{-18} \text{ J} \approx -27.2 \text{ eV.}$$

Energia totale (modello di Bohr). Nell'atomo di idrogeno l'elettrone ha anche energia cinetica; il modello di Bohr (cap. 22) mostra che $E_k = -\frac{1}{2} U$, quindi $E_{\text{tot}} = U + E_k = \frac{1}{2} U \approx -13.6 \text{ eV}$. L'energia di ionizzazione è $E_{\text{ion}} = -E_{\text{tot}} = 13.6 \text{ eV}$, in pieno accordo con i dati sperimentali.

14.8. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 14.1

1. Quante cariche elementari occorrono per formare un coulomb? [$N = 1/e \approx 6.24 \times 10^{18}$]
2. Due piccole sfere identiche, inizialmente neutre, vengono caricate per strofinio in modo che la prima ceda 10^{10} elettroni alla seconda. Calcola la carica di ciascuna e la forza coulombiana fra di loro se sono poste a $r = 10 \text{ cm}$. [$|q| \approx 1.6 \times 10^{-9} \text{ C}$; $F \approx 2.3 \times 10^{-6} \text{ N}$, attrattiva]

3. Due cariche $q_1 = +4.0 \mu\text{C}$ e $q_2 = +1.0 \mu\text{C}$ sono a distanza $r = 30 \text{ cm}$. Dove sull'asse fra di loro il campo elettrico è nullo? [a 20 cm da q_1 , 10 cm da q_2 (più vicino alla carica più piccola)]
4. Una carica puntiforme $Q = +5.0 \mu\text{C}$ è al centro di una sfera di raggio $r = 10 \text{ cm}$. Calcola il flusso del campo elettrico attraverso la superficie sferica. Cosa cambierebbe se la sfera avesse raggio doppio? [$\Phi = Q/\epsilon_0 \approx 5.65 \times 10^5 \text{ V m}$; nulla cambierebbe (Gauss dipende solo da Q_{int})]
5. Un dipolo elettrico è formato da $q_1 = +1.0 \mu\text{C}$ in $(0, 0)$ e $q_2 = -1.0 \mu\text{C}$ in $(2.0 \text{ cm}, 0)$. Calcola il potenziale elettrico nel punto $(1.0 \text{ cm}, 1.5 \text{ cm})$. [le due distanze sono uguali per simmetria $\rightarrow V = 0$]
6. Una lastra piana infinita ha densità superficiale di carica $\sigma = 4.0 \mu\text{C/m}^2$. Calcola il campo a distanza arbitraria dalla lastra. [$E = \sigma/(2\epsilon_0) \approx 2.26 \times 10^5 \text{ V/m}$, indipendente da r]
7. Due lastre parallele cariche di segno opposto con $\sigma = 8.85 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$ formano un condensatore piano di distanza $d = 1.0 \text{ mm}$. Calcola il campo elettrico fra le lastre e la d.d.p. [$E = \sigma/\epsilon_0 = 1000 \text{ V/m}$; $\Delta V = E \cdot d = 1.0 \text{ V}$]
8. Calcola l'accelerazione di un elettrone in un campo elettrico uniforme di 1000 V/m . Confronta con g (gravità). [$a = eE/m_e \approx 1.76 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$; $\sim 10^{13}$ volte g]
9. Una pila stilo da 1.5 V porta una carica da $-$ a $+$. Quanto lavoro fa la pila per ogni $q = 1.0 \text{ C}$ di carica trasportata? [$W = q \Delta V = 1.5 \text{ J}$ per coulomb]
10. Confronta la forza di Coulomb fra due protoni ($r = 1 \text{ fm}$, scala nucleare) con la loro mutua attrazione gravitazionale. Discuti quale forza “dovrebbe vincere” nel nucleo, e cosa lo impedisce in pratica. [$F_C/F_g \approx 1.2 \times 10^{36}$; la Coulomb domina ampiamente. Il nucleo è tenuto insieme dalla *forza nucleare forte*, non da Coulomb né gravità]

14.9. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Carica elettrica — Grandezza fondamentale, quantizzata in multipli interi di $e \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$. Cariche concordi si respingono, discordi si attraggono. La carica totale di un sistema isolato si conserva.

Conduttori e isolanti — Conduttori: cariche libere (metalli). Isolanti (dielettrici): cariche legate. Semiconduttori: intermedi.

Elettrizzazione — Per strofinio (trasferimento di elettroni), contatto, o induzione (polarizzazione senza contatto).

Legge di Coulomb — $F_C = k_e q_1 q_2 / r^2$ con $k_e = 1/(4\pi\epsilon_0) \approx 8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$; $\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$. Vettoriale, attrattiva o repulsiva a seconda dei segni.

Confronto Coulomb-gravità — Stessa struttura $1/r^2$, ma $F_C/F_g \sim 10^{36}$ – 10^{42} per

particelle elementari. La gravità domina su grande scala solo perché la carica netta macroscopica si cancella mentre la massa si somma.

Campo elettrico — $\vec{E} = \vec{F}/q$. Unità V/m. Per carica puntiforme, $\vec{E}(r) = k_e Q/r^2 \hat{r}$. Principio di sovrapposizione.

Linee di campo — Tangenti al campo, densità proporzionale al modulo. Escono dalle cariche +, entrano nelle –, non si intersecano.

Flusso e teorema di Gauss — $\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{int}}/\epsilon_0$ attraverso una superficie chiusa. Equivalente alla legge di Coulomb, ma molto comodo per distribuzioni simmetriche.

Applicazioni di Gauss — Simmetria sferica: $E = kQ/r^2$. Simmetria cilindrica (filo infinito): $E = \lambda/(2\pi\epsilon_0 r)$. Simmetria piana (lastra infinita): $E = \sigma/(2\epsilon_0)$, indipendente da r .

Energia potenziale e potenziale — $U = kq_1q_2/r$ (con $U(\infty) = 0$); $V = U/q$ è il potenziale, unità volt ($1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$). Per carica puntiforme, $V = kQ/r$. Sovrapposizione scalare.

Differenza di potenziale — $\Delta V = V_A - V_B$. È la d.d.p. a mettere in moto le cariche in un circuito. Relazione con il campo: $\vec{E} = -\nabla V$ (in 1D, $E = -dV/dx$).

Superfici equipotenziali — $V = \text{costante}$. Sempre $\perp$ alle linee di campo. Spostarsi lungo una equipotenziale non richiede lavoro. Un conduttore in equilibrio è una equipotenziale.

Capitolo 15

Corrente elettrica e circuiti

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Vi presento un apparecchio capace di produrre, senza fine, gli stessi effetti dell’elettricità.”

— Alessandro Volta, lettera a Sir Joseph Banks, Royal Society, 20 marzo 1800

[🤖 Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro 🤖](#)

[📖 Ripassa con le flashcard 📖](#)

[🖋 Esercizi auto-generati 🖋](#)

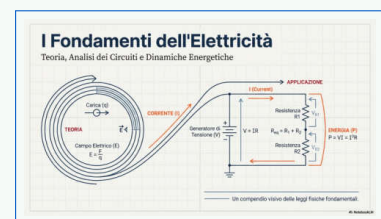
[📄 Sorgente di questo capitolo 📄](#)

[📋 Esercizi del prof. De Capoa 📋](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[La conduzione nella materia](#)



[Leggi di ohm](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

-  [\[IT\] Circuiti elettrici](#)
-  [\[IT\] Corrente nella materia](#)
-  [\[IT\] Corrente nella materia](#)
-  [\[EN\] I Circuiti Elettrici](#)
-  [\[EN\] Conduzione Elettrica nella Materia](#)
-  [\[FR\] Fisica circuiti](#)
-  [\[FR\] Fisica conduzione elettrica](#)
-  [\[ES\] Circuiti Elettrici](#)
-  [\[ES\] Conduzione Elettrica nella Materia](#)

15.1. Introduzione motivazionale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Nel capitolo precedente abbiamo studiato l'elettrostatica: cariche elettriche ferme nello spazio. Ora le mettiamo in moto: nasce la **corrente elettrica**, il flusso ordinato di cariche che, in poco più di due secoli, ha trasformato radicalmente la civiltà umana.

La data di svolta è il 1800, quando Alessandro Volta annunciò alla Royal Society di Londra la costruzione della *pila*: il primo dispositivo capace di mantenere una differenza di potenziale costante e quindi di produrre una corrente *continua*. Prima della pila, l'elettricità era una curiosità da laboratorio (scariche istantanee, scintille); dopo, divenne uno strumento.

In questo capitolo affrontiamo i concetti fondamentali della corrente nei circuiti: la definizione di intensità di corrente, la forza elettromotrice di un generatore, le leggi di Ohm che legano corrente, tensione e resistenza, le regole per combinare resistori in serie o in parallelo, la potenza dissipata per effetto Joule. Sono i mattoni con cui si analizza ogni circuito elettrico — dai più semplici (un filo, una pila, una lampadina) ai più complessi (calcolatori, elettrodomestici, reti di distribuzione nazionale).

15.2. La corrente elettrica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

15.2.1. Definizione di intensità di corrente

Corrente elettrica è il flusso ordinato di cariche elettriche attraverso una sezione di un conduttore. Per quantificarla, si misura quanta carica Δq attraversa una sezione del conduttore nell'intervallo di tempo Δt .

Definizione 15.1 — Intensità di corrente

L'**intensità di corrente** è il rapporto fra la carica che attraversa una sezione del conduttore e il tempo impiegato:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Unità SI: $[i] = \text{A}$; $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$; $[\Delta q] = \text{C}$, $[\Delta t] = \text{s}$.

L'unità SI è l'**ampere** (A), in onore di André-Marie Ampère. Per correnti variabili nel tempo si scrive in forma differenziale: $i(t) = dq/dt$.

Valori tipici di correnti:

- Pulsazione nervosa: $\sim 10^{-9} \text{ A}$ (un nanoampere).
- Carica di un cellulare: $\sim 1 \text{ A}$.
- Avviamento di un'automobile: $\sim 100 \text{ A}$.
- Fulmine: $\sim 10^4\text{--}10^5 \text{ A}$ (per millisecondi).

Verso convenzionale della corrente. Nei conduttori metallici, i portatori di carica liberi sono gli elettroni, che hanno carica *negativa*. Quando una pila spinge elettroni in un filo, gli elettroni si muovono dal polo negativo verso il polo positivo (esternamente alla pila). Per convenzione storica, però, il *verso della corrente* è quello in cui fluirebbero le cariche *positive*: cioè dal polo + al polo – all'esterno della pila. È una convenzione che precede la scoperta dell'elettrone (Franklin, ca. 1750) e si è cristallizzata nell'uso. In pratica:

- Verso convenzionale: dal + al – del generatore (esterno).
- Verso reale del moto degli elettroni: opposto.

La differenza non ha conseguenze pratiche sulle leggi che vedremo: le formule sono coerenti, purché si rispetti la convenzione adottata.

Velocità di deriva. Gli elettroni in un filo non si muovono velocemente come si potrebbe pensare. In un filo di rame con $i = 1 \text{ A}$, la *velocità di deriva* media degli elettroni è $\sim 1 \times 10^{-4} \text{ m/s}$: un decimo di millimetro al secondo. Ciò che “viaggia veloce” (alla velocità della luce, o quasi) non è il singolo elettrone, ma il *segnale elettrico*: la perturbazione del campo che mette in moto tutti gli elettroni del filo praticamente in simultanea.

15.2.2. Forza elettromotrice

Perché in un filo ci sia corrente, qualcosa deve “spingere” le cariche. Questa funzione è svolta da un **generatore** (pila, batteria, dinamo, cella solare): un dispositivo che mantiene una differenza di potenziale costante ai suoi capi, compiendo lavoro su ogni carica che lo attraversa.

Definizione 15.2 — Forza elettromotrice (f.e.m.)

La **forza elettromotrice** ε di un generatore è il lavoro fatto dal generatore per spostare l'unità di carica dal polo negativo al polo positivo all'interno del generatore:

$$\varepsilon = \frac{W}{q}$$

Unità SI: $[\varepsilon] = \text{V}$; $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$.

Nonostante il nome storico, ε *non* è una forza nel senso meccanico: ha dimensioni di energia per unità di carica, cioè volt.

Attenzione!

Nome fuorviante Il nome “forza elettromotrice” (electromotive force in inglese, EMF) è un retaggio storico di quando il concetto era ancora confuso. Oggi si preferisce talvolta chiamarla semplicemente “tensione del generatore” o “f.e.m.”.

Tipi di generatori. Diverse tecnologie convertono energie diverse in lavoro elettrico:

- **Pila/batteria:** energia chimica (Volta, 1800; oggi pile alcaline, ioni di litio, ecc.).
- **Dinamo/alternatore:** energia meccanica via induzione (cap. 17).
- **Cella fotovoltaica:** energia della luce solare via effetto fotoelettrico (cap. 21) in semiconduttori.
- **Termopila:** differenza di temperatura (effetto Seebeck).
- **Cella a combustibile:** energia chimica diretta (es. idrogeno).

Resistenza interna. Un generatore reale ha sempre una piccola *resistenza interna* r . Quando eroga una corrente i , la d.d.p. ai suoi morsetti vale $V_{\text{morsetti}} = \varepsilon - r i$, leggermente inferiore a ε . È il motivo per cui una batteria scarica “fa fatica” a sostenere correnti elevate (la sua r è cresciuta).

15.2.3. Differenza di potenziale e circuiti

Un **circuito elettrico** è un percorso chiuso in cui le cariche possono fluire. Gli elementi tipici sono:

- **Generatore:** fornisce energia alle cariche.
- **Conduttori** (fili): collegano i componenti, con resistenza generalmente trascurabile.
- **Utilizzatori** (resistori, lampade, motori, ecc.): consumano energia.
- Eventuali *interruttori*, *misuratori* (amperometri, voltmetri), *condensatori*, ecc.

In un circuito chiuso, la *somma algebrica* delle d.d.p. lungo un percorso chiuso deve essere zero (è una formulazione del *primo principio* di Kirchhoff, equivalente alla conservazione dell’energia per la carica): ogni guadagno di energia che la carica prende dal generatore ($+\varepsilon$) è bilanciato da quanto cede agli utilizzatori ($-iR$, ecc.).

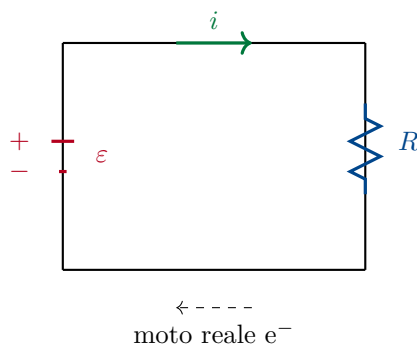


Figura 15.1: Schema di un circuito elettrico semplice: una pila (generatore, a sinistra) collegata tramite fili conduttori a un resistore R (a destra). Il verso convenzionale della corrente (freccia verde) va dal polo $+$ al polo $-$ all'esterno della pila; il moto reale degli elettroni (freccia grigia tratteggiata) avviene nel verso opposto.

Attenzione!

Senza percorso chiuso, niente corrente. Se il circuito è interrotto (interruttore aperto, filo rotto), la corrente non può scorrere: per la conservazione della carica, le cariche non possono accumularsi indefinitamente in un punto del filo. Aprire l'interruttore della luce significa creare un'apertura nel circuito che blocca il flusso. È una verifica immediata che la corrente è un fenomeno *di flusso*, non di accumulo.

15.3. Le leggi di Ohm

[quiz e materiali con l'AI](#)
[flashcard del paragrafo](#)

15.3.1. Prima legge di Ohm

Nel 1827 Georg Simon Ohm pubblicò una serie di esperimenti sui conduttori metallici. Misurando, per un dato conduttore, la d.d.p. ΔV applicata ai suoi capi e l'intensità di corrente i che vi fluiva, trovò che il rapporto $\Delta V/i$ era costante.

Legge 15.1 — Prima legge di Ohm

Per un conduttore *ohmico* (metallico, a temperatura costante), la d.d.p. applicata e la corrente sono direttamente proporzionali:

$$\Delta V = R i$$

Unità SI: $[\Delta V] = \text{V}$, $[R] = \Omega$, $[i] = \text{A}$; $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$.

La costante R è la **resistenza elettrica** del conduttore.

L'unità di misura della resistenza nel SI è l'**ohm** (Ω), in onore di Ohm. Conduttori di buona qualità (resistenza bassa) lasciano fluire corrente alta a parità di tensione; conduttori cattivi (alta resistenza) la limitano.

Conduttori ohmici e non ohmici. La prima legge di Ohm vale solo per i *conduttori ohmici*: metalli puri a temperatura costante, alcuni elettroliti. Esistono moltissimi conduttori *non ohmici*, per i quali la relazione $\Delta V-i$ non è lineare: il *diodo* (lascia passare corrente solo in un verso), i *semiconduttori* in generale, le *lampadine a incandescenza* (il filamento si scalda e cambia resistenza con la temperatura), i *transistor*, ecc.

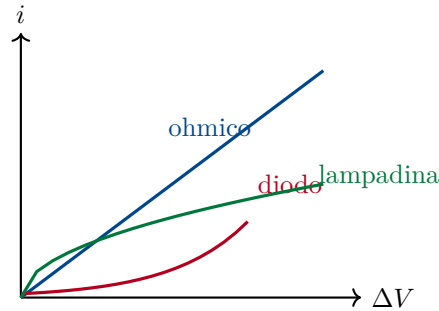


Figura 15.2: Curve caratteristiche corrente-tensione per diversi componenti. Il conduttore ohmico (blu) ha relazione lineare; il diodo (rosso) lascia passare corrente solo per $\Delta V > 0$ con dipendenza esponenziale; la lampadina a incandescenza (verde) mostra una saturazione: la resistenza cresce con la temperatura, e quindi con la corrente.

15.3.2. Resistenza elettrica e seconda legge di Ohm

La resistenza di un filo dipende dalla sua *geometria* (lunghezza e sezione) e dal suo *materiale*. Ohm stesso, e poi altri, trovarono sperimentalmente la dipendenza esatta.

Legge 15.2 — Seconda legge di Ohm

La resistenza di un conduttore omogeneo di lunghezza L e sezione trasversale A vale:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Unità SI: $[R] = \Omega$, $[L] = \text{m}$, $[A] = \text{m}^2$, $[\rho] = \Omega \text{ m}$.

La costante ρ , detta **resistività**, è una caratteristica del materiale e dipende dalla sua temperatura.

Valori tipici di resistività a temperatura ambiente ($\sim 20^\circ\text{C}$):

- Argento: $\rho \approx 1.59 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ (il miglior conduttore metallico).
- Rame: $\rho \approx 1.68 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$.
- Alluminio: $\rho \approx 2.65 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$.
- Ferro: $\rho \approx 9.7 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$.
- Costantana (lega Cu-Ni, usata nei resistori): $\rho \approx 5 \times 10^{-7} \Omega \text{ m}$.
- Silicio puro (semiconduttore): $\rho \approx 2.3 \times 10^3 \Omega \text{ m}$.
- Vetro: $\rho \sim 10^{10}-10^{14} \Omega \text{ m}$.

- Aria secca: $\rho \sim 10^{16} \Omega \text{ m}$.

Il range è enorme: oltre venti ordini di grandezza fra conduttori e isolanti.

Dipendenza dalla temperatura. Per la maggior parte dei metalli, la resistività cresce linearmente con la temperatura, secondo:

$$\rho(T) = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T),$$

dove ρ_0 è la resistività a una temperatura di riferimento (di solito 20°C), ΔT è la variazione di temperatura, e α è il *coefficiente di temperatura*, con valori tipici $\sim 10^{-3}/\text{K}$ per i metalli puri.

Conseguenza: un filo metallico che si scalda (per effetto Joule, vedi sotto) aumenta la sua resistenza, riducendo la corrente. È un meccanismo di autoregolazione utilizzato, ad esempio, nelle lampadine a incandescenza.

Per i *semiconduttori*, ρ *diminuisce* con la temperatura (più portatori di carica diventano disponibili termicamente). Per i *superconduttori* (alcuni metalli sotto una temperatura critica), ρ diventa esattamente zero: corrente senza dissipazione.

15.3.3. Resistori in serie e in parallelo

In un circuito reale ci sono spesso più resistori. Due configurazioni fondamentali, da cui si possono comporre tutte le altre.

Resistori in serie. Due resistori sono **in serie** quando sono attraversati dalla *stessa corrente* (sono collegati uno dopo l'altro, in fila). La d.d.p. totale è la somma delle d.d.p. sui due:

$$\Delta V_{\text{tot}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i.$$

La *resistenza equivalente* è dunque la somma:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \dots + R_N \quad (\text{serie})$$

Unità SI: $[R] = \Omega$.

La resistenza equivalente in serie è sempre *maggiore* di ciascuna delle componenti.

Resistori in parallelo. Due resistori sono **in parallelo** quando ai loro capi c'è la *stessa d.d.p.* (sono collegati ai medesimi due punti). La corrente totale si divide fra i due rami:

$$i_{\text{tot}} = i_1 + i_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Dunque:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \quad (\text{parallelo})$$

Unità SI: $[R] = \Omega$, $[1/R] = \text{S}$.

La resistenza equivalente in parallelo è sempre *minore* di ciascuna delle componenti (aggiungere un secondo cammino in parallelo facilita il flusso della corrente).

Esempi numerici.

- Due resistori da $10\ \Omega$ in serie: $R_{\text{eq}} = 20\ \Omega$.
- Gli stessi in parallelo: $1/R_{\text{eq}} = 1/10 + 1/10 = 2/10$, da cui $R_{\text{eq}} = 5\ \Omega$.

In generale, ogni rete di resistori si può ridurre, ripetendo combinazioni di serie e parallelo, a una resistenza equivalente unica.

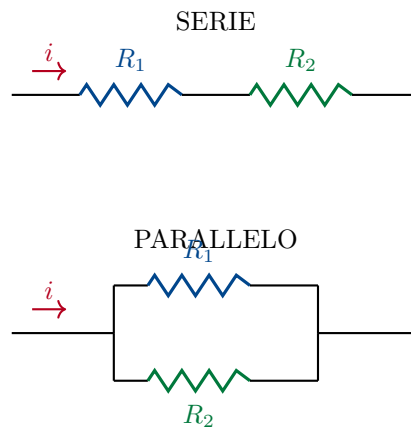


Figura 15.3: Collegamenti di resistori. **Serie** (sopra): stessa corrente, le d.d.p. si sommano, $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$. **Parallelo** (sotto): stessa d.d.p., le correnti si dividono, $1/R_{\text{eq}} = 1/R_1 + 1/R_2$.

15.3.4. Effetto Joule e potenza dissipata

Quando una corrente attraversa un resistore, parte dell'energia fornita dal generatore viene *convertita in calore* per via degli urti degli elettroni con gli atomi del reticolo cristallino. È l'**effetto Joule**, e l'energia dissipata per unità di tempo (potenza) si calcola facilmente.

Una carica Δq che attraversa il resistore subisce una caduta di potenziale ΔV , perdendo energia $\Delta W = \Delta q \cdot \Delta V$. La potenza dissipata è $P = \Delta W / \Delta t = (\Delta q / \Delta t) \Delta V = i \Delta V$. Usando la prima legge di Ohm $\Delta V = Ri$, si possono scrivere tre forme equivalenti:

Legge 15.3 — Potenza dissipata per effetto Joule

$$P = \Delta V \cdot i = Ri^2 = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

Unità SI: $[P] = \text{W}$; $[\Delta V] = \text{V}$, $[i] = \text{A}$, $[R] = \Omega$.

L'energia dissipata in un intervallo Δt vale $E = P \cdot \Delta t$; si misura in joule (o, in pratica, in kilowatt-ora, $1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$, l'unità usata nelle bollette elettriche).

Applicazioni dell'effetto Joule.

- **Lampada a incandescenza:** un filamento di tungsteno diventa incandescente e irradia luce (oggi sostituite da LED, più efficienti).

- **Resistenze di riscaldamento:** stufette elettriche, scaldabagni, asciugacapelli, forni elettrici, ferri da stiro. Tutti convertono energia elettrica in calore.
- **Fusibili:** per proteggere i circuiti da sovracorrenti, si interpone un filo sottile a basso punto di fusione. Se la corrente supera la soglia, il filo si fonde per effetto Joule, interrompendo il circuito.

Perdite di linea. Nelle reti di distribuzione elettrica, le perdite per effetto Joule sono proporzionali a $i^2 R$ (con R la resistenza dei fili). Per ridurle, l'energia si trasporta a *alta tensione e bassa corrente* (a parità di potenza $P = Vi$): è il motivo per cui le linee di alta tensione viaggiano a centinaia di kV. Trasformatori (cap. 17) abbassano la tensione a livelli pratici per l'uso domestico.

15.4. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 15.1

Carica trasportata da un asciugacapelli Un asciugacapelli funziona alla tensione di rete $V = 230 \text{ V}$ con potenza $P = 1500 \text{ W}$ per $\Delta t = 5 \text{ min}$. Quanta corrente assorbe e quanta carica totale fluisce attraverso il suo cavo?

Corrente.

$$i = \frac{P}{V} = \frac{1500 \text{ W}}{230 \text{ V}} \approx 6.52 \text{ A}.$$

Carica. $\Delta t = 300 \text{ s}$, dunque

$$\Delta q = i \cdot \Delta t \approx 6.52 \text{ A} \cdot 300 \text{ s} \approx 1960 \text{ C}.$$

Quasi 2000 C di carica fluiscono nei 5 minuti. Corrisponde a $\Delta q/e \approx 1.2 \times 10^{22}$ elettroni.

Esempio 15.2

Resistenza di un filo di rame Un filo di rame ha lunghezza $L = 50 \text{ m}$ e sezione $A = 1.0 \text{ mm}^2$. Calcoliamo la sua resistenza ($\rho_{\text{Cu}} \approx 1.68 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$).

Calcolo. $A = 1.0 \text{ mm}^2 = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1.68 \times 10^{-8} \Omega \text{ m} \cdot \frac{50 \text{ m}}{1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 0.84 \Omega.$$

Resistenza molto bassa: questo è il motivo per cui il rame è usato universalmente nelle installazioni elettriche.

Esempio 15.3

Resistori in serie e in parallelo Tre resistori di valori $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$ sono collegati prima tutti in serie, poi tutti in parallelo. Calcoliamo le resistenze equivalenti.

Serie.

$$R_{\text{eq,s}} = R_1 + R_2 + R_3 = 60 \Omega.$$

Parallelo.

$$\frac{1}{R_{\text{eq,p}}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{6+3+2}{60} = \frac{11}{60} \Omega^{-1}.$$

$$R_{\text{eq,p}} = \frac{60}{11} \Omega \approx 5.45 \Omega.$$

Il parallelo è inferiore a R_1 , la più piccola delle tre, come ci si aspetta.

Esempio 15.4

Potenza dissipata da una lampadina Una lampadina è marcata “60 W, 230 V”. Calcoliamo la corrente che la attraversa, la sua resistenza (quando è in funzione), e l’energia consumata in un’ora di uso.

Corrente. $P = V i$, dunque $i = P/V = 60/230 \approx 0.261$ A.

Resistenza. $P = V^2/R$, dunque $R = V^2/P = (230)^2/60 \approx 882 \Omega$.

Energia in un’ora. $E = P \cdot \Delta t = 60 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 216\,000 \text{ J} = 0.06 \text{ kWh}$. Tariffa tipica $\sim 0.20 \text{ €/kWh} \Rightarrow \text{costo} \sim 0.012 \text{ € all’ora}$.

Esempio 15.5

Pila reale: resistenza interna Una pila ha f.e.m. $\varepsilon = 12.0 \text{ V}$ e resistenza interna $r = 0.20 \Omega$. Vi si collega ai capi un resistore esterno $R = 3.0 \Omega$. Calcoliamo la corrente nel circuito e la d.d.p. effettiva ai morsetti della pila.

Corrente. La resistenza totale del circuito è $R + r$; la f.e.m. alimenta l’intero circuito:

$$i = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12.0 \text{ V}}{3.0 \Omega + 0.20 \Omega} = \frac{12.0}{3.20} = 3.75 \text{ A}.$$

D.d.p. ai morsetti.

$$V_{\text{morsetti}} = \varepsilon - r i = 12.0 \text{ V} - 0.20 \Omega \cdot 3.75 \text{ A} = 11.25 \text{ V}.$$

La pila “perde” 0.75 V a causa della propria resistenza interna. La potenza dissipata internamente è $P_{\text{int}} = r i^2 \approx 2.8 \text{ W}$, che si traduce nel riscaldamento della pila durante l’uso.

15.5. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l’AI](#)

Esercizio 15.1

1. In un filo conduttore passa una corrente costante $i = 2.0 \text{ A}$ per $\Delta t = 1 \text{ min}$. Calcola la carica totale trasportata e il numero di elettroni corrispondente. $[\Delta q = 120 \text{ C}; N \approx 7.5 \times 10^{20} \text{ elettroni}]$
2. Un filo di alluminio ($\rho \approx 2.65 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$) di lunghezza $L = 100 \text{ m}$ ha resistenza $R = 0.30 \Omega$. Calcola il diametro del filo (sezione circolare). $[A \approx 8.83 \times 10^{-6} \text{ m}^2; d \approx 3.35 \text{ mm}]$

3. La resistenza di un filo di rame a 20°C è $R_0 = 1.0\ \Omega$. Quanto vale a 120°C , sapendo che $\alpha \approx 4.0 \times 10^{-3}/\text{K}$ per il rame? $[R \approx 1.4\ \Omega, \sim 40\% \text{ in più}]$
4. Due resistori, $R_1 = 50\ \Omega$ e $R_2 = 100\ \Omega$, sono collegati in serie a una pila di $\varepsilon = 9.0\ \text{V}$ (con r trascurabile). Calcola la corrente totale e la caduta di tensione su ciascun resistore. $[i = 0.060\ \text{A}; \Delta V_1 = 3.0\ \text{V}; \Delta V_2 = 6.0\ \text{V}]$
5. Gli stessi due resistori sono ora in parallelo, sempre collegati alla pila di $9.0\ \text{V}$. Calcola la resistenza equivalente e le correnti nei due rami. $[R_{\text{eq}} \approx 33.3\ \Omega; i_1 = 0.18\ \text{A}; i_2 = 0.09\ \text{A}]$
6. Un boiler elettrico ha potenza nominale $P = 2000\ \text{W}$ a $V = 230\ \text{V}$. Calcola la corrente assorbita e la resistenza dell'elemento scaldante. $[i \approx 8.70\ \text{A}; R \approx 26.4\ \Omega]$
7. Quanta energia consuma un frigorifero da $150\ \text{W}$ attivo per il 30% del tempo, in un anno? Quanto costa, con tariffa $0.25\ \text{€/kWh}$? $[E = 0.150 \cdot 0.30 \cdot 8760\ \text{kWh} \approx 394\ \text{kWh}; \text{costo} \sim 98.6\ \text{€ all'anno}]$
8. Una pila con $\varepsilon = 1.5\ \text{V}$ e $r = 0.5\ \Omega$ alimenta un resistore esterno $R = 2.5\ \Omega$. Quale è la corrente e quale percentuale della potenza erogata dalla pila si dissipa internamente? $[i = 0.50\ \text{A}; P_{\text{ext}}/P_{\text{tot}} = R/(R+r) = 83.3\%; \text{il } 16.7\% \text{ è perso internamente}]$
9. Una rete di distribuzione trasporta una potenza $P = 1\ \text{MW}$ su una linea di resistenza $R = 2\ \Omega$. Confronta le perdite per effetto Joule se la trasmissione avviene a $V = 220\ \text{V}$ (rete domestica) o a $V = 220\ \text{kV}$ (linea alta tensione). [bassa tensione: $i = 4545\ \text{A}$, perdite $\sim 41\ \text{MW}$ (più della potenza trasportata, assurdo); alta tensione: $i = 4.55\ \text{A}$, perdite $\sim 41\ \text{W}$, trascurabili]
10. Un fusibile è dimensionato per fondersi a $i = 10\ \text{A}$. Se sopporta in regime una potenza $P_{\text{max}} = 2.5\ \text{W}$, quale è la sua resistenza? $[R = P/i^2 = 0.025\ \Omega]$

15.6. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Intensità di corrente — $i = \Delta q / \Delta t$, unità ampere ($1\ \text{A} = 1\ \text{C/s}$). Verso convenzionale: dal + al − esternamente alla pila (opposto al moto reale degli elettroni).

Forza elettromotrice (f.e.m.) — $\varepsilon = W/q$, è il lavoro per unità di carica compiuto da un generatore. Unità: volt. Pile, batterie, dinamo, fotovoltaico, ecc. Un generatore reale ha una resistenza interna r : $V_{\text{morsetti}} = \varepsilon - ri$.

Circuiti — Generatore + conduttori + utilizzatori in un percorso chiuso. La somma algebrica delle d.d.p. lungo un percorso chiuso è zero (Kirchhoff).

Prima legge di Ohm — Per conduttori ohmici, $\Delta V = Ri$ con R la *resistenza*, unità ohm ($1\ \Omega = 1\ \text{V/A}$). Conduttori non ohmici: diodi, semiconduttori, lampadine a incandescenza.

Seconda legge di Ohm — $R = \rho L/A$, dove ρ è la *resistività* del materiale (in Ωm). Spazia su ~ 20 ordini di grandezza fra metalli e isolanti. Dipendenza dalla temperatura

nei metalli: $\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha\Delta T)$.

Resistori in serie — Stessa corrente, $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \dots$ (sempre maggiore di ciascuna).

Resistori in parallelo — Stessa d.d.p., $1/R_{\text{eq}} = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots$ (sempre minore di ciascuna).

Effetto Joule — Energia dissipata in calore per il passaggio di corrente in un resistore.

Potenza: $P = \Delta V \cdot i = Ri^2 = (\Delta V)^2/R$. Unità watt. Applicazioni: illuminazione, riscaldamento, fusibili. Nelle reti elettriche, le perdite i^2R giustificano la trasmissione ad alta tensione.

Capitolo 16

Magnetismo

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Ho osservato che la corrente di una pila, passando attraverso un filo metallico, devia l’ago di una bussola posta nelle vicinanze.”

— Hans Christian Ørsted, comunicazione del 21 luglio 1820

 [Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

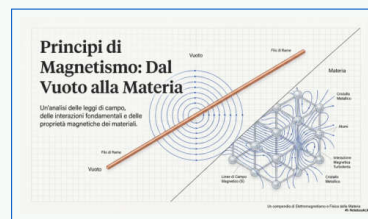
 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Magnetismo](#)



[Magnetismo2](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Introduzione al magnetismo](#)
- [\[IT\] Magnetismo nella materia](#)
- [\[EN\] Elementi Fondamentali del Magnetismo](#)
- [\[EN\] Il Magnetismo nella materia](#)
- [\[FR\] Fisica magnetismo](#)
- [\[FR\] Fisica permeabilita magnetica](#)
- [\[ES\] Elementi Fondamentali del Magnetismo](#)
- [\[ES\] Magnetismo nella materia](#)

16.1. Introduzione motivazionale

[📖 quiz e materiali con l'AI](#)
[📖 flashcard del paragrafo](#)

I fenomeni magnetici sono noti dall'antichità: il termine “magnete” deriva dalla città di Magnesia (Asia Minore), dove si trovava un minerale di ferro (la *magnetite*, Fe_3O_4) capace di attirare la limatura di ferro. Già nel XII secolo i Cinesi avevano costruito bussole basate sull'orientamento spontaneo di aghi di magnetite, fondamentali per la navigazione che avrebbe poi cambiato la storia.

Per quasi due millenni si pensò che elettricità e magnetismo fossero fenomeni indipendenti. Nel 1820 Hans Christian Ørsted scoprì casualmente che un filo percorso da corrente devia l'ago di una bussola posta nelle vicinanze: per la prima volta, un fenomeno elettrico produceva un effetto magnetico. Da quell'osservazione fortuita scaturì, nel giro di pochi decenni, l'unificazione di elettricità e magnetismo nelle quattro equazioni di Maxwell (cap. 18), una delle più grandi sintesi della fisica.

In questo capitolo introduciamo il **campo magnetico** $\vec{B}$, ne studiamo le sorgenti (cariche in moto, correnti elettriche) e gli effetti (forza di Lorentz su cariche in moto, forza su un filo percorso da corrente). Sono i mattoni con cui costruiremo, nei capitoli successivi, l'induzione elettromagnetica e le onde elettromagnetiche.

16.2. Il campo magnetico

[📖 quiz e materiali con l'AI](#)
[📖 flashcard del paragrafo](#)

16.2.1. Definizione e proprietà del campo magnetico

Una calamita esercita una forza su altre calamite e su frammenti di ferro. La forza è di natura vettoriale: ha direzione, verso e intensità. Per descriverla introduciamo il **campo magnetico** $\vec{B}$, un vettore definito in ogni punto dello spazio.

Definizione 16.1 — Campo magnetico

Il **campo magnetico** $\vec{B}$ in un punto dello spazio è un vettore che esprime “come si comporterebbe una carica di prova in moto” in quel punto. Operativamente, dalla forza di Lorentz (paragrafo successivo) si ricava $\vec{B}$ a partire dalla misura della forza su cariche di test.

$$[\vec{B}] = \text{T}$$

Unità SI: tesla (T); $1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A m}) = 1 \text{ V s}/\text{m}^2$.

L'unità di misura del campo magnetico nel Sistema Internazionale è il **tesla** (T), in onore di Nikola Tesla. Una unità non-SI ancora molto usata in pratica è il *gauss*: $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ($\text{G} = \text{gauss}$).

Valori tipici di campi magnetici:

- Campo magnetico terrestre alla superficie: $\sim 50 \mu\text{T} = 0.5 \text{ G}$.
- Magnete da frigorifero: $\sim 10^{-2} \text{ T} = 100 \text{ G}$.
- Elettromagnete di laboratorio: fino a $\sim 1 \text{ T}$.
- Macchina per risonanza magnetica (MRI clinica): $1.5\text{--}3 \text{ T}$.
- Magnete superconduttore di LHC: $\sim 8.3 \text{ T}$.
- Campo magnetico di una stella di neutroni: $\sim 10^8\text{--}10^{11} \text{ T}$.

Le **sorgenti** del campo magnetico, come vedremo, sono due:

- **Magneti naturali e materiali ferromagnetici:** dovuti in ultima analisi a un allineamento microscopico degli spin e dei momenti magnetici degli elettroni nel materiale.
- **Correnti elettriche:** ogni corrente, e più in generale ogni carica in moto, genera attorno a sé un campo magnetico.

Le due sorgenti, apparentemente diverse, sono in realtà *equivalenti*: anche il magnetismo dei materiali è prodotto da correnti microscopiche (gli elettroni in moto attorno ai nuclei e gli spin elettronici). È una conclusione di Ampère.

16.2.2. Linee del campo magnetico

Come per il campo elettrico (cap. 14), il campo magnetico si rappresenta visivamente tramite **linee di campo**:

- La tangente alla linea di campo, in ogni punto, dà la direzione di $\vec{B}$.
- La densità delle linee è proporzionale al modulo $|\vec{B}|$.

Per un magnete, le linee escono dal polo **Nord** ed entrano nel polo **Sud**. Esternamente al magnete: da N a S; *ma* internamente al magnete continuano da S a N, in modo che ogni linea sia **chiusa** su se stessa.

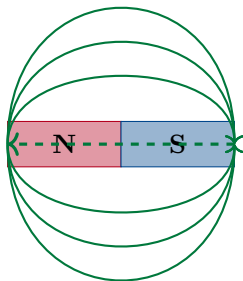


Figura 16.1: Linee del campo magnetico di una barra magnetica. All'esterno del magnete (linee continue) escono dal polo Nord ed entrano nel polo Sud. All'interno del magnete (linea tratteggiata) continuano da S a N, chiudendo ogni linea su se stessa. Differenza fondamentale rispetto al campo elettrico: le linee di $\vec{B}$ non hanno né inizio né fine.

Visualizzazione sperimentale. Le linee di campo si possono visualizzare in laboratorio spargendo limatura di ferro su un foglio di carta posto sopra un magnete. Ogni granello di limatura, diventando un mini-magnete temporaneo, si allinea con il campo locale, e l'insieme disegna le linee di campo.

16.2.3. Assenza di monopoli magnetici

C'è una differenza profonda fra campo elettrico e campo magnetico: in elettrostatica, le linee di $\vec{E}$ partono dalle cariche positive e terminano nelle negative (le “sorgenti” del campo). Nel caso magnetico, **non esistono cariche magnetiche isolate**: ogni magnete ha sempre due poli, N e S; spezzando un magnete in due, si ottengono due magneti più piccoli, ciascuno ancora con N e S; e così via, all'infinito.

Legge 16.1 — Assenza di monopoli magnetici

Non esistono “monopoli magnetici” (cariche magnetiche isolate). Di conseguenza, le linee di $\vec{B}$ sono *chiuse* su se stesse, e il flusso di $\vec{B}$ attraverso una qualunque superficie *chiusa* è zero:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Unità SI: $[\Phi(\vec{B})] = \text{T m}^2 = \text{Wb}$; il flusso si misura in *weber* (Wb).

Equivalentemente, ogni linea di campo magnetico che entra in una superficie chiusa deve anche uscirne (è una linea chiusa).

Questa equazione è una delle *equazioni di Maxwell* (cap. 18). È strettamente analoga al teorema di Gauss per il campo elettrico (cap. 14), ma con $Q_{\text{int}} = 0$ sempre: in altre parole, in elettromagnetismo classico le sorgenti del campo magnetico non sono “cariche” ma *correnti*.

Attenzione!

La ricerca dei monopoli magnetici Dirac (1931) dimostrò che l'esistenza di anche un solo monopolo magnetico nell'universo spiegherebbe la quantizzazione della carica elettrica. Per questo motivo i monopoli sono stati cercati con grande impegno sperimentale, anche di recente (esperimenti MoEDAL a LHC). A oggi, non ne è mai stato trovato uno. Resta uno dei misteri più intriganti della fisica fondamentale.

16.3. Sorgenti del campo magnetico

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

16.3.1. Campo magnetico generato da cariche in moto

L'osservazione di Ørsted (1820) mostrò che una corrente elettrica genera un campo magnetico. Più in generale, **ogni carica elettrica in moto è sorgente di campo magnetico**. Una carica q che si muove con velocità $\vec{v}$ genera, a distanza r , un campo:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

Unità SI: $[\vec{B}] = \text{T}$; $[\mu_0] = \text{T m/A}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 1.257 \times 10^{-6} \text{ T m/A}$.

dove μ_0 è la **permeabilità magnetica del vuoto** e $\hat{r}$ il versore dalla sorgente al punto di osservazione. Il campo è *perpendicolare* sia a $\vec{v}$ sia al vettore posizione, con modulo $B = (\mu_0/4\pi) qv \sin \alpha / r^2$, dove α è l'angolo fra $\vec{v}$ e $\hat{r}$.

In pratica, è la versione (più generale) per una particella isolata della famosa **legge di Biot-Savart**, che vedremo subito sotto per le correnti stazionarie.

Regola della mano destra (per ricordare il verso del campo di una corrente): se il pollice della mano destra punta nel verso della corrente convenzionale (o nel verso della velocità della carica positiva), le dita arrotolate indicano il verso delle linee di campo magnetico circolari attorno al filo.

16.3.2. Campo magnetico di correnti stazionarie

Per una corrente elettrica I in un filo, ciascun tratto infinitesimo $d\vec{\ell}$ del filo contribuisce al campo magnetico in un punto P a distanza r con un infinitesimo:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}.$$

È la **legge di Biot-Savart** (1820), il fondamento per calcolare $\vec{B}$ in ogni geometria di conduttori percorsi da corrente. Integrando su tutto il filo si ricava il campo totale.

Tre casi notevoli, di uso costante in pratica.

Filo rettilineo infinito. Per un filo rettilineo molto lungo percorso dalla corrente I , il campo a distanza perpendicolare r dal filo vale:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Unità SI: $[B] = \text{T}$; $[I] = \text{A}$, $[r] = \text{m}$.

Le linee di campo sono cerchi concentrici attorno al filo, in piani perpendicolari al filo stesso; il verso si determina con la regola della mano destra.

Spira circolare. Per una spira circolare di raggio R percorsa dalla corrente I , il campo magnetico al centro della spira vale:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Unità SI: $[B] = \text{T}$; $[I] = \text{A}$, $[R] = \text{m}$.

Il vettore $\vec{B}$ è perpendicolare al piano della spira, e il verso è dato dalla mano destra: se le dita seguono il verso della corrente, il pollice indica il verso di $\vec{B}$.

Solenoide. Un **solenoide** è un filo avvolto fittamente in molte spire ravvicinate, in modo da formare una specie di tubo. Se n è il numero di spire per unità di lunghezza e I la corrente, all'interno del solenoide (in approssimazione di solenoide “lungo”) il campo è *uniforme*, parallelo all'asse:

$$B = \mu_0 n I$$

Unità SI: $[B] = \text{T}$; $[n] = 1/\text{m}$ (spire al metro); $[I] = \text{A}$.

All'esterno del solenoide (lontano dai bordi), il campo è trascurabile. È il principio degli **elettromagneti**: avvolgere molte spire attorno a un nucleo di ferro permette di ottenere campi intensi e uniformi su volumi estesi, e di accenderli e spegnerli a piacere variando la corrente.

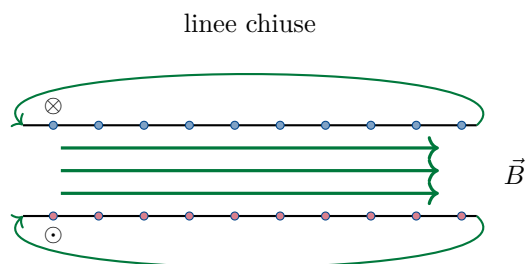


Figura 16.2: Solenoide percorso da corrente. All'interno (linee orizzontali verdi) il campo magnetico è uniforme e parallelo all'asse, con modulo $B = \mu_0 n I$. All'esterno il campo è quasi nullo, ma le linee si chiudono ritornando da un'estremità all'altra. Il simbolo $\otimes$ indica una corrente entrante nel foglio, $\odot$ una corrente uscente.

16.4. Forze magnetiche

16.4.1. Forza di Lorentz su cariche in moto

Il campo magnetico esercita una forza sulle cariche elettriche *solo se queste sono in moto*. Su una carica q ferma, B non agisce.

Legge 16.2 — Forza di Lorentz

La forza esercitata da un campo magnetico $\vec{B}$ su una carica q con velocità $\vec{v}$ è:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Unità SI: $[F] = \text{N}$; $[q] = \text{C}$, $[v] = \text{m/s}$, $[B] = \text{T}$.

In modulo: $F = |q| v B \sin \alpha$, dove α è l'angolo fra $\vec{v}$ e $\vec{B}$.

Caratteristiche essenziali:

- La forza è *perpendicolare* sia a $\vec{v}$ sia a $\vec{B}$: il prodotto vettoriale lo impone.
- Se $\vec{v} \parallel \vec{B}$ (carica si muove lungo la linea di campo), $\sin \alpha = 0$ e la forza è nulla.
- Se $\vec{v} \perp \vec{B}$, la forza è massima: $F = qvB$.
- Il *lavoro* della forza di Lorentz è sempre *nullo*: essendo perpendicolare a $\vec{v}$, non modifica il modulo della velocità, solo la sua direzione. Un campo magnetico *non cambia l'energia cinetica* di una carica.

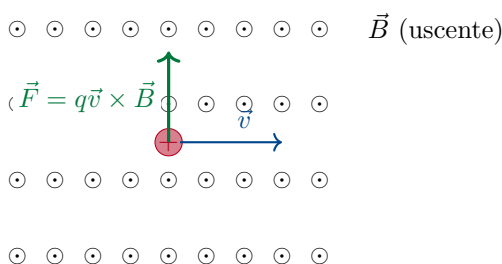


Figura 16.3: Forza di Lorentz su una carica positiva q che si muove con velocità $\vec{v}$ verso destra in un campo $\vec{B}$ uscente dal piano del foglio. La forza è perpendicolare sia a $\vec{v}$ sia a $\vec{B}$, e per una carica $+$ punta verso l'alto. La regola della mano destra: indice nel verso di $\vec{v}$, medio nel verso di $\vec{B}$, pollice nel verso di $\vec{F}$.

16.4.2. Moto di cariche in un campo magnetico

Una carica che entra in un campo magnetico uniforme con velocità $\vec{v}$ perpendicolare a $\vec{B}$ subisce una forza di modulo costante ($F = qvB$), sempre perpendicolare a $\vec{v}$. È l'identica situazione del moto circolare uniforme: la forza trasversale “curva” la traiettoria senza accelerare la particella.

Imponendo l'equilibrio fra Lorentz e forza centripeta:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \implies r = \frac{mv}{qB}.$$

Legge 16.3 — Raggio della traiettoria circolare

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

Unità SI: $[r] = \text{m}$; $[m] = \text{kg}$, $[v] = \text{m/s}$, $[q] = \text{C}$, $[B] = \text{T}$.

Il periodo del moto circolare (chiamato anche *periodo ciclotronico*) è

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B},$$

indipendente dalla velocità della particella: tutte le cariche di stessa massa e stessa carica girano nello stesso tempo, qualunque sia la loro v (purché non relativistica). È il principio del *ciclotrone*, il primo grande acceleratore di particelle (Lawrence, 1932).

Se $\vec{v}$ ha una componente parallela e una perpendicolare a $\vec{B}$, la componente parallela non risente di alcuna forza, e la componente perpendicolare segue il moto circolare. La traiettoria risultante è una **elica cilindrica** attorno alle linee di campo. È il motivo per cui le particelle cariche del Sole, intrappolate nel campo magnetico terrestre, descrivono spirali attorno alle linee di campo prima di raggiungere i poli e produrre le aurore polari.

Applicazioni: selettori di velocità e spettrometri di massa. Combinando un campo elettrico e uno magnetico opportunamente disposti, si possono costruire *selettori di velocità*: passano indenni solo le particelle con $v = E/B$, indipendentemente da massa e carica. Più sofisticati, gli *spettrometri di massa* sfruttano $r = mv/(qB)$ per separare ioni di masse diverse in un campo B noto: misurando r si risale a m/q . È lo strumento principe della chimica analitica e della fisica nucleare.

16.4.3. Forza su un conduttore percorso da corrente

Se in un filo scorre una corrente I , ognuna delle cariche libere nel filo è soggetta alla forza di Lorentz. Sommando i contributi su un tratto $\vec{L}$ di filo immerso in un campo magnetico $\vec{B}$ (uniforme):

Legge 16.4 — Forza magnetica su un conduttore

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$$

Unità SI: $[F] = \text{N}$; $[I] = \text{A}$, $[L] = \text{m}$, $[B] = \text{T}$.

dove $\vec{L}$ è il vettore di lunghezza L nel verso della corrente convenzionale. In modulo: $F = I L B \sin \alpha$, con α l'angolo fra il filo e $\vec{B}$.

Per filo qualsiasi e/o campo non uniforme, in forma infinitesima: $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$.

Motori elettrici. Una bobina percorsa da corrente immersa in un campo magnetico subisce una coppia (momento di forza) che tende a farla ruotare. È il principio di funzionamento di tutti i motori elettrici. Cambiando periodicamente il verso della corrente (con un *commutatore* nei motori a corrente continua, o con corrente alternata negli altri), si mantiene la rotazione continua. Senza la forza $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$, non esisterebbero motori elettrici, e con essi la metà delle macchine moderne.

Definizione operativa dell'ampere. Prima della ridefinizione del 2019, l'ampere era definito proprio tramite la forza magnetica fra due fili paralleli percorsi da corrente: “1 A è la corrente che, scorrendo in due fili rettilinei e paralleli posti a 1 m di distanza, produce una forza di 2×10^{-7} N per metro di filo”. Oggi l'ampere è definito a partire dalla carica elementare e , ma il legame con la forza magnetica resta uno strumento di misura fondamentale.

16.5. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 16.1

Campo magnetico di un filo Un filo rettilineo trasporta una corrente $I = 10$ A. Calcoliamo il campo magnetico a distanza $r = 5.0$ cm dal filo.

Calcolo.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \text{ A}}{2\pi \cdot 0.05 \text{ m}} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2 \cdot 0.05} \text{ T} = 4.0 \times 10^{-5} \text{ T} = 40 \mu\text{T}.$$

Confrontabile con il campo magnetico terrestre. È il motivo per cui una bussola posta vicino a un cavo elettrico carico può deviare sensibilmente dall'indicare il Nord.

Esempio 16.2

Campo al centro di una spira Una spira circolare di raggio $R = 2.0$ cm è percorsa dalla corrente $I = 3.0$ A. Calcoliamo il campo magnetico al suo centro.

Calcolo.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3.0 \text{ A}}{2 \cdot 0.020 \text{ m}} \approx 9.4 \times 10^{-5} \text{ T}.$$

Esempio 16.3

Solenoidi e dimensionamento Si vuole costruire un solenoide capace di generare un campo di $B = 0.05$ T al suo interno, con una corrente massima ammissibile di $I = 2.0$ A. Quante spire al metro sono necessarie?

Calcolo. $B = \mu_0 n I$, da cui

$$n = \frac{B}{\mu_0 I} = \frac{0.05}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2.0} \approx 1.99 \times 10^4 / \text{m} \approx 20 \text{ spire al millimetro}.$$

È una densità realistica, ottenibile avvolgendo filo sottile su un supporto cilindrico.

Esempio 16.4

Raggio della traiettoria di un protone Un protone ($m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, $q = e$) entra perpendicolarmente in un campo $B = 0.50$ T con velocità $v = 1.0 \times 10^6$ m/s. Calcoliamo il raggio della traiettoria circolare e il periodo del moto.

Raggio.

$$r = \frac{m_p v}{e B} = \frac{1.67 \times 10^{-27} \cdot 1.0 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \cdot 0.50} \approx 2.09 \times 10^{-2} \text{ m} \approx 2.1 \text{ cm}.$$

Periodo.

$$T = \frac{2\pi m_p}{e B} = \frac{2\pi \cdot 1.67 \times 10^{-27}}{1.6 \times 10^{-19} \cdot 0.50} \approx 1.31 \times 10^{-7} \text{ s} \approx 0.13 \text{ } \mu\text{s}.$$

Il periodo non dipende da v : i ciclotroni sfruttano questa proprietà per accelerare i protoni con una corrente alternata a frequenza fissa $f = 1/T$.

Esempio 16.5

Forza su un filo Un filo orizzontale di lunghezza $L = 30$ cm è percorso dalla corrente $I = 5.0$ A in un campo magnetico $B = 0.20$ T perpendicolare al filo. Calcoliamo la forza sul filo.

Calcolo. $\sin \alpha = 1$ (filo $\perp$ campo).

$$F = I L B = 5.0 \text{ A} \cdot 0.30 \text{ m} \cdot 0.20 \text{ T} = 0.30 \text{ N}.$$

Direzione: data dalla regola della mano destra ($\vec{F}$ perpendicolare sia al filo sia a $\vec{B}$). È esattamente la forza che mette in rotazione la spira di un motore elettrico.

16.6. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 16.1

1. Un filo rettilineo trasporta $I = 2.0$ A. A che distanza dal filo il campo magnetico vale 1.0×10^{-5} T (cioè comparabile con il campo terrestre)? $[r \approx 4.0 \text{ cm}]$
2. Una spira circolare di raggio $R = 5.0$ cm è percorsa da $I = 2.0$ A. Calcola il campo magnetico al suo centro. $[B \approx 2.5 \times 10^{-5} \text{ T}]$
3. Un solenoide ha 500 spire avvolte su una lunghezza di 20 cm. Calcola il campo magnetico al suo interno se vi scorre $I = 1.5$ A. $[n = 2500/\text{m}; B \approx 4.7 \times 10^{-3} \text{ T}]$
4. Un elettrone si muove con $v = 3.0 \times 10^6$ m/s perpendicolarmente a $\vec{B}$ uniforme. Quale deve essere il modulo di $\vec{B}$ perché l'elettrone descriva una circonferenza di raggio 1.0 cm? $[B \approx 1.7 \times 10^{-3} \text{ T}]$

5. Un protone è iniettato in un campo $B = 1.0 \text{ T}$ perpendicolarmente al campo, con energia cinetica $E_k = 1.0 \text{ MeV}$. Calcola velocità, raggio e periodo della traiettoria. [$v \approx 1.38 \times 10^7 \text{ m/s}$; $r \approx 14.4 \text{ cm}$; $T \approx 6.6 \times 10^{-8} \text{ s}$]
6. Una carica $q = 2.0 \text{ } \mu\text{C}$ si muove con $v = 500 \text{ m/s}$ perpendicolarmente a un campo $B = 0.40 \text{ T}$. Calcola la forza di Lorentz. [$F = qvB = 4.0 \times 10^{-4} \text{ N}$]
7. Un filo di $L = 50 \text{ cm}$ pesa 0.020 kg ed è immerso in un campo magnetico orizzontale $B = 0.20 \text{ T}$ perpendicolare al filo. Quale corrente farebbe “levitare” il filo (forza magnetica = peso)? [$I = mg/(LB) \approx 1.96 \text{ A}$]
8. In una bobina rettangolare di lati $a = 5.0 \text{ cm}$ e $b = 8.0 \text{ cm}$, con 100 spire, scorre $I = 0.30 \text{ A}$ in un campo magnetico $B = 0.10 \text{ T}$ parallelo al piano della bobina. Calcola il momento meccanico massimo (*torque*) sulla bobina (formula: $\tau = N I A B$, con A = area). [$\tau = 1.2 \times 10^{-2} \text{ N m}$]
9. Due fili paralleli a distanza $d = 2.0 \text{ cm}$ sono percorsi da correnti $I_1 = I_2 = 5.0 \text{ A}$ nel verso opposto. Calcola la forza per unità di lunghezza fra di loro. Si attraggono o si respingono? [$F/L = \mu_0 I_1 I_2 / (2\pi d) \approx 2.5 \times 10^{-4} \text{ N/m}$; si respingono (correnti opposte)]
10. Stima il campo magnetico al centro della Terra ($M_\oplus \sim 10^{23} \text{ A m}^2$, il momento di dipolo geomagnetico) usando la formula del campo di dipolo all’equatore: $B = \mu_0 M / (4\pi R_\oplus^3)$. Confronta con il valore misurato in superficie ($\sim 30 \text{ } \mu\text{T}$). [$B \approx 31 \text{ } \mu\text{T}$, ottimo accordo]

16.7. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Campo magnetico $\vec{B}$ — Grandezza vettoriale che descrive l’azione magnetica in ogni punto dello spazio. Unità: **tesla** ($1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A m})$). Sorgenti: magneti permanenti e correnti elettriche (Ørsted, 1820; Ampère).

Linee di campo magnetico — Tangenti a $\vec{B}$, escono dal N ed entrano nel S nei magneti. Sono *chiuse* su se stesse, a differenza delle linee di $\vec{E}$ che hanno inizio e fine sulle cariche.

Assenza di monopoli magnetici — Non esistono cariche magnetiche isolate. Flusso di $\vec{B}$ attraverso una superficie chiusa = 0. È una delle equazioni di Maxwell.

Legge di Biot-Savart — Per un tratto di filo $d\vec{\ell}$ percorso da I : $d\vec{B} = (\mu_0/4\pi) I d\vec{\ell} \times \hat{r}/r^2$, con $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m/A}$.

Casi notevoli:

- Filo rettilineo infinito: $B = \mu_0 I / (2\pi r)$.
- Centro di una spira di raggio R : $B = \mu_0 I / (2R)$.
- Solenoide (n spire per metro): $B = \mu_0 n I$ (uniforme all’interno).

Forza di Lorentz — $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$. Perpendicolare sia a $\vec{v}$ sia a $\vec{B}$. Modulo: $F = qvB \sin \alpha$.

Lavoro nullo: $\vec{B}$ non cambia l'energia cinetica della carica.

Moto in $\vec{B}$ uniforme — Se $\vec{v} \perp \vec{B}$: moto circolare uniforme con raggio $r = mv/(|q|B)$ e periodo $T = 2\pi m/(|q|B)$ (indipendente da v). Se $\vec{v}$ ha componente parallela: moto a elica. Applicazioni: ciclotrone, spettrometro di massa, aurore polari.

Forza su un filo percorso da corrente — $\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$. È alla base del funzionamento di tutti i *motori elettrici*. Definizione storica dell'ampere come forza fra due fili paralleli.

Capitolo 17

Induzione elettromagnetica

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Una calamita in moto vicino a una bobina induce in essa una corrente elettrica.”

— Michael Faraday, diario di laboratorio, 29 agosto 1831 (parafrasi)

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

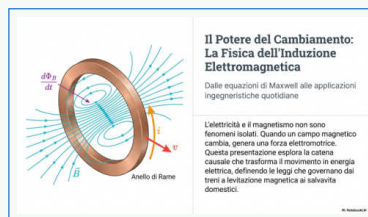
 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Induzione elettromagnetica](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

-  [\[IT\] Induzione elettromagnetica](#)
-  [\[IT\] Corrente alternata](#)
-  [\[EN\] Induzione Elettromagnetica Principi e Applica...](#)
-  [\[EN\] Principi Fondamentali di Elettricità Alternata](#)
-  [\[FR\] Fisica induzione](#)
-  [\[FR\] Fisica corrente alternata](#)
-  [\[ES\] Induzione elettromagnetica](#)
-  [\[ES\] Principi Fondamentali di Elettricità Alternata](#)

17.1. Introduzione motivazionale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Ørsted (1820) aveva mostrato che una corrente elettrica produce un campo magnetico. La domanda inversa nasce immediatamente: un campo magnetico può produrre una corrente elettrica? Per un decennio i fisici cercarono l'effetto inverso, senza risultati. Faraday e Joseph Henry (indipendentemente, nel 1831) trovarono finalmente la risposta: **sì, ma a una condizione precisa — che il campo magnetico vari nel tempo.**

Da questa scoperta è nato il concetto di **induzione elettromagnetica**, alla base della stragrande maggioranza dell'energia elettrica usata oggi nel mondo. Ogni volta che premi un interruttore della luce, accendi un motore, ricarichi un cellulare, dietro c'è una qualche forma di induzione: alternatori che convertono energia meccanica in elettrica, trasformatori che trasportano l'energia a lunga distanza, motori che fanno l'inverso.

In questo capitolo studieremo: i fenomeni di induzione scoperti da Faraday, la legge quantitativa di Faraday-Neumann, la regola di Lenz sul verso della corrente indotta, le applicazioni (alternatore, trasformatore, correnti parassite), e infine la sintesi conclusiva dell'elettromagnetismo classico nelle **equazioni di Maxwell**.

17.2. Il fenomeno dell'induzione

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

17.2.1. Esperienze di Faraday

Tra agosto e novembre del 1831 Faraday eseguì una serie di esperimenti decisivi, di cui i due più famosi sono i seguenti.

Magnete e bobina. Una bobina di filo conduttore è collegata a un galvanometro (uno strumento sensibile alla corrente). Avvicinando un magnete a barra all'imboccatura della bobina, il galvanometro segnala il passaggio di una corrente. Allontanando il magnete, la corrente passa nel verso opposto. Con magnete e bobina entrambi fermi, nessuna corrente.

Due bobine accoppiate. Due bobine sono avvolte su uno stesso nucleo (per esempio un anello di ferro). La prima bobina è collegata a una pila, l'altra a un galvanometro. Quando si chiude o si apre il circuito della pila — ovvero quando la corrente in essa varia —, il galvanometro nell'altra bobina segnala una breve corrente; ma una corrente costante nella prima bobina non produce alcun effetto nell'altra.

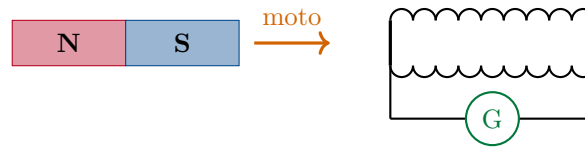


Figura 17.1: Esperimento di Faraday: una calamita in moto verso (o da) una bobina induce in essa una corrente elettrica, rilevabile dal galvanometro G. La corrente esiste solo durante il moto: se calamita e bobina sono entrambe ferme, il flusso magnetico nella bobina è costante e nessuna corrente fluisce.

La sintesi qualitativa di Faraday. Ciò che accomuna i due esperimenti — e tutte le decine di varianti che Faraday provò — è una nozione che Faraday stesso intuì in termini delle sue “linee di forza”: quando il numero di linee di $\vec{B}$ attraverso la bobina cambia nel tempo, nella bobina nasce una corrente. È solo la *variazione* del campo magnetico (o, equivalentemente, del *flusso* di $\vec{B}$) a produrre l'effetto: un campo magnetico statico, per quanto intenso, non induce nulla.

17.2.2. Legge di Faraday-Neumann

La forma quantitativa della legge fu data poco dopo da Franz Neumann (1845), in termini del **flusso del campo magnetico** attraverso la superficie delimitata dalla spira.

Per una spira (o bobina) che racchiude una superficie S , il flusso di $\vec{B}$ vale:

$$\Phi(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}.$$

Per $\vec{B}$ uniforme e una spira piana di area A con normale che forma angolo θ con $\vec{B}$, si ha semplicemente $\Phi(\vec{B}) = B A \cos \theta$.

Legge 17.1 — Legge di Faraday-Neumann

La forza elettromotrice (f.e.m.) indotta in un circuito chiuso è proporzionale alla *rapidità con cui il flusso del campo magnetico* attraverso il circuito varia nel tempo:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

Unità SI: $[\varepsilon] = \text{V}$; $[\Phi(\vec{B})] = \text{Wb} = \text{T m}^2$; $[t] = \text{s}$.

Per una bobina di N spire avvolte “in serie”, la f.e.m. totale è N volte quella di una singola spira: $\varepsilon = -N d\Phi(\vec{B})/dt$.

Il segno meno è importante e codifica la *legge di Lenz* (vedi sotto). Il modulo della f.e.m. può essere scritto come $|\varepsilon| = |d\Phi/dt|$, ma la formula completa specifica anche il *verso*.

Tre modi per far variare Φ . Dal momento che $\Phi = B A \cos \theta$, ogni variazione di flusso può venire da:

1. Variazione di B nel tempo (avvicinare un magnete, accendere un elettromagnete, ecc.).
2. Variazione dell'area A del circuito (sbarra mobile su rotaie conduttrici).
3. Variazione dell'angolo θ (rotazione della spira nel campo: è il principio dell'alternatore).

17.2.3. Legge di Lenz

Heinrich Lenz, nel 1834, formulò una regola elegante per determinare il *verso* della corrente indotta, regola che è codificata nel segno meno della legge di Faraday-Neumann.

Legge 17.2 — Legge di Lenz

La corrente indotta in un circuito ha sempre un verso tale che il campo magnetico da essa generato si oppone alla variazione di flusso che l'ha prodotta.

Esempi:

- Se avvicino il polo Nord di una calamita a una spira, il flusso di $\vec{B}$ attraverso la spira cresce. La corrente indotta nella spira genera un campo magnetico che si oppone a questo aumento: il lato della spira rivolto verso la calamita assume polarità Nord (respinge il magnete).
- Se allontanano il polo Nord dalla spira, il flusso decresce. La corrente indotta si oppone alla diminuzione: il lato della spira rivolto verso la calamita assume polarità Sud (attrae il magnete).

Significato fisico: conservazione dell'energia. La legge di Lenz è una conseguenza della conservazione dell'energia. Se la corrente indotta cooperasse con la variazione di flusso anziché opporvisi, otterremmo energia dal nulla — una macchina a moto perpetuo. Lenz impone invece che il movente esterno (chi muove la calamita) debba sempre *fare lavoro contro* la corrente indotta: quel lavoro è l'energia che alimenta la corrente. Bilancio energetico salvo.

Esempio 17.1

Sbarra mobile su rotaie Una sbarra conduttrice di lunghezza L scivola con velocità v su due rotaie parallele, perpendicolari a un campo magnetico $\vec{B}$ uscente dal piano. La superficie racchiusa dal circuito (sbarra + rotaie + cavo di chiusura) cambia col tempo: $A(t) = A_0 + L v t$, e quindi $\Phi(t) = B A(t)$, da cui $d\Phi/dt = B L v$. Per Faraday-Neumann:

$$|\varepsilon| = B L v.$$

Per Lenz, la corrente indotta circola in modo da generare un campo magnetico opposto a $\vec{B}$ all'interno del circuito (cioè entrante): in pratica, la corrente nella sbarra è tale da produrre una forza $\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$ opposta a $\vec{v}$, ovvero che frena il moto. Per mantenere

la sbarra in moto a v costante, qualcuno deve spingerla con forza pari (e opposta) alla frenatura: il lavoro che spende è esattamente l'energia dissipata dalla corrente nel circuito ($P = \varepsilon I = (BLv) \cdot I$).

17.3. Applicazioni dell'induzione

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

17.3.1. Alternatore

L'**alternatore** è il dispositivo che converte energia meccanica in energia elettrica sfruttando l'induzione. La sua versione minima è una bobina rettangolare di N spire, area A , che ruota a velocità angolare ω in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$.

L'angolo fra la normale alla bobina e $\vec{B}$ varia nel tempo come $\theta(t) = \omega t$, e il flusso vale $\Phi(t) = N B A \cos(\omega t)$. Derivando, la f.e.m. indotta è:

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = N B A \omega \sin(\omega t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$$

Unità SI: $[\varepsilon] = \text{V}$; $[\omega] = \text{rad/s}$; ampiezza $\varepsilon_0 = N B A \omega$.

La f.e.m. è dunque **sinusoidale** nel tempo: questa è la celebre *corrente alternata* (AC, alternating current). Le reti elettriche europee operano a frequenza $f = 50 \text{ Hz}$ ($\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$); in America del Nord, a 60 Hz.

Perché corrente alternata. Storicamente, agli inizi del '900, ci fu una vera “guerra delle correnti” fra Edison (sostenitore della corrente continua, DC) e Tesla/Westinghouse (sostenitori dell'alternata, AC). Vinse l'alternata per un motivo decisivo: si trasforma facilmente da una tensione all'altra con i trasformatori (vedi sotto), permettendo la trasmissione efficiente a lunga distanza.

17.3.2. Trasformatore

Il **trasformatore** è un dispositivo passivo (senza parti in movimento) che cambia il livello di tensione di una corrente alternata. È costituito da due bobine, *primario* (N_1 spire) e *secondario* (N_2 spire), avvolte su uno stesso nucleo ferromagnetico (per “canalizzare” il flusso magnetico).

Quando una tensione alternata $V_1(t)$ è applicata al primario, vi scorre una corrente alternata che genera un flusso magnetico alternato $\Phi(t)$ nel nucleo. Per la legge di Faraday-Neumann:

$$V_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt},$$

$$V_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Dividendo membro a membro:

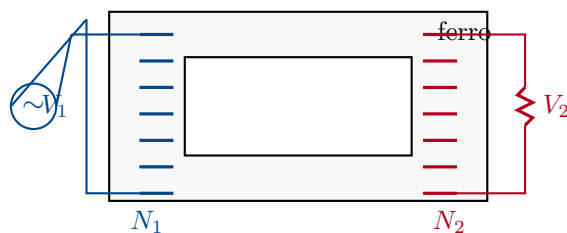


Figura 17.2: Trasformatore. Una corrente alternata applicata al primario (N_1 spire) genera un flusso magnetico alternato nel nucleo di ferro. Il nucleo convoglia tale flusso anche attraverso il secondario (N_2 spire), in cui per induzione di Faraday-Neumann si genera una tensione alternata $V_2 = (N_2/N_1) V_1$.

Legge 17.3 — Rapporto di trasformazione (trasformatore ideale)

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Unità SI: $[V] = \text{V}$; N_1, N_2 adimensionali (numero di spire).

Trasformatore elevatore: $N_2 > N_1$, $V_2 > V_1$. Aumenta la tensione (al prezzo di ridurre la corrente, per conservare la potenza).

Trasformatore abbassatore: $N_2 < N_1$, $V_2 < V_1$. Riduce la tensione (e aumenta la corrente).

Conservazione della potenza. In un trasformatore *ideale* (senza perdite), la potenza al primario eguaglia quella al secondario: $V_1 I_1 = V_2 I_2$, da cui $I_2/I_1 = N_1/N_2$. In pratica, c'è sempre qualche perdita (per effetto Joule negli avvolgimenti e per correnti parassite nel nucleo), ma i trasformatori commerciali arrivano facilmente al 98–99% di efficienza.

Trasporto dell'energia elettrica. È grazie ai trasformatori che l'energia elettrica può essere trasportata efficientemente: una centrale elettrica produce a $\sim 15 \text{ kV}$, un trasformatore elevatore porta la tensione a $\sim 400 \text{ kV}$ per la linea di alta tensione (riducendo enormemente le perdite $i^2 R$), e una rete di trasformatori abbassatori la riporta progressivamente fino ai $\sim 230 \text{ V}$ delle prese domestiche.

17.3.3. Correnti parassite (Foucault)

Quando un blocco di metallo *esteso* è immerso in un campo magnetico variabile (oppure si muove in un campo non uniforme), in esso si inducono **correnti parassite**, dette anche *correnti di Foucault*. Sono correnti circolari, “vorticosi”, che fluiscono nella massa del conduttore.

Frenata magnetica. Un disco metallico che ruota fra le espansioni polari di un magnete viene frenato dalle correnti parassite indotte in esso (per Lenz, le correnti generano un campo che si oppone al moto). È il principio dei *freni magnetici* usati nei treni veloci, nelle montagne russe, in alcuni mezzi pesanti: nessuna usura meccanica, solo dissipazione per effetto Joule.

Riscaldamento per induzione. Sulle piastre da cucina “a induzione”, sotto la superficie di vetro c'è una bobina percorsa da corrente alternata ad alta frequenza ($\sim 20 \text{ kHz}$). Quando vi si pone una pentola metallica, le correnti parassite indotte nel fondo della pentola producono

calore per effetto Joule. La piastra di vetro resta relativamente fredda (non è metallica), il calore nasce direttamente nella pentola: efficiente e sicuro.

Limitare le correnti parassite. Nei trasformatori, le correnti parassite nel nucleo sono uno spreco energetico. Per limitarle si costruiscono i nuclei in *lamierini* sottili (decimi di mm) isolati uno dall'altro: il flusso di corrente parassita resta confinato in ogni singolo lamierino, troppo piccolo per dissipare molta energia.

Schermi elettromagnetici. Una scatola conduttiva (*gabbia di Faraday*) protegge dagli effetti elettromagnetici esterni: le correnti parassite indotte nelle pareti generano campi che cancellano i campi esterni all'interno. È il principio dei locali schermati per esperimenti delicati, dei microonde (che invece confinano la radiazione interna), dei contenitori per dispositivi elettronici sensibili.

17.4. Verso le equazioni di Maxwell

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

17.4.1. Legame fra campi elettrici e magnetici variabili

L'induzione elettromagnetica è il primo grande *legame* fra i campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ che fino ad allora erano considerati indipendenti. La legge di Faraday-Neumann ci dice infatti:

“Un campo magnetico variabile nel tempo *genera* un campo elettrico (non conservativo!) capace di mettere in moto le cariche in un circuito.”

In forma più astratta, la legge di Faraday-Neumann scritta su un circuito statico equivale a:

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}.$$

Il primo membro è la circuitazione di $\vec{E}$ lungo un cammino chiuso. In elettrostatica (cap. 14) questa è zero ($\vec{E}$ è conservativo). Qui invece, in presenza di un flusso magnetico variabile, non è più zero. Il campo elettrico indotto è *rotazionale*, e le sue linee si chiudono su se stesse.

Simmetria emergente. A questo punto si pone naturalmente la domanda speculare: “un campo elettrico variabile nel tempo genera a sua volta un campo magnetico?” Maxwell, nel 1865, lo postulò teoricamente per ragioni di coerenza interna delle equazioni dell'elettromagnetismo, prima ancora che vi fosse evidenza sperimentale diretta. La sua risposta è sì: introdusse il termine della *corrente di spostamento*.

17.4.2. Corrente di spostamento

La legge di Ampère (cap. 16) lega la circuitazione di $\vec{B}$ alla corrente concatenata:

$$\oint_{\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{int}}.$$

Maxwell notò che questa formula presenta un'incoerenza quando applicata a circuiti con condensatori: per una superficie che taglia il filo, I_{int} è la corrente nel filo; per una superficie

che taglia il dielettrico fra le armature del condensatore, $I_{\text{int}} = 0$. Ma le due superfici hanno lo stesso contorno! Contraddizione.

Per risolverla, Maxwell aggiunse alla corrente reale un termine extra, detto **corrente di spostamento**, proporzionale alla variazione del flusso elettrico:

$$I_{\text{spost}} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

Unità SI: $[I_{\text{spost}}] = \text{A}$; $[\varepsilon_0] = \text{F/m}$; $[\Phi(\vec{E})] = \text{V m}$.

La legge di Ampère, così generalizzata (**legge di Ampère-Maxwell**), diventa:

$$\oint_{\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(I_{\text{int}} + \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \right).$$

Adesso le due superfici danno lo stesso risultato (nel dielettrico, $\vec{E}$ varia e “finge” un termine I_{spost} pari alla corrente nel filo).

Conseguenza dirompente. Anche in assenza di correnti reali, un campo elettrico variabile nel tempo genera un campo magnetico — esatto contraltare della legge di Faraday-Neumann. I due campi diventano sorgenti l’uno dell’altro, generandosi e propagandosi insieme: nascono le **onde elettromagnetiche** (cap. 18).

17.4.3. Equazioni di Maxwell: sintesi

Con la legge di Faraday-Neumann e la corrente di spostamento, James Clerk Maxwell completò nel 1865 la sintesi dell’elettromagnetismo classico in quattro equazioni, oggi note come **equazioni di Maxwell**. In forma integrale:

Legge 17.4 — Equazioni di Maxwell (forma integrale)

1. **Gauss per $\vec{E}$:** $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{int}}/\varepsilon_0$.
Le cariche elettriche sono sorgenti del campo elettrico.
2. **Gauss per $\vec{B}$:** $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$.
Non esistono monopoli magnetici. Le linee di $\vec{B}$ sono chiuse.
3. **Faraday-Neumann:** $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -d\Phi(\vec{B})/dt$.
Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico.
4. **Ampère-Maxwell:** $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (I_{\text{int}} + \varepsilon_0 d\Phi(\vec{E})/dt)$.
Correnti elettriche e campi elettrici variabili generano un campo magnetico.

Attenzione!

Forza e profondità delle equazioni di Maxwell Le quattro equazioni di Maxwell, integrate dalla forza di Lorentz $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, contengono *tutto* l’elettromagnetismo classico: ottica, radio, microonde, raggi X, induzione, magnetismo dei materiali, antenne, motori. Sono considerate uno dei più alti risultati della fisica teorica. L’unificazione di elettricità, magnetismo e ottica fu così straordinaria che ispirò Einstein a cercare un’analogia

unificazione fra spazio e tempo (la relatività ristretta, cap. 19).

17.5. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 17.2

Spira in campo magnetico variabile Una spira circolare di raggio $R = 5.0$ cm è immersa in un campo magnetico uniforme perpendicolare al suo piano. Il campo cresce nel tempo come $B(t) = B_0 + \alpha t$, con $B_0 = 0.10$ T e $\alpha = 0.50$ T/s. Calcoliamo la f.e.m. indotta nella spira.

Impostazione. Area $A = \pi R^2$. Flusso $\Phi(t) = B(t) \cdot A = (B_0 + \alpha t) A$.

$$\frac{d\Phi}{dt} = \alpha A.$$

Calcolo. $A = \pi \cdot (0.05)^2 \approx 7.85 \times 10^{-3} \text{ m}^2$.

$$|\varepsilon| = \alpha A = 0.50 \text{ T/s} \cdot 7.85 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \approx 3.93 \times 10^{-3} \text{ V} = 3.93 \text{ mV}.$$

Per la legge di Lenz, la corrente indotta scorre in modo da generare un campo opposto a $\vec{B}$ (che cresce), cioè nel verso opposto a quello in cui le linee di campo originale puntano.

Esempio 17.3

Sbarra mobile su rotaie Una sbarra conduttrice di lunghezza $L = 30$ cm scorre con $v = 2.0$ m/s su due rotaie parallele, immerse in un campo $\vec{B} = 0.40$ T perpendicolare al piano delle rotaie. Calcoliamo la f.e.m. indotta. Se il circuito ha resistenza totale $R = 2.0 \Omega$, quale corrente scorre? Quale forza deve applicare l'agente esterno per mantenere v costante?

f.e.m. $|\varepsilon| = B L v = 0.40 \cdot 0.30 \cdot 2.0 = 0.24 \text{ V}$.

Corrente. $i = \varepsilon / R = 0.24 / 2.0 = 0.12 \text{ A}$.

Forza frenante. $F = B I L = 0.40 \cdot 0.12 \cdot 0.30 = 0.0144 \text{ N}$. L'agente esterno deve applicare la stessa forza, in verso opposto alla frenatura, per mantenere la velocità.

Verifica energetica. Potenza meccanica fornita: $P_{\text{mecc}} = F v = 0.0144 \cdot 2.0 = 0.0288 \text{ W}$. Potenza dissipata nel circuito: $P_{\text{el}} = \varepsilon i = 0.24 \cdot 0.12 = 0.0288 \text{ W}$. ✓

Esempio 17.4

Alternatore semplice Una bobina rettangolare di $N = 500$ spire e area $A = 0.02 \text{ m}^2$ ruota a $f = 50$ Hz in un campo magnetico $B = 0.30$ T. Calcoliamo l'ampiezza della f.e.m. alternata generata.

Calcolo. $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 \approx 314 \text{ rad/s}$.

$$\varepsilon_0 = N B A \omega = 500 \cdot 0.30 \cdot 0.02 \cdot 314 \approx 942 \text{ V}.$$

L'ampiezza è circa 1 kV; il valore *efficace* (usato in pratica per le tensioni di rete) è $V_{\text{eff}} = \varepsilon_0 / \sqrt{2} \approx 666 \text{ V}$.

Esempio 17.5

Trasformatore abbassatore Un trasformatore alimentato dalla rete a $V_1 = 230 \text{ V}$ deve fornire $V_2 = 12 \text{ V}$ (per esempio per un caricabatterie). Quale è il rapporto N_2/N_1 ? Se al secondario è collegato un dispositivo che assorbe $I_2 = 2.0 \text{ A}$, quale è la corrente al primario (trasformatore ideale)?

Rapporto di trasformazione.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{12}{230} \approx 0.052.$$

Corrente al primario. $V_1 I_1 = V_2 I_2$ (conservazione della potenza), da cui $I_1 = (V_2/V_1) I_2 = 0.052 \cdot 2.0 \approx 0.104 \text{ A}$. Al primario circola circa un ventesimo della corrente del secondario.

Esempio 17.6

Frenata di un disco metallico Un disco di rame ruota fra le espansioni polari di un magnete permanente. Le correnti parassite indotte nel disco dissipano, ipotizziamo, una potenza $P = 50 \text{ W}$. Da dove viene questa energia?

Soluzione. L'energia viene dal lavoro che il motore (o la mano dell'operatore) deve fare per mantenere la rotazione. La frenata magnetica si oppone al moto, esattamente come previsto dalla legge di Lenz; per mantenere ω costante, l'operatore deve fornire una potenza meccanica $P_{\text{mecc}} = P = 50 \text{ W}$ (energia chimica dei muscoli, elettrica del motore, ecc.). Se il motore si spegne, il disco rallenta e si ferma: l'energia cinetica iniziale viene convertita in calore dalle correnti parassite.

17.6. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 17.1

- Una bobina di $N = 100$ spire e area $A = 50 \text{ cm}^2$ è immersa in un campo magnetico uniforme perpendicolare al suo piano. Il campo decresce con velocità $dB/dt = -0.20 \text{ T/s}$. Calcola la f.e.m. indotta. $[|\varepsilon| = N|A dB/dt| \approx 0.10 \text{ V}]$
- Una sbarra di $L = 50 \text{ cm}$ si muove a $v = 5.0 \text{ m/s}$ in un campo $B = 0.10 \text{ T}$ perpendicolare al moto. Quale f.e.m. si induce ai capi della sbarra? $[|\varepsilon| = BLv = 0.25 \text{ V}]$
- Un magnete viene avvicinato a una bobina; durante il moto, il flusso di $\vec{B}$ attraverso la bobina passa da $\Phi_1 = 2.0 \text{ mWb}$ a $\Phi_2 = 8.0 \text{ mWb}$ in $\Delta t = 0.20 \text{ s}$. Quale è la f.e.m. media indotta? $[|\varepsilon| = \Delta\Phi/\Delta t = 0.030 \text{ V}]$

4. Una bobina di $N = 200$ spire e area $A = 0.01 \text{ m}^2$ ruota a $\omega = 377 \text{ rad/s}$ (rete a 60 Hz) in un campo $B = 0.50 \text{ T}$. Calcola l'ampiezza della f.e.m. generata. [$\varepsilon_0 = NBA\omega \approx 377 \text{ V}$]
5. Un trasformatore ha $N_1 = 2000$ spire al primario. Quanti giri devono avere il secondario perché $V_2/V_1 = 5$? E quante perché $V_2/V_1 = 1/10$? [$N_2 = 10000$ (elevatore); $N_2 = 200$ (abbassatore)]
6. Un trasformatore ideale ha primario a 4000 V e secondario a 220 V. Se la potenza erogata al secondario è 10 kW, quanto vale la corrente al primario? [$I_1 = P/V_1 = 2.5 \text{ A}$]
7. Spiega con la legge di Lenz: in che verso scorre la corrente indotta in una spira posta orizzontalmente quando una calamita con il polo Nord verso il basso viene avvicinata da sopra (vista dall'alto, oraria o antioraria)? [vista dall'alto: *antioraria*, in modo da produrre un campo opposto (cioè verso l'alto), che respinga il polo N che si avvicina]
8. Una linea di alta tensione trasporta una potenza $P = 500 \text{ MW}$ alla tensione $V = 400 \text{ kV}$. Calcola la corrente trasportata. Se la stessa potenza fosse trasportata a $V = 4 \text{ kV}$, quanto sarebbero le perdite in linea (a parità di resistenza R)? [$I = 1250 \text{ A}$ a 400 kV, $I' = 125\,000 \text{ A}$ a 4 kV; perdite $i^2 R$ aumentano di 10000 volte]
9. Una piastra a induzione opera a 20 kHz con un'efficienza prossima al 90 %. Spiega qualitativamente perché la piastra di vetro stessa non si scalda, mentre il fondo della pentola sì. [il vetro è isolante, in esso non si inducono correnti parassite; il metallo conduce e le correnti parassite dissipano per effetto Joule nel metallo]
10. Considera due spire vicine, ortogonali fra loro (i piani delle due spire sono perpendicolari). Una di esse è percorsa da corrente alternata. Si induce una corrente nell'altra? Argomenta. [risposta: *no*, il flusso di $\vec{B}$ della prima attraverso la seconda è nullo per simmetria. Quindi nessuna induzione]

17.7. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Induzione elettromagnetica — Un flusso magnetico variabile nel tempo, attraverso un circuito chiuso, induce in esso una corrente elettrica. Scoperta da Faraday e Henry nel 1831.

Legge di Faraday-Neumann — $\varepsilon = -d\Phi(\vec{B})/dt$ (per N spire, $\varepsilon = -N d\Phi/dt$). Il flusso può variare per cambiamenti di B , dell'area A o dell'angolo θ .

Legge di Lenz — La corrente indotta ha sempre il verso che si *oppone* alla variazione di flusso che l'ha generata. Conseguenza della conservazione dell'energia.

Alternatore — Bobina rotante in $\vec{B}$ produce una f.e.m. sinusoidale, $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$ con $\varepsilon_0 = NBA\omega$. È l'origine della corrente alternata (AC) delle reti elettriche (Europa: 50 Hz; America del Nord: 60 Hz).

Trasformatore — Due bobine accoppiate su un nucleo ferromagnetico. Per un trasformatore ideale, $V_2/V_1 = N_2/N_1$ e $V_1 I_1 = V_2 I_2$. Permette il trasporto efficiente dell'energia elettrica a lunga distanza (alta tensione, bassa corrente, basse perdite $i^2 R$).

Correnti parassite (Foucault) — Correnti vorticosse indotte in conduttori massivi posti in campi variabili. Applicazioni: frenata magnetica, riscaldamento per induzione (piastre da cucina). Si limitano costruendo i nuclei in lamierini isolati.

Verso le equazioni di Maxwell — L'induzione di Faraday mostra che un $\vec{B}$ variabile genera un $\vec{E}$. Per simmetria, Maxwell postulò che un $\vec{E}$ variabile genera un $\vec{B}$ (*corrente di spostamento*, $I_{\text{spost}} = \varepsilon_0 d\Phi(\vec{E})/dt$).

Equazioni di Maxwell (forma integrale, sintesi dell'elettromagnetismo classico, 1865):

1. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q/\varepsilon_0$ (Gauss elettrico).
2. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ (Gauss magnetico).
3. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -d\Phi(\vec{B})/dt$ (Faraday).
4. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (I + \varepsilon_0 d\Phi(\vec{E})/dt)$ (Ampère-Maxwell).

Insieme alla forza di Lorentz, contengono tutto l'elettromagnetismo classico e predicono l'esistenza delle onde elettromagnetiche.

Capitolo 18

Onde elettromagnetiche

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Possiamo difficilmente evitare la conclusione che la luce consista nelle ondulazioni trasversali del medesimo mezzo che è la causa dei fenomeni elettrici e magnetici.”

— James Clerk Maxwell, *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*, 1865

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

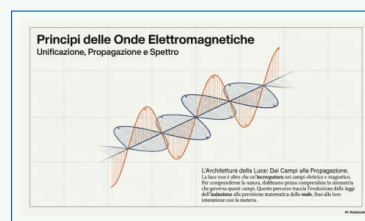
 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Ottica ondulatoria](#)



[Onde elettromagnetiche](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Ottica geometrica](#)
- [\[IT\] Onde elettromagnetiche](#)
- [\[EN\] Fondamenti di Ottica Fisica La Natura della Luce](#)
- [\[EN\] Le Onde Elettromagnetiche](#)
- [\[FR\] Fisica ottica ondulatoria](#)
- [\[FR\] Fisica maxwell](#)
- [\[ES\] Fondamenti di Ottica Fisica La Natura della Luce](#)
- [\[ES\] Le Onde Elettromagnetiche](#)

18.1. Introduzione motivazionale

[quiz e materiali con l'AI](#)
[flashcard del paragrafo](#)

Nel capitolo precedente abbiamo visto come le equazioni di Maxwell chiudano elegantemente l'edificio dell'elettromagnetismo classico: quattro equazioni e una forza di Lorentz contengono in nuce ogni fenomeno elettromagnetico. Ma le equazioni di Maxwell contengono anche una previsione completamente nuova, che Maxwell stesso fu il primo a estrarre: l'esistenza delle **onde elettromagnetiche**, perturbazioni dei campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ che si propagano nello spazio vuoto alla velocità della luce.

E in effetti — ed è questo il colpo di teatro della fisica del XIX secolo — *la luce visibile è una di queste onde*. Il calcolo di Maxwell mostrò che la velocità di propagazione prevista, $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, coincide quantitativamente con la velocità della luce misurata in laboratorio. La conclusione fu inevitabile: l'ottica, fino ad allora una disciplina autonoma, è in realtà un capitolo dell'elettromagnetismo.

Pochi anni dopo (1887), Heinrich Hertz produsse e rilevò in laboratorio onde elettromagnetiche di frequenza radio, confermando sperimentalmente la teoria di Maxwell. Nasceva l'era delle telecomunicazioni.

In questo capitolo conclusivo della parte di elettromagnetismo classico: la natura delle onde EM (trasversali, velocità c), le loro caratteristiche (polarizzazione, intensità, $c = \lambda f$) e infine lo **spettro elettromagnetico**, dalle onde radio ai raggi γ , una banda continua di radiazioni che differiscono *solo* per frequenza e applicazioni.

18.2. Natura delle onde elettromagnetiche

18.2.1. Onde elettromagnetiche nel vuoto

Le quattro equazioni di Maxwell (cap. 17), in assenza di cariche e correnti, ammettono soluzioni in cui $\vec{E}$ e $\vec{B}$ oscillano nel tempo e si propagano nello spazio sotto forma di **onde**.

Il meccanismo qualitativo è elegante e si comprende dalle equazioni di Maxwell:

- Un campo elettrico $\vec{E}$ che varia nel tempo, per la legge di Ampère-Maxwell, genera attorno a sé un campo magnetico $\vec{B}$.
- Un campo magnetico $\vec{B}$ che varia nel tempo, per la legge di Faraday-Neumann, genera attorno a sé un campo elettrico $\vec{E}$.
- I due campi si *sostengono a vicenda*, propagandosi nello spazio anche in assenza di materia, alla velocità della luce.

A differenza delle onde meccaniche (cap. 11), le onde EM **non hanno bisogno di un mezzo** per propagarsi: viaggiano nel vuoto. È quanto Newton non aveva previsto e che spiega perché la luce del Sole ci raggiunga attraverso lo spazio interstellare, e perché le trasmissioni radio possano essere ricevute via satellite.

18.2.2. Velocità di propagazione delle onde EM

La velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nel vuoto è determinata dalle costanti ε_0 e μ_0 tramite la relazione:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Unità SI: $[c] = \text{m/s}$; $[\varepsilon_0] = \text{F/m}$, $[\mu_0] = \text{T m/A}$; $c \approx 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$ (esatto per definizione).

Sostituendo i valori:

$$c = \frac{1}{\sqrt{8.854 \times 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} \approx 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

È esattamente la velocità della luce misurata sperimentalmente già nel 1849 da Fizeau con metodi puramente ottici. Maxwell stesso considerò la coincidenza dei due valori come la prova decisiva che *la luce è un'onda elettromagnetica*.

Dal 1983 la velocità della luce nel vuoto è una *costante fissata per convenzione* a $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ (esatto): è il metro a essere definito a partire da c , non viceversa.

Velocità nei mezzi e indice di rifrazione. Nei mezzi materiali (acqua, vetro, plastica, ecc.) le onde EM si propagano a una velocità $v < c$. La permittività e la permeabilità diventano $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ e $\mu = \mu_r \mu_0$, e

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}.$$

Si definisce l'**indice di rifrazione**:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

Adimensionale; vale $n = 1$ nel vuoto, $n > 1$ nei mezzi ordinari.

Valori tipici nel visibile:

- Aria: $n \approx 1.0003$ (quasi vuoto).
- Acqua: $n \approx 1.33$.
- Vetro comune: $n \approx 1.5$.
- Diamante: $n \approx 2.4$.

In presenza di indice di rifrazione, la frequenza dell'onda non cambia passando da un mezzo all'altro (è imposta dalla sorgente), ma cambiano velocità e lunghezza d'onda ($\lambda = v/f = \lambda_{\text{vuoto}}/n$). È il fondamento dei fenomeni di rifrazione che abbiamo incontrato in ottica geometrica (cap. 4).

18.2.3. Trasversalità delle onde EM

In un'onda elettromagnetica piana che si propaga lungo l'asse z , i due campi oscillano *perpendicolarmente* alla direzione di propagazione e *perpendicolarmente fra loro*:

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \sin(kz - \omega t) \hat{x}, \quad \vec{B}(z, t) = B_0 \sin(kz - \omega t) \hat{y}.$$

I tre vettori $\vec{E}$, $\vec{B}$ e $\vec{c}$ (velocità di propagazione) formano una terna ortogonale destrorsa: $\vec{E} \times \vec{B}$ punta nella direzione di propagazione.

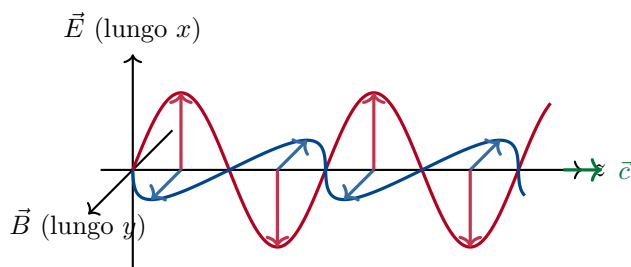


Figura 18.1: Onda elettromagnetica piana che si propaga lungo l'asse z . Il campo elettrico $\vec{E}$ (rosso) oscilla lungo x ; il campo magnetico $\vec{B}$ (blu) oscilla lungo y , perpendicolarmente a $\vec{E}$. I due campi sono in fase e i loro moduli sono legati da $E/B = c$. La direzione di propagazione $\vec{c}$ (verde) è data da $\vec{E} \times \vec{B}$.

I moduli dei due campi sono legati da:

$$E = c B$$

Unità SI: $[E] = \text{V/m}$; $[B] = \text{T}$; $[c] = \text{m/s}$.

(In valori numerici: per un'onda con $E_0 = 1 \text{ V/m}$, il campo magnetico è solo $B_0 \approx 3.3 \times 10^{-9} \text{ T}$. I due campi non sono “equivalenti” in modulo, ma sono entrambi fondamentali per il trasporto di energia.)

Trasversalità → **polarizzazione**. La trasversalità delle onde EM permette di parlare di **polarizzazione**: la direzione (nel piano perpendicolare a $\vec{c}$) in cui $\vec{E}$ oscilla. Una proprietà che le onde sonore (longitudinali) non possiedono. La approfondiremo nel paragrafo successivo.

18.3. Caratteristiche delle onde EM

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

18.3.1. Polarizzazione

In un'onda EM piana, la direzione in cui $\vec{E}$ oscilla nel piano perpendicolare alla propagazione si chiama **polarizzazione** dell'onda. Esistono tre casi principali:

- **Polarizzazione lineare**: $\vec{E}$ oscilla sempre in una stessa direzione fissa (per esempio, sempre verticale).
- **Polarizzazione circolare**: la punta di $\vec{E}$ ruota nel tempo descrivendo un cerchio, mantenendo modulo costante.
- **Polarizzazione ellittica**: caso generale che comprende i due precedenti come casi particolari.

La luce solare (e quella di una lampadina ordinaria) è *non polarizzata*: è una sovrapposizione casuale di moltissime onde con direzioni di polarizzazione random. Tuttavia, esistono materiali (*filtri polarizzatori*) che lasciano passare solo le componenti con $\vec{E}$ in una direzione specifica. Le lenti polarizzate degli occhiali da sole sfruttano questa proprietà per eliminare i riflessi (che sono parzialmente polarizzati).

Legge 18.1 — Legge di Malus

Quando luce con polarizzazione lineare di intensità I_0 attraversa un filtro polarizzatore il cui asse forma un angolo θ con la direzione di polarizzazione, l'intensità trasmessa è:

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

Unità SI: $[I] = \text{W/m}^2$; θ adimensionale (radianti).

Casi particolari:

- $\theta = 0$: $I = I_0$ (filtro allineato, trasmette tutto).
- $\theta = \pi/4 = 45^\circ$: $I = I_0/2$.
- $\theta = \pi/2 = 90^\circ$: $I = 0$ (filtri incrociati, oscurità totale).

Per luce *non polarizzata*, un filtro polarizzatore trasmette sempre esattamente metà dell'intensità incidente (la componente di $\vec{E}$ parallela all'asse del filtro), qualunque sia l'orientamento del filtro.

Applicazioni della polarizzazione:

- Occhiali da sole polarizzati (eliminano i riflessi dal mare o dall'asfalto bagnato).

- Schermi LCD (sfruttano la rotazione della polarizzazione da parte dei cristalli liquidi).
- Filtri fotografici (intensificano il cielo, eliminano riflessi dall'acqua).
- Microscopia a luce polarizzata (analisi di tessuti biologici, cristalli).

18.3.2. Intensità delle onde EM

Le onde EM *trasportano energia*: è il motivo per cui la luce del Sole scalda la pelle, le antenne radio captano segnali, i forni a microonde cucinano i cibi.

Definizione 18.1 — Intensità di un'onda EM

L'**intensità** (o densità di flusso) di un'onda EM è la potenza trasportata per unità di area, perpendicolarmente alla direzione di propagazione:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2$$

Unità SI: $[I] = \text{W/m}^2$; $[E_0] = \text{V/m}$; $[\varepsilon_0] = \text{F/m}$, $[c] = \text{m/s}$.

E_0 è l'ampiezza del campo elettrico nell'onda.

La formula può essere riscritta in funzione dei campi mediante il *vettore di Poynting* $\vec{S} = (1/\mu_0) \vec{E} \times \vec{B}$, che dà istantaneamente la direzione e il modulo del flusso di energia. Per un'onda piana, il modulo medio di $\vec{S}$ coincide con l'intensità I .

Decadimento $1/r^2$. Per una sorgente puntiforme che irradia isotropicamente con potenza P , l'intensità a distanza r è:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}.$$

Tipica legge dell'inverso del quadrato: raddoppiando la distanza, l'intensità si riduce a un quarto. È il motivo per cui una candela appare "piccola" a 100 m ma accecante a 10 cm.

Esempio 18.1

Intensità della luce solare Il Sole irraggia con luminosità $L_\odot \approx 3.83 \times 10^{26} \text{ W}$. A distanza $d_\oplus \approx 1.50 \times 10^{11} \text{ m}$ (Terra), l'intensità incidente al di sopra dell'atmosfera vale:

$$I = \frac{L_\odot}{4\pi d_\oplus^2} \approx 1361 \text{ W/m}^2,$$

la *costante solare* (cap. 25). Sulla superficie terrestre, dopo l'attenuazione atmosferica, ne arriva tipicamente $\sim 1000 \text{ W/m}^2$ a mezzogiorno chiaro.

18.3.3. Frequenza e lunghezza d'onda

Ogni onda EM nel vuoto è caratterizzata da una frequenza f (o equivalentemente da una lunghezza d'onda λ), legate da:

$$c = \lambda f$$

Unità SI: $[c] = \text{m/s}$, $[\lambda] = \text{m}$, $[f] = \text{Hz}$.

Frequenza e lunghezza d'onda sono *inversamente proporzionali*: le onde ad alta frequenza hanno piccola lunghezza d'onda, e viceversa.

In un mezzo materiale, la velocità di propagazione è $v = c/n$, e di conseguenza $\lambda_{\text{mezzo}} = \lambda_{\text{vuoto}}/n$: la lunghezza d'onda si *accorcia*. La frequenza, fissata dalla sorgente, rimane invariata. È il motivo per cui la luce rallenta nell'acqua o nel vetro senza “cambiare colore” (la sensazione di colore è legata alla frequenza, non alla lunghezza d'onda).

18.4. Lo spettro elettromagnetico

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

18.4.1. Bande dello spettro EM

L'insieme di tutte le onde EM possibili, ordinate per frequenza (o lunghezza d'onda), costituisce lo **spettro elettromagnetico**. Le diverse regioni (“bande”) sono solo convenzioni: non c'è alcuna discontinuità fisica fra di esse.

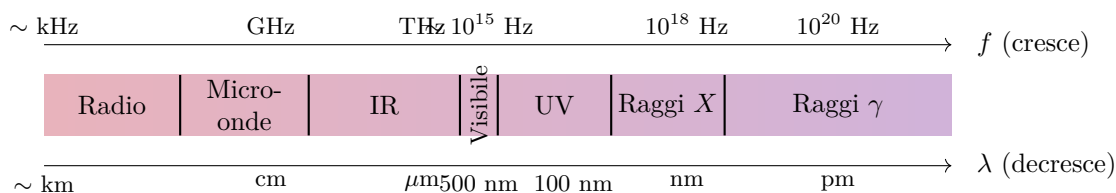


Figura 18.2: Lo spettro elettromagnetico. Dalle onde radio (a sinistra, $\lambda \sim \text{km}$, $f \sim \text{kHz}$) ai raggi gamma (a destra, $\lambda \sim \text{pm}$, $f \sim 10^{20} \text{ Hz}$), una banda continua di radiazioni. La zona del visibile (380–750 nm) occupa solo una piccolissima frazione dello spettro totale.

Dalle frequenze più basse alle più alte:

- **Onde radio** (kHz–GHz, λ da km a cm): prodotte da circuiti oscillanti (antenne). Utilizzate per radio, televisione, telefonia mobile (4G, 5G), WiFi, Bluetooth, radar.
- **Microonde** (GHz–THz, λ da cm a mm): usate per radar, forni a microonde (riscaldamento per rotazione delle molecole d'acqua), comunicazioni satellitari, astronomia (*CMB* cosmica, cap. 23).
- **Infrarosso** (THz– $\sim 10^{14} \text{ Hz}$, λ da $\sim 1 \text{ mm}$ a $\sim 750 \text{ nm}$): emesso da corpi caldi (irraggiamento termico). Telecomandi, termocamere, astronomia infrarossa (Webb), trasmissione in fibra ottica.
- **Visibile** ($\sim 4 \times 10^{14}$ – $7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$, $\lambda \sim 380$ – 750 nm): la stretta banda a cui sono sensibili i nostri occhi.

- **Ultravioletto** (UV, $\sim 10^{15}$ – 10^{17} Hz, λ sotto 380 nm fino a 10 nm): responsabile dell'abbronzatura (e dei tumori cutanei!), della produzione di vitamina D, della sterilizzazione di acqua e strumenti, della fluorescenza dei materiali.
- **Raggi X** ($\sim 10^{17}$ – 10^{20} Hz, λ da ~ 10 nm a ~ 10 pm): scoperti da Röntgen (cap. 21), usati in medicina (radiografie, TC), cristallografia, controllo qualità industriale.
- **Raggi γ** ($f > 10^{20}$ Hz, $\lambda < 10$ pm): emessi dai nuclei atomici nei decadimenti γ e da processi astrofisici energetici (supernovae, buchi neri, lampi gamma). Usati in radioterapia oncologica.

Continuum, non bande discrete. Le “bande” sopra elencate sono divisioni convenzionali. Fisicamente, lo spettro è continuo: non c'è alcuna discontinuità fra una radio “ad altissima frequenza” e una microonda “a bassa frequenza”. Cambia solo come ce ne occupiamo: chi produce, chi rileva, come si usa.

18.4.2. La luce visibile e la percezione dei colori

L'occhio umano è sensibile a una piccolissima parte dello spettro EM: la **banda del visibile**, fra circa $\lambda = 380$ nm (violetto) e $\lambda = 750$ nm (rosso). Una banda larga meno di un'ottava (rapporto di frequenze meno di 2), su uno spettro che si estende per oltre venti ordini di grandezza. Vediamo davvero pochissimo!

Corrispondenza colori-lunghezze d'onda (valori approssimativi):

- Violetto: ~ 380 – 450 nm.
- Blu: ~ 450 – 500 nm.
- Verde: ~ 500 – 570 nm.
- Giallo: ~ 570 – 590 nm.
- Arancio: ~ 590 – 620 nm.
- Rosso: ~ 620 – 750 nm.

Coni e bastoncelli. La retina dell'occhio contiene due tipi di fotorecettori:

- *Bastoncelli*: sensibili all'intensità ma non al colore; molto sensibili in condizioni di scarsa luce. Sono responsabili della visione notturna in bianco e nero.
- *Coni*: di tre tipi (S, M, L), sensibili a diverse bande del visibile (centrate approssimativamente su blu, verde e rosso). La combinazione delle tre risposte permette al cervello di percepire i colori. Richiedono luce sufficiente per funzionare (al buio i coni non rispondono e vediamo solo in tonalità di grigio, dai bastoncelli).

Il *colore* che vediamo è dunque una costruzione del nostro sistema visivo, non una proprietà oggettiva della luce. Una stessa sensazione di “giallo” può essere prodotta da una luce monocromatica a 580 nm oppure dalla combinazione di luce rossa e luce verde (come fanno gli schermi RGB).

Adattamento evolutivo. Lo spettro del Sole emerge dall'atmosfera con un picco proprio nel verde (cfr. legge di Wien, cap. 21). Non è casuale che la finestra di sensibilità dei nostri

occhi sia centrata *esattamente* su questo picco: l'evoluzione ha selezionato la sensibilità più utile per gli ambienti illuminati dal Sole.

18.4.3. Sorgenti e applicazioni delle diverse bande

Ciascuna banda dello spettro ha sorgenti e applicazioni caratteristiche. Una panoramica.

Radio e microonde. *Sorgenti:* oscillatori elettronici e antenne; processi astrofisici (pulsar, galassie attive). *Applicazioni:*

- Trasmissioni radio AM (kHz) e FM (MHz).
- Televisione (MHz-GHz), telefonia mobile (GHz), WiFi (2.4 e 5 GHz).
- Radar (GHz): aviazione, meteorologia, controllo del traffico.
- Forno a microonde domestico (2.45 GHz): le molecole d'acqua nei cibi assorbono e si scaldano.
- Astronomia radio (Jansky 1933): mappatura di galassie, nubi di idrogeno, CMB.

Infrarosso (IR). *Sorgenti:* qualunque corpo caldo (per legge di Wien, a $T \sim 300$ K il picco è nel medio IR, ~ 10 μm). *Applicazioni:*

- Telecomandi a infrarossi.
- Termografia (rilevazione di calore corporeo, dispersioni termiche degli edifici, controllo industriale).
- Fibre ottiche per telecomunicazioni (vicino IR, ~ 1.55 μm : bassa attenuazione nel vetro di silice).
- Astronomia IR (telescopio spaziale Webb, capacità di vedere attraverso le nubi di polvere e di osservare oggetti primordiali con redshift elevato).

Visibile. *Sorgenti:* Sole, lampade (incandescenza, scarica, LED, laser), fluorescenze biologiche. *Applicazioni:* tutto ciò che riguarda la visione, la fotografia, le telecomunicazioni in fibra ottica (parte nel visibile e nel vicino IR), gli interferometri di precisione (LIGO per le onde gravitazionali, tecnica laser).

Ultravioletto (UV). *Sorgenti:* Sole (in larga parte schermato dall'ozono), lampade UV, scariche elettriche, alcuni LED. *Applicazioni:*

- Sterilizzazione di acqua e strumenti (l'UV-C uccide batteri e virus distruggendo il DNA).
- Verifica banconote (alcuni inchiostri sono fluorescenti).
- Litografia per produzione di chip elettronici (litografia EUV a 13.5 nm).
- Astronomia UV (*Hubble Space Telescope* ha capacità UV).

Raggi X. *Sorgenti:* tubi a raggi X (frenamento di elettroni in metalli), sincrotroni, processi astrofisici (corone stellari, getti attorno a buchi neri, dischi di accrescimento). *Applicazioni:*

- Radiografia e TC mediche.
- Cristallografia a raggi X (determinazione di strutture molecolari, fra cui il DNA da Franklin, Watson, Crick).
- Controllo di sicurezza (aeroporti, dogane).
- Astronomia X (*Chandra*, *XMM-Newton*).

Raggi γ . *Sorgenti:* decadimenti nucleari γ , annichilazioni di particelle, processi astrofisici estremi (lampi γ , da fusioni di stelle di neutroni o ipernovae). *Applicazioni:*

- Radioterapia oncologica (gamma-knife).
- Sterilizzazione di prodotti medici e alimentari (raggi γ da ^{60}Co).
- Astronomia γ (*Fermi-LAT*, telescopi Cherenkov terrestri come MAGIC).
- Spettrometria per analisi nucleari e composizione di materiali.

Una sintesi conclusiva. Tutto ciò che attraversa lo spazio fra le stelle, tutto ciò che sentiamo come “luce” o come “calore radiante”, tutto ciò che trasmette informazioni nelle telecomunicazioni moderne, è *onda elettromagnetica*: vibrazioni accoppiate dei campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ che si propagano nel vuoto alla velocità finita c , predette in modo non ovvio dalle equazioni di Maxwell del 1865. Una delle più potenti predizioni teoriche della storia della scienza, e una pietra angolare della tecnologia in cui viviamo.

18.5. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 18.2

Velocità della luce dalle costanti ε_0 e μ_0 Verifichiamo numericamente che $1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ vale circa 3×10^8 m/s.

Calcolo. $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 1.257 \times 10^{-6}$ T m/A.

$$\varepsilon_0 \cdot \mu_0 = 8.854 \times 10^{-12} \cdot 1.257 \times 10^{-6} \approx 1.113 \times 10^{-17} \text{ [s}^2\text{/m}^2\text{]}.$$

$$\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \approx 3.336 \times 10^{-9} \text{ s/m}.$$

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \approx 3.0 \times 10^8 \text{ m/s. } \checkmark$$

Esempio 18.3

Indice di rifrazione e velocità nell'acqua La luce nel vuoto viaggia a c . Nell'acqua ($n = 1.33$), a che velocità si propaga? E quale è la lunghezza d'onda della luce verde ($\lambda_0 = 550$ nm nel vuoto) nell'acqua?

Velocità. $v = c/n = 3.0 \times 10^8 / 1.33 \approx 2.26 \times 10^8$ m/s.

Lunghezza d'onda. $\lambda = \lambda_0/n = 550/1.33 \approx 414$ nm. La frequenza è la stessa, ma la lunghezza d'onda si accorcia di circa il 25%.

Esempio 18.4

Polarizzatori in serie e legge di Malus Luce non polarizzata di intensità I_0 incide su due filtri polarizzatori in serie, i cui assi formano fra loro un angolo $\theta = 30^\circ$. Quale è l'intensità trasmessa?

Soluzione. Dopo il primo filtro (luce non polarizzata $\rightarrow$ luce polarizzata): $I_1 = I_0/2$. Dopo il secondo (Malus): $I_2 = I_1 \cos^2(30^\circ) = (I_0/2) \cdot (3/4) = 3I_0/8 = 0.375 I_0$. Quindi il 37.5% dell'intensità incidente viene trasmessa.

Esempio 18.5

Campo elettrico in una sorgente radio Una sorgente isotropa emette $P = 100 \text{ W}$ a frequenza $f = 100 \text{ MHz}$ (banda FM). Calcoliamo l'intensità e l'ampiezza del campo elettrico a $r = 100 \text{ m}$ dalla sorgente.

Intensità. $I = P/(4\pi r^2) = 100/(4\pi \cdot 100^2) \approx 7.96 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$.

Campo E_0 . $I = (1/2) \varepsilon_0 c E_0^2$, da cui

$$E_0 = \sqrt{\frac{2I}{\varepsilon_0 c}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7.96 \times 10^{-4}}{8.854 \times 10^{-12} \cdot 3 \times 10^8}} \approx 0.77 \text{ V/m}.$$

Un valore modesto, ma sufficiente perché un'antenna ricevente lo amplifichi e produca un segnale udibile in una radio.

Esempio 18.6

Lunghezza d'onda del WiFi Un router WiFi opera a $f = 2.45 \text{ GHz}$. Quale è la lunghezza d'onda del segnale?

Calcolo.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{2.45 \times 10^9 \text{ Hz}} \approx 0.122 \text{ m} \approx 12.2 \text{ cm}.$$

Circa 12 cm: comparabile con le dimensioni delle antenne interne dei dispositivi mobili (per efficienza, le antenne sono tipicamente di lunghezza $\lambda/4$ o $\lambda/2$).

18.6. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 18.1

1. Quanto tempo impiega la luce a percorrere la distanza Terra-Luna ($d \approx 3.84 \times 10^8 \text{ m}$)? E Terra-Sole ($d \approx 1.50 \times 10^{11} \text{ m}$)? [Terra-Luna: $\Delta t \approx 1.28 \text{ s}$; Terra-Sole: $\Delta t \approx 500 \text{ s} \approx 8 \text{ min}$]
2. Una luce monocromatica con $\lambda = 600 \text{ nm}$ nel vuoto entra in un vetro con $n = 1.5$. Calcola la velocità, la lunghezza d'onda e la frequenza nel vetro. [$v = 2.0 \times 10^8 \text{ m/s}$; $\lambda = 400 \text{ nm}$; $f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ (invariata)]
3. Una stazione radio AM trasmette a $f = 900 \text{ kHz}$. Quale è la lunghezza d'onda emessa?

$$[\lambda = c/f \approx 333 \text{ m}]$$

4. Luce non polarizzata attraversa due polarizzatori i cui assi formano fra loro $\theta = 45^\circ$. Quale frazione di intensità viene trasmessa? [primo filtro: $I_0/2$; dopo Malus a 45° : $I_0/2 \cdot \cos^2(45^\circ) = I_0/4 = 25\%$]
5. Tre polarizzatori sono allineati con assi a 0° , 30° e 60° rispetto a una direzione di riferimento. Luce non polarizzata di intensità I_0 vi entra. Quale è l'intensità in uscita? [$I_{\text{out}} = (I_0/2) \cdot \cos^2(30^\circ) \cdot \cos^2(30^\circ) = I_0 \cdot 9/32 \approx 28\%$]
6. Calcola l'intensità della radiazione solare a livello dell'orbita di Marte (distanza Sole-Marte $d_M \approx 2.28 \times 10^{11} \text{ m}$). [$I_M = L_\odot/(4\pi d_M^2) \approx 587 \text{ W/m}^2$]
7. Una lampadina LED da 10 W emette in modo approssimativamente isotropo. A distanza $r = 2.0 \text{ m}$, quale è l'intensità ricevuta? [$I = P/(4\pi r^2) \approx 0.20 \text{ W/m}^2$]
8. Quanto vale la frequenza di un raggio X con $\lambda = 0.10 \text{ nm}$? Quale energia (in keV) ha un singolo fotone di tale raggio X ($E = hf$, $h \approx 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$)? [$f = c/\lambda = 3 \times 10^{18} \text{ Hz}$; $E = hf \approx 2.0 \times 10^{-15} \text{ J} \approx 12.4 \text{ keV}$]
9. Un forno a microonde da 800 W a $f = 2.45 \text{ GHz}$ ha all'interno un volume di $V \approx 30 \text{ L} = 0.030 \text{ m}^3$. Stima l'intensità media e l'ampiezza del campo elettrico nel forno, assumendo una distribuzione uniforme su un'area equivalente. [stima molto approssimativa: $I \sim P/A$ con $A \sim V^{2/3}$; $E_0 \sim 1700 \text{ V/m}$, ordine di grandezza]
10. Lo spettro visibile va da $\sim 380 \text{ nm}$ a $\sim 750 \text{ nm}$. Quanti decimi di ottava copre? Confronta con uno spettro audio musicale, che copre circa 10 ottave (20 Hz–20 kHz). [$f_{\text{max}}/f_{\text{min}} = \lambda_{\text{max}}/\lambda_{\text{min}} \approx 750/380 \approx 1.97$, cioè $\log_2 1.97 \approx 0.98$ ottave $\rightarrow$ meno di una singola ottava. Lo spettro acustico copre molte più ottave del visibile.]

18.7. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Onde elettromagnetiche — Soluzione delle equazioni di Maxwell in assenza di sorgenti: oscillazioni accoppiate dei campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ che si propagano nel vuoto, sostenendosi a vicenda. Non hanno bisogno di un mezzo materiale (a differenza delle onde meccaniche).

Velocità nel vuoto — $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \approx 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$. È esattamente la velocità della luce, prova decisiva che la luce è un'onda EM (Maxwell, 1865; confermato sperimentalmente da Hertz, 1887). Da 1983 il valore di c è fissato per definizione.

Indice di rifrazione — $n = c/v = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$. $n = 1$ nel vuoto, $n > 1$ nei mezzi ordinari (acqua 1.33, vetro 1.5, diamante 2.4). In un mezzo, λ si accorcia di un fattore n , f resta invariata.

Trasversalità — $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{c}$. I tre vettori formano una terna destrorsa. Moduli legati da $E = cB$.

Polarizzazione — La direzione di oscillazione di $\vec{E}$ nel piano trasverso. Lineare, circolare,

ellittica. Luce solare e ordinaria: non polarizzata. Filtri polarizzatori. Legge di Malus: $I = I_0 \cos^2 \theta$.

Intensità — $I = (1/2) \varepsilon_0 c E_0^2$, in W/m^2 . Per sorgente puntiforme isotropa, $I(r) = P/(4\pi r^2)$ (legge dell'inverso del quadrato).

Relazione $c = \lambda f$ — Frequenza e lunghezza d'onda inversamente proporzionali nel vuoto.

Spettro elettromagnetico — Banda continua, dalle onde radio (km, kHz) ai raggi gamma (pm, $> 10^{20}$ Hz). Tutte le bande sono onde EM della stessa natura, differiscono solo per frequenza e applicazioni:

- Radio e microonde: telecomunicazioni, radar, CMB cosmologica.
- Infrarosso: corpi caldi, telecomandi, termografia, fibre ottiche, astronomia (Webb).
- Visibile (380–750 nm): la finestra a cui siamo sensibili (meno di un'ottava!).
- Ultravioletto: sterilizzazione, vitamina D, litografia.
- Raggi X: diagnostica medica, cristallografia.
- Raggi gamma: radioterapia, astronomia ad alta energia.

La luce e i colori — L'occhio è sensibile alla banda 380–750 nm, con coni (colore, 3 tipi) e bastoncelli (intensità, B/N). Il picco di emissione del Sole nel verde coincide con il massimo della sensibilità visiva: adattamento evolutivo.

In sintesi — La sintesi di elettricità, magnetismo e ottica nelle equazioni di Maxwell è uno dei punti più alti della fisica classica. Le onde elettromagnetiche, predette teoricamente e poi confermate, sono la base delle telecomunicazioni moderne, della diagnostica medica, dell'astronomia multi-banda, e della gran parte delle tecnologie con cui interagiamo ogni giorno.

Capitolo 19

Relatività ristretta

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“L'introduzione di un “etere luminifero” si dimostrerà superflua, dato che la teoria che svilupperemo non avrà bisogno di uno “spazio assolutamente in quiete”.

— Albert Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, 1905

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

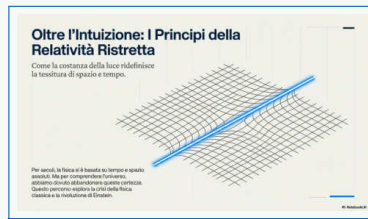
 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Relatività ristretta](#)



[Relatività ristretta2](#)



[Relatività generale](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [🔊 \[IT\] Introduzione alla relatività ristretta](#)
- [🔊 \[IT\] Introduzione alla relatività ristretta](#)
- [🔊 \[IT\] Relatività ristretta](#)
- [🔊 \[EN\] Introduzione alla relatività](#)
- [🔊 \[EN\] Concetti Fondamentali della Relatività Ristretta](#)
- [🔊 \[FR\] Fisica introduzione relatività](#)
- [🔊 \[FR\] Fisica relatività ristretta](#)
- [🔊 \[ES\] Introduzione alla relatività](#)
- [🔊 \[ES\] Concetti Fondamentali della Relatività Ristretta](#)

19.1. Introduzione motivazionale

[quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Alla fine del XIX secolo la fisica appariva, agli occhi di molti, una costruzione ormai compiuta. La meccanica di Newton spiegava il moto dei corpi sulla Terra e nei cieli; l'elettromagnetismo di Maxwell sintetizzava in quattro equazioni i fenomeni elettrici, magnetici e ottici; la termodinamica regolava motori e processi industriali. Lord Kelvin, nel 1900, dichiarò che restavano da risolvere “solo due piccole nubi all’orizzonte”: la radiazione del corpo nero e l’esperimento di Michelson-Morley. Da quelle due nubi sarebbero emerse, nel giro di pochi anni, le due grandi rivoluzioni della fisica del Novecento: la **meccanica quantistica** (cap. 21) e la **relatività ristretta**.

In questo capitolo affronteremo la seconda. Vedremo che le idee di spazio e tempo assoluti, eredità di Newton, sono incompatibili con l’invarianza della velocità della luce, e che il loro superamento richiede di abbandonare alcune ovvietà del senso comune — come la simultaneità “assoluta” di due eventi, o la possibilità di sommare velocità senza limiti. Ne usciremo con una nuova cinematica, in cui intervalli di tempo e lunghezze dipendono dal sistema di riferimento, e con una nuova dinamica, in cui massa ed energia sono due manifestazioni della stessa grandezza, legate dalla più famosa equazione della fisica: $E = mc^2$.

19.2. Crisi della fisica classica

[quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

19.2.1. Problema dell'etere e velocità della luce

Le equazioni di Maxwell prevedono che le onde elettromagnetiche si propaghino nel vuoto con velocità $c \approx 3.00 \times 10^8$ m/s, *indipendentemente* dalla velocità della sorgente. Ma rispetto a quale sistema di riferimento, questa velocità c ?

L'ipotesi, naturale per i fisici del XIX secolo, era che esistesse un mezzo speciale, l'**etere luminifero**, in cui la luce si propagasse alla velocità c . Rispetto a un osservatore in moto nell'etere, la luce avrebbe dovuto apparire più veloce o più lenta a seconda della direzione, esattamente come accade per il suono in aria quando ci si muove rispetto al mezzo.

Nel 1887, Albert Michelson e Edward Morley misero alla prova questa ipotesi con un interferometro di altissima precisione. La Terra orbita attorno al Sole a circa 30 km/s: se l'etere è “fermo”, noi ci muoviamo attraverso di esso a tale velocità, e la luce diretta lungo il moto orbitale avrebbe dovuto mostrare uno scarto rilevabile rispetto alla luce perpendicolare. Il risultato dell'esperimento fu *nullo*: nessuno scarto entro la sensibilità dello strumento. Negli anni successivi l'esperimento fu ripetuto con sensibilità sempre maggiore: il risultato restò nullo.

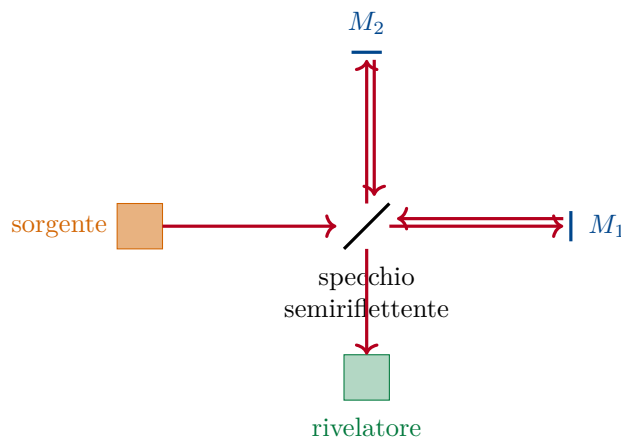


Figura 19.1: Schema dell'interferometro di Michelson. La luce della sorgente viene divisa in due fasci da uno specchio semiriflettente; i due fasci percorrono cammini perpendicolari di uguale lunghezza, vengono riflessi da specchi e ricombinati al rivelatore. Se la Terra si muovesse nell'etere, i tempi di percorrenza dei due bracci dovrebbero differire e produrre uno spostamento delle frange di interferenza. L'esperimento di Michelson-Morley (1887) non rilevò alcuno spostamento.

Il significato del risultato è dirompente: l'etere o non esiste, o non è rilevabile. Le tentate spiegazioni *ad hoc* (FitzGerald e Lorentz proposero che i corpi in moto si *contraggano* nella direzione del moto in modo tale da compensare l'effetto) erano artificiose. Serviva un cambiamento più radicale di prospettiva.

19.2.2. Invarianza della velocità della luce nel vuoto

La soluzione, proposta da Einstein nel 1905, è di prendere il risultato sperimentale come dato di partenza, non come paradosso da spiegare:

Legge 19.1 — Invarianza della velocità della luce

La velocità della luce nel vuoto, c , ha lo *stesso valore* misurato da tutti gli osservatori in moto rettilineo uniforme, indipendentemente dal moto della sorgente e da quello dell'osservatore.

$$c = c \approx 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Unità SI: $[c] = \text{m/s}$. Costante esatta, definita per convenzione dal 1983.

Questa affermazione, in apparenza innocua, è in flagrante contrasto con il senso comune e con la composizione galileiana delle velocità (cap. 7): se un treno che viaggia a v rispetto alla banchina lancia un proiettile a u rispetto al treno, il proiettile ha velocità $u + v$ rispetto alla banchina. Per la luce no: se il treno emette un raggio luminoso, il raggio ha velocità c sia rispetto al treno sia rispetto alla banchina. Accettare questo fatto significa rinunciare alla regola della somma delle velocità — e, come vedremo, a molto altro.

19.2.3. Postulati della relatività ristretta

Tutta la relatività ristretta è la conseguenza logica di *due* postulati, formulati da Einstein nel 1905.

Legge 19.2 — Postulati della relatività ristretta

1. **Principio di relatività.** Le leggi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Nessun esperimento eseguito all'interno di un sistema inerziale può rivelare il moto del sistema stesso.
2. **Invarianza della velocità della luce.** La velocità della luce nel vuoto vale c in ogni sistema di riferimento inerziale, indipendentemente dal moto della sorgente.

Il primo postulato è una generalizzazione del principio di relatività galileiana (cap. 7) a tutta la fisica, non solo alla meccanica. Il secondo è il fatto sperimentale che abbiamo descritto. La forza concettuale del programma di Einstein è di derivare tutte le conseguenze — alcune molto controintuitive — da queste due sole premesse, senza altre ipotesi.

19.3. Cinematica relativistica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

19.3.1. Tempo proprio e lunghezza propria

Prima di affrontare le conseguenze quantitative dei postulati, introduciamo due definizioni di riferimento.

Definizione 19.1 — Tempo proprio

Si dice **tempo proprio** $\Delta\tau$ tra due eventi l'intervallo di tempo misurato da un osservatore (un orologio) per il quale i due eventi accadono nello *stesso punto dello spazio*.

$$\Delta\tau \quad (\text{tempo proprio})$$

Unità SI: $[\Delta\tau] = \text{s}$.

Esempio: due battiti consecutivi del cuore di un astronauta sono nello stesso punto rispetto a lui (è il suo cuore); il tempo misurato dal suo orologio è il tempo proprio di questi due eventi.

Definizione 19.2 — Lunghezza propria

La **lunghezza propria** L_0 di un'asta è la sua lunghezza misurata in un sistema di riferimento in cui l'asta è *ferma*.

$$L_0 \quad (\text{lunghezza propria})$$

Unità SI: $[L_0] = \text{m}$.

Vedremo che il tempo proprio è *minimo* fra tutti i tempi misurati in sistemi diversi, e la lunghezza propria è *massima* fra tutte le lunghezze misurate per la stessa asta.

19.3.2. Fattore relativistico γ

Nelle relazioni che seguiranno comparirà sempre lo stesso fattore adimensionale, detto **fattore di Lorentz**.

Definizione 19.3 — Fattore di Lorentz

Per un sistema in moto con velocità v , si definisce $\beta = v/c$ e il **fattore di Lorentz**:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Adimensionale; $[v] = [c] = \text{m/s}$; $0 \leq \beta < 1$, $\gamma \geq 1$.

Comportamento di γ al variare di v :

- $v = 0$: $\gamma = 1$. Nessun effetto relativistico.
- $v = 0.1 c$: $\gamma \approx 1.005$ (effetto $\sim 0.5\%$, ai limiti della rilevabilità).
- $v = 0.5 c$: $\gamma \approx 1.155$ (effetto $\sim 15\%$).
- $v = 0.9 c$: $\gamma \approx 2.29$.
- $v = 0.99 c$: $\gamma \approx 7.09$.
- $v = 0.999 c$: $\gamma \approx 22.4$.

- $v \rightarrow c$: $\gamma \rightarrow \infty$ (singolarità).

Gli effetti relativistici sono trascurabili nella vita quotidiana (velocità tipiche sono $\sim 10^{-7} c$); diventano significativi per particelle veloci (raggi cosmici, acceleratori, decadimenti nucleari) e per la luce stessa.

19.3.3. Dilatazione dei tempi

Consideriamo un “orologio di luce”: due specchi paralleli a distanza h , fra cui rimbalza verticalmente un impulso luminoso. Il tempo proprio per un “tic” (un viaggio di andata e ritorno) misurato nel sistema in cui l’orologio è fermo vale $\Delta\tau = 2h/c$.

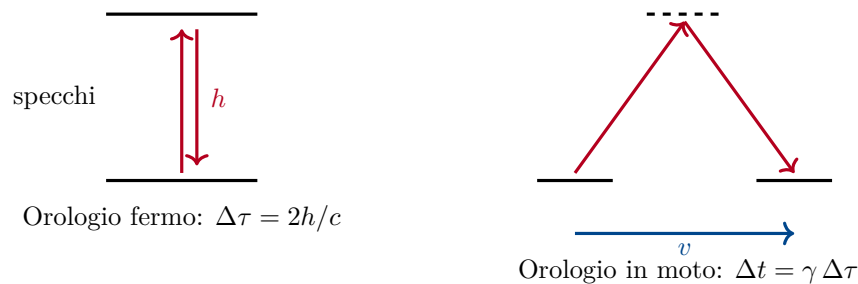


Figura 19.2: Orologio di luce in due sistemi di riferimento. A sinistra, l’orologio è fermo: la luce percorre il tragitto verticale $2h$ nel tempo proprio $\Delta\tau = 2h/c$. A destra, l’orologio si muove a velocità v : la luce, vista dall’esterno, percorre un cammino obliquo più lungo (ipotenusa), ma con la stessa velocità c (secondo postulato). Il tempo Δt misurato dall’esterno è quindi più lungo: $\Delta t = \gamma \Delta\tau$.

Da un sistema in cui l’orologio si muove a velocità v in direzione orizzontale, la luce percorre un cammino obliquo (figura 19.2). Applicando il teorema di Pitagora e sfruttando il fatto che la velocità della luce è c in tutti i sistemi, si ricava:

Legge 19.3 — Dilatazione dei tempi

L’intervallo di tempo Δt fra due eventi, misurato in un sistema inerziale rispetto al quale i due eventi non accadono nello stesso punto, è legato al tempo proprio $\Delta\tau$ dalla relazione:

$$\Delta t = \gamma \Delta\tau$$

Unità SI: $[\Delta t] = [\Delta\tau] = \text{s}$; γ adimensionale.

Poiché $\gamma \geq 1$, vale sempre $\Delta t \geq \Delta\tau$: il tempo nel sistema in moto risulta “dilatato” rispetto al proprio.

In altre parole: *orologi in moto, visti da fermi, vanno più lenti*. Questo non è un’illusione ottica né un artefatto strumentale: è una proprietà reale del tempo.

Esempio 19.1

Muoni atmosferici I muoni sono particelle instabili prodotte dai raggi cosmici negli strati superiori dell’atmosfera (quota $\sim 15 \text{ km}$). Il loro tempo di vita medio a riposo è $\tau_0 \approx 2.2 \mu\text{s}$; viaggiando a $v \approx 0.999 c$, in τ_0 percorrerebbero $d_0 \approx 660 \text{ m}$. Eppure

se ne rilevano in quantità a livello del mare. La ragione è la dilatazione dei tempi: nel sistema del laboratorio (Terra) la vita del muone è $\tau = \gamma\tau_0$ con $\gamma \approx 22$, e quindi $d = \gamma v \tau_0 \approx 14 \text{ km}$. Coerente con l'osservazione.

19.3.4. Contrazione delle lunghezze

La controparte spaziale della dilatazione dei tempi è la contrazione delle lunghezze nella direzione del moto.

Legge 19.4 — Contrazione delle lunghezze

La lunghezza di un'asta, misurata in un sistema rispetto al quale l'asta si muove a velocità v , è legata alla sua lunghezza propria L_0 dalla relazione:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Unità SI: $[L] = [L_0] = \text{m}$.

Poiché $\gamma \geq 1$, vale $L \leq L_0$: la lunghezza misurata nel sistema dove l'asta è in moto è *minore* della lunghezza propria. Le dimensioni perpendicolari al moto non sono interessate.

Riprendendo l'esempio dei muoni: nel sistema della particella la sua vita è $\tau_0 = 2.2 \mu\text{s}$, normale, ma è l'*atmosfera* a essere contratta. Lo strato di 15 km visto dalla Terra è ridotto a $L = L_0/\gamma \approx 680 \text{ m}$ visto dal muone: distanza compatibile col tempo di vita normale. I due osservatori (Terra e muone) descrivono lo *stesso fenomeno* in modo diverso ma coerente.

19.3.5. Simultaneità relativa

Una delle conseguenze più sorprendenti dei postulati è che il concetto stesso di *simultaneità* dipende dal sistema di riferimento. Eventi che, misurati in un sistema S , sono simultanei (accadono allo stesso istante in punti diversi dello spazio), nel sistema S' in moto rispetto a S non lo sono.

Einstein illustrò il fenomeno con un celebre esperimento mentale: il **paradosso del treno**. Un treno si muove lungo binari, e nel centro del treno c'è un osservatore O' ; un altro osservatore O sta sulla banchina. Esattamente nell'istante in cui O e O' sono allineati, due fulmini colpiscono gli estremi anteriore e posteriore del treno. Per O , sulla banchina, la luce dei due fulmini parte dagli estremi e, percorrendo distanze uguali e con la stessa velocità c , raggiunge O *contemporaneamente*: per O i due fulmini sono simultanei.

Per O' , dentro il treno, le cose vanno diversamente. La luce proveniente dalla parte anteriore (verso cui il treno si muove) gli arriva *prima* della luce proveniente dalla parte posteriore. Ma per O' entrambi i raggi viaggiano alla stessa velocità c : quindi, per O' , il fulmine anteriore è scoccato *prima*.

Gli eventi “fulmine anteriore” e “fulmine posteriore” sono dunque simultanei per O , non simultanei per O' . La simultaneità è *relativa al sistema di riferimento*: non c'è un “ora” assoluto condiviso dall'universo intero.

19.4. Trasformazioni di Lorentz

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

19.4.1. Trasformazioni di Lorentz

Per descrivere matematicamente i due fenomeni precedenti (dilatazione, contrazione, simultaneità relativa) come casi particolari di un'unica struttura, conviene scrivere le **trasformazioni di Lorentz**, ovvero le formule che legano le coordinate spaziotemporali di un evento misurate in due sistemi inerziali S e S' in moto relativo.

Consideriamo S fermo e S' in moto a velocità v lungo x , con origini coincidenti a $t = t' = 0$. Le trasformazioni di Lorentz sono:

$$x' = \gamma(x - vt), \quad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right), \quad y' = y, \quad z' = z$$

Unità SI: $[x] = [y] = [z] = [x'] = [y'] = [z'] = \text{m}; [t] = [t'] = \text{s}.$

Le trasformazioni inverse si ottengono scambiando i ruoli e cambiando il segno di v :

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right).$$

Limite classico. Per $v \ll c$ (situazioni quotidiane), $\gamma \approx 1$ e $vx/c^2 \approx 0$: le trasformazioni di Lorentz si riducono alle *trasformazioni di Galileo*:

$$x' \approx x - vt, \quad t' \approx t.$$

La relatività ristretta è dunque una *estensione* della meccanica classica, non una sua contraddizione: quest'ultima resta valida nel limite $v \ll c$.

Da (19.4.1) si ricavano facilmente i risultati precedenti:

- **Dilatazione dei tempi.** Per due eventi che in S' accadono nello stesso punto ($\Delta x' = 0$), nell'altro sistema $\Delta t = \gamma \Delta t'$.
- **Contrazione delle lunghezze.** Misurare la lunghezza di un'asta in S significa misurare le posizioni dei suoi estremi simultaneamente ($\Delta t = 0$); applicando la trasformazione si trova $\Delta x = \Delta x' / \gamma$.
- **Simultaneità relativa.** Se due eventi sono simultanei in S ($\Delta t = 0$) ma a posizioni diverse ($\Delta x \neq 0$), allora in S' vale $\Delta t' = -\gamma v \Delta x / c^2 \neq 0$: non più simultanei.

19.4.2. Composizione relativistica delle velocità

Se in S' un corpo si muove a velocità u' (lungo x'), quale è la sua velocità u rispetto a S (in cui S' si muove a v)? Differenziando le trasformazioni di Lorentz si ottiene la regola di **composizione relativistica**:

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2}$$

Unità SI: $[u] = [u'] = [v] = \text{m/s}$.

(Nella forma inversa, $u' = (u - v)/(1 - uv/c^2)$.)

Confrontiamo con la regola galileiana classica $u = u' + v$:

- Limite classico ($u', v \ll c$): $u'v/c^2 \approx 0$, e si ritrova $u \approx u' + v$.
- Se $u' = c$: $u = (c + v)/(1 + v/c) = c(c + v)/(c + v) = c$. Cioè $c + v = c$: la luce mantiene velocità c in tutti i sistemi, in accordo col secondo postulato.
- Sommando due velocità entrambe minori di c , il risultato è ancora minore di c : la velocità della luce è una soglia invalicabile per i corpi materiali.

Esempio 19.2

Due astronavi che si avvicinano. Due astronavi, A e B , si dirigono l'una verso l'altra. Nel sistema del controllo a terra entrambe hanno velocità $0.6c$ (in versi opposti). Quale velocità di B misura A ?

Calcolo classico (errato). $u_{\text{classico}} = 0.6c + 0.6c = 1.2c$: violerebbe il limite della velocità della luce.

Calcolo relativistico. Nel sistema di A , la terra si muove a $-0.6c$, e B rispetto alla terra a $-0.6c$ (nel verso opposto al moto di A , cioè verso A). Applicando la composizione:

$$u_B = \frac{-0.6c + (-0.6c)}{1 + (-0.6)(-0.6)} = \frac{-1.2c}{1.36} \approx -0.88c.$$

La velocità è elevata ma minore di c .

19.5. Dinamica relativistica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Le leggi della meccanica devono essere riformulate per essere compatibili con le trasformazioni di Lorentz. Vediamo le tre formule fondamentali della dinamica relativistica.

19.5.1. Quantità di moto ed energia relativistiche

In relatività ristretta, la quantità di moto di una particella di massa (a riposo) m e velocità $\vec{v}$ si definisce come

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

Unità SI: $[\vec{p}] = \text{kg m/s}$, $[m] = \text{kg}$, $[\vec{v}] = \text{m/s}$.

Per $v \ll c$ ($\gamma \rightarrow 1$) si ritrova la definizione classica $\vec{p} = m \vec{v}$. Per $v \rightarrow c$, $\gamma \rightarrow \infty$ e $\vec{p} \rightarrow \infty$: per portare un corpo materiale alla velocità della luce occorrerebbe una quantità di moto (e quindi energia) infinita. È il motivo profondo per cui i corpi massivi non possono raggiungere la velocità della luce.

Storicamente si parlava di *massa relativistica* $m\gamma$, crescente con la velocità, per mantenere la forma classica $\vec{p} = m_{\text{rel}} \vec{v}$. Oggi si preferisce considerare la massa una proprietà intrinseca del corpo (massa a riposo m), e attribuire l'effetto relativistico al fattore γ . La differenza è di linguaggio, non di sostanza.

L'**energia totale** di una particella libera vale:

$$E = \gamma m c^2$$

Unità SI: $[E] = \text{J}$, $[m] = \text{kg}$, $[c] = \text{m/s}$.

Per $v = 0$ ($\gamma = 1$), questa energia non si annulla: il corpo possiede comunque un'**energia a riposo** $E_0 = m c^2$. È la celebre formula di Einstein.

L'**energia cinetica** è la differenza fra energia totale ed energia a riposo:

$$E_k = E - m c^2 = (\gamma - 1) m c^2$$

Unità SI: $[E_k] = \text{J}$.

Per $v \ll c$, sviluppando γ al secondo ordine in v/c : $\gamma \approx 1 + \frac{1}{2} v^2/c^2 + \dots$, da cui $E_k \approx \frac{1}{2} m v^2$: si ritrova la formula classica. La relatività estende la fisica, non la contraddice.

Relazione energia-momento. Dalle definizioni precedenti si ricava l'identità fondamentale:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2.$$

Per particelle prive di massa ($m = 0$), come il fotone, si ha $E = pc$.

19.5.2. Equivalenza massa-energia: $E = m c^2$

L'energia a riposo $E_0 = m c^2$ è la conseguenza più radicale e famosa della relatività ristretta. Letta in entrambe le direzioni:

- Una massa m ha un'energia associata $m c^2$, anche se è ferma. Il fattore $c^2 \approx 9 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2$ è enorme: un grammo di materia (10^{-3} kg) corrisponde a un'energia di $\sim 9 \times 10^{13} \text{ J}$, l'equivalente del consumo medio di una città di 20 000 abitanti per un anno.
- Reciprocamente, un'energia E ha una massa associata E/c^2 . Aumentando l'energia interna di un corpo (riscaldandolo, comprimendo una molla, accelerandolo) la sua massa aumenta leggermente.

Legge 19.5 — Equivalenza massa-energia

$$E_0 = m c^2$$

Unità SI: $[E_0] = \text{J}$, $[m] = \text{kg}$, $[c] = \text{m/s}$.

La massa di un corpo è una forma di energia, convertibile (in determinate condizioni) in altre forme di energia.

19.5.3. Implicazioni: nucleare, particelle, cosmologia

L'equivalenza $E = mc^2$ è la chiave per comprendere numerosi fenomeni del Novecento.

Difetto di massa e energia di legame. La massa di un nucleo atomico è *leggermente inferiore* alla somma delle masse dei suoi nucleoni isolati. La differenza $\Delta m = (\sum m_i) - M_{\text{nucleo}} > 0$ è il *difetto di massa*; corrisponde all'energia di legame del nucleo $\Delta E = \Delta m c^2$, l'energia che bisognerebbe fornire per “smontarlo” nei suoi nucleoni separati. Per il nucleo di ferro (il più stabile), l'energia di legame per nucleone è ~ 8.8 MeV.

Fissione e fusione nucleare.

- Nella **fissione** (cap. 22) un nucleo pesante (uranio, plutonio) si spezza in nuclei più leggeri: la somma delle masse dei prodotti è minore di quella del nucleo iniziale, e la differenza viene liberata come energia. ~ 200 MeV per fissione di un nucleo di ^{235}U . È il principio delle centrali e delle armi nucleari.
- Nella **fusione** due nuclei leggeri (idrogeno) si uniscono a formare un nucleo più pesante (elio): anche qui c'è un difetto di massa, ancora maggiore per nucleone. È il meccanismo che alimenta il Sole e le stelle, e l'obiettivo dei reattori sperimentali ITER, JET.

Reazioni di particelle. Negli acceleratori (LHC, ecc.) particelle ad alta energia urtano producendo particelle nuove, spesso più massive: l'energia cinetica delle particelle incidenti si converte in massa delle particelle prodotte ($E = mc^2$ letto al contrario). È così che sono stati scoperti il bosone di Higgs e centinaia di altre particelle elementari.

Cosmologia. Nell'universo primordiale, a temperature elevatissime, l'energia disponibile nei processi termici era tale da poter produrre coppie particella-antiparticella ($E = 2m_X c^2$). Le proporzioni di elementi leggeri (idrogeno, elio, deuterio) osservate oggi nascono da reazioni nucleari primordiali governate dalla stessa equazione.

19.6. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 19.3

Fattore di Lorentz per un elettrone in acceleratore Un elettrone è accelerato in un acceleratore lineare fino a $v = 0.99c$. Quanto vale γ ? E a $v = 0.999c$?

Calcolo.

$$\gamma(0.99) = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.99^2}} = \frac{1}{\sqrt{0.0199}} \approx 7.09.$$

$$\gamma(0.999) = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.999^2}} = \frac{1}{\sqrt{0.001999}} \approx 22.4.$$

Una piccola differenza di velocità ($\sim 0.9\%$ c) produce una variazione di γ di un fattore 3. È in questa regione che gli effetti relativistici dominano.

Esempio 19.4

Dilatazione del tempo per un pilota Un pilota di un'astronave viaggia per un tempo (proprio) $\Delta\tau = 1$ anno a $v = 0.8c$. Per gli abitanti del pianeta di partenza, quanto tempo è passato?

Calcolo. $\gamma = 1/\sqrt{1 - 0.64} = 1/\sqrt{0.36} = 1/0.6 \approx 1.667$. $\Delta t = \gamma \Delta\tau = 1.667 \cdot 1 \text{ anno} \approx 1.67$ anni.

Esempio 19.5

Contrazione di un righello in moto Un righello di lunghezza propria $L_0 = 1.00$ m si muove parallelamente a se stesso a $v = 0.6c$. Quale lunghezza ne misuriamo da fermi?

Calcolo. $\gamma = 1/\sqrt{1 - 0.36} = 1/\sqrt{0.64} = 1/0.8 = 1.25$. $L = L_0/\gamma = 1.00 \text{ m}/1.25 = 0.80$ m. Il righello, da fermi, appare lungo 80 cm.

Esempio 19.6

Energia equivalente di un grammo Quanta energia equivale alla massa $m = 1.0$ g? $c = 3.0 \times 10^8$ m/s.

Calcolo.

$$E = mc^2 = 1.0 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot (3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9.0 \times 10^{13} \text{ J}.$$

Per dare un'idea: una bomba atomica come quella di Hiroshima liberò un'energia equivalente alla conversione di circa 0.7 g di materia.

Esempio 19.7

Composizione di velocità Un'astronave viaggia a $v = 0.6c$ e dalla sua plancia spara in avanti una sonda che, vista dalla nave, ha velocità $u' = 0.6c$. Quale velocità ha la sonda rispetto al pianeta di partenza?

Calcolo.

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} = \frac{0.6c + 0.6c}{1 + 0.6 \cdot 0.6} = \frac{1.2c}{1.36} \approx 0.882c.$$

La somma classica $1.2c$ è ridotta dalla legge relativistica a $\sim 0.88c$: sempre minore di c .

19.7. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 19.1

1. Calcola il fattore di Lorentz γ per $v = 0.30c$, $v = 0.50c$, $v = 0.95c$. $[\gamma \approx 1.048; 1.155; 3.20]$
2. Quale velocità v corrisponde a $\gamma = 2$? E a $\gamma = 10$? $[v \approx 0.866c; v \approx 0.995c]$
3. Un muone (vita propria $\tau_0 = 2.2 \mu\text{s}$) si muove a $v = 0.95c$. Quale è la sua vita misurata nel sistema del laboratorio? Quale distanza in media percorre prima di decadere? $[\tau \approx 7.04 \mu\text{s}; d \approx 2.0 \text{ km}]$

4. Un'astronave parte verso una stella distante $L_0 = 4.0$ anni-luce (cioè la distanza percorsa dalla luce in 4 anni) misurati dalla Terra, e viaggia a $v = 0.80c$. Quanto tempo impiega per arrivarci, secondo gli orologi del pilota (tempo proprio) e secondo gli orologi della Terra? [tempo Terra: 5.0 anni; tempo proprio: 3.0 anni]
5. Un'asta di lunghezza propria $L_0 = 2.0$ m si muove a $v = 0.8c$ parallelamente alla sua lunghezza. Quale lunghezza misuriamo da fermi? [$L = 1.2$ m]
6. Due astronavi si muovono in versi opposti a $v_1 = 0.9c$ e $v_2 = 0.9c$ rispetto al controllo a terra. Quale velocità una misura dell'altra? [$\approx 0.994c$]
7. Calcola l'energia cinetica di un protone ($m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) accelerato a $v = 0.99c$. Confronta con il valore classico $\frac{1}{2}mv^2$. [relativistica: $E_k \approx 9.13 \times 10^{-10}$ J ≈ 5700 MeV; classica: $E_k \approx 7.36 \times 10^{-11}$ J]
8. Il Sole irradia energia al ritmo $L = 3.83 \times 10^{26}$ W. Quanta massa al secondo viene convertita in energia? E in un miliardo di anni? [$\Delta m/\Delta t \approx 4.3 \times 10^9$ kg/s; in un miliardo di anni $\sim 1.3 \times 10^{26}$ kg]
9. Per un nucleo di elio-4, la massa è $M = 4.0015$ u, mentre la somma delle masse di 2 protoni e 2 neutroni è 4.0319 u ($1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27}$ kg). Calcola il difetto di massa e l'energia di legame del nucleo in MeV ($1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13}$ J). [$\Delta m \approx 0.030$ u; $\Delta E \approx 28$ MeV]
10. Un fotone di energia $E = 1.0$ MeV ha quantità di moto? Se sì, quanto vale? Suggerimento: per un fotone $m = 0$ e $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ si riduce a $E = pc$. [$p = E/c \approx 5.3 \times 10^{-22}$ kg m/s]

19.8. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Crisi della fisica classica — L'esperimento di Michelson-Morley (1887) non rilevò alcun effetto del moto della Terra attraverso l'etere: la velocità della luce è la stessa in qualunque direzione e per qualunque osservatore.

Postulati della relatività ristretta (Einstein, 1905) — (i) Le leggi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi inerziali; (ii) la velocità della luce nel vuoto, c , è la stessa in tutti i sistemi inerziali, indipendente dal moto della sorgente.

Tempo proprio e lunghezza propria — Tempo proprio $\Delta\tau$: misurato fra due eventi che accadono nello stesso punto; è il minimo fra tutti i tempi misurabili. Lunghezza propria L_0 : misurata nel sistema in cui l'oggetto è fermo; è la massima fra tutte le lunghezze misurabili.

Fattore di Lorentz — $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$. Adimensionale, ≥ 1 , esplode per $v \rightarrow c$.

Dilatazione dei tempi — $\Delta t = \gamma\Delta\tau$: gli orologi in moto, visti da fermi, vanno più lenti. Confermata sperimentalmente coi muoni atmosferici.

Contrazione delle lunghezze — $L = L_0/\gamma$: le aste in moto sono più corte nella direzione del moto. Dimensioni perpendicolari invariate.

Simultaneità relativa — Due eventi simultanei in un sistema, in genere non lo sono in un altro: non c'è un "ora" universale.

Trasformazioni di Lorentz — $x' = \gamma(x - vt)$, $t' = \gamma(t - vx/c^2)$, $y' = y$, $z' = z$. Per $v \ll c$ si riducono alle galileiane.

Composizione relativistica delle velocità — $u = (u' + v)/(1 + u'v/c^2)$. Sommare due velocità $\leq c$ dà ancora $\leq c$; la luce mantiene velocità c in ogni sistema.

Dinamica relativistica — Quantità di moto: $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$. Energia totale: $E = \gamma mc^2$. Energia a riposo: $E_0 = mc^2$. Energia cinetica: $E_k = (\gamma - 1)mc^2$. Relazione fondamentale: $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$.

Equivalenza massa-energia — $E_0 = mc^2$: la massa è una forma di energia. Spiega difetto di massa nei nuclei, energia liberata da fissione e fusione, produzione di particelle negli acceleratori, processi cosmologici primordiali.

Capitolo 20

Termodinamica statistica

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“La materia in tutti i suoi stati è composta da un numero enorme di particelle, in incessante movimento; le proprietà che osserviamo nei corpi macroscopici sono il risultato medio di questa agitazione.”

— Ludwig Boltzmann, 1872

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)

[Teoria cinetica dei gas](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

[\[IT\] Modello microscopico della materia](#)

Nel capitolo 12 abbiamo costruito la termodinamica come teoria *fenomenologica*: pochi assiomi (i due principi) e poche grandezze macroscopiche (pressione, volume, temperatura, energia interna, entropia) bastano a prevedere il comportamento di un gas, di un liquido, di una macchina termica. In tutto il discorso non si fa mai esplicita menzione del fatto che la materia è composta da atomi e molecole.

Eppure sappiamo che lo è. Una mole di gas contiene circa 6×10^{23} molecole, ciascuna delle quali si muove a velocità dell'ordine di centinaia di metri al secondo, urtando le altre miliardi di volte al secondo. Perché bolle l'acqua a 100°C ? Perché un gas si comprime facilmente e un solido no? Perché, gonfiando un pallone, la pressione aumenta? Come è possibile che da questo caos microscopico emergano le leggi ordinate della termodinamica classica?

A queste domande risposero, alla fine dell'Ottocento, Ludwig Boltzmann, James Clerk Maxwell e Josiah Willard Gibbs, fondando la *termodinamica statistica* (o *meccanica statistica*). L'idea è radicale: rinunciare a descrivere il moto di ciascuna molecola e descriverne il comportamento *medio*, attraverso le leggi della probabilità. La temperatura diventa una misura dell'energia cinetica media delle molecole, l'entropia conta il numero di configurazioni microscopiche compatibili con uno stato macroscopico, il secondo principio diventa una conseguenza statistica del fatto che gli stati *ordinati* sono enormemente più rari di quelli *disordinati*.

In questo capitolo seguiremo due percorsi paralleli. Prima fisseremo gli strumenti quantitativi della teoria atomistica — mole, massa molare, unità di massa atomica — e ricaveremo concretamente, per il gas ideale, la pressione e la temperatura a partire dal moto delle molecole (§20.1, §20.2). Poi introdurremo l'approccio statistico di Boltzmann (§20.3), reinterpreteremo entropia ed equipartizione in termini microscopici (§20.4) e descriveremo la distribuzione di Maxwell-Boltzmann delle velocità (§20.5).

Attenzione!

In tutto il capitolo useremo il termine *molecola* in senso generico, intendendo la più piccola unità costitutiva della sostanza considerata: può essere un atomo (come per i gas nobili) oppure una vera molecola poliatomica.

20.1. Atomi, molecole e quantità di sostanza

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

20.1.1. La mole e il numero di Avogadro

Definizione 20.1 — Mole

La *mole* (simbolo mol) è l'unità di misura della quantità di sostanza nel Sistema Internazionale. Una mole di una qualunque sostanza contiene esattamente

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} / \text{mol}$$

entità elementari (atomi, molecole, ioni, ...). Il numero N_A prende il nome di *costante di Avogadro* o *numero di Avogadro*.

Definizione 20.2 — Massa molare

La *massa molare* M di una sostanza è la massa di una mole di quella sostanza, espressa in g/mol (o equivalentemente in kg/mol). Coincide numericamente con la massa atomica o molecolare relativa: esempio per $(4)\text{He}$ $M=(4)\text{g/mole}$ ed $m_0[\text{unità relative cioè di massa atomica}]= (4)$. In termini della massa m_0 di una singola molecola,

$$M = m_0 \cdot N_A.$$

Invertendo si ricava la massa di una singola molecola:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}.$$

Per un campione di sostanza che contiene n moli, il numero totale di molecole è

$$N = n \cdot N_A,$$

e il numero di moli in termini di massa m e massa molare M è

$$n = \frac{m}{M}.$$

20.1.2. Unità di massa atomica e nucleoni in un grammo

Le masse degli atomi sono talmente piccole (vedi la Tabella 20.1) da rendere poco pratico esprimerle in chilogrammi. Per questo si introduce un'unità di misura su misura per la fisica atomica.

Definizione 20.3 — Unità di massa atomica

L'*unità di massa atomica* (simbolo u, talvolta scritta u.m.a. o Da, *dalton*) è definita come $1/12$ della massa di un atomo di carbonio-12 isolato, a riposo, nello stato fondamentale.

Numericamente

$$1 \text{ u} = \frac{1 \text{ g/mol}}{N_A} \approx 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}.$$

L'idea è elegante: si sceglie l'unità di massa in modo che la massa molare M espressa in g/mol coincida numericamente con la massa m_0 di una singola molecola espressa in u. Ad esempio l'acqua ha $M = 18.02 \text{ g/mol}$ e una sua molecola pesa circa 18.02 u .

Una conseguenza notevole. Trascurando per un momento gli isotopi (in natura ogni elemento è una miscela di nuclei con diverso numero di neutroni) e il *difetto di massa* dovuto all'energia di legame nucleare, ogni protone e ogni neutrone (cioè ogni *nucleone*) ha massa esattamente 1 u , e la massa di un atomo o di una molecola è $A \cdot 1 \text{ u}$, dove A è il numero di massa. Quanti nucleoni ci sono allora in un grammo di una qualunque sostanza?

Per definizione di u,

$$1 \text{ u} = \frac{1}{N_A} \text{ g} \iff 1 \text{ g} = N_A \cdot 1 \text{ u}.$$

Quindi un grammo di materia contiene un numero di nucleoni

$$N_{\text{nucl}}(1 \text{ g}) = \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ u}} = N_A.$$

$$N_{\text{nucl}}(1 \text{ g}) = N_A \approx 6.022 \times 10^{23}.$$

$$[N_{\text{nucl}}] = [\text{adim.}], [N_A] = \left[\frac{1}{\text{mol}} \right]$$

Questo è il modo più diretto di *vedere* l'origine del numero di Avogadro: non è un numero astratto calato dall'alto, ma il numero di nucleoni che costituiscono un grammo di materia, una volta scelta come unità di massa quella del nucleone stesso.

20.1.3. Ordini di grandezza

Tabella 20.1: Masse molari e masse molecolari di alcune sostanze comuni. Nella terza colonna m_0 in u riproduce per costruzione il valore numerico di M in g/mol.

Sostanza	Formula	M (g/mol)	m_0 (u)	m_0 (kg)
Idrogeno	H ₂	2.016	2.016	3.35×10^{-27}
Elio	He	4.003	4.003	6.65×10^{-27}
Vapore d'acqua	H ₂ O	18.02	18.02	2.99×10^{-26}
Azoto	N ₂	28.01	28.01	4.65×10^{-26}
Ossigeno	O ₂	32.00	32.00	5.32×10^{-26}
Anidride carbonica	CO ₂	44.01	44.01	7.31×10^{-26}

20.2. Il gas ideale dal punto di vista microscopico

 [quiz e materiali con l'AI](#)

20.2.1. Ipotesi del modello cinetico

Il *gas ideale* è il sistema più semplice su cui applicare la teoria cinetica. Le ipotesi fondamentali sono:

- H1.** Le molecole sono *puntiformi*: la loro dimensione è trascurabile rispetto alla distanza media fra loro.
- H2.** Le molecole si muovono in modo *disordinato*: tutte le direzioni del moto sono ugualmente probabili.
- H3.** Le uniche interazioni sono *collisioni elastiche* fra molecole e con le pareti del contenitore (nessuna forza a distanza).
- H4.** Il numero di molecole è enorme: le leggi della statistica sono applicabili.

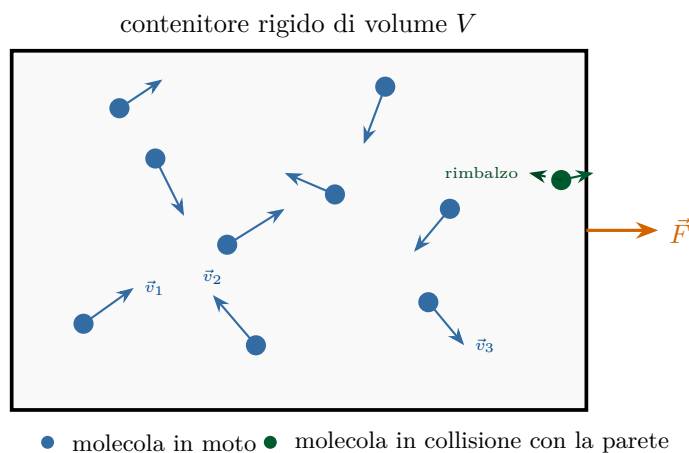


Figura 20.1: Modello microscopico di un gas ideale: le molecole si muovono in modo disordinato e le collisioni elastiche con le pareti del contenitore generano la pressione macroscopica $p = F/A$.

20.2.2. Derivazione cinetica della pressione

Consideriamo N molecole di massa m_0 in un contenitore cubico di lato L (volume $V = L^3$). Vogliamo collegare la pressione macroscopica p esercitata dal gas sulle pareti al moto microscopico delle molecole. La derivazione procede in cinque passaggi.

(i) Una singola molecola, una parete. Fissiamo l'attenzione su una sola molecola con velocità $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ e seguiamone gli urti contro la parete destra del cubo (perpendicolare all'asse x). Nell'urto, perfettamente elastico, la componente v_x si inverte mentre v_y e v_z restano invariate. La variazione di quantità di moto lungo x è

$$\Delta p_x = m_0 v_x - (-m_0 v_x) = 2 m_0 v_x.$$

(ii) Tempo fra due urti consecutivi. Tra un urto e il successivo sulla stessa parete, la molecola percorre due volte la lunghezza L del cubo lungo x (avanti e indietro):

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x}.$$

(iii) Forza media esercitata da una singola molecola. Per il teorema dell'impulso, la forza media esercitata dalla parete sulla molecola (e per la terza legge di Newton, dalla molecola sulla parete) ha modulo

$$F_1 = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2 m_0 v_x}{2L/v_x} = \frac{m_0 v_x^2}{L}.$$

(iv) Somma sulle N molecole e pressione. La forza totale sulla parete destra è la somma su tutte le N molecole:

$$F = \sum_{i=1}^N \frac{m_0 v_{x,i}^2}{L} = \frac{m_0}{L} \sum_{i=1}^N v_{x,i}^2 = \frac{N m_0 \langle v_x^2 \rangle}{L},$$

dove $\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_i v_{x,i}^2$ è il valore medio del quadrato della componente x della velocità. La pressione si ottiene dividendo per l'area $A = L^2$ della parete:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{N m_0 \langle v_x^2 \rangle}{L \cdot L^2} = \frac{N m_0 \langle v_x^2 \rangle}{V}.$$

(v) Isotropia del moto. Il moto è disordinato, quindi nessuna direzione è privilegiata: $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$. D'altra parte $\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$, da cui

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{\langle v^2 \rangle}{3}.$$

Sostituendo nel risultato del passaggio (iv) si ottiene la formula cardine della teoria cinetica.

$$p = \frac{1}{3} \frac{N m_0 \langle v^2 \rangle}{V}.$$

$$[p] = [\text{Pa}], [N] = [\text{adim.}], [m_0] = [\text{kg}], [v] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right], [V] = [\text{m}^3]$$

$$SI \text{ base: } [p] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \right]$$

Definendo la *velocità quadratica media* $v_{\text{qm}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$, la formula si riscrive equivalentemente come

$$p = \frac{N m_0 v_{\text{qm}}^2}{3 V}.$$

20.2.3. Energia cinetica media e temperatura microscopica

L'energia cinetica traslazionale media di una molecola è, per definizione, la media di $\frac{1}{2}m_0v^2$ su tutte le molecole; sfruttando la linearità della media,

$$\langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m_0 \langle v^2 \rangle.$$

Per collegarla alla temperatura, partiamo dalla formula della pressione e moltiplichiamo ambo i membri per V :

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} N \cdot \underbrace{\frac{1}{2} m_0 \langle v^2 \rangle}_{=\langle E_k \rangle} = \frac{2}{3} N \langle E_k \rangle.$$

D'altra parte, la legge dei gas ideali in forma molecolare è

$$pV = N k_B T,$$

dove $k_B = R/N_A = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ è la *costante di Boltzmann*. Eguagliando i secondi membri e semplificando N ,

$$\frac{2}{3} N \langle E_k \rangle = N k_B T \iff \langle E_k \rangle = \frac{3}{2} k_B T.$$

$$\langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m_0 \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T.$$

$$[\langle E_k \rangle] = [\text{J}], [m_0] = [\text{kg}], [v] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right], [k_B] = \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right], [T] = [\text{K}]$$

$$SI \text{ base: } [\langle E_k \rangle] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right], [k_B] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \right]$$

La temperatura assoluta è proporzionale all'energia cinetica media di traslazione delle molecole. Questa è una delle relazioni più profonde della fisica: collega una grandezza macroscopica (la temperatura, misurata con un termometro) a una grandezza microscopica (il moto delle molecole). Lo zero assoluto $T = 0$ corrisponde, in questa visione, alla cessazione del moto traslazionale delle molecole.

Attenzione!

La temperatura T nelle formule è sempre espressa in K. Ricorda: $T [\text{K}] = T [^\circ\text{C}] + 273.15$.

L'energia interna di un gas ideale monoatomico (per il quale la sola energia significativa è quella cinetica di traslazione) si ottiene moltiplicando per N :

$$U = N \langle E_k \rangle = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T,$$

ritrovando l'espressione anticipata nel capitolo 12.

20.2.4. Velocità quadratica media

Eguagliando $\frac{1}{2}m_0\langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}k_B T$ e risolvendo per $v_{\text{qm}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$,

$$v_{\text{qm}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}}.$$

Usando $m_0 = M/N_A$ e $k_B = R/N_A$,

$$v_{\text{qm}}^2 = \frac{3(R/N_A)T}{M/N_A} = \frac{3RT}{M}.$$

$$v_{\text{qm}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

$$[v_{\text{qm}}] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right], [k_B] = \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right], [T] = [\text{K}], [m_0] = [\text{kg}], [R] = \left[\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right], [M] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{mol}} \right]$$

$$SI \text{ base: } [k_B] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \right], [R] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}} \right]$$

A parità di temperatura, le molecole più *leggere* si muovono più velocemente: $v_{\text{qm}} \propto 1/\sqrt{m_0}$. È il motivo per cui l'idrogeno e l'elio sfuggono dall'atmosfera terrestre molto più facilmente dell'azoto o dell'ossigeno.

20.3. L'approccio statistico di Boltzmann

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

20.3.1. Microstati e macrostati

La derivazione cinetica della sezione precedente è stata possibile perché le ipotesi del gas ideale sono particolarmente semplici. In generale, per un sistema termodinamico arbitrario, calcolare esplicitamente il moto di ciascuna delle $\sim 10^{23}$ particelle è impossibile. Boltzmann compì allora un salto concettuale: rinunciare a conoscere lo stato dettagliato di ogni molecola e concentrarsi sulle *distribuzioni di probabilità* delle grandezze microscopiche. In questo modo, le grandezze macroscopiche emergono come *medie statistiche*. Per fondare questo passaggio, Boltzmann formulò due ipotesi cruciali:

- **Ipotesi atomistica:** la materia è composta da un numero enorme ma finito di particelle, ciascuna delle quali obbedisce alle leggi della meccanica.
- **Ipotesi del caos molecolare:** in un sistema all'equilibrio, in assenza di informazioni privilegiate, tutti i microstati compatibili con i vincoli macroscopici (energia totale, numero di particelle, volume) sono *equiprobabili*.

La seconda è il *postulato fondamentale* della meccanica statistica: in un sistema isolato all'equilibrio, ogni configurazione microscopica permessa ha la stessa probabilità di realizzarsi.

È un'ipotesi non banale, ma confermata dall'enorme accordo fra le previsioni della teoria e le osservazioni sperimentali.

Definizione 20.4 — Macrostatto e microstatto

Si chiama *macrostatto* di un sistema l'insieme dei valori delle sue grandezze macroscopiche misurabili (pressione, volume, temperatura, energia, numero di particelle in ciascuna regione, ...). Si chiama invece *microstatto* la specificazione completa dello stato di ciascuna particella che compone il sistema (posizione e velocità di ogni molecola, in meccanica classica; numeri quantici di ciascuna particella, in meccanica quantistica).

Lo stesso macrostatto è in genere realizzabile da un numero enorme di microstati diversi. Per fissare le idee, consideriamo un esempio elementare.

Esempio 20.1 — Quattro palline in due scatole

Quattro palline distinguibili (numerate da 1 a 4) sono distribuite in due scatole, a sinistra e a destra. Definiamo come *macrostatto* il numero di palline in ciascuna scatola, (n_S, n_D) , e come *microstatto* la specifica di quali palline si trovano in quale scatola. I macrostati possibili sono 5:

$$(0, 4), \quad (1, 3), \quad (2, 2), \quad (3, 1), \quad (4, 0).$$

Ma il numero di microstati che li realizzano è diverso: per il macrostatto $(2, 2)$ ci sono $\binom{4}{2} = 6$ modi di scegliere quali due palline mettere a sinistra; per il macrostatto $(4, 0)$ ce n'è uno solo.

macrostatto	microstati che lo realizzano	W		
$(4, 0)$	<table><tr><td>1234</td><td></td></tr></table>	1234		1
1234				
$(3, 1)$	<table><tr><td>123</td><td>4</td></tr></table> ...	123	4	4
123	4			
$(2, 2)$	<table><tr><td>12</td><td>34</td></tr></table> ...	12	34	6
12	34			
$(1, 3)$	<table><tr><td>1</td><td>234</td></tr></table> ...	1	234	4
1	234			
$(0, 4)$	<table><tr><td></td><td>1234</td></tr></table>		1234	1
	1234			

Figura 20.2: Macrostati e microstati per quattro palline distinguibili in due scatole. Il macrostatto bilanciato $(2, 2)$ è il più probabile: è realizzato da $W = 6$ microstati su $2^4 = 16$ totali.

20.3.2. Probabilità termodinamica di stato

Definizione 20.5 — Probabilità termodinamica di stato

Si chiama *probabilità termodinamica* (o *molteplicità*) W di un macrostato il numero di microstati che lo realizzano. Sotto l'ipotesi del caos molecolare, la probabilità di osservare un dato macrostato è proporzionale alla sua W :

$$P(\text{macrostato}) = \frac{W}{W_{\text{tot}}}.$$

Nell'esempio delle quattro palline, $W_{\text{tot}} = 2^4 = 16$, e

$$P(2, 2) = \frac{6}{16} = 0.375, \quad P(4, 0) = \frac{1}{16} = 0.0625.$$

Il macrostato *bilanciato* è il più probabile, quello *ordinato* (tutte da una parte) il meno probabile.

L'argomento si generalizza a N palline: per il macrostato $(k, N - k)$ si ha

$$W(k) = \binom{N}{k} = \frac{N!}{k!(N-k)!}.$$

Per $N = 100$, il macrostato bilanciato $(50, 50)$ ha $W \approx 10^{29}$ microstati, mentre il macrostato $(100, 0)$ ha $W = 1$. Per $N = 10^{23}$ (una mole) lo squilibrio diventa cosmologicamente grande: la probabilità di trovare *spontaneamente* tutto il gas in metà del recipiente è in pratica nulla, anche se non viola alcuna legge della meccanica.

La freccia del tempo come fatto statistico. Questa osservazione, dovuta a Boltzmann, è il cuore della spiegazione microscopica del secondo principio. I processi irreversibili non sono *vietati* dalla meccanica: sono semplicemente *enormemente improbabili*. Un sistema isolato, lasciato a sé stesso, evolve dai macrostati a bassa molteplicità (rari) verso quelli ad alta molteplicità (comuni); in equilibrio si trova quasi sempre nel macrostato più probabile, salvo fluttuazioni microscopiche.

20.4. Interpretazione microscopica delle grandezze termodinamiche

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

20.4.1. Entropia di Boltzmann $S = k_B \ln W$

L'idea geniale di Boltzmann fu collegare l'entropia S (grandezza macroscopica) alla molteplicità W (numero microscopico di configurazioni). La relazione, incisa sulla sua tomba nel cimitero centrale di Vienna, è

$$S = k_B \ln W,$$

$$[S] = [k_B] = \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right], \quad [W] = [\text{adim.}]$$

$$SI \text{ base: } [S] = [k_B] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \right]$$

dove k_B è la costante di Boltzmann e W il numero di microstati compatibili con il macrostato del sistema.

Plausibilità della formula. La forma logaritmica non è arbitraria. Consideriamo due sistemi indipendenti A e B , di molteplicità W_A e W_B . Il sistema composto ha molteplicità $W_{AB} = W_A \cdot W_B$ (a ogni microstato di A corrisponde uno qualsiasi di B). L'entropia, però, è additiva: $S_{AB} = S_A + S_B$. L'unica funzione che trasforma prodotti in somme è il logaritmo:

$$\ln(W_A \cdot W_B) = \ln W_A + \ln W_B.$$

La costante moltiplicativa k_B è fissata dalla richiesta che la nuova entropia coincida quantitativamente con quella termodinamica $\Delta S = \int \delta Q_{\text{rev}}/T$.

Ritroviamo così, in chiave microscopica, il secondo principio: l'entropia dell'universo aumenta nei processi spontanei perché il sistema evolve verso macrostati di W via via maggiore; l'equilibrio termodinamico è il macrostato di W massima. L'entropia diventa una misura quantitativa del *numero di modi diversi* in cui il sistema può realizzare il proprio stato macroscopico, ovvero del suo *disordine* microscopico.

Esempio 20.2 — Espansione libera nel vuoto e variazione di entropia

Un gas ideale di N molecole occupa inizialmente metà di un recipiente di volume totale V . Aprendo un setto, si espande liberamente fino a riempire l'intero recipiente. Calcolare la variazione di entropia.

Risoluzione. Per ciascuna molecola, il volume accessibile raddoppia: il numero di posizioni microscopiche a disposizione passa da W_1 a $W_2 = 2W_1$ per ogni molecola. Per le N molecole indipendenti, le molteplicità complessive stanno nel rapporto

$$\frac{W_f}{W_i} = 2^N.$$

Applicando $S = k_B \ln W$,

$$\Delta S = k_B \ln \frac{W_f}{W_i} = k_B \ln 2^N = N k_B \ln 2 = n R \ln 2 > 0.$$

L'espansione libera aumenta l'entropia, coerentemente con la sua irreversibilità.

20.4.2. Equipartizione dell'energia

L'analisi della temperatura come $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} k_B T$ ha individuato tre contributi uguali, uno per ciascuna componente del moto traslazionale: $\frac{1}{2} m_0 \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} m_0 \langle v_y^2 \rangle = \frac{1}{2} m_0 \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$. Questa osservazione si generalizza in un risultato profondo:

Teorema 20.1 — Principio di equipartizione dell'energia

In un sistema all'equilibrio termico alla temperatura T , ogni grado di libertà che contribuisce all'energia con un termine quadratico (sia esso cinetico o potenziale) possiede in media un'energia pari a $\frac{1}{2}k_B T$.

- Una molecola *monoatomica* ha 3 gradi di libertà traslazionali $\Rightarrow \langle E_k \rangle = \frac{3}{2}k_B T$.
- Una molecola *biatomica rigida* (a temperature ordinarie) ha 3 traslazionali + 2 rotazionali $\Rightarrow \langle E_k \rangle = \frac{5}{2}k_B T$.
- Un oscillatore armonico unidimensionale ha 1 grado cinetico + 1 grado potenziale $\Rightarrow \langle E \rangle = k_B T$.

Da qui i diversi calori molari per gas monoatomici e biatomici. Il *calore specifico molare a volume costante* si ottiene derivando $U = nN_A \langle E_k \rangle$ rispetto a T e dividendo per n :

$$c_V = \frac{1}{n} \frac{\partial U}{\partial T}.$$

Per il gas ideale monoatomico, $U = \frac{3}{2}nRT$ implica

$$c_V^{(\text{mon.})} = \frac{3}{2}R \approx 12.47 \text{ J/(mol K)};$$

per il biatomico (5 gradi attivi a temperatura ambiente),

$$c_V^{(\text{biat.})} = \frac{5}{2}R \approx 20.79 \text{ J/(mol K)}.$$

Il teorema, classico nei suoi limiti, prevede valori in disaccordo con l'esperimento alle basse temperature: la sua correzione richiede la meccanica quantistica, in cui i gradi di libertà rotazionali e vibrazionali si *congelano* sotto opportune temperature di soglia. Questa difficoltà fu uno degli indizi che condussero alla crisi della fisica classica.

20.5. Distribuzioni statistiche

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

20.5.1. Distribuzione di Maxwell-Boltzmann

L'idea che la temperatura corrisponda a un'energia cinetica *media* suggerisce subito una domanda: se $\langle E_k \rangle$ è un valore medio, qual è la *distribuzione* delle velocità delle singole molecole? Quante molecole hanno velocità prossime alla media, quante molto inferiori, quante molto superiori?

La risposta fu data da Maxwell nel 1860 e sistematizzata da Boltzmann pochi anni dopo. Per un gas ideale all'equilibrio termico alla temperatura T , la frazione di molecole con modulo di velocità compreso fra v e $v + dv$ è

$$\frac{dN}{N} = f(v) dv, \quad f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2 k_B T}\right).$$

$$[v] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right], [f(v)] = \left[\frac{\text{s}}{\text{m}}\right], [m_0] = [\text{kg}], [k_B] = \left[\frac{\text{J}}{\text{K}}\right], [T] = [\text{K}]$$

$$SI \text{ base: } [k_B] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}\right]$$

La funzione $f(v)$ è la *distribuzione di Maxwell-Boltzmann delle velocità*. Ha una forma caratteristica: nulla in $v = 0$, sale fino a un massimo, poi decresce esponenzialmente per velocità grandi. La forma deriva dal prodotto di due fattori: il termine v^2 (che rappresenta il volume del guscio sferico di raggio v nello spazio delle velocità) e l'esponenziale di Boltzmann $\exp(-E_k/k_B T)$, che rende le energie più alte sempre più rare.

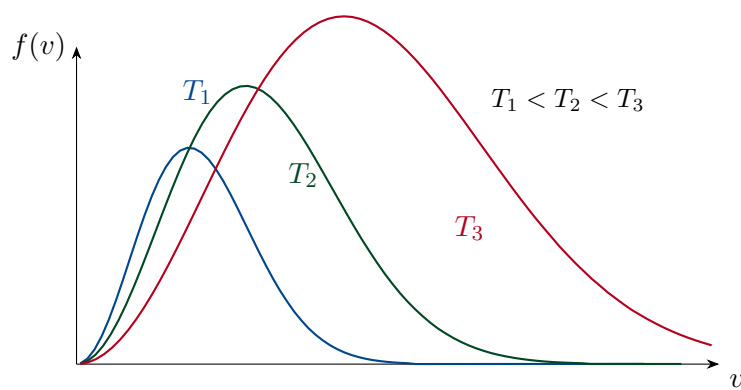


Figura 20.3: Distribuzione di Maxwell-Boltzmann delle velocità a tre temperature crescenti. All'aumentare di T il picco si abbassa e si sposta verso destra: cresce la frazione di molecole con alte velocità, mentre quelle con velocità basse diventano relativamente meno numerose.

L'area sottesa dalla curva fra v_1 e v_2 rappresenta la frazione di molecole con velocità in quell'intervallo:

$$\frac{N(v_1, v_2)}{N} = \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv,$$

e la normalizzazione richiede $\int_0^{+\infty} f(v) dv = 1$.

All'aumentare della temperatura, come si vede dalla figura 20.3, il picco si abbassa e si sposta verso velocità maggiori, mentre la *coda destra* (frazione di molecole molto veloci) diventa più importante. Questa è la spiegazione microscopica di molti fenomeni: la velocità di evaporazione dei liquidi, le reazioni chimiche favorite dal riscaldamento (solo le molecole sopra una certa soglia energetica reagiscono), la fuga delle molecole leggere dall'atmosfera dei pianeti.

20.5.2. Velocità tipiche delle molecole di un gas

Dalla distribuzione $f(v)$ si possono estrarre tre velocità caratteristiche, distinte ma dello stesso ordine di grandezza.

Velocità più probabile v_p . Corrisponde al massimo di $f(v)$. Imponendo $df/dv = 0$,

$$v_p = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m_0}}.$$

Velocità media $\langle v \rangle$. Si calcola come $\langle v \rangle = \int_0^{+\infty} v f(v) dv$:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m_0}}.$$

Velocità quadratica media v_{qm} . Già ricavata in §20.2.4:

$$v_{qm} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m_0}}.$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m_0}} < \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m_0}} < v_{qm} = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m_0}}.$$

$$[v_p] = [\langle v \rangle] = [v_{qm}] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right], [k_B] = \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right], [T] = [\text{K}], [m_0] = [\text{kg}]$$

$$SI \text{ base: } [k_B] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \right]$$

L'ordinamento $v_p < \langle v \rangle < v_{qm}$ è una conseguenza dell'asimmetria della distribuzione: la coda destra (molecole molto veloci) sposta la media e ancor più la media quadratica al di sopra del picco. Numericamente,

$$v_p : \langle v \rangle : v_{qm} \approx \sqrt{2} : \sqrt{8/\pi} : \sqrt{3} \approx 1.414 : 1.596 : 1.732.$$

Esempio 20.3 — Velocità delle molecole d'azoto a temperatura ambiente

Calcolare v_p , $\langle v \rangle$ e v_{qm} per molecole di azoto N_2 alla temperatura $T = 300 \text{ K}$, con massa molecolare $m_0 = 4.65 \times 10^{-26} \text{ kg}$.

Risoluzione. Calcoliamo la quantità ricorrente $k_B T / m_0$:

$$\frac{k_B T}{m_0} = \frac{1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 300 \text{ K}}{4.65 \times 10^{-26} \text{ kg}} = 8.91 \times 10^4 \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

Quindi:

$$v_p = \sqrt{2 \cdot 8.91 \times 10^4 \text{ m}^2/\text{s}^2} \approx 422 \text{ m/s},$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot 8.91 \times 10^4 \text{ m}^2/\text{s}^2} \approx 476 \text{ m/s},$$

$$v_{qm} = \sqrt{3 \cdot 8.91 \times 10^4 \text{ m}^2/\text{s}^2} \approx 517 \text{ m/s}.$$

A temperatura ambiente le molecole d'aria viaggiano dunque con velocità medie dell'ordine di mezzo chilometro al secondo, ovvero superiori a quella del suono nell'aria stessa

(≈ 343 m/s). Il fatto che il suono si propaghi più lentamente delle singole molecole è dovuto al fatto che ogni molecola, prima di trasmettere efficacemente la perturbazione, subisce un grandissimo numero di urti.

20.6. Altri esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Esempio 20.4 — Velocità quadratica media dell'azoto a 20 °C

Calcolare la v_{qm} delle molecole di azoto N_2 alla temperatura di 20 °C, usando $M(\text{N}_2) = 28.01 \times 10^{-3}$ kg/mol e $R = 8.314$ J/(mol K).

Risoluzione. In kelvin, $T = 20 + 273.15 = 293.15$ K. Dalla formula,

$$v_{\text{qm}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.314 \cdot 293.15}{28.01 \times 10^{-3}}} \text{ m/s} \approx 511 \text{ m/s}.$$

Quasi 1840 km/h: più veloce di un proiettile da arma da fuoco.

Esempio 20.5 — Energia cinetica e temperatura

A quale temperatura l'energia cinetica media di traslazione delle molecole di un gas ideale monoatomico eguaglia 1.00 eV = 1.602×10^{-19} J?

Risoluzione. Dalla relazione $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} k_B T$ si ricava

$$T = \frac{2 \langle E_k \rangle}{3 k_B} = \frac{2 \cdot 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}}{3 \cdot 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}} \approx 7.73 \times 10^3 \text{ K}.$$

Una temperatura comparabile a quella della superficie delle stelle più calde del Sole.

Esempio 20.6 — Numero di molecole e pressione

Un recipiente di volume $V = 2.00 \text{ L} = 2.00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ contiene $n = 0.150$ mol di elio a $T = 300$ K. Calcolare (a) il numero di molecole, (b) la pressione, (c) la v_{qm} .

Risoluzione.

(a) Numero di molecole:

$$N = n N_A = 0.150 \cdot 6.022 \times 10^{23} \approx 9.03 \times 10^{22}.$$

(b) Pressione dalla legge dei gas ideali $pV = nRT$:

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{0.150 \cdot 8.314 \cdot 300}{2.00 \times 10^{-3}} \text{ Pa} \approx 1.87 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 1.85 \text{ atm}.$$

(c) Velocità quadratica media dell'elio, $M(\text{He}) = 4.003 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$:

$$v_{\text{qm}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.314 \cdot 300}{4.003 \times 10^{-3}}} \text{ m/s} \approx 1368 \text{ m/s}.$$

Esercizi proposti

Esercizio 20.1

1. Quante molecole sono contenute in 36.0 g di acqua H_2O ? Qual è la massa in kg di una singola molecola d'acqua?
2. Quanti nucleoni sono contenuti, in approssimazione lineare, in 1.00 g di acqua? E in 1.00 g di idrogeno molecolare H_2 ? Commentare il confronto.
3. Sei monete vengono lanciate contemporaneamente. Definendo come macrostato il numero di teste osservate, calcolare la probabilità di ciascun macrostato e individuare quello più probabile. Verificare che la somma delle probabilità sia 1.
4. Calcolare la v_{qm} delle molecole di ossigeno O_2 a 27°C e confrontarla con la velocità del suono nell'aria (343 m/s).
5. Confrontare le velocità quadratiche medie di idrogeno H_2 ($m_0 = 3.32 \times 10^{-27} \text{ kg}$) e di anidride carbonica CO_2 ($m_0 = 7.31 \times 10^{-26} \text{ kg}$) alla stessa temperatura $T = 300 \text{ K}$. Spiegare perché l'idrogeno tende a sfuggire dall'atmosfera terrestre più facilmente dell'anidride carbonica.
6. Determinare la temperatura assoluta a cui le molecole di elio ($m_0 = 6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$) hanno una velocità quadratica media pari a $1.00 \times 10^3 \text{ m/s}$.
7. Un gas ideale monoatomico si trova alla temperatura di 27°C . Calcolare l'energia cinetica media di traslazione di una singola molecola e l'energia interna di una mole.
8. Due campioni di gas ideale monoatomico si trovano alle temperature di $T_1 = 300 \text{ K}$ e $T_2 = 600 \text{ K}$. Di quanto supera l'energia cinetica media delle molecole del secondo campione quella del primo?
9. Un gas ideale è contenuto in un cubo di lato $L = 0.300 \text{ m}$, alla pressione $p = 1.50 \times 10^5 \text{ Pa}$ e temperatura $T = 400 \text{ K}$. Calcolare (a) il numero di moli, (b) il numero totale di molecole, (c) l'energia cinetica media di una molecola.
10. Per un gas ideale biatomico (con 5 gradi di libertà attivi), calcolare l'energia interna molare a $T = 300 \text{ K}$ usando il principio di equipartizione, e confrontarla con quella di un gas ideale monoatomico nelle stesse condizioni.
11. Una mole di gas ideale subisce un'espansione libera nel vuoto in cui il volume passa da V_i a $V_f = 3V_i$. Calcolare la variazione di entropia (a) usando la formula di Boltzmann $S = k_B \ln W$, (b) usando l'equivalente macroscopico $\Delta S = nR \ln(V_f/V_i)$ e verificare che coincidono.

12. Stimare l'ordine di grandezza del rapporto $W(50, 50)/W(40, 60)$ per un sistema di $N = 100$ palline distribuite in due scatole, e commentarne il significato in termini di freccia del tempo.
13. Un recipiente contiene una miscela di idrogeno H_2 e ossigeno O_2 in equilibrio termico a $T = 500$ K. Dimostrare che il rapporto fra le velocità quadratiche medie delle due specie vale $v_{qm}(H_2)/v_{qm}(O_2) = 4$.
14. **Sfida.** Una stella di neutroni ha densità dell'ordine di quella nucleare, $\rho \approx 2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$. Stimare quanti nucleoni si troverebbero in un cm^3 di tale materia, e confrontare con il numero di Avogadro.

→ [Soluzioni degli esercizi proposti](#) (fascicolo PDF a parte).

Riepilogo

- La **termodinamica statistica** fa il ponte fra la descrizione microscopica (molecole in moto) e quella macroscopica (pressione, temperatura, entropia). Postulato fondamentale: in un sistema isolato all'equilibrio, tutti i microstati compatibili con i vincoli sono equiprobabili.
- **Mole e numero di Avogadro:** una mole contiene $N_A = 6.022 \times 10^{23}$ /mol entità elementari. Massa molare $M = m_0 N_A$, numero di molecole $N = n N_A$, numero di moli $n = m/M$.
- **Unità di massa atomica:** $1 \text{ u} \approx 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$; in approssimazione lineare un grammo di una qualunque sostanza contiene esattamente N_A nucleoni.
- **Pressione cinetica:** $p = \frac{1}{3} N m_0 \langle v^2 \rangle / V$, derivata dall'analisi degli urti elastici delle molecole con le pareti.
- **Temperatura microscopica:** $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} k_B T$. La temperatura assoluta è proporzionale all'energia cinetica media di traslazione delle molecole.
- **Velocità quadratica media:** $v_{qm} = \sqrt{3k_B T / m_0} = \sqrt{3RT/M}$, proporzionale a $1/\sqrt{m_0}$.
- **Microstati e macrostati:** la *molteplicità* W di un macrostato è il numero di microstati che lo realizzano. I macrostati a W alta sono molto più probabili di quelli a W bassa.
- **Entropia di Boltzmann:** $S = k_B \ln W$. Il secondo principio diventa l'affermazione statistica che un sistema isolato evolve verso macrostati di W via via maggiore.
- **Equipartizione dell'energia:** ogni grado di libertà quadratico contribuisce con $\frac{1}{2} k_B T$ all'energia media. Spiega i diversi calori molari di gas monoatomici ($c_V = \frac{3}{2} R$) e biatomici ($c_V = \frac{5}{2} R$).

- **Distribuzione di Maxwell-Boltzmann:** $f(v) \propto v^2 \exp(-m_0 v^2 / 2k_B T)$ descrive la distribuzione delle velocità molecolari. Le tre velocità tipiche sono ordinate: $v_p < \langle v \rangle < v_{\text{qm}}$.

Formulario del capitolo

Costanti fondamentali.

Costante	Simbolo	Valore (SI)
Numero di Avogadro	N_A	$6.022 \times 10^{23} / \text{mol}$
Costante di Boltzmann	k_B	$1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Costante dei gas	$R = N_A k_B$	8.314 J/(mol K)
Unità di massa atomica	1 u	$1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Quantità di sostanza.

$$n = \frac{m}{M}, \quad N = n N_A, \quad M = m_0 N_A.$$

Nucleoni in un grammo (approssimazione lineare): $N_{\text{nucl}}(1 \text{ g}) = N_A$.

Teoria cinetica del gas ideale.

$$p = \frac{1}{3} \frac{N m_0 \langle v^2 \rangle}{V}, \quad \langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m_0 \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T.$$

$$v_{\text{qm}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \quad v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m_0}}, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_0}}.$$

Distribuzione di Maxwell-Boltzmann.

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2k_B T}\right).$$

Energia interna e calori specifici molari.

$$U^{(\text{mon.})} = \frac{3}{2} nRT, \quad c_V^{(\text{mon.})} = \frac{3}{2} R; \quad U^{(\text{biat.})} = \frac{5}{2} nRT, \quad c_V^{(\text{biat.})} = \frac{5}{2} R.$$

Entropia di Boltzmann. $S = k_B \ln W$.

Foglio di autoverifica 1 — formule in ordine

Istruzioni. Procurati un foglio bianco e tienilo accanto a questa pagina, allineandolo in modo che il margine sinistro del tuo foglio coincida con il margine destro di questa pagina, lì dove si trova il segno di uguale. Per ogni riga, scrivi sul tuo foglio la formula che completa l'uguaglianza, ricontrolla guardando il *Formulario*. Ripeti l'esercizio sui fogli 2 e 3, in cui le stesse formule sono presentate in ordine mischiato.

1. Numero di moli (data la massa m e la massa molare M)

$n =$

2. Numero di molecole (date n moli)	$N =$
3. Massa molare in funzione della massa di una molecola	$M =$
4. Massa di una singola molecola in funzione di M	$m_0 =$
5. Unità di massa atomica (in kg)	$1 \text{ u} =$
6. Costante universale dei gas (in funzione di N_A e k_B)	$R =$
7. Pressione di un gas ideale (teoria cinetica)	$p =$
8. Energia cinetica media di una molecola (cinetica)	$\langle E_k \rangle =$
9. Energia cinetica media di una molecola (in T)	$\langle E_k \rangle =$
10. Velocità quadratica media (in k_B, T, m_0)	$v_{\text{qm}} =$
11. Velocità quadratica media (in R, T, M)	$v_{\text{qm}} =$
12. Velocità più probabile	$v_p =$
13. Velocità media	$\langle v \rangle =$
14. Energia interna di n moli di gas ideale monoatomico	$U =$
15. Calore specifico molare a V costante (monoatomico)	$c_V =$

16. Entropia di Boltzmann (in funzione di W) $S =$

Foglio di autoverifica 2 — formule mischiate (I)

Istruzioni. Stesso esercizio del foglio precedente, ma con le formule in ordine diverso. Non riguardare il foglio 1 prima di provare!

1. Velocità più probabile $v_p =$

2. Massa molare in funzione della massa di una molecola $M =$

3. Energia cinetica media di una molecola (cinetica) $\langle E_k \rangle =$

4. Calore specifico molare a V costante (monoatomico) $c_V =$

5. Numero di moli (data la massa m e la massa molare M) $n =$

6. Entropia di Boltzmann (in funzione di W) $S =$

7. Velocità quadratica media (in R , T , M) $v_{\text{qm}} =$

8. Costante universale dei gas (in funzione di N_A e k_B) $R =$

9. Energia interna di n moli di gas ideale monoatomico $U =$

10. Massa di una singola molecola in funzione di M $m_0 =$

11. Energia cinetica media di una molecola (in T) $\langle E_k \rangle =$

12. Numero di molecole (date n moli) $N =$

13. Velocità media $\langle v \rangle =$

14. Unità di massa atomica (in kg) $1 \text{ u} =$

15. Velocità quadratica media (in k_B, T, m_0) $v_{\text{qm}} =$

16. Pressione di un gas ideale (teoria cinetica) $p =$

Foglio di autoverifica 3 — formule mischiate (II)

Istruzioni. Ancora le stesse formule, in un terzo ordine. Dopo questo terzo passaggio dovresti riconoscere ogni formula a vista, senza esitare.

1. Energia cinetica media di una molecola (in T) $\langle E_k \rangle =$

2. Energia interna di n moli di gas ideale monoatomico $U =$

3. Numero di molecole (date n moli) $N =$

4. Costante universale dei gas (in funzione di N_A e k_B) $R =$

5. Velocità quadratica media (in R, T, M) $v_{\text{qm}} =$

6. Numero di moli (data la massa m e la massa molare M) $n =$

7. Entropia di Boltzmann (in funzione di W) $S =$

8. Velocità media $\langle v \rangle =$

9. Massa di una singola molecola in funzione di M $m_0 =$

10. Velocità quadratica media (in k_B , T , m_0) $v_{\text{qm}} =$

11. Pressione di un gas ideale (teoria cinetica) $p =$

12. Calore specifico molare a V costante (monoatomico) $c_V =$

13. Unità di massa atomica (in kg) $1 \text{ u} =$

14. Energia cinetica media di una molecola (cinetica) $\langle E_k \rangle =$

15. Velocità più probabile $v_p =$

16. Massa molare in funzione della massa di una molecola $M =$

Capitolo 21

Crisi della fisica classica e nascita della meccanica quantistica

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Chiunque non sia rimasto sconcertato dalla meccanica quantistica non l’ha veramente capita.”

— Niels Bohr (attribuito)

 [Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Crisi fisica classica](#)



[Fisica quantistica](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Crisi della fisica classica](#)
- [\[IT\] Fisica quantistica](#)
- [\[EN\] La crisi della fisica classica Planck, Einste...](#)
- [\[EN\] La Fisica Quantistica](#)
- [\[FR\] Fisica crisi fisica classica](#)
- [\[FR\] Fisica quantistica](#)
- [\[ES\] La crisi della fisica classica Planck, Einste...](#)
- [\[ES\] La Fisica Quantistica](#)

21.1. Introduzione motivazionale

[quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Alla fine del XIX secolo la fisica appariva un edificio essenzialmente completo. La meccanica di Newton, l'elettromagnetismo di Maxwell, la termodinamica con i suoi due principi: tre teorie ben distinte ma internamente coerenti, capaci di spiegare la stragrande maggioranza dei fenomeni noti. Restavano alcune “piccole nubi all’orizzonte”, come le aveva chiamate Lord Kelvin: l’esperimento di Michelson-Morley e la radiazione termica dei corpi caldi.

Dalla prima nube nacque la relatività ristretta, che abbiamo incontrato nel capitolo 19. Dalla seconda, nei primi trent’anni del Novecento, nacque la **meccanica quantistica**: una rivoluzione concettuale ancora più profonda, che ha richiesto di abbandonare l’idea stessa di una descrizione causale e deterministica del mondo microscopico, sostituendola con uno schema probabilistico in cui posizione e quantità di moto, energia e tempo, sono legate da limiti intrinseci alla loro conoscibilità simultanea.

Questo capitolo ricostruisce il percorso storico — i tasselli sperimentali e le idee teoriche — attraverso cui la meccanica quantistica è venuta alla luce, dal 1897 (scoperta dell’elettrone) al 1927 (principio di indeterminazione di Heisenberg). Lo scopo è introduttivo: vogliamo *vedere* la crisi della fisica classica e i concetti chiave della nuova teoria, lasciando al curriculum universitario la trattazione sistematica.

21.2. La scoperta delle particelle subatomiche

[quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

21.2.1. Tubi a raggi catodici e gli esperimenti di Thomson

Nei laboratori della seconda metà dell'Ottocento, si moltiplicavano gli esperimenti con i **tubi a raggi catodici**: ampole di vetro in cui, fatto un vuoto sufficiente, fra un anodo e un catodo (elettrodi metallici) si applicava una grande differenza di potenziale. Dal catodo (l'elettrodo negativo) si vedeva propagarsi un fascio luminoso, i “raggi catodici”, che colpendo le pareti dell'ampolla provocavano fluorescenza.

Erano onde, come la luce, o particelle? La questione restò aperta per decenni, finché nel 1897 J. J. Thomson, al Cavendish Laboratory di Cambridge, dimostrò sperimentalmente che si trattava di *particelle* negativamente cariche. Esponendo i raggi catodici a campi elettrici e magnetici incrociati di intensità note, Thomson misurò il rapporto e/m fra carica e massa dei costituenti del fascio:

$$\frac{e}{m_e} \approx 1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

Unità SI: $[e/m] = \text{C/kg}$.

Il risultato sorprendente era l'*universalità*: cambiando il materiale del catodo (alluminio, ferro, platino) il rapporto restava identico. Le particelle dei raggi catodici erano cioè un costituente comune a tutti gli elementi della materia. Thomson le chiamò *corpuscoli*, poi rinominati **elettroni**.

A partire dal rapporto e/m , Thomson stimò la massa dell'elettrone assumendo una carica simile a quella dello ione idrogeno: trovò che l'elettrone era circa 1000 volte più leggero dell'atomo più piccolo. La materia, dunque, non era “ultima”: aveva struttura interna.

Modello atomico “a panettone”. Thomson propose un primo modello atomico: l'atomo è una sfera diffusa di carica positiva (il “panettone”) in cui sono incastonati gli elettroni (le “uvette”). Il modello sarebbe stato rapidamente superato dall'esperimento di Rutherford (cap. 22), che mostrò che la carica positiva era concentrata in un nucleo puntiforme.



Figura 21.1: Schema di un tubo a raggi catodici. Gli elettroni emessi dal catodo vengono accelerati verso l'anodo (forato), proseguono in linea retta nello spazio fra le placche di un campo elettrico trasversale e raggiungono lo schermo fluorescente. Misurando la deflessione in funzione dei campi applicati, Thomson determinò il rapporto e/m_e .

21.2.2. Scoperta dell'elettrone: la carica di Millikan

Thomson aveva misurato e/m_e , ma non e ed m_e separatamente. La misura indipendente di e venne nel 1909 da Robert Millikan con il celebre **esperimento della goccia d'olio**.

In un campo elettrico uniforme verticale, prodotto fra due placche piane orizzontali a differenza di potenziale nota, gocce d'olio finemente nebulizzate erano lasciate cadere

lentamente. Le gocce, per strofinio durante la nebulizzazione, risultavano elettricamente cariche. Variando la d.d.p. Millikan poteva “sospendere” una goccia in equilibrio (la forza elettrica qE bilancia il peso mg corretto per la spinta di Archimede e l’attrito viscoso, secondo la legge di Stokes), e da queste misure ricavare q .

Il risultato fondamentale: la carica q di ogni goccia era sempre un *multiplo intero* di una stessa quantità elementare,

$$e \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Unità SI: $[e] = \text{C}$.

ovvero la carica elettrone è **quantizzata**: non esistono in natura cariche frazionarie (almeno fra le particelle libere; nei quark, come vedremo nel cap. 22, le cose si complicano, ma le particelle che escono dai nuclei restano sempre a carica multipla intera di e).

Combinando e con e/m_e di Thomson:

$$m_e = \frac{e}{e/m_e} \approx \frac{1.602 \times 10^{-19} \text{ C}}{1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}} \approx 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}.$$

La massa dell’elettrone è ~ 1836 volte inferiore a quella del protone. L’elettrone è la prima “particella elementare” identificata.

21.2.3. Scoperta dei raggi X

Nel 1895, lavorando con un tubo a raggi catodici, Wilhelm Röntgen, fisico tedesco, notò che una lastra fotografica posta nelle vicinanze (ma schermata) veniva impressionata. C’era una radiazione nuova, sconosciuta, capace di attraversare carta, legno, perfino la mano umana — ma non i metalli densi né le ossa. La chiamò **raggi X**, dove la X stava per “ignoto”.

Anni di esperimenti mostrarono che i raggi X sono *onde elettromagnetiche* di lunghezza d’onda molto piccola (*circa* 0.01 nm–10 nm), molto inferiore a quella della luce visibile (~ 500 nm) e con energie corrispondentemente molto maggiori. Lo *spettro* emesso da un tubo a raggi X mostra una *componente continua* (dovuta al frenamento degli elettroni nel metallo, in tedesco *Bremsstrahlung*) e una *componente a righe* (caratteristica del materiale del bersaglio, oggi compresa in termini delle transizioni dei livelli energetici atomici).

Le applicazioni furono immediate e profonde: la radiografia medica (prima fotografia: la mano della moglie di Röntgen, dicembre 1895), la diffrazione cristallografica (Laue, Bragg), la determinazione delle strutture molecolari (DNA, proteine). Röntgen ricevette nel 1901 il primo premio Nobel per la fisica della storia.

21.3. La radiazione termica

 [quiz e materiali con l’AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

21.3.1. Spettro del corpo nero

Tutti i corpi a temperatura $T > 0$ emettono **radiazione termica**: il ferro arroventato è rosso, le stelle calde sono blu, e anche un corpo a temperatura ambiente emette (nell'infrarosso). Lo spettro di emissione — cioè l'intensità in funzione della lunghezza d'onda — dipende da temperatura e materiale.

Un caso particolarmente significativo è quello del **corpo nero**: un corpo idealizzato che assorbe *tutte* le radiazioni incidenti e ne emette altrettante (in equilibrio termico). Un buon modello pratico è una piccola cavità chiusa con una piccola apertura: la radiazione che entra ha probabilità trascurabile di uscire, quindi viene assorbita. La radiazione che la cavità emette attraverso il piccolo foro è in equilibrio termico con le pareti.

Legge 21.1 — Legge di Kirchhoff

Per il corpo nero, lo spettro di emissione dipende *solo dalla temperatura*, non dalla natura del materiale.

Dalle misure sperimentali (Lummer e Pringsheim, fine '800) emergono due leggi empiriche:

Legge 21.2 — Legge di Stefan-Boltzmann

La potenza emessa per unità di superficie da un corpo nero a temperatura assoluta T vale

$$\frac{P}{A} = \sigma T^4$$

Unità SI: $[P/A] = \text{W/m}^2$, $[T] = \text{K}$, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

Legge 21.3 — Legge di Wien (spostamento)

La lunghezza d'onda λ_{max} al picco di intensità è inversamente proporzionale alla temperatura:

$$\lambda_{\text{max}} T = b$$

Unità SI: $[\lambda_{\text{max}}] = \text{m}$, $[T] = \text{K}$, $b \approx 2.898 \times 10^{-3} \text{ m K}$.

Per esempio: la temperatura del Sole è $T_{\odot} \approx 5800 \text{ K}$, e $\lambda_{\text{max}} \approx 500 \text{ nm}$, nel verde-giallo, in pieno spettro visibile (perfettamente sintonizzata con la vista umana, evolutivamente adattata).

21.3.2. La catastrofe ultravioletta

Si tratta di spiegare *teoricamente* lo spettro del corpo nero. Il tentativo classico più rigoroso, dovuto a Rayleigh e Jeans (1900), modella la radiazione in una cavità come una somma di onde stazionarie (modi normali) e applica il principio classico di equipartizione dell'energia: a ogni grado di libertà compete un'energia media $\frac{1}{2}k_B T$.

Il risultato è la **legge di Rayleigh-Jeans**:

$$u(\lambda, T) \propto \frac{T}{\lambda^4},$$

dove u è l'energia per unità di volume e di lunghezza d'onda. La legge funziona bene a grandi lunghezze d'onda, ma a piccole λ (alte frequenze, ultravioletto) prevede un'energia divergente: $u \rightarrow \infty$ per $\lambda \rightarrow 0$. È un risultato evidentemente assurdo: il corpo nero dovrebbe emettere un'energia totale infinita nell'ultravioletto.

Questo paradosso viene chiamato **catastrofe ultravioletta**, e segna il punto in cui la fisica classica *fallisce* in modo inequivocabile.

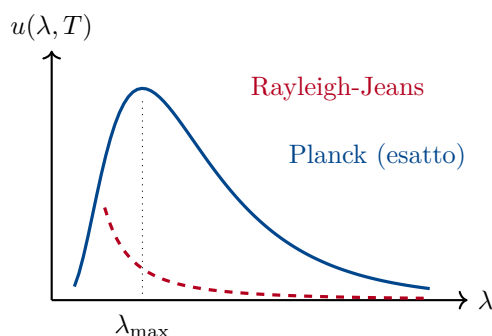


Figura 21.2: Spettro di emissione di un corpo nero a temperatura T fissata. In blu, la curva reale (legge di Planck): ha un massimo a $\lambda_{\max}$ (legge di Wien). In rosso tratteggiato, la previsione classica di Rayleigh-Jeans: corretta a grandi λ , ma divergente a piccoli λ (catastrofe ultravioletta).

21.3.3. Quantizzazione dell'energia: la costante di Planck

Nel dicembre 1900, Max Planck propose — come “atto di disperazione”, secondo le sue parole — un'ipotesi che salvava la legge sperimentale: l'energia degli oscillatori della cavità (gli “atomi” delle pareti che emettono e assorbono la radiazione) non può variare con continuità, ma solo per **multipli interi** di una quantità elementare proporzionale alla frequenza:

Legge 21.4 — Quantizzazione dell'energia (Planck, 1900)

L'energia degli oscillatori della cavità di un corpo nero è quantizzata:

$$E_n = n h \nu, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Unità SI: $[E_n] = \text{J}$, $[h] = \text{J s}$, $[\nu] = \text{Hz}$. $h \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$.

Con questa ipotesi, applicando metodi statistici, Planck ottenne la formula corretta dello spettro del corpo nero:

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/(\lambda k_B T)} - 1},$$

in perfetto accordo con i dati sperimentali a ogni lunghezza d'onda. Per $\lambda \rightarrow \infty$ si recupera la legge di Rayleigh-Jeans; per $\lambda \rightarrow 0$ si recupera l'esponenziale che decade rapidamente, eliminando la catastrofe ultravioletta.

Costante di Planck. La nuova costante h , oggi chiamata **costante di Planck**, vale:

$$h \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s.}$$

Si introduce anche la versione “ridotta”:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1.055 \times 10^{-34} \text{ J s.}$$

Attenzione!

Planck non credette davvero ai quanti Planck stesso, inizialmente, considerò la sua ipotesi soltanto come un trucco matematico utile a sintetizzare i dati, non come una verità fisica profonda. Furono Einstein (nel 1905, per il fotoelettrico) e Bohr (nel 1913, per l'atomo) a portare l'idea della quantizzazione fino alle sue conseguenze radicali.

21.4. La natura corpuscolare della luce

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

21.4.1. Effetto fotoelettrico

Già Heinrich Hertz nel 1887 aveva osservato che illuminando un metallo con luce ultravioletta esso emetteva elettroni: il fenomeno è detto **effetto fotoelettrico**. Le caratteristiche sperimentali, chiarite all'inizio del Novecento da Philipp Lenard, sono in netto contrasto con la teoria ondulatoria classica della luce.

- Esiste una *soglia di frequenza* ν_0 caratteristica del metallo: solo luce con $\nu \geq \nu_0$ produce emissione di elettroni; sotto soglia, anche aumentando l'intensità della luce, non si ha emissione.
- L'*energia cinetica massima* degli elettroni emessi dipende dalla frequenza della luce ma *non* dall'intensità.
- Il *numero* di elettroni emessi al secondo è proporzionale all'intensità della luce (a frequenza fissata).
- L'emissione è *istantanea*: anche per luci molto deboli gli elettroni partono praticamente senza ritardo.

La teoria classica delle onde elettromagnetiche non riesce a spiegare nulla di tutto ciò: in particolare, se la luce è un'onda con un'energia diluita nello spazio, dovrebbe servire del tempo perché un atomo del metallo accumuli abbastanza energia da espellere un elettrone.

21.4.2. Interpretazione di Einstein

Nel 1905 (lo stesso anno della relatività ristretta!) Einstein propose una spiegazione audace: la luce stessa è quantizzata. Una luce di frequenza ν è composta da “pacchetti” di energia $h\nu$ ciascuno, chiamati prima *quanti di luce* e poi **fotoni**. Un singolo fotone, colpendo un elettrone nel metallo, può cedergli tutta la sua energia in un’unica volta.

Legge 21.5 — Equazione di Einstein per l’effetto fotoelettrico

L’energia cinetica massima degli elettroni emessi è

$$E_k^{\max} = h\nu - W$$

Unità SI: $[E_k^{\max}] = [h\nu] = [W] = \text{J}$, $[\nu] = \text{Hz}$.

dove W è il **lavoro di estrazione**, energia minima necessaria per liberare un elettrone dal metallo. La soglia di frequenza è $\nu_0 = W/h$: per $\nu < \nu_0$, $E_k^{\max} < 0$, cioè il fotone non ha abbastanza energia per estrarre un elettrone.

Tutte le caratteristiche sperimentali si spiegano elegantemente:

- Soglia ν_0 : solo fotoni con $h\nu \geq W$ possono estrarre.
- Energia cinetica ed energia del fotone proporzionali: aumenta ν , aumenta $E_k^{\max}$.
- Numero di elettroni proporzionale all’intensità: l’intensità è il *numero* di fotoni al secondo, non l’energia di ciascuno.
- Istantaneità: un singolo fotone interagisce con un singolo elettrone, senza bisogno di “accumulo”.

Einstein ricevette il Nobel per la fisica nel 1921 non per la relatività (giudicata allora troppo speculativa), ma proprio per l’interpretazione corpuscolare del fotoelettrico.

21.4.3. Effetto Compton

Nel 1923, Arthur Compton compì un esperimento ulteriore che confermava la natura corpuscolare della luce: diffuse raggi X su un bersaglio di grafite e misurò la *lunghezza d’onda* della radiazione diffusa in funzione dell’angolo θ rispetto alla direzione incidente. Trovò che la lunghezza d’onda *aumentava* con l’angolo di diffusione: l’effetto è oggi noto come **effetto Compton**.

Legge 21.6 — Effetto Compton

La variazione di lunghezza d’onda della radiazione diffusa rispetto a quella incidente è

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

Unità SI: $[\Delta\lambda] = \text{m}$; $[h] = \text{J s}$, $[m_e] = \text{kg}$, $[c] = \text{m/s}$.

La quantità $\lambda_C = h/(m_e c) \approx 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$ è detta *lunghezza d'onda Compton* dell'elettrone.

L'interpretazione è notevole: il fotone, dotato di energia $E = h\nu$ e quantità di moto $p = h/\lambda$, urta un elettrone (inizialmente fermo) e gli cede parte di energia e quantità di moto. Applicando le leggi di conservazione di E e $\vec{p}$ (in forma relativistica!) si ricava esattamente la formula.

Notiamo che, per ottenere il risultato, è necessario attribuire al fotone una **quantità di moto**, pur essendo privo di massa. È una conseguenza diretta della relazione relativistica $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$: per $m = 0$ si ha $p = E/c = h/\lambda$. La conferma sperimentale di Compton chiuse il caso: la luce è *realmente* composta da particelle (i fotoni), con energia e quantità di moto ben definite.

21.5. Concetti fondamentali della meccanica quantistica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

21.5.1. Dualismo onda-particella

Dopo i lavori di Einstein e Compton, la luce risultava essere *sia* onda (interferenza, diffrazione, polarizzazione) *sia* particella (fotoelettrico, Compton). Nel 1924 Louis de Broglie, nella sua tesi di dottorato, propose una simmetria audace: se la luce, che gli ottocenteschi consideravano un'onda, ha anche natura corpuscolare, allora gli oggetti che gli ottocenteschi consideravano particelle (gli elettroni, gli atomi) devono anche avere natura ondulatoria.

Legge 21.7 — Ipotesi di de Broglie

A ogni particella libera di quantità di moto p è associata un'onda di lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Unità SI: $[\lambda] = \text{m}$, $[h] = \text{J s}$, $[p] = \text{kg m/s}$.

L'ipotesi fu spettacolarmente confermata nel 1927 da Clinton Davisson e Lester Germer (e indipendentemente da G.P. Thomson, figlio di J.J. Thomson): facendo incidere un fascio di elettroni su un cristallo di nichel, osservarono il caratteristico pattern di diffrazione, con massimi e minimi spaziali compatibili con la lunghezza d'onda predetta da de Broglie. Gli elettroni si comportavano come onde.

Per oggetti macroscopici, p è enorme e quindi λ è ridicolmente piccola: una pallina da tennis di 50 g a 10 m/s ha $\lambda \approx 1.3 \times 10^{-33} \text{ m}$, ben oltre la possibilità di osservazione. Per un elettrone accelerato attraverso una d.d.p. di 100 volt, invece, $\lambda \sim 1.2 \times 10^{-10} \text{ m}$, paragonabile alla distanza fra atomi in un cristallo: ed è proprio per questo che funziona la diffrazione su reticolo cristallino.

Dualismo onda-particella. A livello quantistico, fotoni ed elettroni (e in generale tutte le particelle) non sono “né onde né particelle” nel senso classico, ma manifestano caratteristiche dell’uno o dell’altro tipo a seconda del tipo di esperimento. È una proprietà nuova della natura, che non ha un corrispettivo classico.

21.5.2. Principio di indeterminazione di Heisenberg

Nel 1927 Werner Heisenberg propose un principio che è uno dei pilastri della meccanica quantistica. Esiste un limite intrinseco, non superabile, alla precisione con cui possiamo conoscere *simultaneamente* certe coppie di grandezze fisiche.

Legge 21.8 — Principio di indeterminazione di Heisenberg

Per le coppie posizione-quantità di moto, energia-tempo, vale

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Unità SI: $[\Delta x \Delta p_x] = \text{J s}$; $[\Delta E \Delta t] = \text{J s}$; $\hbar = h/(2\pi)$.

dove Δx e Δp_x sono le incertezze (deviazioni standard) sulla posizione e sulla componente x della quantità di moto, rispettivamente.

Tre osservazioni importanti.

- Non è una limitazione della tecnica di misura: anche con strumenti ideali, il limite resta. Non c’è uno stato in cui sia posizione sia quantità di moto siano entrambe definite con precisione arbitraria.
- Nel limite classico ($\hbar \ll$ scale tipiche del problema), il principio non si fa sentire: una pallina da tennis ha $\Delta x \cdot \Delta p \gtrsim \hbar/2$ trascurabile rispetto alle incertezze sperimentali ordinarie.
- Conseguenza: a livello microscopico, il moto di un elettrone in un atomo non può essere descritto come una traiettoria classica con posizione e velocità ben definite a ogni istante. Si parla invece di una *funzione d’onda* (cap. 22) il cui modulo quadro dà la probabilità di trovare la particella in un dato punto.

Esempio 21.1

Indeterminazione e atomo L’atomo ha dimensioni $\Delta x \sim 1 \times 10^{-10} \text{ m}$. Per il principio di Heisenberg, la quantità di moto di un elettrone all’interno deve avere incertezza $\Delta p \gtrsim \hbar/(2 \Delta x) \approx 5 \times 10^{-25} \text{ kg m/s}$, corrispondente a una velocità tipica $v \sim \Delta p/m_e \approx 5 \times 10^5 \text{ m/s}$. Non possiamo “raffreddare” un elettrone in un atomo per fermarlo: lo confinarlo fa sì che, per Heisenberg, debba muoversi inevitabilmente con questa velocità tipica. Questo argomento permette di stimare in modo qualitativo le dimensioni atomiche e l’energia di legame.

21.5.3. Misura e interpretazione di Copenaghen

Una delle differenze più radicali fra meccanica classica e meccanica quantistica riguarda il **processo di misura**.

In meccanica classica, le grandezze fisiche di un sistema hanno *sempre* valori ben definiti, e la misura, in linea di principio, si limita a rivelarli senza disturbarli (l'eventuale disturbo è considerato un'impresione tecnica, eliminabile con strumenti migliori).

In meccanica quantistica, invece, lo stato di un sistema è descritto da una **funzione d'onda** ψ (cap. 22), e prima della misura una grandezza fisica può essere in una *sovrapposizione* di valori diversi (cap. 25, capitolo sui qubit). La misura “proietta” il sistema su uno solo dei possibili risultati, in modo *probabilistico*: l'esito è in generale non prevedibile, anche conoscendo perfettamente lo stato iniziale. Si parla di **collasso della funzione d'onda**.

L'**interpretazione di Copenaghen** (Bohr, Heisenberg, anni '20) è la lettura tradizionale e ortodossa di questi fatti: la descrizione probabilistica è completa, e non c'è una “realtà nascosta” di valori predefiniti che la teoria semplicemente ignora. Le grandezze fisiche acquistano valore solo nel momento della misura.

Questa lettura ha sollevato e solleva tuttora interrogativi filosofici profondi (la celebre obiezione di Einstein: “Dio non gioca a dadi”; il paradosso del gatto di Schrödinger; il problema della *coscienza dell'osservatore*). Esistono interpretazioni alternative (a molti mondi di Everett, a variabili nascoste di Bohm, decoerenza ambientale). Ma da un punto di vista *operativo*, tutti gli sviluppi della meccanica quantistica del XX e XXI secolo sono coerenti con l'interpretazione di Copenaghen: l'apparente “stranezza” del mondo microscopico è ormai un fatto sperimentale inattaccabile.

Attenzione!

Dimensione concettuale ed esperimenti La meccanica quantistica è stata verificata fino al $\sim 10^{-10}$ di precisione relativa per alcune grandezze (es. il momento magnetico dell'elettrone): è la teoria fisica più accurata che abbiamo. Le sue “stranezze” non sono opinioni: sono fatti sperimentali.

21.6. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 21.2

Lunghezza d'onda al picco del Sole Il Sole irradia approssimativamente come un corpo nero a $T_{\odot} \approx 5800$ K. Quale è la lunghezza d'onda al picco di emissione?

Calcolo.

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3} \text{ m K}}{5800 \text{ K}} \approx 5.00 \times 10^{-7} \text{ m} = 500 \text{ nm}.$$

È nel verde-giallo, al centro dello spettro visibile.

Esempio 21.3

Energia di un fotone di luce visibile Calcoliamo l'energia di un fotone di luce verde con $\lambda = 500 \text{ nm}$.

Calcolo.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J s} \cdot 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{5.0 \times 10^{-7} \text{ m}} \approx 4.0 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

Equivalentemente, dividendo per $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$, si ottiene $E \approx 2.5 \text{ eV}$.

Esempio 21.4

Effetto fotoelettrico sul rame Il rame ha lavoro di estrazione $W \approx 4.7 \text{ eV}$. Quale è la frequenza di soglia ν_0 ? Una luce a $\lambda = 200 \text{ nm}$ è sufficiente a estrarre elettroni? Se sì, quale è la loro energia cinetica massima?

Frequenza di soglia. Convertiamo W in joule: $W = 4.7 \cdot 1.602 \times 10^{-19} \text{ J} \approx 7.5 \times 10^{-19} \text{ J}$.

$$\nu_0 = \frac{W}{h} \approx \frac{7.5 \times 10^{-19} \text{ J}}{6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}} \approx 1.14 \times 10^{15} \text{ Hz}.$$

Corrisponde a $\lambda_0 = c/\nu_0 \approx 263 \text{ nm}$, nell'UV.

Luce a 200 nm. $\nu = c/\lambda = 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz} > \nu_0$: sì, l'effetto avviene.

$$E_k^{\max} = h\nu - W = (1.5 \times 10^{15} \cdot 6.626 \times 10^{-34} - 7.5 \times 10^{-19}) \text{ J} \approx 2.4 \times 10^{-19} \text{ J} \approx 1.5 \text{ eV}.$$

Esempio 21.5

Lunghezza d'onda di de Broglie di un elettrone Un elettrone è accelerato attraverso una d.d.p. di $V = 100 \text{ volt}$. Quale è la sua lunghezza d'onda di de Broglie?

Velocità. $E_k = eV = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J}$. Da $\frac{1}{2} m_e v^2 = E_k$: $v = \sqrt{2E_k/m_e} = \sqrt{2 \cdot 1.6 \times 10^{-17} / 9.11 \times 10^{-31}} \approx 5.9 \times 10^6 \text{ m/s}$ (non relativistica).

Quantità di moto e λ . $p = m_e v \approx 5.4 \times 10^{-24} \text{ kg m/s}$, da cui

$$\lambda = \frac{h}{p} \approx \frac{6.6 \times 10^{-34}}{5.4 \times 10^{-24}} \approx 1.23 \times 10^{-10} \text{ m} \approx 0.12 \text{ nm}.$$

È paragonabile alle distanze interatomiche di un cristallo: l'elettrone diffratta sulla struttura cristallina come un raggio X di pari lunghezza d'onda.

Esempio 21.6

Indeterminazione su una particella confinata Un elettrone è confinato in una scatola di lato $L = 1.0 \text{ nm}$. Stima l'incertezza minima sulla sua quantità di moto e la sua velocità tipica.

Indeterminazione. $\Delta x \sim L = 1.0 \times 10^{-9} \text{ m}$.

$$\Delta p \gtrsim \frac{h}{2\Delta x} \approx \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J s}}{2 \cdot 1.0 \times 10^{-9} \text{ m}} \approx 5.3 \times 10^{-26} \text{ kg m/s}.$$

$$v \sim \frac{\Delta p}{m_e} \approx \frac{5.3 \times 10^{-26}}{9.1 \times 10^{-31}} \approx 5.8 \times 10^4 \text{ m/s.}$$

Già il solo fatto di essere confinato in una scatola di un nanometro costringe l'elettrone a muoversi tipicamente a decine di chilometri al secondo.

21.7. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 21.1

1. Calcola la lunghezza d'onda al picco di emissione di una stella di temperatura $T = 10\,000 \text{ K}$ (stella tipo Vega) e di una stella fredda $T = 3000 \text{ K}$ (gigante rossa). Indica per ciascuna in quale regione dello spettro cade il picco. [$\lambda_{\text{max}} \approx 290 \text{ nm}$, UV; $\lambda_{\text{max}} \approx 970 \text{ nm}$, IR vicino]
2. Quanti fotoni al secondo emette una lampada da 100 W a $\lambda = 550 \text{ nm}$, assumendo che tutta la potenza vada in luce? [$N \approx 2.8 \times 10^{20}$ fotoni al secondo]
3. Per il sodio, $W \approx 2.28 \text{ eV}$. Calcola la lunghezza d'onda di soglia λ_0 e l'energia cinetica massima degli elettroni emessi da luce verde a $\lambda = 500 \text{ nm}$. [$\lambda_0 \approx 544 \text{ nm}$; $E_k^{\text{max}} \approx 0.20 \text{ eV}$]
4. Quale è la lunghezza d'onda di de Broglie di una pallina da tennis ($m = 50 \text{ g}$, $v = 20 \text{ m/s}$)? Confronta con la lunghezza d'onda di un elettrone a $v = 20 \text{ m/s}$. Quale conclusione fisica si trae dal confronto? [pallina: $\lambda \approx 6.6 \times 10^{-34} \text{ m}$; elettrone: $\lambda \approx 3.6 \times 10^{-5} \text{ m}$. Effetti quantistici osservabili solo nel secondo caso.]
5. Un fotone X ha $\lambda = 0.20 \text{ nm}$. Calcola la sua energia e la sua quantità di moto. [$E \approx 9.94 \times 10^{-16} \text{ J} \approx 6.2 \text{ keV}$; $p = h/\lambda \approx 3.3 \times 10^{-24} \text{ kg m/s}$]
6. In un esperimento di Compton, un raggio X di $\lambda = 0.1 \text{ nm}$ viene diffuso a un angolo $\theta = 90^\circ$. Calcola la variazione di lunghezza d'onda e la lunghezza d'onda finale. [$\Delta\lambda = \lambda_C \approx 2.43 \text{ pm}$; $\lambda' \approx 0.1024 \text{ nm}$]
7. Per un protone confinato in un nucleo di $L \sim 1 \text{ fm} = 1 \times 10^{-15} \text{ m}$, stima l'incertezza minima sulla quantità di moto e l'energia cinetica corrispondente (usa $m_p \approx 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, in approssimazione non-relativistica per stime). [$\Delta p \approx 5 \times 10^{-20} \text{ kg m/s}$; $E_k \approx 8 \times 10^{-13} \text{ J} \approx 5 \text{ MeV}$]
8. Discuti perché il principio di indeterminazione di Heisenberg non si manifesta nell'esperienza quotidiana. Suggerimento: confronta il prodotto $\Delta x \cdot \Delta p$ tipico di un oggetto macroscopico con $\hbar/2$. [risposta libera]
9. Spiega con parole tue perché, secondo l'interpretazione di Einstein del fotoelettrico, anche una luce molto intensa *ma di frequenza inferiore alla soglia* non può estrarre elettroni dal metallo, mentre una luce debole ma di frequenza sufficiente sì. [risposta libera]

10. Quale è la lunghezza d'onda di un neutrone termico (energia cinetica $E_k \approx k_B T$ con $T = 300 \text{ K}$; $m_n \approx 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$)? Confronta con la distanza fra atomi in un cristallo ($\sim 0.3 \text{ nm}$). [$\lambda \approx 0.18 \text{ nm}$; paragonabile alla distanza interatomica $\rightarrow$ utile per diffrazione neutronica]

21.8. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Scoperta dell'elettrone — Thomson (1897), con esperimenti sui raggi catodici, determina $e/m_e \approx 1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}$ e ipotizza l'elettrone come costituente universale degli atomi. Millikan (1909), con le gocce d'olio, misura la carica elementare $e \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Raggi X — Scoperti da Röntgen (1895): onde elettromagnetiche di $\lambda \sim 10^{-11} - 10^{-8} \text{ m}$, con applicazioni mediche e cristallografiche.

Spettro del corpo nero — Stefan-Boltzmann ($P/A = \sigma T^4$), Wien ($\lambda_{\max} T = b$). La teoria classica di Rayleigh-Jeans diverge a piccole lunghezze d'onda (*catastrofe ultravioletta*): è la prima crisi della fisica classica.

Quantizzazione di Planck — Planck (1900) propone $E_n = nh\nu$ con $h \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$. La sua formula descrive perfettamente lo spettro del corpo nero. La costante $\hbar = h/(2\pi)$ è l'unità fondamentale del mondo quantistico.

Effetto fotoelettrico (Einstein, 1905) — La luce è composta da fotoni di energia $E = h\nu$. L'energia cinetica massima degli elettroni emessi è $E_k^{\max} = h\nu - W$, dove W è il lavoro di estrazione. Nobel 1921 a Einstein.

Effetto Compton (1923) — Diffusione di raggi X su elettroni: $\Delta\lambda = (h/m_e c)(1 - \cos\theta)$. Conferma la natura corpuscolare della luce: i fotoni hanno quantità di moto $p = h/\lambda$.

Dualismo onda-particella — de Broglie (1924): $\lambda = h/p$ per ogni particella. Confermato da Davisson e Germer (1927) con la diffrazione di elettroni su nichel cristallino.

Principio di indeterminazione di Heisenberg (1927) — $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$, $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$. Limite intrinseco alla conoscibilità simultanea di coppie di grandezze coniugate. Conseguenza: nessuna traiettoria classica all'interno degli atomi.

Misura quantistica — La misura proietta lo stato del sistema su uno dei possibili esiti, in modo probabilistico (collasso della funzione d'onda). L'*interpretazione di Copenhagen* (Bohr, Heisenberg) è la lettura standard di questo schema.

Capitolo 22

Fisica atomica e nucleare

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Era quasi tanto incredibile come se aveste sparato una palla di cannone da quindici pollici contro un foglio di carta velina, e quella vi fosse rimbalzata indietro addosso.”

— Ernest Rutherford, ricordando l’esperimento del foglio d’oro, ca. 1911

 [Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Energia nucleare](#)



[Particelle elementari](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Fisica nucleare](#)
- [\[EN\] La Fisica Nucleare](#)
- [\[FR\] Fisica nucleare](#)
- [\[ES\] La Fisica Nucleare](#)

22.1. Introduzione motivazionale

- [quiz e materiali con l'AI](#)
- [flashcard del paragrafo](#)

L'idea che la materia sia composta da *atomi* risale a Democrito, ma è solo nel XIX secolo, con la chimica di Dalton e la tavola periodica di Mendeleev, che diventa quantitativa. All'inizio del Novecento, gli esperimenti di Thomson, Millikan e Rutherford rivelano che l'atomo non è "indivisibile" (come suggeriva l'etimologia), ma ha una struttura interna: un nucleo molto piccolo e denso, circondato da una nube di elettroni.

In questo capitolo seguiremo due fili paralleli. Il primo è la **fisica atomica**: come gli elettroni si organizzano attorno al nucleo, perché ogni elemento ha uno spettro caratteristico, da dove viene la tavola periodica. Il secondo è la **fisica nucleare**: come è fatto il nucleo, perché alcuni nuclei sono stabili e altri si disintegrano spontaneamente, come si producono fissione e fusione nucleare e quali applicazioni tecnologiche (energetiche, mediche, diagnostiche) ne derivano.

I concetti che useremo derivano in larga parte dalla meccanica quantistica che abbiamo incontrato nel capitolo precedente. Ne useremo un livello concettuale, non tecnico: niente equazione di Schrödinger, ma idee chiave (quantizzazione, livelli energetici, numeri quantici, principio di esclusione) sufficienti per leggere fenomeni reali e ordini di grandezza.

22.2. Modelli atomici

- [quiz e materiali con l'AI](#)
- [flashcard del paragrafo](#)

22.2.1. Modello di Thomson ("a panettone")

Dopo la scoperta dell'elettrone (cap. 21), Thomson propose nel 1904 il primo modello strutturale dell'atomo. Sapendo che l'elettrone è negativo e che l'atomo nel suo insieme è neutro,

deve esistere una compensazione di carica positiva. Thomson immaginò l'atomo come una sfera diffusa di carica positiva, con gli elettroni incastonati al suo interno, come l'uvetta in un panettone (in inglese: *plum pudding model*).

Il modello prevedeva atomi molto “morbidi” e “pieni”: le particelle che vi passassero attraverso avrebbero dovuto essere deviate solo di angoli piccoli, in modo cumulativo. Era un'ipotesi ragionevole con le conoscenze del tempo, ma del tutto sbagliata, come avrebbe mostrato Rutherford pochi anni dopo.

22.2.2. Esperimento di Rutherford e scoperta del nucleo

Tra il 1909 e il 1911, sotto la direzione di Ernest Rutherford, gli assistenti Hans Geiger ed Ernest Marsden condussero all'Università di Manchester un esperimento decisivo. Un fascio di **particelle alfa** (nuclei di elio, $\alpha = {}^4_2\text{He}$, emessi da una sorgente radioattiva) veniva fatto incidere su un sottilissimo foglio d'oro (spessore di pochi atomi); attorno al foglio era disposto uno schermo di solfuro di zinco, che emetteva un lampo ogni volta che una particella α lo colpiva.

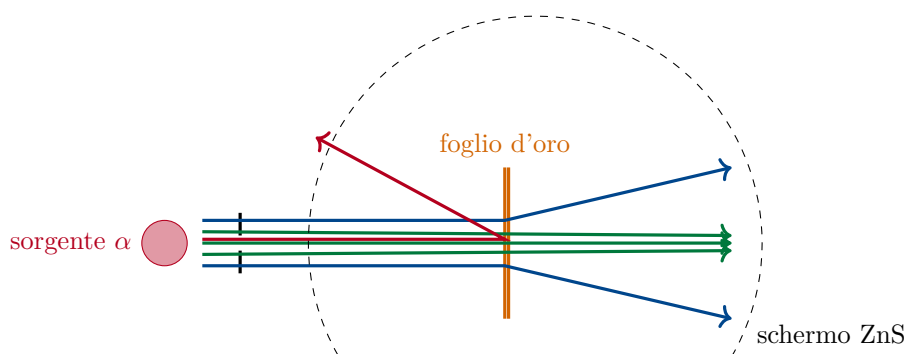


Figura 22.1: Schema dell'esperimento di Rutherford. Particelle α emesse da una sorgente radioattiva attraversano un sottile foglio d'oro. La grande maggioranza prosegue quasi indeflessa, ma una piccolissima frazione viene deviata di angoli grandi — e alcune rimbalzano addirittura indietro: un risultato impossibile con il modello di Thomson.

Il risultato fu sorprendente: la grande maggioranza delle particelle α passava il foglio senza deviazione apprezzabile, come attraverso il vuoto. Ma una piccolissima frazione (circa una su 8000) veniva deviata di angoli grandi, e alcune addirittura rimbalzavano all'indietro. Rutherford concluse:

- L'atomo è prevalentemente *vuoto* (per spiegare il passaggio indisturbato della maggioranza).
- Esiste, al centro dell'atomo, un **nucleo** piccolissimo ma di carica positiva e massa elevata, su cui le rare particelle α che lo incontravano direttamente rimbalzavano per effetto della repulsione coulombiana.

Le dimensioni risultanti sono impressionanti:

- Raggio dell'atomo: $R_{\text{atomo}} \sim 1 \times 10^{-10}$ m.
- Raggio del nucleo: $R_{\text{nucleo}} \sim 1 \times 10^{-15}$ m.

Il nucleo è circa 100 000 volte più piccolo dell'atomo. Se ingrandissimo un atomo fino alle dimensioni di un campo di calcio, il nucleo sarebbe una capocchia di spillo a centrocampo, e gli elettroni minuscoli granelli sulle gradinate. La materia, vista da vicino, è quasi tutto vuoto.

22.2.3. Modello atomico di Bohr

Il modello di Rutherford aveva però un problema serio: gli elettroni, orbitando attorno al nucleo, sono particelle cariche accelerate (accelerazione centripeta). L'elettromagnetismo classico predice che una carica accelerata irradia onde elettromagnetiche, perdendo energia. In una frazione di secondo, l'elettrone avrebbe dovuto spiralizzare verso il nucleo: l'atomo doveva collassare. Eppure gli atomi sono *stabili*.

Nel 1913 Niels Bohr propose un modello quantistico: alcune orbite “privilegiate” sono *stazionarie* — l'elettrone non irradia, l'atomo è stabile — e i salti di un elettrone fra esse emettono o assorbono fotoni di energia ben definita.

Legge 22.1 — Postulati di Bohr (1913)

1. Nell'atomo gli elettroni si muovono solo su *orbite stazionarie* caratterizzate da momento angolare quantizzato: $L = n \hbar$, con $n = 1, 2, 3, \dots$
2. In un'orbita stazionaria l'elettrone non irradia (l'atomo è stabile).
3. L'emissione (o l'assorbimento) di radiazione avviene solo nelle transizioni fra orbite: un salto da un livello di energia E_n a E_m (con $E_n > E_m$) emette un fotone di frequenza $\nu = (E_n - E_m)/h$.

Applicando questi postulati all'**atomo di idrogeno** (un protone + un elettrone, con interazione coulombiana), Bohr ricavò:

- Raggio dell'orbita n -esima: $r_n = n^2 a_0$, dove $a_0 = \hbar^2 / (m_e k_e e^2) \approx 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ è il **raggio di Bohr**.
- Energia del livello n -esimo:

$$E_n = -\frac{E_1}{n^2}, \quad E_1 \approx 13.6 \text{ eV}$$

Unità SI: $[E_n] = \text{J}$ (o eV); $n = 1, 2, 3, \dots$

Il segno negativo indica che l'elettrone è *legato* al nucleo (per liberarlo, portarlo all'infinito, occorre fornire un'energia positiva $|E_n|$). L'**energia di ionizzazione** dell'idrogeno è $E_{\text{ion}} = -E_1 \approx 13.6 \text{ eV}$, in eccellente accordo con i valori sperimentali.

Lo **stato fondamentale** è $n = 1$: l'energia minima è $E_1 = -13.6 \text{ eV}$. Gli stati **eccitati** ($n = 2, 3, \dots$) hanno energie maggiori (meno negative). Per $n \rightarrow \infty$, $E_n \rightarrow 0$: l'elettrone è libero.

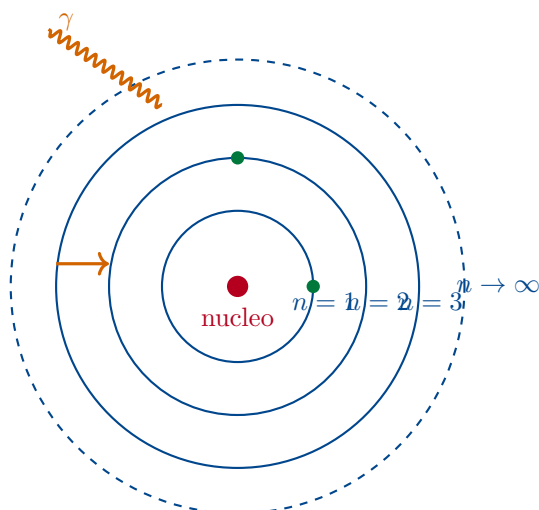


Figura 22.2: Modello di Bohr per l'atomo di idrogeno. Gli elettroni si muovono su orbite circolari quantizzate; le transizioni da un'orbita più esterna a una più interna emettono un fotone di energia $h\nu = E_n - E_m$.

Attenzione!

Successi e limiti del modello di Bohr Il modello di Bohr predice in modo eccellente lo spettro dell'atomo di idrogeno (vedi paragrafo successivo). Ma fallisce per atomi più complessi (anche elio già non è descritto correttamente) e non spiega le intensità delle righe spettrali. È un modello “semi-classico” (con orbite ben definite) che oggi viene sostituito dalla descrizione quantistica completa con la funzione d'onda. Tuttavia, rimane uno strumento pedagogicamente potente per capire i livelli energetici quantizzati.

22.2.4. Storia dei modelli atomici e modello moderno

Riassumiamo la storia dei modelli atomici:

- **Democrito** (V sec. a.C.): atomi indivisibili, proposta filosofica.
- **Dalton** (1808): atomi indivisibili, ogni elemento un tipo di atomo, atomi di elementi diversi si combinano in rapporti semplici.
- **Mendeleev** (1869): tavola periodica, regolarità nelle proprietà chimiche.
- **Thomson** (1904): elettroni come costituenti comuni, atomo a panettone.
- **Rutherford** (1911): nucleo piccolo e denso, elettroni orbitanti.
- **Bohr** (1913): orbite quantizzate, livelli energetici.
- **Schrödinger, Heisenberg** (1925–1926): meccanica quantistica completa; l'elettrone descritto da una *funzione d'onda* con probabilità di presenza distribuita in regioni chiamate *orbitali*.

Il modello *moderno* non descrive l'elettrone come “corpicciolo” su un'orbita, ma come una distribuzione di probabilità nello spazio. Torneremo su queste idee nel paragrafo sui numeri quantici.

22.3. Spettri atomici e transizioni

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

22.3.1. Spettri di emissione e di assorbimento

Quando un gas atomico è eccitato (per esempio per riscaldamento intenso o per scarica elettrica), emette luce. Decomponendola con un prisma o un reticolo di diffrazione si ottiene il suo **spettro di emissione**: invece di una banda continua di colori, compaiono *righe* a lunghezze d'onda ben definite, caratteristiche dell'elemento. Il sodio brucia con un colore arancione (riga 589 nm), il neon con il rosso dei tubi al neon, l'idrogeno con le sue righe celebri.

Inversamente, illuminando un gas atomico freddo con luce continua e poi analizzando la luce trasmessa, si vede uno **spettro di assorbimento**: una banda continua attraversata da righe nere alle stesse lunghezze d'onda dello spettro di emissione. Il gas assorbe selettivamente certe frequenze.

Spettroscopia. Ogni elemento ha uno spettro caratteristico, una sorta di “impronta digitale” luminosa. La *spettroscopia* sfrutta questo fatto per riconoscere elementi in stelle lontane, in atmosfere planetarie, in campioni di laboratorio. Le linee di Fraunhofer nello spettro solare (di assorbimento) rivelarono per la prima volta nel 1814 la composizione chimica del Sole.

22.3.2. Transizioni fra stati elettronici

L'interpretazione delle righe spettrali è dovuta al postulato di Bohr sui salti quantici: un elettrone in un atomo può trovarsi solo in livelli energetici discreti. Ogni transizione fra due livelli emette (o assorbe) un fotone di energia pari alla differenza fra i livelli.

Legge 22.2 — Condizione di Bohr per le transizioni

$$h\nu = E_n - E_m$$

Unità SI: $[h\nu] = [E] = \text{J}$; $[\nu] = \text{Hz}$.

dove $E_n > E_m$ per emissione (fotone uscente), $E_n < E_m$ per assorbimento (fotone entrante).

In un atomo a riposo lo stato di minima energia è detto **stato fondamentale**; tutti gli altri sono **eccitati**. Un atomo eccitato (per urto, per assorbimento di luce, ecc.) tende spontaneamente a tornare allo stato fondamentale emettendo uno o più fotoni; la vita media di uno stato eccitato è tipicamente $\sim 1 \times 10^{-8} \text{ s}$.

22.3.3. Serie spettrali dell'idrogeno e formula di Rydberg

Per l'atomo di idrogeno, le righe dello spettro si raggruppano in *serie*, ciascuna corrispondente a transizioni che terminano sullo stesso livello finale.

- **Serie di Lyman** ($m = 1$): nell'ultravioletto.

- **Serie di Balmer** ($m = 2$): nel visibile. Le righe più intense (H- α a 656 nm, H- β a 486 nm, ecc.) sono familiari a tutti gli astronomi.
- **Serie di Paschen** ($m = 3$): nell'infrarosso vicino.
- Esistono ancora serie di Brackett ($m = 4$), Pfund ($m = 5$), Humphreys ($m = 6$), tutte nell'IR sempre più lontano.

Tutte le righe dell'idrogeno sono descritte da un'unica formula, nota già prima di Bohr per via empirica:

Legge 22.3 — Formula di Rydberg per l'idrogeno

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Unità SI: $[1/\lambda] = 1/\text{m}$; $[R] = 1/\text{m}$, $R \approx 1.097 \times 10^7/\text{m}$ (costante di Rydberg).

dove $n > m$ sono interi (livelli iniziale e finale della transizione).

Il modello di Bohr permette di ricavare la formula di Rydberg da principi primi: combinando $h\nu = E_n - E_m$ e $E_n = -E_1/n^2$, con $\nu = c/\lambda$, si ottiene esattamente l'espressione (22.3.3), con $R = E_1/(hc)$. La concordanza dei valori sperimentali e calcolati di R fu uno dei trionfi della teoria di Bohr.

22.4. Elementi di fisica atomica

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

22.4.1. Struttura elettronica e numeri quantici

Nel modello quantistico moderno, lo stato di un elettrone in un atomo è specificato da quattro **numeri quantici**.

- n — **numero quantico principale**. Determina principalmente l'energia ($E \propto -1/n^2$ nell'idrogeno). Valori: $n = 1, 2, 3, \dots$
- ℓ — **numero quantico azimutale** (o di momento angolare orbitale). Determina la forma dell'orbitale. Valori: $\ell = 0, 1, \dots, n-1$. Le lettere $\ell = 0, 1, 2, 3$ corrispondono ai cosiddetti *tipi spettroscopici* s, p, d, f .
- m_ℓ — **numero quantico magnetico**. Determina l'orientazione dell'orbitale. Valori: $m_\ell = -\ell, -\ell+1, \dots, +\ell$ (totale $2\ell+1$ valori per ogni ℓ).
- m_s — **numero quantico di spin**. Lo spin è una proprietà intrinseca dell'elettrone, con valore semi-intero $s = 1/2$. La sua proiezione su un asse può valere $m_s = +1/2$ o $m_s = -1/2$ ("up" o "down").

Una quaterna (n, ℓ, m_ℓ, m_s) identifica univocamente lo stato di un elettrone nell'atomo.

Orbitali. Un orbitale è una regione dello spazio in cui la probabilità di trovare l'elettrone è elevata. Forme tipiche:

- Orbitale s ($\ell = 0$): sferico.
- Orbitali p ($\ell = 1$): a forma di “otto” (lobi contrapposti), orientati lungo x , y , z (tre orbitali).
- Orbitali d ($\ell = 2$): cinque forme più complesse (a quattro lobi).
- Orbitali f ($\ell = 3$): sette forme ancora più elaborate.

22.4.2. Principio di esclusione di Pauli

Nel 1925 Wolfgang Pauli formulò un principio cardine, che spiega l'intera struttura della tavola periodica.

Legge 22.4 — Principio di esclusione di Pauli

Due elettroni in un atomo non possono occupare lo stesso stato quantico, cioè non possono avere la stessa quaterna di numeri quantici (n, ℓ, m_ℓ, m_s) .

Conseguenza: il numero massimo di elettroni in ogni livello n è limitato.

- $n = 1$: $\ell = 0$, $m_\ell = 0$, $m_s = \pm 1/2 \Rightarrow 2$ elettroni.
- $n = 2$: $\ell = 0$ (2 elettroni) + $\ell = 1$ (6 elettroni) = 8 in totale.
- $n = 3$: $2 + 6 + 10 = 18$.
- In generale, $2n^2$ elettroni nel livello n .

Per costruire un atomo, gli elettroni vanno collocati uno alla volta nei livelli a energia crescente (*principio di Aufbau*), rispettando il principio di Pauli. Il risultato è la **configurazione elettronica** dell'atomo, base della chimica.

Esempi:

- Idrogeno (H): $1s^1$.
- Elio (He): $1s^2$ (livello $n = 1$ pieno: gas nobile, inerte).
- Litio (Li): $1s^2 2s^1$ (un elettrone in più, di valenza: metallo alcalino).
- Sodio (Na): $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ (struttura “a guscio” simile al Li).
- Argon (Ar): $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ (livello $n = 3$ pieno per $\ell = 0, 1$: gas nobile).

La **tavola periodica** di Mendeleev, costruita su basi chimiche, riflette esattamente la struttura quantistica: le proprietà chimiche di un elemento dipendono dalla sua configurazione elettronica più esterna (*elettroni di valenza*), che è la stessa per gli elementi in una stessa colonna. Quanto avevano scoperto i chimici nel XIX secolo trovava finalmente, nel XX, una spiegazione fisica.

22.5. Elementi di fisica nucleare

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

22.5.1. Struttura del nucleo: protoni e neutroni

Il nucleo atomico è composto da due tipi di particelle, dette **nucleoni**:

- **Protone** (p): carica $+e$, massa $m_p \approx 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg} \approx 938.3 \text{ MeV}/c^2$.
- **Neutrone** (n): elettricamente neutro, massa $m_n \approx 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg} \approx 939.6 \text{ MeV}/c^2$, leggermente maggiore del protone.

Il neutrone fu scoperto da James Chadwick nel 1932.

Un nucleo è caratterizzato da due numeri:

- Z — **numero atomico**: numero di protoni. Determina l'elemento chimico.
- A — **numero di massa**: numero totale di nucleoni ($A = Z + N$, dove N è il numero di neutroni).

La notazione standard è ${}_Z^AX$, dove X è il simbolo dell'elemento. Esempi:

- ${}_1^1\text{H}$ (idrogeno, $Z = 1$, $N = 0$);
- ${}_1^2\text{H}$ (deuterio, $Z = 1$, $N = 1$);
- ${}_6^{12}\text{C}$ (carbonio-12, riferimento di massa atomica);
- ${}_{92}^{235}\text{U}$ (uranio-235, usato come combustibile nucleare).

Nuclei con lo stesso Z ma diverso A (cioè diverso numero di neutroni) si dicono **isotopi**. L'idrogeno ha tre isotopi naturali: prozio (${}^1\text{H}$), deuterio (${}^2\text{H}$), trizio (${}^3\text{H}$, radioattivo).

Il **raggio nucleare** varia poco con A (i nucleoni sono “impacchettati” con densità praticamente costante): $R \approx r_0 A^{1/3}$ con $r_0 \approx 1.2 \times 10^{-15} \text{ m} = 1.2 \text{ fm}$. La densità della materia nucleare è enorme: $\sim 2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$, circa 1×10^{14} volte quella dell'acqua. È la densità delle stelle di neutroni.

22.5.2. Difetto di massa ed energia di legame

Se misuriamo accuratamente la massa di un nucleo, scopriamo che è *minore* della somma delle masse dei suoi nucleoni separati. La differenza è detta **difetto di massa**:

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - M_{\text{nucleo}}$$

Unità SI: $[\Delta m] = \text{kg}$; oppure si usa l'unità di massa atomica (u), $1 \text{ u} \approx 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Per la relatività ristretta (cap. 19), questa massa mancante corrisponde a un'**energia di legame** $\Delta E = \Delta m c^2$: è l'energia che bisognerebbe fornire per “smontare” il nucleo nei suoi nucleoni separati. Un valore $\Delta E > 0$ indica un nucleo *legato*, stabile contro la disgregazione spontanea.

In termini più utili in pratica, si considera l'**energia di legame per nucleone**, $\Delta E/A$. Andando da $A = 1$ (idrogeno, dove non c'è legame) a A molto grande, la curva di $\Delta E/A$ in

funzione di A ha la forma caratteristica mostrata nella figura 22.3: cresce rapidamente fino a un massimo intorno a $A \approx 56$ (ferro, ^{56}Fe), poi diminuisce lentamente.

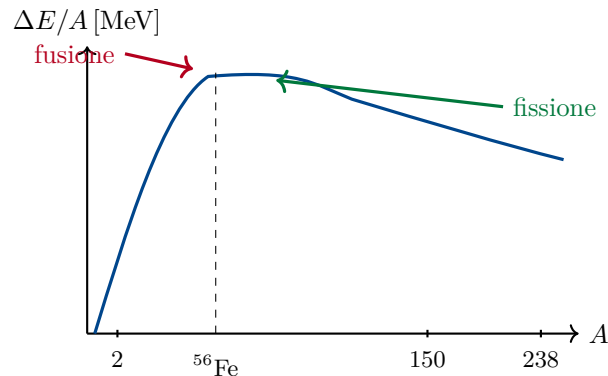


Figura 22.3: Energia di legame per nucleone $\Delta E/A$ in funzione del numero di massa A (curva schematica). Cresce rapidamente per nuclei leggeri e ha un massimo a $A \approx 56$ (ferro), dopo cui diminuisce lentamente. I processi che vanno verso il picco *liberano* energia: fusione di nuclei leggeri (sinistra) e fissione di nuclei pesanti (destra).

Il fatto cruciale è che processi nucleari che spostano A verso il picco *liberano energia*. Questo significa:

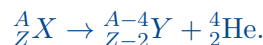
- Nuclei *leggeri* ($A < 56$) liberano energia se si *fondono* in nuclei più pesanti → **fusione**;
- Nuclei *pesanti* ($A > 56$) liberano energia se si *spezzano* in nuclei più leggeri → **fissione**.

L'energia di legame per nucleone tipica è di ~ 8 MeV — circa un milione di volte le energie chimiche tipiche (~ 1 eV). È il motivo per cui le reazioni nucleari liberano tanta più energia delle reazioni chimiche.

22.5.3. Decadimenti α , β , γ

Molti nuclei non sono perfettamente stabili: si trasformano spontaneamente in nuclei di tipo diverso, emettendo particelle. Sono i **nuclei radioattivi**. Si distinguono tre tipi principali di decadimento.

Decadimento α . Il nucleo emette una particella α , cioè un nucleo di elio-4 (^4_2He , formato da 2 protoni e 2 neutroni). Il nucleo di partenza perde quindi $Z = 2$ e $A = 4$:



Esempio: $^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{234}_{90}\text{Th} + ^4_2\text{He}$. Le particelle α hanno energie di pochi MeV e penetrano poco (qualche centimetro di aria, un foglio di carta le ferma).

Decadimento β . Esiste in due varianti.

- β^- : un neutrone si trasforma in un protone, emettendo un elettrone (la “particella β ”) e un antineutrino: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. Il nucleo guadagna $Z = 1$, A resta invariato. Esempio: $^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{14}_7\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e$ (decadimento del carbonio-14).

- β^+ : un protone si trasforma in un neutrone, emettendo un positrone e un neutrino: $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$. Avviene in nuclei “ricchi di protoni”.

Le particelle β hanno energie di alcuni MeV e penetrano maggiormente delle α (qualche metro d'aria, qualche millimetro di alluminio le ferma).

Decadimento γ . Il nucleo, lasciato in uno *stato eccitato* (per esempio dopo un decadimento α o β), si diseccita emettendo un fotone γ di alta energia (qualche centinaio di keV o qualche MeV). Z e A restano invariati. I raggi γ sono molto penetranti (servono schermature di piombo o cemento di parecchi centimetri).

Legge del decadimento radioattivo. Il decadimento è un processo *aleatorio*, ma con una statistica ben definita. Su una popolazione di N_0 nuclei al tempo $t = 0$, il numero di nuclei rimanenti al tempo t è:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

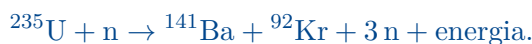
Unità SI: $[N]$ adimensionale; $[\lambda] = 1/s$ (costante di decadimento).

Il **tempo di dimezzamento** $T_{1/2}$ è il tempo necessario perché il numero di nuclei si dimezzi: da $N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} = N_0/2$ si ricava $T_{1/2} = \ln(2)/\lambda \approx 0.693/\lambda$.

Tempi di dimezzamento osservati spaziano in un range enormemente ampio: da una frazione di secondo (alcune particelle in acceleratore) a miliardi di anni (^{238}U : $T_{1/2} \approx 4.47 \cdot 10^9$ anni, comparabile con l'età della Terra).

22.5.4. Fissione e fusione nucleare

Fissione. Bombardando un nucleo pesante (di solito ^{235}U o ^{239}Pu) con un neutrone lento (*termico*), il nucleo assorbe il neutrone e si spezza in due nuclei più leggeri, emettendo anche 2 o 3 neutroni e un'energia totale di circa 200 MeV. Esempio tipico:



I neutroni emessi possono indurre altre fissioni su nuclei di ^{235}U vicini: si innesca una **reazione a catena**, la base delle bombe nucleari (se incontrollata) e dei reattori nucleari (se controllata).

Fusione. Nuclei *leggeri* possono unirsi a formare un nucleo più pesante. La reazione più studiata è la fusione deuterio-trizio:



Per quanto l'energia liberata per reazione sia minore di quella della fissione, l'energia *per nucleone* è circa 3 volte maggiore. La fusione è il processo che alimenta le stelle (nel Sole avviene una catena protone-protone che converte idrogeno in elio).

Il problema tecnologico della fusione controllata è enorme: i nuclei positivi si respingono coulombianamente, e per farli avvicinare abbastanza da fondersi servono temperature di $\sim 1 \times 10^8 \text{ K}$ (per la reazione D-T), creando un *plasma*. Progetti come ITER (reattore

sperimentale internazionale, attualmente in costruzione in Francia) puntano a dimostrare la fattibilità nei prossimi decenni.

22.6. Applicazioni nucleari

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

22.6.1. Energia nucleare e reattori

In un **reattore nucleare a fissione** la reazione a catena è mantenuta a regime stazionario, in modo da produrre calore costante. I componenti principali sono:

- **Combustibile:** barre di uranio (arricchito al $\sim 3\text{--}5\%$ di ^{235}U , rispetto allo 0.7% naturale) o ossido di uranio in pellet.
- **Moderatore:** sostanza che rallenta i neutroni veloci prodotti dalle fissioni, portandoli alle energie “termiche” più efficaci per indurre nuove fissioni nell’ ^{235}U . Materiali tipici: acqua leggera (H_2O), acqua pesante (D_2O), grafite.
- **Refrigerante:** fluido che asporta il calore prodotto e lo trasferisce a un circuito secondario, dove l’energia termica viene convertita in elettrica tramite turbine. Tipicamente acqua sotto pressione (PWR), acqua bollente (BWR), o gas (gas-cooled reactors).
- **Barre di controllo:** contengono materiali (cadmio, boro) che assorbono i neutroni. Sollevandole o abbassandole si modula la velocità della reazione a catena.
- **Schermatura:** spessi strati di cemento e piombo per contenere la radiazione.

Problemi aperti. La fissione produce *scorie radioattive* con tempi di dimezzamento lunghissimi (decine di migliaia di anni), che devono essere stoccate in modo sicuro per scale temporali geologiche. Il rischio di incidenti gravi è basso ma non nullo (Three Mile Island 1979, Chernobyl 1986, Fukushima 2011). La fusione, se realizzata, non ha questi problemi: il combustibile è quasi illimitato (deuterio nell’acqua di mare) e i prodotti sono per lo più non radioattivi.

22.6.2. Applicazioni in campo sanitario

Le applicazioni mediche della fisica nucleare sono enormi e in costante espansione.

Diagnostica per immagini.

- **Radiografia e TC** (tomografia computerizzata): usano raggi X, attenuati in modo diverso dai vari tessuti, per produrre immagini interne del corpo.
- **Medicina nucleare:** PET (positron emission tomography) e SPECT (single photon emission CT) usano traccianti radioattivi iniettati nel paziente. La PET sfrutta il decadimento β^+ : il positrone emesso si annichila con un elettrone, producendo due fotoni γ in direzioni opposte che vengono rilevati. Tracciante tipico: glucosio marcato con ^{18}F .

- **Risonanza magnetica** (MRI): non strettamente nucleare in senso “radioattivo”, ma sfrutta lo spin nucleare dei protoni in campo magnetico.

Radioterapia. Sfrutta gli effetti biologici della radiazione per distruggere cellule tumorali. Si usano raggi γ (es. da sorgenti di ^{60}Co), fasci di elettroni o di protoni accelerati. La protonterapia, in particolare, sfrutta il fatto che i protoni rilasciano la maggior parte della loro energia a una profondità ben definita (*picco di Bragg*), risparmiando i tessuti circostanti.

Dosimetria e sicurezza. La quantità di radiazione assorbita si misura in **black** (Gy): $1\text{ Gy} = 1\text{ J/kg}$. L’effetto biologico, che dipende anche dal tipo di radiazione, si misura in **sievert** (Sv). Una radiografia comporta una dose $\sim 0.1\text{ mSv}$; una TC, $\sim 10\text{ mSv}$; la dose di fondo naturale media è $\sim 2\text{ mSv}$ all’anno.

22.6.3. Applicazioni ai beni culturali

La fisica nucleare ha numerose applicazioni archeologiche, artistiche e di conservazione.

Datazione al carbonio-14. Negli organismi viventi, il rapporto fra ^{14}C (instabile, $T_{1/2} \approx 5730$ anni) e ^{12}C (stabile) è costante e pari a quello atmosferico. Al momento della morte dell’organismo, lo scambio di carbonio con l’atmosfera cessa, e il ^{14}C decade senza essere reintegrato. Misurando il rapporto $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ in un reperto si stima quanto tempo è passato dalla morte dell’organismo. Il metodo funziona fino a circa 50 000 anni indietro (dopo cui il ^{14}C residuo è troppo poco per essere misurato).

Altri metodi di datazione.

- Datazione potassio-argon (e argon-argon): vulcaniche e sedimentarie, fino a centinaia di milioni di anni.
- Datazione uranio-piombo: rocce antiche, miliardi di anni. Usata per stimare l’età della Terra ($\sim 4.54 \cdot 10^9$ anni).
- Termoluminescenza: ceramiche, fino ad alcune migliaia di anni.

Diagnostica non distruttiva.

- **XRF** (fluorescenza a raggi X): identifica gli elementi presenti in un campione (pigmenti di un dipinto, leghe di monete, ecc.) senza danneggiarlo.
- **NAA** (analisi per attivazione neutronica): irraggia il campione con neutroni e analizza la radiazione emessa dai nuclei attivati.
- **Radiografia** e **TC** applicate a manufatti (mummie, statue, manoscritti) per studiarne la struttura interna senza aprirli.

22.7. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l’AI](#)

Esempio 22.1

Lunghezza d'onda della riga H- α La riga H- α corrisponde alla transizione $n = 3 \rightarrow m = 2$ nell'atomo di idrogeno. Calcoliamo la sua lunghezza d'onda.

Formula di Rydberg.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 1.097 \times 10^7 / \text{m} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = 1.097 \times 10^7 / \text{m} \cdot \frac{5}{36}.$$

Risultato.

$$\frac{1}{\lambda} \approx 1.524 \times 10^6 / \text{m} \implies \lambda \approx 6.563 \times 10^{-7} \text{ m} \approx 656 \text{ nm}.$$

È la nota riga rossa dello spettro dell'idrogeno, in piena banda visibile.

Esempio 22.2

Energia di legame del nucleo di elio-4 Calcoliamo l'energia di legame di ${}^4\text{He}$, sapendo che: $m_p = 1.0073 \text{ u}$, $m_n = 1.0087 \text{ u}$, $M({}^4\text{He}) = 4.0026 \text{ u}$, $1 \text{ u} \cdot c^2 = 931.5 \text{ MeV}$.

Difetto di massa.

$$\begin{aligned} \Delta m &= 2m_p + 2m_n - M({}^4\text{He}) \\ &= 2 \cdot 1.0073 \text{ u} + 2 \cdot 1.0087 \text{ u} - 4.0026 \text{ u} \\ &= 0.0294 \text{ u}. \end{aligned}$$

Energia di legame.

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0.0294 \cdot 931.5 \text{ MeV} \approx 27.4 \text{ MeV}.$$

Per nucleone: $\Delta E/A \approx 6.85 \text{ MeV/nucleone}$, vicino alla parte iniziale ripida della curva (l'elio è già piuttosto stabile, ma il picco è a ${}^{56}\text{Fe}$).

Esempio 22.3

Tempo di dimezzamento e attività di una sorgente Una sorgente di cobalto-60 ($T_{1/2} = 5.27$ anni) ha attività iniziale $A_0 = 1.0 \times 10^{10} \text{ Bq}$ (decadimenti al secondo). Quale è la sua attività dopo 10 anni?

Costante di decadimento.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{5.27 \text{ anni}} \approx 0.1316 \text{ anni}^{-1}.$$

Attività dopo 10 anni. $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, e l'attività è proporzionale a N :

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} = 1.0 \times 10^{10} \text{ Bq} \cdot e^{-1.316} \approx 2.68 \times 10^9 \text{ Bq}.$$

La sorgente ha perso circa il 73% della sua attività iniziale in 10 anni (un po' meno di due "vite di dimezzamento").

Esempio 22.4

Datazione al carbonio-14 Un reperto archeologico in legno mostra un'attività in ^{14}C ridotta al 25% rispetto al legno fresco di riferimento. Quale è l'età del reperto? ($T_{1/2}(^{14}\text{C}) = 5730$ anni.)

Soluzione. $N(t)/N_0 = 0.25 = (1/2)^2$, quindi sono passate due vite di dimezzamento. L'età del reperto è

$$t = 2 \cdot T_{1/2} = 2 \cdot 5730 \text{ anni} \approx 11460 \text{ anni}.$$

Più formalmente:

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{N}{N_0} \right) = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \ln 4 = T_{1/2} \frac{\ln 4}{\ln 2} = 2 T_{1/2}.$$

Esempio 22.5

Energia liberata in una fissione In una fissione tipica di ^{235}U si liberano circa 200 MeV. Quante fissioni occorrono al secondo per produrre una potenza termica di 1 GW?

Conversione. $200 \text{ MeV} = 200 \cdot 1.602 \times 10^{-13} \text{ J} \approx 3.2 \times 10^{-11} \text{ J}.$

Calcolo.

$$N = \frac{P}{E_{\text{fis}}} = \frac{1 \times 10^9 \text{ W}}{3.2 \times 10^{-11} \text{ J}} \approx 3.1 \times 10^{19} \text{ fissioni al secondo}.$$

In un anno, $\sim 10^{27}$ fissioni, corrispondenti a $\sim 400 \text{ kg}$ di ^{235}U consumato (un reattore tipico da 1 GW).

22.8. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 22.1

1. Calcola la lunghezza d'onda della transizione H- β (da $n = 4$ a $m = 2$) nell'idrogeno. [$\lambda \approx 486 \text{ nm}$ — riga blu]
2. Calcola l'energia necessaria per ionizzare un atomo di idrogeno a partire dallo stato $n = 2$ (anziché dallo stato fondamentale $n = 1$). [$E = -E_2 = 13.6 \text{ eV}/4 = 3.4 \text{ eV}$]
3. Calcola il raggio dell'orbita $n = 3$ nell'atomo di idrogeno secondo il modello di Bohr. [$r_3 = 9 a_0 \approx 4.76 \times 10^{-10} \text{ m}$]
4. Scrivi la configurazione elettronica dell'ossigeno ($Z = 8$). Quanti elettroni ha sull'ultimo livello? Perché l'ossigeno è chimicamente reattivo? [$1s^2 2s^2 2p^4$; 6 elettroni in $n = 2$; tende a completare il guscio con 2 elettroni in più (valenza -2)]
5. Quanti orbitali hanno $\ell = 2$ (orbitali d)? Quanti elettroni possono accomodare in totale? [5 orbitali d ; 10 elettroni]
6. Un nucleo è caratterizzato da $Z = 26$, $N = 30$. Quale elemento è? Scrivi la sua notazione standard. [ferro; $^{56}_{26}\text{Fe}$]
7. Scrivi l'equazione del decadimento α del polonio-210 ($^{210}_{84}\text{Po}$). [$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + ^4_2\text{He}$]

8. Scrivi l'equazione del decadimento β^- del trizio (${}^3_1\text{H}$). $[{}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e]$
9. Un campione di ${}^{32}\text{P}$ ($T_{1/2} = 14.3$ giorni) ha un'attività iniziale di 2.0×10^6 Bq. Quanto vale l'attività dopo 30 giorni? $[A \approx 4.6 \times 10^5 \text{ Bq}]$
10. Un reperto in legno ha un'attività del ${}^{14}\text{C}$ pari al 12.5 % di quella attuale. Quanto è vecchio? $[t = 3 \cdot T_{1/2} \approx 17200 \text{ anni}]$
11. Calcola l'energia di legame del nucleo di deuterio (${}^2_1\text{H}$), sapendo che $M({}^2_1\text{H}) = 2.0141 \text{ u}$ e $m_p = 1.0073 \text{ u}$, $m_n = 1.0087 \text{ u}$, $1 \text{ u} c^2 = 931.5 \text{ MeV}$. $[\Delta m \approx 0.0019 \text{ u}; \Delta E \approx 1.77 \text{ MeV}; \text{ molto bassa (deuterio è "poco legato")}]$
12. Una centrale nucleare ha una potenza termica di 3.0 GW (con efficienza elettrica del $\sim 33\%$, producendo ~ 1.0 GW elettrici). Quanto ${}^{235}\text{U}$ è consumato in un giorno? (Si assuma 200 MeV per fissione.) $[\sim 3.2 \text{ kg al giorno}]$

22.9. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Modelli atomici — Thomson (panettone, 1904), Rutherford (nucleo piccolo e denso, 1911), Bohr (orbite quantizzate, 1913). Modello moderno: l'elettrone è descritto da una funzione d'onda con distribuzione di probabilità (orbitale).

Modello di Bohr per l'idrogeno — $E_n = -E_1/n^2$ con $E_1 \approx 13.6 \text{ eV}$; $r_n = n^2 a_0$ con $a_0 \approx 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$.

Spettri atomici — Righe di emissione e di assorbimento caratteristiche di ogni elemento. Spettroscopia $\rightarrow$ identificazione chimica di stelle, atmosfere, campioni.

Transizioni e formula di Rydberg — $h\nu = E_n - E_m$. Per l'idrogeno, $1/\lambda = R(1/m^2 - 1/n^2)$ con $R \approx 1.097 \times 10^7/\text{m}$. Serie di Lyman (UV), Balmer (visibile), Paschen (IR).

Numeri quantici — n (principale), ℓ (azimutale, $\ell = 0, 1, \dots, n-1$, orbitali s, p, d, f), m_ℓ (magnetico), m_s (spin, $\pm 1/2$).

Principio di esclusione di Pauli — Due elettroni in un atomo non possono avere la stessa quaterna (n, ℓ, m_ℓ, m_s) . Capacità del livello n : $2n^2$ elettroni. Spiega la tavola periodica.

Struttura del nucleo — Protoni e neutroni (nucleoni). Z = numero atomico, A = numero di massa. Notazione ${}^A_Z X$. Isotopi: stesso Z , diverso A .

Difetto di massa e energia di legame — $\Delta m = Zm_p + Nm_n - M_{\text{nucleo}}$; $\Delta E = \Delta mc^2$. Curva $\Delta E/A$ vs A : picco a $A \approx 56$ (${}^{56}\text{Fe}$). Energia di legame tipica $\sim 8 \text{ MeV/nucleone}$, milioni di volte le energie chimiche.

Decadimenti radioattivi — α : emissione di ${}^4_2\text{He}$; β^- : emissione di e^- e $\bar{\nu}_e$ ($n \rightarrow p$); γ : emissione di fotoni di alta energia. Legge: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$; $T_{1/2} = \ln(2)/\lambda$.

Fissione e fusione — Fissione: nucleo pesante (${}^{235}\text{U}$) si spezza, liberando $\sim 200 \text{ MeV}$. Fusione: nuclei leggeri (${}^2_1\text{H}$, ${}^3_1\text{H}$) si uniscono, liberando $\sim 17.6 \text{ MeV}$ ma maggiore energia per nucleone. Reattori a fissione operativi; fusione controllata in sviluppo (ITER).

Applicazioni — Energia (reattori), medicina (radiografia, TC, PET, radioterapia), datazione (carbonio-14, K-Ar, U-Pb), beni culturali (XRF, NAA, radiografia di manufatti).

Capitolo 23

Astrofisica e cosmologia

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Siamo fatti di polvere di stelle.”

— Carl Sagan, *Cosmos*, 1980

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Cosmologia](#)

23.1. Introduzione motivazionale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Gli oggetti più lontani dell'universo si trovano a miliardi di anni-luce da noi: la luce che ne riceviamo è partita quando le stelle e le galassie erano molto giovani. Eppure, sorprendentemente, ne possiamo dire qualcosa di preciso. La fisica che descrive il moto di una mela che cade e quella dei pianeti (cap. 13), gli atomi e le loro transizioni (cap. 22), la radiazione di corpo nero (cap. 21) e la relatività (cap. 19) sono tutte ciò che serve per leggere l'universo: la sua struttura, la sua storia, il suo futuro probabile.

In questo capitolo conclusivo della fisica moderna vediamo due grandi temi.

- **Astrofisica stellare:** come è fatta una stella all'interno, perché brilla, come evolve dalla nascita alla morte. Vedremo che la nostra stessa esistenza dipende dalla nucleosintesi avvenuta in stelle scomparse miliardi di anni fa.
- **Cosmologia:** l'universo nel suo complesso. La sua espansione (legge di Hubble), la sua origine (Big Bang circa 13.8 miliardi di anni fa), e la radiazione cosmica di fondo, fossile della sua infanzia.

A entrambi i temi ci avviciniamo a livello introduttivo: gli ordini di grandezza, le idee chiave, gli esperimenti decisivi.

23.2. Struttura ed evoluzione delle stelle

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

23.2.1. Struttura interna di una stella

Una stella è un'enorme sfera autogravitante di gas (prevalentemente idrogeno ed elio), tenuta in equilibrio dalla competizione fra due effetti opposti.

- La **gravità**, che tende a far collassare la stella su se stessa.
- La **pressione interna**, che tende a far espandere il gas verso l'esterno.

Definizione 23.1 — Equilibrio idrostatico stellare

In ogni strato di una stella in equilibrio, il gradiente di pressione verso l'interno bilancia esattamente il peso del materiale soprastante. Approssimativamente, in un guscio sottile di raggio r :

$$\frac{\Delta p}{\Delta r} = -\rho(r) g(r)$$

Unità SI: $[\Delta p / \Delta r] = \text{Pa/m}$, $[\rho] = \text{kg/m}^3$, $[g] = \text{m/s}^2$.

$g(r)$ è la gravità prodotta dalla massa $M(r)$ contenuta entro r .

Le stelle hanno una struttura “stratificata”:

- **Nucleo:** regione centrale (raggio circa $0.2\text{--}0.3R_\star$), in cui temperatura e densità sono massime ($T \sim 1.5 \times 10^7$ K e $\rho \sim 1.5 \times 10^5$ kg/m³ nel Sole). È qui che avvengono le reazioni di fusione nucleare che alimentano la stella.
- **Zona radiativa:** l'energia prodotta nel nucleo si propaga verso l'esterno per diffusione di fotoni (cammino casuale fra le particelle); è lentissima — un fotone impiega $\sim 1 \times 10^5$ anni a uscire dal Sole, contro i soli 8 minuti per attraversare la distanza Terra-Sole.
- **Zona convettiva:** negli strati esterni di stelle come il Sole, il trasporto avviene per moti convettivi del gas (analoghi al ribollire dell'acqua in pentola).
- **Fotosfera:** il sottile strato (poche centinaia di chilometri) da cui la stella emette quasi tutta la luce visibile. La sua temperatura definisce la *temperatura efficace* della stella.
- **Cromosfera e corona:** atmosfera esterna tenue ma sorprendentemente calda (oltre 10^6 K nella corona solare), visibile durante le eclissi totali.

Per una stella in equilibrio idrostatico e in equilibrio termico, la **luminosità** L (energia emessa al secondo) dipende essenzialmente dalla massa: $L \propto M^\alpha$ con $\alpha \approx 3\text{--}4$ in sequenza principale. Una stella di massa doppia di quella solare brilla circa 10 volte di più.

23.2.2. Reazioni nucleari nelle stelle e nucleosintesi

Già nel 1920 Eddington intuì che la fusione nucleare poteva spiegare l'enorme energia emessa dal Sole. Le reazioni che trasformano idrogeno in elio sono di due famiglie principali.

Catena protone-protone (pp). Nelle stelle di massa modesta (come il Sole, $M_\odot$), la fusione avviene attraverso una catena di reazioni che converte quattro protoni in un nucleo di elio-4:



L'energia totale liberata per ogni nucleo di elio formato è ~ 26.7 MeV. In particolare, in una catena pp1 (la più frequente nel Sole) si hanno tre stadi successivi: $\text{p} + \text{p} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e$; ${}^2\text{H} + \text{p} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$; ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + 2\text{p}$.

Ciclo CNO. Nelle stelle più massive (e a temperature più alte), il carbonio, l'azoto e l'ossigeno fungono da *catalizzatori* per la stessa reazione netta ($4\text{p} \rightarrow {}^4\text{He}$), aumentandone sensibilmente l'efficienza. Il ciclo CNO è dominante in stelle di massa $\gtrsim 1.3 M_\odot$.

Nucleosintesi stellare. Nelle fasi tardive della vita di una stella massiccia, fusioni successive producono elementi via via più pesanti: ${}^4\text{He} \rightarrow {}^{12}\text{C}$ (processo 3α), poi ossigeno, neon, magnesio, silicio, fino al ferro (${}^{56}\text{Fe}$). Oltre il ferro, la fusione *non* libera energia (siamo già al picco della curva di legame, cap. 22). Gli elementi più pesanti del ferro vengono prodotti in eventi catastrofici: **supernovae** (esplosioni di stelle massive che terminano la loro vita) e **fusioni di stelle di neutroni**, dove le condizioni estreme permettono la cattura rapida di neutroni (processo r).

In sintesi: l'oro che indossi, il carbonio del tuo corpo, l'ossigeno che respiri, sono tutti prodotti in stelle morte miliardi di anni prima della nascita del Sole. "Siamo polvere di stelle" non è una metafora poetica, è un dato di fatto scientifico.

23.2.3. Diagramma di Hertzsprung-Russell ed evoluzione stellare

Tra il 1911 e il 1913, Ejnar Hertzsprung e Henry Norris Russell, indipendentemente, scoprirono un diagramma che ordina le stelle in funzione di due loro proprietà: la **luminosità** (potenza emessa, sull'asse y) e la **temperatura efficace** (legata al colore, sull'asse x , decrescente verso destra). Il risultato, oggi noto come **diagramma H-R**, è una mappa fondamentale per la classificazione e lo studio dell'evoluzione stellare.

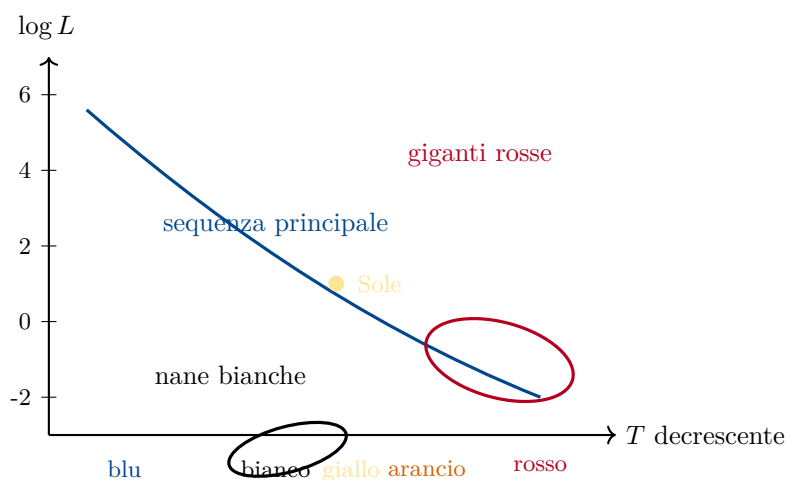


Figura 23.1: Diagramma di Hertzsprung-Russell (schema). Luminosità in scala logaritmica vs temperatura efficace. La maggior parte delle stelle si dispone lungo la *sequenza principale*, una banda diagonale; in alto a destra le *giganti rosse*, in basso a sinistra le *nane bianche*. Il Sole è una tipica stella di sequenza principale di classe G.

Le stelle non si distribuiscono casualmente nel diagramma H-R: la maggior parte sta lungo una banda diagonale, la **sequenza principale**, dove le stelle bruciano idrogeno nel nucleo. La massa ne determina la posizione: stelle massive sono in alto a sinistra (calde, luminose), stelle piccole in basso a destra (fredde, deboli). A parte la sequenza principale, le stelle si concentrano anche in:

- **Giganti rosse:** stelle che hanno esaurito l'idrogeno nel nucleo e si sono espanse, raffreddandosi all'esterno.
- **Nane bianche:** residui ultracompatti delle stelle di massa modesta dopo l'esaurimento del combustibile nucleare.

Evoluzione stellare in sintesi. La vita di una stella dipende dalla sua massa iniziale.

- Stelle di massa *piccola/media* (come il Sole): formazione da nube di gas → sequenza principale per miliardi di anni → gigante rossa (espansione, raffreddamento esterno) → espulsione degli strati esterni (*nebulosa planetaria*) → *nana bianca* (residuo). Tempo totale: $\sim 10^{10}$ anni.

- Stelle *massive* ($M \gtrsim 8 M_{\odot}$): vita molto più rapida ($\sim 10^6$ – 10^7 anni), fasi tardive di nucleosintesi fino al ferro, esplosione finale come *supernova* (tipo II). I residui sono *stelle di neutroni* o *buchi neri*, a seconda della massa.

Il Sole, con i suoi ~ 4.6 miliardi di anni, è a metà della sua vita prevista in sequenza principale: si trasformerà in gigante rossa fra circa 5 miliardi di anni, ingolfando Mercurio, Venere e probabilmente la Terra.

23.3. Modelli cosmologici

 [quiz e materiali con l'AI](#)

 [flashcard del paragrafo](#)

Dalla scala stellare passiamo a quella dell'intero universo. La **cosmologia** è lo studio dell'universo come un singolo oggetto fisico — la sua origine, la sua struttura su grande scala, il suo futuro.

23.3.1. Espansione dell'universo e legge di Hubble

Per molti secoli si era ritenuto l'universo *statico*, eterno e immutabile su scale temporali umane. Anche Einstein, costruita la relatività generale, modificò le sue equazioni inserendo una *costante cosmologica* apposta per avere una soluzione statica.

Nel 1929 Edwin Hubble pubblicò le osservazioni che demoliranno definitivamente l'ipotesi statica. Misurando le **distanze** di galassie lontane (usando le “candele standard” delle stelle cefidi) e le loro **velocità radiali** (dal redshift dello spettro), Hubble scoprì una relazione lineare:

Legge 23.1 — Legge di Hubble (1929)

La velocità di allontanamento v di una galassia è proporzionale alla sua distanza d :

$$v = H_0 d$$

Unità SI: $[v] = \text{m/s}$, $[d] = \text{m}$, $[H_0] = 1/\text{s}$; valore attuale stimato $H_0 \approx 70 \text{ km/s/Mpc}$, dove $1 \text{ Mpc} \approx 3.09 \times 10^{22} \text{ m}$.

H_0 è la **costante di Hubble**. Tutte le galassie distanti si allontanano da noi, con velocità tanto maggiore quanto maggiore è la distanza. Non è che noi siamo al centro di qualcosa: la stessa cosa sarebbe vista da qualunque altra galassia. L'universo si sta **espandendo**: lo spazio stesso si dilata, e le galassie ne sono “trasportate” come puntini su un palloncino che si gonfia.

Redshift cosmologico. La velocità di allontanamento si misura dallo *spostamento verso il rosso* (z) delle righe spettrali della galassia: $\lambda_{\text{osservato}} = (1 + z) \lambda_{\text{emesso}}$. Per piccole velocità, $z \approx v/c$. Per galassie molto lontane z può raggiungere e superare 1 (regime relativistico generale).

Età dell'universo. Invertendo la legge di Hubble, $1/H_0$ ha le dimensioni di un tempo: fornisce una stima di prima approssimazione dell'età dell'universo. Con $H_0 \approx 70 \text{ km/s/Mpc}$, si ottiene $1/H_0 \approx 14$ miliardi di anni. Considerando che il tasso di espansione non è stato

costante (ora sappiamo che l'espansione *accelera*, attribuita a una misteriosa “energia oscura”), una determinazione più accurata fornisce $t_{\text{univ}} \approx 13.8$ miliardi di anni.

23.3.2. Modello del Big Bang

Se l'universo si sta espandendo *oggi*, allora era più *compatto* ieri, ancor più ieri l'altro, ecc. Estrapolando all'indietro, si arriva a un istante in cui tutta la materia (e il tempo stesso) erano concentrati in uno stato di densità e temperatura estremamente elevate. È l'idea del **Big Bang**, formulata in modo quantitativo da Georges Lemaître nel 1931 (proponeva inizialmente un “atomo primigenio”).

Il modello del Big Bang ha tre conferme osservative fondamentali:

1. La legge di Hubble (visto sopra).
2. L'**abbondanza degli elementi leggeri**.
3. La **radiazione cosmica di fondo** a microonde (CMB), di cui parleremo nel paragrafo successivo.

Cronologia schematica.

- $t = 0$: singolarità iniziale (un istante di densità e temperatura formalmente infinite; le leggi note della fisica non si applicano).
- $t \sim 10^{-43}$ s (tempo di Planck): il limite oltre cui la gravità quantistica diventa essenziale; prima di questo istante non sappiamo dire nulla.
- $t \sim 10^{-32}$ s: epoca di **inflazione**, un'espansione esponenziale dell'universo che spiega l'omogeneità e la geometria piatta.
- $t \sim 10^{-6}$ s: formazione di protoni e neutroni dai quark (*quark-confinamento*).
- $t \sim 1$ s – 3 min: **nucleosintesi primordiale**. Le reazioni nucleari producono i nuclei leggeri: idrogeno, deuterio, elio-3, elio-4, litio-7. Le abbondanze previste sono in eccellente accordo con quelle misurate (un terzo pilastro del modello).
- $t \sim 380\,000$ anni: l'universo si è raffreddato abbastanza ($T \sim 3000$ K) perché elettroni e protoni si combinino in atomi neutri di idrogeno (*ricombinazione*). I fotoni, che fino ad allora rimbalzavano continuamente sulle cariche libere, si trovano improvvisamente liberi di propagarsi: nasce la **radiazione cosmica di fondo**.
- $t \sim 10^8$ anni: formazione delle prime stelle (“epoca della reionizzazione”).
- $t \sim 10^9$ anni: prime galassie.
- $t \sim 4.6 \cdot 10^9$ anni: formazione del Sistema Solare.
- $t \sim 1.38 \times 10^{10}$ anni: oggi.

Attenzione!

Cosa il Big Bang *non* è Il Big Bang non è “un'esplosione in un punto dello spazio”: non c'era spazio esterno in cui esplodere. È l'espansione dello *spazio stesso*, che cominciò ad accadere ovunque contemporaneamente. La domanda “dov'è avvenuto il Big Bang?” è

mal posta: il Big Bang è avvenuto *ovunque*.

23.3.3. Radiazione cosmica di fondo

La **radiazione cosmica di fondo a microonde** (CMB, Cosmic Microwave Background) fu predetta teoricamente da Alpher e Herman nel 1948 come “eco fossile” del Big Bang: i fotoni liberati all’epoca della ricombinazione, espandendosi con l’universo, avrebbero oggi una lunghezza d’onda nelle microonde (e una temperatura di qualche kelvin).

La conferma sperimentale arrivò per caso. Nel 1964, Arno Penzias e Robert Wilson, lavorando per i Bell Labs su un’antenna a microonde, misurarono un rumore di fondo che non riuscivano a eliminare: sembrava arrivare da *tutte* le direzioni del cielo, isotropicamente, con una temperatura equivalente di ~ 3 K. Era il fossile che cercavano: la CMB. Nobel per la fisica nel 1978.

Legge 23.2 — Radiazione cosmica di fondo (CMB)

- Distribuzione spettrale: corpo nero quasi perfetto, a temperatura $T_{\text{CMB}} \approx 2.725$ K.
- Isotropia: temperatura uniforme in ogni direzione del cielo a meglio di una parte su 10^5 .
- Anisotropie: piccolissime fluttuazioni ($\Delta T/T \sim 10^{-5}$) sono il *seme* della successiva formazione di galassie e strutture cosmiche.

Le anisotropie della CMB sono state misurate con sempre maggiore precisione da satelliti come COBE (anni '90), WMAP (anni 2000) e Planck (2009–2013). Da queste misure si ricavano vincoli precisi sui parametri cosmologici, in particolare:

- Età dell’universo: 13.8 miliardi di anni.
- Composizione: $\sim 5\%$ materia ordinaria (atomi), $\sim 27\%$ materia oscura, $\sim 68\%$ energia oscura.
- Geometria spaziale: *piatta* entro l’errore di misura.

L’esistenza di materia oscura ed energia oscura — ben oltre il 90% del contenuto energetico dell’universo — è una delle frontiere aperte della fisica contemporanea: di esse sappiamo gli effetti gravitazionali, ma non la natura microscopica. Una nuova fisica fondamentale potrebbe essere a un solo passo da noi.

23.4. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 23.1

Luminosità del Sole La costante solare (potenza per unità di superficie a livello dell’orbita terrestre) vale $S_0 \approx 1361$ W/m². La distanza Terra-Sole è $d_{\oplus} \approx 1.496 \times 10^{11}$ m. Calcoliamo la luminosità totale del Sole.

Impostazione. La luminosità è la potenza emessa, $L = \text{flusso ricevuto} \times \text{superficie della sfera di raggio } d_{\oplus}$:

$$L_{\odot} = S_0 \cdot 4\pi d_{\oplus}^2.$$

Sostituzione numerica.

$$L_{\odot} = 1361 \text{ W/m}^2 \cdot 4\pi \cdot (1.496 \times 10^{11} \text{ m})^2 \approx 3.83 \times 10^{26} \text{ W}.$$

$\sim 10^{26} \text{ W}$: una luminosità enorme. È il valore convenzionalmente assunto come $L_{\odot}$.

Esempio 23.2

Massa convertita ogni secondo nel Sole Dalla luminosità precedente e dall'equivalenza massa-energia $E = mc^2$ (cap. 19), calcoliamo la perdita di massa del Sole al secondo.

Soluzione.

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{L_{\odot}}{c^2} = \frac{3.83 \times 10^{26} \text{ W}}{(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2} \approx 4.26 \times 10^9 \text{ kg/s}.$$

Il Sole perde circa 4 miliardi di chilogrammi di massa al secondo. È una quantità modesta rispetto alla sua massa totale ($M_{\odot} \approx 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$): in 4.6 miliardi di anni ha perso meno dello 0.04 % della sua massa iniziale.

Esempio 23.3

Velocità di una galassia alla legge di Hubble Una galassia si trova a $d = 100 \text{ Mpc}$ da noi. Quale è la sua velocità di allontanamento, secondo la legge di Hubble con $H_0 \approx 70 \text{ km/s/Mpc}$?

Calcolo.

$$v = H_0 \cdot d = 70 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} \cdot 100 \text{ Mpc} = 7000 \text{ km/s}.$$

È circa il 2.3 % della velocità della luce. Per distanze molto maggiori, v può avvicinarsi e superare c (gli oggetti più lontani vanno trattati con relatività generale: non c'è contraddizione, perché lo spazio stesso si dilata).

Esempio 23.4

Stima dell'età dell'universo Stimiamo l'età dell'universo come $1/H_0$, assumendo $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$.

Conversione di H_0 in unità SI.

$$H_0 = 70 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} = 70 \cdot \frac{10^3 \text{ m/s}}{3.09 \times 10^{22} \text{ m}} \approx 2.27 \times 10^{-18} / \text{s}.$$

Tempo di Hubble.

$$t_H = \frac{1}{H_0} \approx 4.41 \times 10^{17} \text{ s} \approx 1.40 \times 10^{10} \text{ anni}.$$

Quattordici miliardi di anni: vicino al valore vero (13.8 miliardi). La correzione fine

richiede di tener conto della storia dettagliata dell'espansione (decelerazione iniziale, accelerazione recente).

Esempio 23.5

Lunghezza d'onda al picco della CMB Calcoliamo la lunghezza d'onda al picco di emissione della radiazione cosmica di fondo, $T_{\text{CMB}} = 2.725 \text{ K}$, usando la legge di Wien (cap. 21): $\lambda_{\text{max}} T = b$, con $b \approx 2.898 \times 10^{-3} \text{ m K}$.

Calcolo.

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3} \text{ m K}}{2.725 \text{ K}} \approx 1.06 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 1.06 \text{ mm}.$$

È nella regione delle microonde (millimetro): è il motivo per cui Penzias e Wilson la rilevarono per primi con un'antenna progettata per le telecomunicazioni satellitari.

23.5. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 23.1

1. Sapendo che la massa del Sole è $M_{\odot} \approx 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ e che il suo raggio è $R_{\odot} \approx 7.0 \times 10^8 \text{ m}$, calcola la gravità superficiale del Sole. [$g_{\odot} \approx 272 \text{ m/s}^2$; ~ 28 volte g terrestre]
2. Una stella di sequenza principale ha luminosità $L = 100 L_{\odot}$. Stimando $L \propto M^{3.5}$, qual è la sua massa in unità di $M_{\odot}$? [$M \approx 100^{1/3.5} M_{\odot} \approx 3.7 M_{\odot}$]
3. Per una stella che brucia idrogeno in elio nel ciclo pp, ogni 4 protoni convertiti in un nucleo di ${}^4\text{He}$ liberano circa 26.7 MeV . Quanta massa al secondo si converte in energia nel Sole, sapendo che $L_{\odot} \approx 3.83 \times 10^{26} \text{ W}$? Quanta massa di idrogeno viene consumata? [$\Delta m / \Delta t \approx 4.3 \times 10^9 \text{ kg/s}$ (convertita in energia); $\sim 6 \times 10^{11} \text{ kg/s}$ di idrogeno consumato (circa il 0.7% della massa è convertito in energia, il resto resta come massa dell'elio)]
4. Una galassia ha redshift $z = 0.05$. Stima la sua velocità radiale e la sua distanza (usando $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$). [$v \approx 0.05 c \approx 15\,000 \text{ km/s}$; $d \approx 215 \text{ Mpc}$]
5. Un quasar molto lontano ha $z = 4$. La sua lunghezza d'onda nell'ultravioletto $\lambda_0 = 121.6 \text{ nm}$ (riga Lyman- α dell'idrogeno) viene osservata a che lunghezza d'onda? [$\lambda = (1 + z)\lambda_0 = 5 \cdot 121.6 \text{ nm} = 608 \text{ nm}$ (rosso visibile)]
6. Stima la densità media dell'universo, sapendo che la massa di una galassia tipica è $\sim 10^{12} M_{\odot}$ e che la densità numerica di galassie è $n_g \sim 10^{-2} \text{ Mpc}^{-3}$. Confronta con la densità critica $\rho_c = 3H_0^2/(8\pi G) \approx 9 \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3$. [$\rho \sim n_g \cdot 10^{12} M_{\odot}/\text{Mpc}^3 \sim 7 \times 10^{-28} \text{ kg/m}^3$; $\rho/\rho_c \sim 0.08$ — solo la materia ordinaria visibile; il resto è materia oscura e energia oscura]

7. Quanti fotoni della CMB attraversano ogni secondo un metro quadrato di superficie? Suggestimento: usa Stefan-Boltzmann per la potenza, poi dividi per l'energia media di un fotone ($\sim k_B T$). [Potenza per unità di area: $\sigma T^4 \approx 3.1 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$; energia tipica fotone: $k_B T \approx 3.8 \times 10^{-23} \text{ J}$; flusso $\sim 10^{17} \text{ fotoni s}^{-1} \text{ m}^{-2}$]
8. Una supernova esplode in una galassia distante 20 Mpc. Quanto tempo è passato fra l'esplosione e la nostra osservazione? [La luce ha percorso 20 Mpc a c : $t = 20 \cdot 3.09 \times 10^{22} \text{ m/c} \approx 6.5 \cdot 10^7 \text{ anni}$; ~ 65 milioni di anni — l'esplosione è avvenuta quando sulla Terra c'erano i primi mammiferi]
9. Spiega con parole tue perché la legge di Hubble non implica che la Terra sia “al centro” dell'universo. Suggestimento: considera l'analogia del palloncino che si gonfia. [risposta libera]
10. Discuti perché la radiazione cosmica di fondo, pur essendo molto fredda ($T \approx 2.7 \text{ K}$), conta come una prova fondamentale del Big Bang. Suggestimento: pensa cosa prevede il modello, e perché un universo stazionario non lo prevederebbe. [risposta libera]

23.6. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Equilibrio idrostatico stellare — In una stella, il gradiente di pressione bilancia il peso della materia soprastante: $\Delta p / \Delta r = -\rho g$. Determina struttura a strati: nucleo, zona radiativa, zona convettiva, fotosfera, corona.

Reazioni nucleari stellari — Stelle in sequenza principale fondono idrogeno in elio: catena protone-protone (Sole), ciclo CNO (stelle massive). Liberano $\sim 26.7 \text{ MeV}$ per nucleo di ^4He formato.

Nucleosintesi stellare — Fusioni successive producono elementi fino al ferro. Oltre il ferro, elementi prodotti in supernovae e fusioni di stelle di neutroni. Ogni atomo di carbonio, ossigeno, ferro, oro del nostro corpo è stato prodotto in stelle ormai morte.

Diagramma di Hertzsprung-Russell — Mappa luminosità vs temperatura efficace delle stelle. Sequenza principale (banda diagonale, dove le stelle bruciano idrogeno), giganti rosse (in alto a destra), nane bianche (in basso a sinistra).

Evoluzione stellare — Stelle di massa solare: nube $\rightarrow$ SP $\rightarrow$ gigante rossa $\rightarrow$ nebulosa planetaria $\rightarrow$ nana bianca. Stelle massive: SP più breve $\rightarrow$ supernova $\rightarrow$ stella di neutroni o buco nero.

Legge di Hubble — $v = H_0 d$ con $H_0 \approx 70 \text{ km/s/Mpc}$. Le galassie si allontanano da noi: l'universo si espande. Conseguenza: l'universo ha avuto un inizio.

Big Bang — Il modello standard: l'universo nasce da uno stato di altissima densità e temperatura circa 13.8 miliardi di anni fa, ed espande/raffredda da allora. Tre conferme principali: legge di Hubble, abbondanze degli elementi leggeri (nucleosintesi primordiale), radiazione cosmica di fondo.

Radiazione cosmica di fondo (CMB) — Fotoni liberati al momento della ricombinazione ($t \approx 380000$ anni dopo il Big Bang), oggi a temperatura $T \approx 2.725$ K, isotropi a una parte su 10^5 . Scoperta da Penzias e Wilson nel 1964 (Nobel 1978). Misurati nei dettagli da COBE, WMAP, Planck.

Composizione dell'universo — $\sim 5\%$ materia ordinaria, $\sim 27\%$ materia oscura, $\sim 68\%$ energia oscura. La natura di materia ed energia oscura è una delle grandi questioni aperte della fisica del XXI secolo.

Capitolo 24

Sistemi complessi e fenomeni emergenti

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“Il battito d’ali di una farfalla in Brasile può provocare un tornado in Texas?”

— Edward N. Lorenz, titolo della conferenza all’American Association for the Advancement of Science,
1972

 [Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Fisica stato solido](#)

24.1. Introduzione motivazionale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Tutta la fisica che abbiamo costruito nei capitoli precedenti si fonda su una scommessa filosofica precisa: per capire un sistema basta capire le sue parti, poi sommare. Conosciamo la legge di Newton per una sola particella, e di lì otteniamo il moto di tutte le particelle prese una alla volta; conosciamo i campi prodotti da una singola carica e sovrapponiamo. Questo programma — chiamato **riduzionismo** — ha portato a successi straordinari: dalla previsione delle orbite planetarie all'esistenza del bosone di Higgs.

Ma quando si studiano sistemi composti da *moltissime* parti interagenti, qualcosa cambia. Una molecola d'acqua non è “bagnata” né “ribolle”; una formica isolata non costruisce formicai; un singolo neurone non ricorda né progetta. La bagnatura, il formicaio, la memoria sono **proprietà collettive** che *emergono* dall'interazione di un grande numero di unità, e che non sono iscritte nelle proprietà delle singole unità.

Negli ultimi decenni la fisica ha sviluppato un linguaggio per trattare tali fenomeni: il linguaggio dei **sistemi complessi**. In questo capitolo metteremo un piede in questo territorio, vedendo due idee chiave: l'*auto-organizzazione* (strutture macroscopiche che si formano da regole microscopiche, senza un progettista) e il *caos deterministico* (impredicibilità a lungo termine in sistemi rigorosamente regolati da leggi). Sono concetti che hanno ricadute in meteorologia, biologia, ecologia, neuroscienze, economia.

Attenzione!

Sulla natura di questo capitolo Diversamente dai capitoli precedenti, qui le “formule” giocano un ruolo minore: i sistemi complessi si descrivono spesso a parole, con simulazioni o con concetti qualitativi. Le poche equazioni che incontreremo sono spesso *adimensionali*, perché le variabili (x_n in una mappa iterata, θ_1 e θ_2 in un pendolo doppio, x, y, z in Lorenz) non rappresentano grandezze fisiche specifiche ma quantità riscalate. Quando questo accade, la riga “unità SI” viene omessa o sostituita da una nota analoga.

24.2. Auto-organizzazione

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

24.2.1. Auto-organizzazione nei sistemi fisici

Si parla di **auto-organizzazione** quando, a partire da regole puramente locali fra le componenti di un sistema — senza che un “capo” coordini il tutto — emerge una struttura globale ordinata o un comportamento coerente.

Definizione 24.1 — Auto-organizzazione (idea informale)

Un sistema si dice **auto-organizzato** quando manifesta una struttura o un comportamento collettivo coerente che è il risultato delle sole interazioni *locali* fra le sue componenti, senza controllo esterno o regolatore centrale, e senza che la struttura finale sia codificata

nelle componenti prese singolarmente.

Alcuni esempi paradigmatici:

- **Stormi di uccelli.** Migliaia di storni si muovono come un'unica nube fluida, cambiando direzione di colpo, ricongiungendosi dopo un ostacolo. Le simulazioni di Craig Reynolds (1987, modello *boids*) mostrano che bastano tre semplici regole, applicate da ogni uccello rispetto ai vicini più prossimi (allineamento, coesione, separazione), perché l'intero stormo manifesti un comportamento riconoscibile.
- **Banchi di pesci.** Analogamente agli storni, basano la sincronia su una vista periferica e su interazioni di pochi pesci adiacenti.
- **Formicai.** Le formiche depongono feromoni durante la ricerca del cibo. Tracce più frequentate si rafforzano, creando un cammino preferenziale. Nessuna formica "sa" dov'è la cibo migliore, ma il collettivo lo trova.
- **Onde nel traffico.** In autostrada, anche senza incidenti, compaiono *onde di stop-and-go*: brevi rallentamenti che si propagano all'indietro nel flusso. Sono il prodotto del tempo di reazione finito dei guidatori e della loro spaziatrice: nessun ingorgo è programmato, ma emerge.
- **Dune di sabbia, increspature del terreno, fratture del fango.** Il vento o l'acqua applicano forze locali, ma le strutture risultanti hanno geometrie regolari, riproducibili, statisticamente prevedibili.

Una caratteristica comune a tutti questi sistemi è di trovarsi **lontano dall'equilibrio** termodinamico: c'è un flusso continuo di energia (la motivazione di mangiare, il sole che scalda il terreno e l'atmosfera, l'energia chimica dei motori) che attraversa il sistema. L'auto-organizzazione, in questo senso, ha un costo energetico: non viola il secondo principio della termodinamica (l'entropia totale, contando anche l'ambiente, aumenta), ma localmente crea ordine.

24.2.2. Strutture dissipative

Ilya Prigogine, premio Nobel per la chimica nel 1977, ha chiamato **strutture dissipative** quelle configurazioni ordinate che si sostengono *soltanto* grazie a un flusso continuo di energia o materia attraverso il sistema. Le strutture dissipative sono fondamentalmente diverse dalle strutture di equilibrio (per esempio un cristallo): se si toglie il flusso di energia, esse svaniscono.

Tre esempi classici:

- **Celle di Bénard.** Uno strato sottile di fluido (es. olio) viene riscaldato uniformemente dal basso. Per piccole differenze di temperatura ΔT , il calore si propaga per conduzione: niente di speciale. Superata una certa soglia critica ΔT_c , il fluido entra spontaneamente in convezione: si formano celle regolari di forma esagonale (in geometria circolare, anche "a strisce") in cui il fluido caldo sale al centro e quello freddo scende ai bordi (figura 24.1). È una struttura ordinata, periodica, completamente determinata dalle proprietà del fluido e

dal flusso termico, ma assente per $\Delta T < \Delta T_c$. La transizione $\Delta T \rightarrow \Delta T_c$ è un esempio di *biforcazione*.

- **Reazione di Belousov-Zhabotinsky.** Una miscela di sostanze chimiche, agitata in una piastra di Petri, dovrebbe in linea di principio reagire fino all'equilibrio in modo monotono. Invece, in opportune proporzioni, la miscela manifesta oscillazioni di colore (giallo $\leftrightarrow$ blu) con periodo regolare; in piastre non agitate, si formano spirali e onde di colore concentriche. È una struttura dissipativa di natura chimica.
- **Atmosfera, oceani, vita.** La circolazione atmosferica generale (alisei, correnti a getto), le correnti oceaniche (Gulf Stream), perfino la biosfera nel suo complesso, sono strutture dissipative alimentate dal flusso di energia solare. La distinzione fra un cristallo (struttura di equilibrio) e un organismo (struttura dissipativa) è una distinzione molto profonda: nell'organismo l'ordine si conserva solo finché c'è metabolismo, cioè finché energia attraversa il sistema.

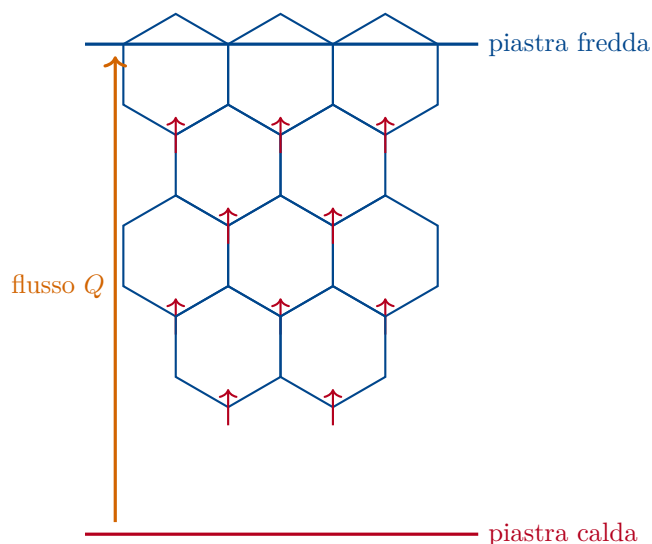


Figura 24.1: Vista schematica dall'alto delle celle di Bénard. Riscaldando uniformemente dal basso uno strato di fluido sottile, oltre una soglia critica si formano spontaneamente celle convettive esagonali. Il fluido caldo sale al centro di ogni cella, quello freddo scende ai bordi; il pattern è una struttura dissipativa sostenuta dal flusso continuo di calore.

24.3. Emergenza e caos

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

24.3.1. Fenomeni emergenti

Definizione 24.2 — Fenomeno emergente

Una proprietà o un comportamento di un sistema si dice **emergente** se è una caratteristica del sistema considerato *nel suo insieme*, non riducibile in modo immediato alle proprietà delle sue componenti prese singolarmente.

Esempi a vari livelli di scala:

- **Temperatura e pressione** non sono attribuibili a una singola molecola: nascono come proprietà statistiche del comportamento collettivo di un gran numero di molecole. (Lo abbiamo visto al capitolo di termodinamica statistica.)
- **Magnetismo nei materiali ferromagnetici, superconduttività, superfluidità** sono comportamenti collettivi che spariscono se si guarda un singolo atomo o elettrone.
- **Bagnatura, viscosità, tensione superficiale** emergono nei liquidi, ma non hanno senso per una singola molecola d'acqua.
- **Vita** emerge da reazioni chimiche organizzate; **coscienza** emerge (in modi tuttora non compresi) dalla cooperazione di miliardi di neuroni.
- **Economia, linguaggio, cultura** sono fenomeni emergenti del comportamento di moltissimi individui in interazione.

Nel 1972 Philip Anderson, premio Nobel per la fisica, pubblicò su *Science* un breve saggio intitolato “*More is different*” (“Più è diverso”), in cui osservava che a ogni nuovo livello di organizzazione emergono leggi qualitativamente nuove, che non sono semplicemente la somma o l'estensione di quelle del livello inferiore. Il riduzionismo — “per capire l'acqua, basta capire una sua molecola” — è insufficiente: ogni livello di descrizione ha la sua autonomia concettuale.

Questa osservazione apre uno spazio teorico per la fisica dei sistemi complessi come disciplina indipendente, accanto alla fisica delle particelle e alla fisica classica.

24.3.2. Sensibilità alle condizioni iniziali e caos deterministico

Un sistema fisico **deterministico** è un sistema in cui, note le equazioni e le condizioni iniziali, l'evoluzione futura è univocamente determinata. La meccanica newtoniana è esemplare in questo senso: noti posizione e velocità di un corpo all'istante t_0 , e nota la forza, il moto a tutti i tempi successivi è determinato.

Per moltissimi sistemi però è verificata una proprietà sorprendente, detta **sensibilità alle condizioni iniziali**: piccolissime differenze nelle condizioni di partenza producono, dopo un tempo abbastanza lungo, traiettorie radicalmente diverse. Lo scarto fra due traiettorie inizialmente vicine cresce *esponenzialmente*:

$$|\Delta x(t)| \sim |\Delta x(0)| e^{\lambda t}$$

Adimensionale (in coordinate riscalate); il parametro $\lambda > 0$ è detto *esponente di Lyapunov*.

Per $\lambda > 0$ il sistema si dice **caotico**. La parola può trarre in inganno: i sistemi caotici sono perfettamente deterministici, e tuttavia previsioni a lungo termine sono impossibili in pratica. Per capire *quanto* a lungo, immaginiamo di misurare le condizioni iniziali con precisione $\Delta x(0) = 1 \times 10^{-6}$; se $\lambda = 1/s$ basta un intervallo $t \approx 14s$ perché lo scarto raggiunga 1 (cioè cresca di un fattore 10^6). Aumentare la precisione iniziale di un fattore 10 guadagna solo $\ln 10 \approx 2.3$ unità di tempo: la dipendenza dalla precisione è *logaritmica*.

Le traiettorie di un sistema caotico, pur essendo deterministiche e imprevedibili, hanno una struttura geometrica nello spazio delle fasi: si distribuiscono attorno a un insieme detto **attrattore strano**, che è un oggetto frattale (di dimensione non intera). Caos non significa quindi totale disordine, ma *ordine complesso* che non si lascia ridurre a una formula chiusa.

Attenzione!

Caos non è casualità. Un sistema caotico è ben distinto da un sistema casuale: le sue equazioni sono completamente deterministiche, prive di “rumore”. La casualità apparente nasce dall’amplificazione esponenziale di incertezze *minime* sulle condizioni iniziali. Casualità e caos si distinguono guardando le statistiche delle traiettorie e la loro struttura frattale.

24.3.3. Esempi: pendolo doppio, atmosfera, ecosistemi

Pendolo doppio. Un pendolo semplice (capitolo 11) è regolare: oscilla in modo periodico, isocrono, prevedibile. Basta però appendere un secondo pendolo al primo (figura 24.2) perché il sistema, pur descritto da equazioni deterministiche, diventi caotico per ampiezze non piccole. I due angoli θ_1, θ_2 evolvono in modo tale che traiettorie partite da configurazioni iniziali quasi identiche divergono dopo pochi secondi.

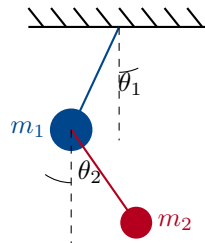


Figura 24.2: Pendolo doppio: una massa m_1 appesa a un primo filo, e una seconda massa m_2 appesa al primo pendolo tramite un secondo filo. Le equazioni del moto sono deterministiche, ma per ampiezze moderate il sistema è caotico: traiettorie partite da configurazioni iniziali quasi identiche divergono in pochi secondi.

Atmosfera e modello di Lorenz. Nel 1963, lo studio di un modello semplificato della convezione atmosferica condusse Edward Lorenz a tre equazioni differenziali ordinarie (le **equazioni di Lorenz**):

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \quad \frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y, \quad \frac{dz}{dt} = xy - \beta z,$$

con parametri di controllo σ, ρ, β (tipicamente $\sigma = 10, \rho = 28, \beta = 8/3$). Le tre variabili x, y, z (adimensionali, riscalate rispetto alle quantità fisiche convettive originali) descrivono lo stato istantaneo della convezione. Per i parametri standard, le soluzioni si avvolgono in modo erratico attorno a un attrattore strano dalla forma a doppia spira (il famoso “**attrattore di Lorenz**” a forma di farfalla). Lorenz osservò che riavviando il calcolo con condizioni iniziali approssimate al sesto decimale invece che al nono, la soluzione, identica per un po’, divergeva drammaticamente in tempi del modello equivalenti a poche settimane atmosferiche. Da qui l’aforisma sulla farfalla, e l’idea che la previsione meteorologica a lungo termine è intrinsecamente limitata.

Ecosistemi: preda-predatore. Il modello di Lotka-Volterra descrive la dinamica di una popolazione di prede (x , ad es. lepri) e di predatori (y , ad es. linci):

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta x y, \quad \frac{dy}{dt} = \delta x y - \gamma y.$$

Senza predatori, le prede crescono esponenzialmente (αx); senza prede, i predatori si estinguono ($-\gamma y$); l’interazione ($\pm \beta xy, \delta xy$) regola le due popolazioni. Il sistema ammette soluzioni oscillanti (“cicli predatore-preda”), come quelle effettivamente osservate nei dati storici delle compagnie pellicciere canadesi sulle linci e le lepri. Aggiungendo termini di competizione fra prede, o stagionalità, il sistema può divenire caotico.

Mappa logistica e modello di Hénon. Anche in tempo *discreto* compaiono comportamenti caotici. La **mappa logistica**

$$x_{n+1} = r x_n (1 - x_n), \quad 0 \leq x_n \leq 1,$$

con r parametro positivo, esibisce, al variare di r da 0 a 4, una sequenza spettacolare di comportamenti: punto fisso stabile, oscillazioni di periodo 2, periodo 4, 8, ..., fino a una “cascata di raddoppi di periodo” che culmina, intorno a $r \approx 3.5699$, nel caos. La **mappa di Hénon**, $x_{n+1} = 1 - a x_n^2 + y_n, y_{n+1} = b x_n$, è un altro modello classico di caos discreto, con il suo elegante attrattore frattale.

24.4. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l’AI](#)

Esempio 24.1

Divergenza esponenziale e orizzonte di prevedibilità Supponiamo che l’esponente di Lyapunov di un sistema caotico valga $\lambda = 0.5/\text{s}$. Conosciamo le condizioni iniziali con un’incertezza relativa $\Delta x_0 = 1 \times 10^{-6}$. Dopo quanto tempo l’incertezza sulla traiettoria predetta diventa dell’ordine dell’unità (cioè la previsione perde di senso)?

Impostazione.

$$\Delta x(t) \approx \Delta x_0 e^{\lambda t}.$$

Imponiamo $\Delta x(t) \approx 1$:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{1}{\Delta x_0} \right).$$

Sostituzione numerica.

$$t = \frac{1}{0.5/\text{s}} \cdot \ln \left(\frac{1}{1 \times 10^{-6}} \right) = 2 \text{ s} \cdot \ln(1 \times 10^6) \approx 2 \text{ s} \cdot 13.8 \approx 27.6 \text{ s}.$$

Notiamo che, raffinando di un fattore 1000 la precisione iniziale (cioè $\Delta x_0 = 1 \times 10^{-9}$), il guadagno è $t' = (1/\lambda) \ln(1 \times 10^9) \approx 41.4 \text{ s}$: solo 14 s in più. Il prezzo per spingere in avanti l'orizzonte di prevedibilità cresce *logaritmicamente* con la precisione iniziale.

Esempio 24.2

Iterazioni della mappa logistica Consideriamo la mappa $x_{n+1} = r x_n(1 - x_n)$ con $r = 3.2$ e condizione iniziale $x_0 = 0.4$.

Calcolo a mano dei primi termini.

$$x_1 = 3.2 \cdot 0.4 \cdot 0.6 = 0.768,$$

$$x_2 = 3.2 \cdot 0.768 \cdot 0.232 \approx 0.570,$$

$$x_3 = 3.2 \cdot 0.570 \cdot 0.430 \approx 0.784,$$

$$x_4 \approx 3.2 \cdot 0.784 \cdot 0.216 \approx 0.542,$$

$$x_5 \approx 3.2 \cdot 0.542 \cdot 0.458 \approx 0.795.$$

La sequenza non converge a un punto fisso: oscilla fra due valori (≈ 0.55 e ≈ 0.79). È il regime di *periodo 2*. Per r poco più grande il regime diventa di periodo 4, poi 8, e così via, fino a entrare nel caos per $r \gtrsim 3.57$.

Esempio 24.3

Stima del numero di iterazioni prima della divergenza Due simulazioni della stessa mappa caotica partono da x_0 e $x_0 + \varepsilon$ con $\varepsilon = 10^{-9}$. L'esponente di Lyapunov medio è $\lambda \approx \ln 2 \approx 0.69$ per iterazione (caso tipico). Dopo quante iterazioni la differenza diventa dell'ordine dell'unità?

Calcolo. $\varepsilon e^{\lambda n} \approx 1 \implies n \approx \ln(1/\varepsilon)/\lambda = \ln(10^9)/\ln 2 \approx 9 \cdot 2.303/0.693 \approx 30$ iterazioni.

24.5. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 24.1

1. Spiega con parole tue, con almeno tre esempi non citati nel capitolo, che cosa si intende per *auto-organizzazione* in fisica. Indica per ogni esempio se si tratta di un sistema all'equilibrio o lontano dall'equilibrio. [risposta libera]
2. Discuti la differenza fra una struttura di equilibrio (esempio: un cristallo di sale) e

una struttura dissipativa (esempio: una cella convettiva nell'atmosfera). Cosa succede a ciascuna se si interrompe il flusso di energia? [risposta libera]

3. Un sistema caotico ha esponente di Lyapunov $\lambda = 0.20/\text{s}$. L'incertezza iniziale è $\Delta x_0 = 10^{-4}$. Dopo quanto tempo l'incertezza raggiunge l'unità? Quale precisione iniziale sarebbe necessaria per spingere l'orizzonte di prevedibilità a 2 min? [$t \approx 46 \text{ s}$; $\Delta x_0 \approx 10^{-11}$]
4. Itera la mappa logistica $x_{n+1} = r x_n(1 - x_n)$ con $r = 2.5$ e $x_0 = 0.1$ per almeno 10 passi. Verifica che la sequenza converge a un valore fisso. Confronta con il valore teorico del punto fisso non banale, $x^* = 1 - 1/r$. [convergenza a $x^* = 0.6$]
5. Stesso esercizio, con $r = 3.5$. Cosa osservi? Si tratta di un punto fisso, di un'oscillazione periodica o di caos? [oscillazione di periodo 4]
6. Nel modello di Lotka-Volterra, cosa succede se le condizioni iniziali sono $x_0 = 0$ (niente prede) oppure $y_0 = 0$ (niente predatori)? In quale dei due casi la popolazione rimasta cresce esponenzialmente, e in quale si estingue? [niente prede $\rightarrow$ predatori si estinguono; niente predatori $\rightarrow$ prede crescono esponenzialmente]
7. Spiega perché la previsione meteorologica perde affidabilità dopo circa 10 day e perché il problema non si risolve semplicemente aumentando la potenza di calcolo. Suggerimento: ragiona in termini di Lyapunov e di precisione delle misure iniziali nella rete osservativa globale. [risposta libera]
8. Un fenomeno emergente (es. temperatura di un gas) può essere “ridotto” alla descrizione microscopica delle sue componenti? In che senso sì e in che senso no? Argomenta usando l'esempio della temperatura in termodinamica statistica. [risposta libera]

24.6. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Riduzionismo vs emergenza — Il riduzionismo è il programma che spiega le proprietà di un sistema a partire dalle sue componenti. L'*emergenza* è il fatto, complementare, che a ogni livello di organizzazione compaiono proprietà nuove non immediatamente riducibili a quelle del livello inferiore (P. W. Anderson, “*More is different*”, 1972). I due punti di vista non si escludono ma si integrano.

Auto-organizzazione — Comportamento collettivo coerente prodotto da regole *locali* fra le componenti, senza controllo centrale e senza che la configurazione finale sia codificata nelle componenti. Esempi: stormi (modello *boids* di Reynolds), banchi di pesci, formicai, onde di traffico, dune, increspature. Tipicamente richiede sistemi *lontani dall'equilibrio* (flusso di energia attraverso il sistema).

Strutture dissipative (Prigogine) — Configurazioni ordinate mantenute da un flusso continuo di energia o materia. Si distinguono dalle strutture di equilibrio (cristalli) perché

spariscono se si interrompe il flusso. Esempi: celle di Bénard, reazione di Belousov-Zhabotinsky, circolazione atmosferica, fenomeni biologici.

Fenomeno emergente — Proprietà del sistema considerato nel suo insieme, non attribuibile a una singola componente. Esempi: temperatura, pressione, magnetismo, bagnatura, vita, coscienza.

Caos deterministico — Comportamento estremamente sensibile alle condizioni iniziali in sistemi descritti da equazioni *deterministiche*. Differenze fra traiettorie crescono esponenzialmente: $|\Delta x(t)| \sim |\Delta x(0)| e^{\lambda t}$, con esponente di Lyapunov $\lambda > 0$. L'orizzonte di prevedibilità cresce solo *logaritmicamente* con la precisione iniziale. Caos $\neq$ casualità.

Attrattore strano — Insieme nello spazio delle fasi a cui le traiettorie di un sistema caotico tendono a lungo termine. Tipicamente ha struttura frattale (dimensione non intera).

Esempi paradigmatici di caos — Pendolo doppio (oscillazioni non lineari accoppiate); equazioni di Lorenz (modello semplificato di convezione atmosferica, attrattore a farfalla); modelli preda-predatore (Lotka-Volterra con estensioni); mappa logistica $x_{n+1} = r x_n(1 - x_n)$ con cascate di biforcazioni; mappa di Hénon.

Conseguenze pratiche — Limite intrinseco della previsione meteorologica (la “farfalla” di Lorenz), modelli matematici di ecosistemi e mercati finanziari, comprensione delle transizioni di fase lontano dall'equilibrio, fondamenti teorici per la neuroscienza, la biologia dei sistemi, l'epidemiologia.

Capitolo 25

Fisica e temi contemporanei

[WEB \(Materiali vari\)](#)

“La Natura non è classica, accidenti; e se vuoi farne una simulazione, è meglio costruirla in modo quantomeccanico.”

— Richard P. Feynman, conferenza “Simulating Physics with Computers”, 1982

 [Studia questo capitolo con l'AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Frontiere della fisica](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

-  [\[IT\] Frontiere della fisica moderna](#)
-  [\[EN\] Frontiere della Ricerca Fisica Moderna](#)
-  [\[FR\] Fisica moderna](#)
-  [\[ES\] Frontiere della Ricerca Fisica Moderna](#)

25.1. Introduzione motivazionale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

I capitoli precedenti hanno presentato la fisica come edificio storicamente consolidato: meccanica, termodinamica, elettromagnetismo, relatività, meccanica quantistica, eccetera. In questo capitolo conclusivo cambia prospettiva: non più “che cosa c’è nei libri”, ma “che cosa la fisica sta dicendo, oggi, ai grandi problemi del nostro tempo”.

Tre temi, molto diversi fra loro, sono il nostro filo conduttore:

1. l'**intelligenza artificiale**, dove la meccanica statistica fornisce sia un linguaggio (energia libera, funzioni di partizione) sia modelli concreti (reti di Hopfield, macchine di Boltzmann) per descrivere l'apprendimento automatico;
2. la **fisica del clima**, in cui il bilancio radiativo terrestre, l'effetto serra e i meccanismi di retroazione offrono la cornice quantitativa per comprendere il riscaldamento globale e le politiche per mitigarlo;
3. il **calcolo quantistico**, dove la sovrapposizione di stati e l'entanglement — nozioni squisitamente quantistiche — diventano risorse per una nuova generazione di tecnologie di calcolo, simulazione e crittografia.

In tutti e tre i casi vedremo all'opera una sola idea-guida: la fisica, anziché essere una disciplina chiusa, fornisce idee, linguaggi e strumenti che si trasferiscono a contesti apparentemente lontani, dalla biologia alla scienza dei dati. È un buon modo di chiudere il corso e di lasciare aperte molte porte.

Attenzione!

Sul tono di questo capitolo. Come il capitolo precedente (cap. 24), anche questo è prevalentemente *qualitativo*: la sua funzione è introduttiva e panoramica, non sistematica. Le formule sono poche e funzionali: quando compaiono, conservano la convenzione delle unità SI sotto la riga della formula, ma l'enfasi è sui concetti.

25.2. Fisica e intelligenza artificiale

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

L'**intelligenza artificiale** (IA) moderna — in particolare l'*apprendimento automatico* basato su *reti neurali profonde* — ha conosciuto un'accelerazione spettacolare nell'ultimo decennio. Pochi sanno che molti dei concetti matematici che ne sono al cuore sono stati introdotti, decenni prima, da fisici della materia condensata.

25.2.1. Meccanica statistica e apprendimento automatico

Il **modello di Ising** (1925) descrive un reticolo di spin $s_i \in \{-1, +1\}$ con interazioni fra primi vicini. L'energia di una configurazione $\{s_i\}$ è

$$E(\{s_i\}) = - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} s_i s_j - \sum_i h_i s_i,$$

dove J_{ij} è la forza dell'accoppiamento fra gli spin i e j , e h_i rappresenta un eventuale campo esterno. A temperatura T , la probabilità di osservare la configurazione $\{s_i\}$ è data dalla distribuzione di Boltzmann (cap. 20):

$$P(\{s_i\}) = \frac{e^{-E(\{s_i\})/(k_B T)}}{Z}, \quad Z = \sum_{\{s_i\}} e^{-E(\{s_i\})/(k_B T)}.$$

Z è la **funzione di partizione**; da essa si ricavano tutte le grandezze macroscopiche.

Nel 1982 John Hopfield, fisico, propose di vedere una rete neurale binaria come un modello di Ising in cui i “pesi” J_{ij} codificano la *memoria* di pattern da riconoscere. Le configurazioni di minima energia diventano gli stati “ricordo”; applicando regole di aggiornamento stocastiche basate sulla distribuzione di Boltzmann (**macchine di Boltzmann**, Hinton e Sejnowski, 1985), la rete impara a generare e classificare dati. Per queste idee Hopfield e Hinton hanno ricevuto il premio Nobel per la fisica nel 2024.

In termini moderni, addestrare una rete neurale equivale a **minimizzare un'energia libera** (loss function) sullo spazio dei parametri. Il linguaggio della meccanica statistica (*energia libera, entropia, transizioni di fase*) non è solo un'analogia: è uno strumento operativo per capire quando una rete generalizza bene, quando sovra-adatta, quando ha un “punto critico” di apprendimento.

25.2.2. Reti neurali e analogie con sistemi fisici

Una **rete neurale artificiale** è un insieme di unità elementari (*neuroni*) organizzate a strati. Ciascun neurone calcola una somma pesata degli input e applica una funzione non lineare (la *funzione di attivazione*):

$$y = \sigma \left(\sum_j w_j x_j + b \right),$$

con pesi w_j , bias b e attivazione σ (es. sigmoide $\sigma(z) = 1/(1 + e^{-z})$, ReLU $\sigma(z) = \max(0, z)$).

Diverse analogie fisiche:

- **Strati come gradi di libertà.** Ogni strato della rete è un insieme di variabili che codifica una rappresentazione intermedia dell'input. La crescente profondità delle reti moderne (decine o centinaia di strati) equivale a strati gerarchici di descrizione del dato, come nella fisica della materia condensata.
- **Backpropagation come discesa del gradiente.** L'addestramento aggiorna i pesi nella direzione opposta al gradiente della funzione di perdita $\mathcal{L}(\mathbf{w})$: $\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} - \eta \nabla \mathcal{L}$. Si tratta della stessa idea della *discesa del gradiente* usata in fisica per cercare minimi locali di energia, ma su un paesaggio ad altissima dimensione (milioni o miliardi di parametri).

- **Paesaggio energetico complesso.** Il paesaggio della loss in una rete profonda assomiglia a quello di un *vetro di spin*: molti minimi locali, valli e selle. Tecniche fisiche (simulated annealing, repliche, transizioni di fase) trovano applicazione concreta nello studio della dinamica di apprendimento.

Attenzione!

Limiti dell'analogia L'analogia rete neurale $\leftrightarrow$ sistema fisico è preziosa ma non assoluta. Una rete neurale non ha una temperatura fisica né una vera energia libera: sono *costruzioni formali* che funzionano molto bene per certi modelli (Hopfield, Boltzmann) e molto meno per altri (le reti convoluzionali profonde di oggi non sono direttamente riconducibili a un modello statistico semplice).

25.2.3. Validazione dei modelli scientifici nell'era dell'IA

L'uso pervasivo dell'IA nelle scienze sperimentali (fisica delle particelle, astrofisica, biologia molecolare, climatologia) pone problemi metodologici nuovi.

- **Riproducibilità.** Un modello con miliardi di parametri, addestrato su dataset enormi, è un oggetto complicato da condividere e riprodurre. La scienza tradizionale richiede che un risultato sia *ripetibile* da altri gruppi indipendentemente: per i modelli IA significa pubblicare codice, pesi, e dati — standard non sempre rispettato.
- **Black box e interpretabilità.** Una rete neurale profonda può prevedere accuratamente un fenomeno senza che si sappia *perché*. Per la scienza, dove la *spiegazione* ha valore epistemico almeno pari alla previsione, questo è un nuovo problema. Sono attivi filoni di ricerca su “IA spiegabile” (XAI) e su modelli più trasparenti.
- **Validazione tramite esperimenti.** I modelli IA in fisica non sostituiscono l'esperimento: ogni previsione importante deve essere comunque verificata sperimentalmente. L'IA accelera l'esplorazione dello spazio delle ipotesi, ma il giudizio finale resta della natura.
- **Etica della scienza.** Generazione di immagini false, fabbricazione di dati, plagio aiutato dall'IA: tutti problemi nuovi che richiedono linee guida deontologiche chiare per la pratica scientifica.

25.2.4. IA e gestione dell'informazione scientifica

L'impatto dell'IA si manifesta anche nella *logistica* della scienza:

- **Database scientifici e ricerca bibliografica.** Motori di ricerca basati su modelli linguistici (LLM) permettono di interrogare la letteratura scientifica in linguaggio naturale, con risultati promettenti ma anche con “allucinazioni” (riferimenti inventati).
- **Peer review e pubblicazione.** L'uso di LLM per scrivere o rivedere articoli ha aperto un dibattito etico: molte riviste richiedono dichiarazioni esplicite.
- **Plagio e accuratezza.** Gli LLM facilitano il plagio e creano testi plausibili ma talvolta non veri. L'individuazione di contenuti generati automaticamente è un nuovo problema tecnico e sociale.

- **Cambiamenti nei processi scientifici.** Dalla scoperta automatica di proteine (Alpha-Fold) alla progettazione di esperimenti, l'IA ridisegna la pratica della ricerca; il ruolo dello scienziato si sposta dalla produzione manuale di dati al *disegno* e *interpretazione* di un ciclo in larga parte automatizzato.

25.3. Fisica del clima

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

25.3.1. Trasferimento radiativo nel sistema sole-terra-atmosfera

Il bilancio energetico medio del pianeta è governato, in prima approssimazione, da un equilibrio fra energia radiante in ingresso (dal Sole) e in uscita (dalla Terra). La **costante solare** è la potenza per unità di superficie che raggiunge la Terra a livello dell'orbita, perpendicolarmente alla radiazione:

$$S_0 \approx 1361 \text{ W/m}^2$$

Unità SI: $[S_0] = \text{W/m}^2$.

La Terra intercetta questa radiazione su una sezione $\pi R_\oplus^2$ ma la ridistribuisce su tutta la superficie $4\pi R_\oplus^2$: il flusso medio “visto” dal pianeta vale dunque $S_0/4 \approx 340 \text{ W/m}^2$.

Una parte di questa radiazione viene riflessa dal pianeta verso lo spazio: questa frazione si chiama **albedo**.

Definizione 25.1 — Albedo

L'**albedo** α è la frazione della radiazione incidente che un corpo riflette:

$$\alpha = \frac{P_{\text{riflessa}}}{P_{\text{incidente}}}$$

Adimensionale; $0 \leq \alpha \leq 1$.

Per la Terra, $\alpha_\oplus \approx 0.30$ (un terzo della radiazione solare viene riflessa, soprattutto da nuvole e ghiacci). Per la Luna, $\alpha \approx 0.12$; per Venere, $\alpha \approx 0.77$.

Trascurando per ora l'atmosfera, in equilibrio radiativo la Terra emette tanta energia quanta ne assorbe. Usando la legge di Stefan-Boltzmann ($P/A = \sigma T^4$, con $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$), si ottiene la **temperatura di equilibrio**:

$$(1 - \alpha) \frac{S_0}{4} = \sigma T_{\text{eq}}^4 \implies T_{\text{eq}} = \left[\frac{(1 - \alpha) S_0}{4 \sigma} \right]^{1/4}.$$

Numericamente, $T_{\text{eq}} \approx 255 \text{ K}$ (cioè -18°C). La temperatura media reale della superficie terrestre è invece $T_s \approx 288 \text{ K}$ (15°C), circa 33 K *in più* del valore di equilibrio puramente radiativo: la differenza è dovuta all'**effetto serra naturale**, dovuto principalmente al vapore acqueo, all'anidride carbonica e ad altri gas serra nell'atmosfera.

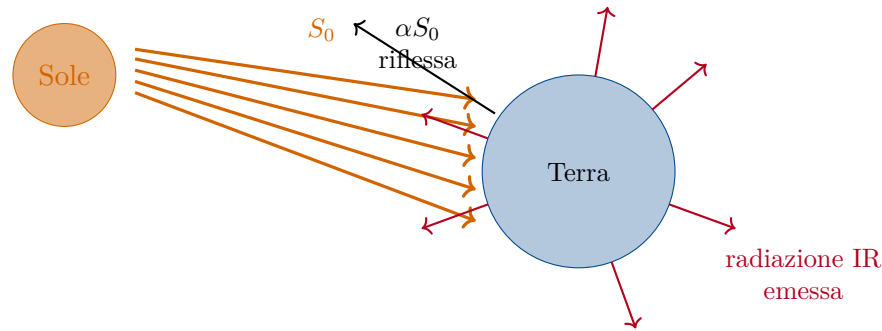


Figura 25.1: Bilancio radiativo schematico Sole-Terra. Una frazione αS_0 della radiazione solare incidente viene riflessa (albedo); la parte rimanente, assorbita, è bilanciata dall'emissione infrarossa della Terra come corpo (quasi) nero, secondo la legge di Stefan-Boltzmann.

25.3.2. Effetto serra e cambiamento climatico

L'**effetto serra** è il meccanismo per cui certi gas atmosferici (*gas serra*) sono trasparenti alla luce visibile (in arrivo dal Sole) ma assorbono efficacemente la radiazione infrarossa (in uscita dalla Terra). Il risultato netto è che parte del calore emesso dalla superficie viene re-irradiato verso il basso, alzando la temperatura superficiale.

I principali gas serra naturali sono:

- **Vapore acqueo** (H_2O): il gas serra dominante in massa, fortemente variabile nello spazio e nel tempo.
- **Anidride carbonica** (CO_2): ben mescolata nell'atmosfera, vita lunga ($\sim$ secoli).
- **Metano** (CH_4): vita media ~ 12 anni, ma assorbe l'IR molto più efficientemente di CO_2 .
- **Ossido nitroso** (N_2O), **ozono** (O_3) e altri.

Effetto serra antropogenico. Le attività umane (combustione di combustibili fossili, deforestazione, agricoltura e allevamento) hanno aumentato sensibilmente le concentrazioni di alcuni gas serra:

- CO_2 : da ~ 280 ppm preindustriale (1750) a ~ 420 ppm oggi (2024). Aumento del $\sim 50\%$.
- CH_4 : da ~ 0.72 ppm a ~ 1.93 ppm (più che raddoppiato).

La temperatura media globale (terra + oceani) è aumentata di $\Delta T \approx 1.1\text{ K}$ dalla media del periodo 1850–1900. Lo squilibrio energetico radiativo associato è stimato in $\sim 1\text{ W/m}^2$.

Retroazioni climatiche. Il sistema climatico ha molti meccanismi di feedback che possono amplificare (positivi) o smorzare (negativi) un riscaldamento iniziale:

- *Albedo dei ghiacci* (positiva): meno ghiacci $\rightarrow$ minore albedo $\rightarrow$ più radiazione assorbita $\rightarrow$ ulteriore riscaldamento.
- *Vapore acqueo* (positiva): più caldo $\rightarrow$ più vapore in atmosfera $\rightarrow$ più effetto serra.
- *Nuvole* (in parte positiva, in parte negativa): ancora la principale incertezza nei modelli climatici.
- *Solubilità della CO_2 negli oceani* (positiva): oceani più caldi rilasciano CO_2 .

Conseguenze rilevate e proiettate:

- innalzamento del livello del mare (~ 20 cm dal 1900, in accelerazione);
- riduzione della massa dei ghiacci polari e dei ghiacciai montani;
- modifica della frequenza e intensità di eventi estremi (ondate di calore, precipitazioni intense, siccità);
- modifiche degli ecosistemi (spostamento delle fasce climatiche verso i poli e in quota).

25.3.3. Fattori che determinano il clima terrestre

A scala locale e regionale, il clima è governato da molti fattori geografici e astronomici:

- **Latitudine.** L'angolo di incidenza dei raggi solari diminuisce verso i poli: meno energia per unità di superficie, clima più freddo.
- **Altitudine.** La pressione e la densità dell'aria diminuiscono con l'altezza, e la temperatura nella troposfera decresce di circa 6.5 K/km (*gradiente termico verticale*).
- **Distanza dai mari.** L'acqua ha grande capacità termica, mitiga le escursioni: i climi marittimi sono più miti rispetto ai continentali.
- **Correnti oceaniche.** La Corrente del Golfo trasporta calore dai Caraibi al Nord Atlantico, mitigando l'Europa nord-occidentale. La circolazione termoalina globale gioca un ruolo cruciale.
- **Vegetazione e suoli.** Foreste e praterie influenzano evapotraspirazione, albedo, cicli di carbonio.
- **Attività solare.** Variabilità della radiazione solare (cicli di 11 anni e oltre) influisce, ma di poco, sul clima globale: il contributo è di un ordine di grandezza inferiore a quello dei gas serra antropogenici.
- **Cicli astronomici di Milankovitch.** Le variazioni quasi-periodiche di eccentricità ($\sim 100\,000$ anni), obliquità ($\sim 41\,000$ anni) e precessione ($\sim 26\,000$ anni) dell'orbita terrestre modulano l'insolazione e sono responsabili dei grandi cicli glaciali-interglaciali del Quaternario.

25.4. Calcolo quantistico

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Negli anni '80, Feynman intuì che simulare in modo efficiente un sistema quantistico macroscopico è praticamente impossibile per un calcolatore classico (lo spazio degli stati cresce esponenzialmente con il numero di particelle). La sua proposta: per simulare la natura quantistica, costruire un *calcolatore quantistico*, cioè un dispositivo che usi direttamente le leggi della meccanica quantistica per il calcolo.

25.4.1. Introduzione concettuale al calcolo quantistico

Un calcolatore classico opera su *bit*: ciascun bit assume uno dei due valori $\{0, 1\}$. Un calcolatore quantistico opera su **qubit**: ciascuno è un sistema quantistico a due stati che, oltre a $|0\rangle$ e $|1\rangle$, può trovarsi in un'arbitraria *sovrapposizione*.

Il vero punto di forza non è il singolo qubit ma il loro *insieme*: un sistema di n qubit ha uno spazio degli stati di dimensione 2^n , e una sola operazione quantistica può trasformare *tutti* questi stati contemporaneamente. Per $n = 60$, $2^n \approx 1.15 \times 10^{18}$: un parallelismo ineguagliabile da qualsiasi calcolatore classico.

Vantaggio quantistico è il termine moderno per indicare che un calcolatore quantistico risolve un dato problema in modo asintoticamente più efficiente di qualunque algoritmo classico noto. Esempi paradigmatici:

- **Algoritmo di Shor (1994)**. Fattorizza un numero intero di n cifre in tempo polinomiale; gli algoritmi classici migliori richiedono tempo sub-esponenziale. Conseguenza: rompe la crittografia RSA, alla base della sicurezza internet attuale.
- **Algoritmo di Grover (1996)**. Cerca un elemento in una lista non ordinata di N elementi in tempo $\sqrt{N}$ invece di N . Speedup quadratico, non esponenziale, ma applicabile a moltissimi problemi.

Quantum supremacy. Nel 2019 Google annunciò di aver compiuto, con un processore quantistico a 53 qubit (Sycamore), un calcolo specifico (campionamento di circuiti casuali) in 200 s, mentre un supercomputer classico avrebbe impiegato, secondo le stime, $\sim 10\,000$ anni. È stato il primo annuncio di *quantum supremacy*, sebbene su un compito di scarsa utilità pratica. Annunci analoghi sono seguiti negli anni successivi da altri gruppi.

25.4.2. Qubit, sovrapposizione, entanglement

Lo stato generico di un qubit si scrive come

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

Adimensionali; $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

dove $|\alpha|^2$ è la probabilità di trovare il qubit nello stato $|0\rangle$ se misurato, $|\beta|^2$ la probabilità di trovarlo in $|1\rangle$. La normalizzazione $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ garantisce che le probabilità sommino a uno.

Misura e collasso. Quando un qubit in sovrapposizione viene misurato, il risultato è *sempre* uno dei due valori classici, 0 o 1. Dopo la misura, lo stato del qubit “collapsa” nello stato classico misurato: una nuova misura immediatamente successiva darà lo stesso risultato. La misura distrugge la sovrapposizione: *non* possiamo leggere α e β direttamente.

Entanglement. Due qubit possono trovarsi in stati **intrecciati** (*entangled*) per cui la loro descrizione non si fattorizza in quella dei singoli qubit. Esempio: lo stato di Bell

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle).$$

Se misuriamo il primo qubit e otteniamo 0, immediatamente sappiamo che il secondo darà anch'esso 0 se misurato. La correlazione è istantanea anche se i due qubit sono separati da una grande distanza. Questo effetto, controintuitivo, fu evidenziato nel celebre “paradosso EPR” (Einstein-Podolsky-Rosen, 1935) e confermato sperimentalmente da Aspect (1982): è una proprietà reale della natura, e una risorsa per il calcolo quantistico (Nobel per la fisica 2022 ad Aspect, Clauser, Zeilinger).

25.4.3. Prospettive applicative

Quali tecnologie cambieranno con il calcolo quantistico?

- **Crittografia post-quantistica.** L'algoritmo di Shor minaccia gli schemi crittografici a chiave pubblica oggi più diffusi (RSA, ECC). Sono in corso intensi sforzi (NIST, in particolare) per standardizzare nuovi schemi *post-quantistici*, basati su problemi matematici (lattices, codici) resistenti anche a un calcolatore quantistico.
- **Simulazione di sistemi quantistici.** È l'applicazione originaria proposta da Feynman: simulare materiali, molecole, reazioni chimiche complesse, di cui oggi non sappiamo prevedere accuratamente le proprietà da primi principi. Avrebbe ricadute enormi in chimica (catalizzatori, farmaci) e fisica della materia (nuovi superconduttori).
- **Ottimizzazione.** Problemi NP-difficili come il commesso viaggiatore, allocazione di risorse, design industriale: i calcolatori quantistici (specie i quantum annealer di D-Wave, o gli algoritmi QAOA) potrebbero offrire speedup pratici, anche senza un vantaggio asintotico dimostrato.
- **Apprendimento automatico quantistico (QML).** Combina reti neurali e circuiti quantistici. Resta da capire dove davvero offra vantaggi: i risultati teorici sono incoraggianti, quelli pratici ancora preliminari.

Stato dell'arte (anni 2020). I calcolatori quantistici attuali — IBM, Google, IonQ, Rigetti, e altri — raggiungono qualche centinaio di qubit fisici. Il *rumore* (decoerenza, errori di gate) è ancora alto: per ottenere un singolo *qubit logico* a tolleranza di errore servono ~ 100 – 1000 qubit fisici, e qubit logici nell'ordine delle centinaia di migliaia sarebbero richiesti per eseguire Shor su chiavi RSA realistiche. La sfida tecnologica è enorme; le risorse dedicate (industria, accademia, governi) anche.

25.5. Esempi svolti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esempio 25.1

Temperatura di equilibrio della Terra senza atmosfera. Calcoliamo la temperatura di equilibrio radiativo della Terra assumendo costante solare $S_0 = 1361 \text{ W/m}^2$ e albedo $\alpha = 0.30$.

Impostazione. L'energia assorbita per unità di superficie del pianeta è $(1 - \alpha) S_0/4$ (sezione πR^2 su superficie $4\pi R^2$). L'energia emessa per unità di superficie come corpo

nero è σT^4 . In equilibrio:

$$T_{\text{eq}} = \left[\frac{(1 - \alpha) S_0}{4\sigma} \right]^{1/4}.$$

Sostituzione numerica.

$$T_{\text{eq}} = \left[\frac{0.70 \cdot 1361}{4 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8}} \right]^{1/4} \text{ K}.$$

Calcolando il rapporto sotto radice quarta: $0.70 \cdot 1361 / (4 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8}) \approx 4.20 \cdot 10^9 \text{ K}^4$, da cui

$$T_{\text{eq}} \approx (4.20 \cdot 10^9)^{1/4} \text{ K} \approx 255 \text{ K}.$$

Cioè -18°C : 33 K più bassa di quella reale. L'effetto serra naturale è quindi responsabile dell'ospitalità del pianeta.

Esempio 25.2

Numero di stati di un sistema di qubit Quanti stati indipendenti rappresenta un registro quantistico di $n = 60$ qubit? Confrontalo con il numero di atomi in un grammo di idrogeno ($\sim 6 \times 10^{23}$).

Calcolo. Lo spazio degli stati è $2^n = 2^{60} \approx 1.15 \times 10^{18}$. La capacità di rappresentazione di 60 qubit, espressa come vettore complesso in dimensione 1.15×10^{18} , è circa 500 000 volte inferiore al numero di atomi in un grammo di idrogeno — ma la stessa identica operazione quantistica può manipolare tutti questi $\sim 10^{18}$ “stati paralleli” contemporaneamente, mentre un calcolatore classico, anche parallelizzato con miliardi di processori, opera su un solo stato alla volta.

Esempio 25.3

Probabilità di misura in sovrapposizione Un qubit è nello stato $|\psi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle + \frac{1}{2}|1\rangle$. Verifica la normalizzazione e calcola le probabilità di misurare 0 o 1.

Verifica. $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = (\sqrt{3}/2)^2 + (1/2)^2 = 3/4 + 1/4 = 1$.

Probabilità. $P(0) = |\alpha|^2 = 3/4 = 75\%$; $P(1) = |\beta|^2 = 1/4 = 25\%$.

Se ripetessimo l'esperimento (preparazione + misura) un gran numero di volte, troveremmo il qubit in $|0\rangle$ circa nel 75% dei casi e in $|1\rangle$ nel restante 25%.

25.6. Esercizi proposti

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Esercizio 25.1

1. Spiega con parole tue perché si dice che una rete neurale artificiale “apprende” minimizzando un'energia. Indica almeno tre concetti di meccanica statistica trasferiti all'apprendimento automatico. [risposta libera]
2. Discuti il problema della “black box” nei modelli di IA applicati alla scienza. È

accettabile, in fisica, prevedere senza spiegare? Argomenta indicando vantaggi e limiti del ricorso a modelli non interpretabili. [risposta libera]

3. Ricalcola la temperatura di equilibrio radiativo della Terra assumendo un'albedo $\alpha = 0.40$ (per esempio in uno scenario di estesa copertura nevosa). Quanto si discosta dal valore con $\alpha = 0.30$? [$T_{eq} \approx 246 \text{ K}$; $\approx -9 \text{ K}$ rispetto al valore standard]
4. Sapendo che la concentrazione di CO_2 è passata da 280 ppm preindustriali a 420 ppm odierne, calcola l'aumento percentuale. La forzante radiativa approssimata è $\Delta F \approx 5.35 \ln(C/C_0) \text{ W/m}^2$, dove C è la concentrazione attuale e C_0 quella preindustriale: calcola ΔF . [aumento $\approx 50 \%$; $\Delta F \approx 2.16 \text{ W/m}^2$]
5. Elenca quattro feedback climatici, classificandoli come positivi (amplificanti) o negativi (smorzanti). Per ciascuno, spiega in due righe il meccanismo. [risposta libera]
6. Un calcolatore classico può rappresentare lo stato di un sistema di n qubit usando 2^n numeri complessi (vettori d'onda). Quanti gigabyte servirebbero per memorizzare lo stato di un sistema di $n = 40$ qubit a doppia precisione (16 byte per numero complesso)? [$\sim 1.76 \times 10^{13} \text{ byte} \approx 17.6 \text{ TB}$]
7. Considera lo stato di Bell $|\Phi^+\rangle = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$. Quale è la probabilità di trovare il primo qubit in $|0\rangle$? E condizionata a quel risultato, quale è la probabilità di trovare il secondo qubit in $|0\rangle$? [$P_1(0) = 1/2$; $P_2(0 | \text{primo} = 0) = 1$]
8. Un qubit è in stato $|\psi\rangle = (1/\sqrt{2})(|0\rangle + |1\rangle)$. Calcola le probabilità di misurare 0 e 1 e indica lo stato dopo la misura in ciascun caso. [$P(0) = P(1) = 1/2$; lo stato collassa a $|0\rangle$ o $|1\rangle$]
9. Spiega perché la rottura della crittografia RSA da parte di un calcolatore quantistico maturo è un problema strategico ai giorni nostri (anche se la tecnologia non è ancora disponibile). Suggerimento: pensa ai dati cifrati oggi e intercettati ora. [risposta libera]
10. Riassumi in cinque punti il legame fra le idee della meccanica statistica (cap. 20) e il funzionamento di una macchina di Boltzmann. [risposta libera]

25.7. Riepilogo del capitolo

 [quiz e materiali con l'AI](#)

Riepilogo

Fisica e intelligenza artificiale — Reti neurali e apprendimento automatico hanno radici profonde nella meccanica statistica: il modello di Ising, le reti di Hopfield e le macchine di Boltzmann sono ponti diretti fra le due discipline. Addestrare una rete equivale a minimizzare un'energia libera in uno spazio di parametri ad altissima dimensione (backpropagation come gradient descent). Nobel per la fisica 2024 a Hopfield e Hinton per questi contributi. L'uso dell'IA in scienza pone problemi di riproducibilità, interpretabilità,

validazione ed etica.

Fisica del clima — Il bilancio radiativo Sole-Terra è governato dalla costante solare ($S_0 \approx 1361 \text{ W/m}^2$), dall'albedo planetaria ($\alpha \approx 0.30$) e dall'emissione infrarossa secondo Stefan-Boltzmann. Senza atmosfera, la temperatura d'equilibrio sarebbe $\sim 255 \text{ K}$; l'effetto serra naturale (vapore acqueo, CO_2 , CH_4) la porta a $\sim 288 \text{ K}$. L'aumento antropogenico dei gas serra (CO_2 da 280 a 420 ppm) ha aumentato la temperatura media globale di $\sim 1.1 \text{ K}$ dal periodo preindustriale. Le retroazioni (albedo dei ghiacci, vapore acqueo, nuvole, oceani) amplificano o smorzano il segnale. Fattori climatici locali: latitudine, altitudine, mari, correnti, vegetazione, cicli astronomici di Milankovitch.

Calcolo quantistico — Un *qubit* è un sistema quantistico a due stati, in sovrapposizione $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ con $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. La misura proietta il qubit su $|0\rangle$ o $|1\rangle$ con probabilità $|\alpha|^2$ e $|\beta|^2$. Sistemi di più qubit possono trovarsi in stati *entangled* (es. stato di Bell), con correlazioni che non hanno analogo classico. Algoritmi quantistici notevoli: Shor (fattorizzazione, minaccia RSA), Grover (ricerca, speedup quadratico). Quantum supremacy annunciata nel 2019 (Google Sycamore). Applicazioni: crittografia post-quantistica, simulazione di materiali e molecole, ottimizzazione, machine learning quantistico.

Filo conduttore — In tutti e tre i temi, la fisica fornisce idee e linguaggi (energia, entropia, equilibrio, sovrapposizione) che si trasferiscono in contesti tecnologici e sociali di urgente attualità. Il corso si chiude su questa osservazione: la fisica non è un edificio chiuso, ma uno *strumento culturale* per leggere e affrontare il mondo contemporaneo.

Capitolo 26

Statica ed equilibrio dei corpi rigidi

[WEB \(Materiali sul capitolo\)](#)

[Materiali](#)

“Datemi un punto d’appoggio e solleverò il mondo.”

— Archimede (attr.)

 [Studia questo capitolo con l’AI: quiz, esercizi e altro](#) 

 [Ripassa con le flashcard](#) 

 [Esercizi auto-generati](#) 

 [Sorgente di questo capitolo](#) 

 [Esercizi del prof. De Capoa](#) 

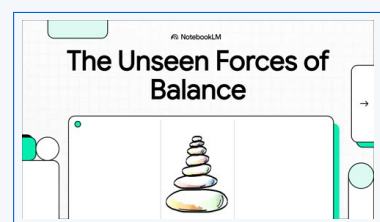
Video overview — panoramiche NotebookLM (clic per riprodurre)



[04 Equilibrio dei Solidi 2](#)

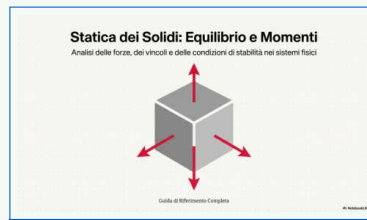


[04 Equilibrio dei Solidi](#)



[04 fisica statica video](#)

Presentazioni — slide NotebookLM (clic per aprire il PDF)



[Equilibrio dei solidi](#)

Audio overview — podcast NotebookLM (clic per ascoltare)

- [\[IT\] Equilibrio solidi](#)
- [\[IT\] Equilibrio dei solidi](#)
- [\[IT\] Podcast vettori equilibrio](#)
- [\[IT\] Vettori Forze e il Segreto dell Equilibrio Le...](#)
- [\[EN\] Equilibrio e Momenti nei Solidi](#)
- [\[FR\] Fisica statica](#)
- [\[ES\] Equilibrio solidi](#)

Introduzione

Finora abbiamo studiato l'equilibrio del *punto materiale* (cap. 6): un corpo è in equilibrio quando la risultante delle forze che agiscono su di esso è nulla. Questa condizione è necessaria, ma per un corpo *esteso* non è più sufficiente.

Immaginiamo di applicare a un'asta due forze uguali e opposte, ma su punti diversi: la risultante è nulla, eppure l'asta comincia a ruotare. La porta di casa ne è l'esempio quotidiano: la stessa spinta apre la porta con facilità se applicata lontano dai cardini, mentre è quasi inefficace se applicata vicino ad essi. Non conta dunque solo *quanto* si spinge, ma anche *dove*.

In questo capitolo introdurremo la grandezza che misura la capacità di una forza di far ruotare un corpo — il **momento di una forza** — e scriveremo le due condizioni che governano l'equilibrio dei corpi rigidi. Vedremo poi come questi principi spieghino il funzionamento delle leve, la stabilità di una scala appoggiata al muro e il concetto di baricentro.

26.1. Il corpo rigido e il momento di una forza

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

26.1.1. Il modello di corpo rigido

Definizione 26.1 — Corpo rigido

Un **corpo rigido** è un corpo esteso ideale le cui parti mantengono inalterate le mutue distanze, qualunque siano le forze applicate. È cioè un corpo indeformabile.

A differenza del punto materiale, un corpo rigido può non solo *traslare* ma anche *ruotare*. Per questo, accanto all'effetto traslatorio di una forza (descritto dalla seconda legge di Newton) dobbiamo considerarne l'effetto rotatorio.

26.1.2. Momento di una forza

Consideriamo un corpo che può ruotare attorno a un punto fisso O (il *polo*, o asse di rotazione). Applichiamo una forza $\vec{F}$ in un punto P del corpo.

Definizione 26.2 — Braccio di una forza

Il **braccio** b di una forza rispetto al polo O è la distanza fra O e la retta d'azione della forza, misurata lungo la perpendicolare a tale retta.

Definizione 26.3 — Momento di una forza

Il **momento** $\vec{M}$ della forza $\vec{F}$ rispetto al polo O è il vettore

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F},$$

dove $\vec{r}$ è il vettore che va da O al punto di applicazione P . Il suo modulo vale

$$M = r F \sin \alpha = b F,$$

con α angolo fra $\vec{r}$ e $\vec{F}$ e $b = r \sin \alpha$ il braccio.

Nel Sistema Internazionale il momento di una forza si misura in newton per metro, N m (da non confondere con il joule, che è anch'esso N m ma misura un'energia: il momento non è un lavoro).

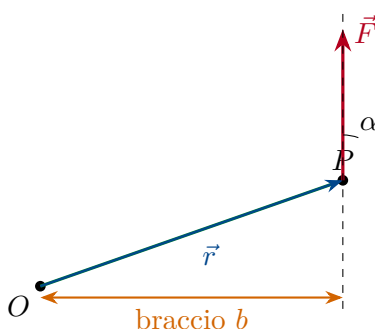


Figura 26.1: Momento della forza $\vec{F}$ rispetto al polo O : il braccio b è la distanza fra O e la retta d'azione della forza.

Nota

Il momento è massimo quando la forza è perpendicolare a $\vec{r}$ ($\alpha = 90^\circ$, quindi $b = r$) ed è nullo quando la forza è diretta lungo $\vec{r}$ ($\alpha = 0$, quindi $b = 0$): una forza la cui retta d'azione passa per il polo non produce alcuna rotazione.

26.1.3. Segno del momento e coppia di forze

Nei problemi piani conviene trattare il momento come una grandezza scalare con segno: positivo se tende a far ruotare il corpo in senso antiorario, negativo in senso orario (convenzione, da fissare all'inizio di ogni problema).

Definizione 26.4 — Coppia di forze

Una **coppia** è un sistema di due forze parallele, di uguale modulo e verso opposto, applicate in punti diversi. La risultante di una coppia è nulla, ma il suo momento non lo è: vale

$$M = F d,$$

dove d è la distanza fra le due rette d'azione (braccio della coppia). Una coppia produce quindi pura rotazione, senza traslazione.

26.2. Le condizioni di equilibrio del corpo rigido

 [quiz e materiali con l'AI](#)
 [flashcard del paragrafo](#)

Perché un corpo rigido resti in equilibrio (né trasla né ruota) devono annullarsi sia la risultante delle forze sia la risultante dei momenti.

Legge 26.1 — Condizioni di equilibrio del corpo rigido

Un corpo rigido inizialmente in quiete è in equilibrio se e solo se:

1. la risultante delle forze applicate è nulla (equilibrio alla traslazione);
2. la risultante dei momenti delle forze, calcolati rispetto a un qualunque polo, è nulla (equilibrio alla rotazione).

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \text{e} \quad \sum_i \vec{M}_i = \vec{0}.$$

Attenzione!

Se la prima condizione è soddisfatta (risultante delle forze nulla), il momento risultante *non dipende dalla scelta del polo*. Conviene allora scegliere come polo il punto in cui agisce la forza incognita che non interessa: il suo momento si annulla e l'equazione si semplifica.

Procedura — Risoluzione di un problema di statica del corpo rigido

1. Disegnare il diagramma di corpo libero, con tutte le forze e i loro punti di applicazione.
2. Scegliere assi x, y e il verso positivo delle rotazioni.
3. Scrivere le due equazioni di equilibrio alla traslazione: $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$.
4. Scegliere un polo conveniente e scrivere l'equazione di equilibrio alla rotazione: $\sum M = 0$.

5. Risolvere il sistema algebricamente; sostituire i numeri solo alla fine e verificarne la plausibilità.

26.3. Le leve

[quiz e materiali con l'AI](#)
[flashcard del paragrafo](#)

La leva è la più antica e diffusa applicazione del momento di una forza: una sbarra rigida che può ruotare attorno a un punto fisso, il **fulcro**. Su di essa agiscono la forza *resistente* F_r (da vincere) e la forza *motrice* F_m (applicata da noi), con bracci rispettivi b_r e b_m .

Legge 26.2 — Legge della leva

Una leva è in equilibrio quando i momenti della forza motrice e della forza resistente, rispetto al fulcro, sono uguali e opposti:

$$F_m b_m = F_r b_r.$$

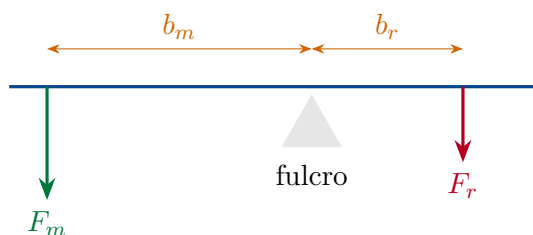


Figura 26.2: Leva di primo genere: il fulcro è fra la forza motrice e la forza resistente. All'equilibrio $F_m b_m = F_r b_r$.

Quando $b_m > b_r$ la leva è *vantaggiosa* (basta una forza motrice minore della resistente); quando $b_m < b_r$ è *svantaggiosa*; quando $b_m = b_r$ è *indifferente*. Le leve si classificano in tre generi a seconda della posizione reciproca di fulcro, resistenza e potenza.

26.4. Baricentro e tipi di equilibrio

[quiz e materiali con l'AI](#)
[flashcard del paragrafo](#)

Definizione 26.5 — Baricentro

Il **baricentro** (o centro di gravità) di un corpo è il punto di applicazione della forza-peso risultante. Per un corpo omogeneo coincide con il centro geometrico.

Un corpo appoggiato è in equilibrio finché la verticale condotta dal baricentro cade dentro la sua *base d'appoggio*. Distinguiamo tre tipi di equilibrio, a seconda di come reagisce il corpo a una piccola perturbazione:

- **stabile**: spostato di poco, il corpo tende a tornare nella posizione iniziale (il baricentro si alza);

- **instabile:** spostato di poco, il corpo se ne allontana (il baricentro si abbassa);
- **indifferente:** spostato di poco, il corpo resta in equilibrio nella nuova posizione (il baricentro resta alla stessa quota).

26.5. Esempi svolti

Esempio 26.1 — Asse in equilibrio su un fulcro

Un'asse rigida e omogenea, di lunghezza $L = 3.0$ m e massa $m = 12$ kg, è appoggiata su un fulcro posto a 1.0 m dall'estremo sinistro. All'estremo sinistro è appeso un peso di massa $m_1 = 20$ kg. Quale massa m_2 va appesa all'estremo destro per mantenere l'asse in equilibrio orizzontale? Assumere $g = 9.81$ m/s².

Soluzione

DCL. Sull'asse agiscono: il peso m_1g all'estremo sinistro (braccio 1.0 m a sinistra del fulcro), il peso proprio mg applicato nel baricentro (centro dell'asse, a 0.5 m a destra del fulcro), il peso m_2g all'estremo destro (braccio $L - 1.0$ m = 2.0 m a destra), e la reazione del fulcro (momento nullo se scegliamo il fulcro come polo).

Algebra. Scegliamo il fulcro come polo e i momenti antiorari positivi. Il peso a sinistra fa ruotare in senso antiorario; i pesi a destra in senso orario. L'equilibrio alla rotazione impone

$$m_1g b_1 - mg b - m_2g b_2 = 0,$$

da cui, semplificando g ,

$$m_2 = \frac{m_1 b_1 - m b}{b_2}.$$

Sostituzione.

$$m_2 = \frac{20 \text{ kg} \cdot 1.0 \text{ m} - 12 \text{ kg} \cdot 0.5 \text{ m}}{2.0 \text{ m}} = \frac{14 \text{ kg m}}{2.0 \text{ m}} = 7.0 \text{ kg}.$$

Verifica di plausibilità. La massa a destra (7.0 kg) è minore di quella a sinistra (20 kg): coerente, perché agisce con un braccio doppio e perché anche il peso proprio dell'asse contribuisce a far ruotare verso destra. Coerente.

Esempio 26.2 — Scala appoggiata a una parete liscia

Una scala omogenea di massa $m = 15$ kg e lunghezza L è appoggiata a una parete verticale liscia (attrito trascurabile) e poggia su un pavimento scabro. La scala forma un angolo $\theta = 60^\circ$ con il pavimento. Determinare la reazione N_P della parete. Assumere $g = 9.81$ m/s².

Soluzione

DCL. Forze sulla scala: il peso mg nel baricentro (a metà scala), la reazione del pavimento (verticale N_S e attrito orizzontale A), la reazione della parete liscia N_P (solo orizzontale, perché senza attrito).

Algebra. Scegliamo come polo il punto d'appoggio a terra: si annullano i momenti di N_S e A . Il peso ha braccio $\frac{L}{2} \cos \theta$, la reazione della parete ha braccio $L \sin \theta$. L'equilibrio alla rotazione dà

$$N_P L \sin \theta - mg \frac{L}{2} \cos \theta = 0 \implies N_P = \frac{mg}{2} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{mg}{2 \tan \theta}.$$

La lunghezza L si semplifica: il risultato non dipende dalla lunghezza della scala.

Sostituzione.

$$N_P = \frac{15 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2}{2 \tan 60^\circ} = \frac{147 \text{ N}}{2 \cdot 1.732} \approx 42 \text{ N}.$$

Verifica di plausibilità. La reazione della parete (42 N) è ben minore del peso della scala (147 N): tanto più la scala è ripida (angolo grande), tanto minore è la spinta contro la parete. Coerente.

26.6. Esercizi proposti**Esercizio 26.1**

1. Una forza di 25 N è applicata perpendicolarmente all'estremità di una chiave inglese lunga 20 cm. Calcola il momento rispetto al bullone. [R: 5.0 N m]
2. Su un'altalena (leva di primo genere) un bambino di 30 kg siede a 1.5 m dal fulcro. A quale distanza dal fulcro deve sedersi un adulto di 75 kg per equilibrarlo? [R: 0.60 m]
3. Un'asta omogenea di massa 8.0 kg e lunghezza 2.0 m è incernierata a una parete e tenuta orizzontale da un cavo che forma 30° con l'asta, agganciato all'estremo libero. Determina la tensione del cavo.
4. Spiega, usando il concetto di baricentro e di base d'appoggio, perché è più difficile restare in equilibrio su una gamba sola che su due.
5. Una coppia di forze di modulo 12 N ciascuna agisce su un volante; le rette d'azione distano 35 cm. Calcola il momento della coppia.

Riepilogo

- Per un **corpo rigido** l'annullarsi della risultante delle forze non basta a garantire l'equilibrio: occorre anche che si annulli la risultante dei momenti.
- Il **momento di una forza** rispetto a un polo O è $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, di modulo $M = b F$, dove b è il braccio (distanza fra O e la retta d'azione); si misura in N m.
- Una **coppia** di forze ha risultante nulla ma momento $M = F d$: produce pura rotazione.

- Le **due condizioni di equilibrio** sono $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$ e $\sum \vec{M}_i = \vec{0}$; scelto bene il polo, l'equazione dei momenti elimina le forze incognite indesiderate.
- La **leva** è in equilibrio quando $F_m b_m = F_r b_r$; è vantaggiosa se $b_m > b_r$.
- Un corpo è in equilibrio finché la verticale per il **baricentro** cade nella base d'appoggio; l'equilibrio è stabile, instabile o indifferente a seconda di come varia la quota del baricentro a seguito di una piccola perturbazione.

Formulario di Fisica

1. Grandezze e misure

Incertezza relativa

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x}{x}$$

Incertezza percentuale

$$\varepsilon\% = \varepsilon_r \times 100\%$$

Propagazione somma/differenza

$$\Delta z = \Delta x + \Delta y$$

Propagazione prodotto/quotiente

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$$

2. Cinematica

Velocità media

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

Accelerazione media

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

MRU — Moto rettilineo uniforme

$$s = s_0 + v t$$

MRUA — Leggi orarie

$$v = v_0 + a t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 a (s - s_0)$$

Caduta libera ($a = g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$)

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad v = g t$$

Moto parabolico

$$x = v_{0x} t$$

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{Gittata: } G = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

Moto circolare uniforme

$$v = \omega r \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

3. Dinamica

Secondo principio ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$)

$$F_{\text{ris}} = m a$$

Forza peso

$$F_P = m g$$

Forza di attrito

$$F_a = \mu_d N \quad (\text{dinamico})$$

$$F_{a,\text{max}} = \mu_s N \quad (\text{statico})$$

Forza elastica (Hooke)

$$F = -k x$$

Piano inclinato (angolo θ)

$$F_{\parallel} = m g \sin \theta \quad F_{\perp} = m g \cos \theta$$

Forza centripeta

$$F_c = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r$$

4. Lavoro, Energia, Potenza**Lavoro di una forza costante**

$$L = F s \cos \theta = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

Energia cinetica

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

Teorema lavoro-energia

$$L_{\text{tot}} = \Delta E_k$$

Energia potenziale gravitazionale

$$E_{pg} = m g h$$

Energia potenziale elastica

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$$

Conservazione dell'energia meccanica

$$E_k + E_p = \text{cost}$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

Potenza media

$$P = \frac{L}{\Delta t} = F v \cos \theta$$

Rendimento

$$\eta = \frac{L_{\text{utile}}}{L_{\text{totale}}} \times 100\%$$

5. Quantità di moto e urti**Quantità di moto**

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Impulso

$$\vec{J} = \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

Conservazione della q.d.m.

$$\vec{p}_{\text{tot, i}} = \vec{p}_{\text{tot, f}}$$

Urto elastico (1D)

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Urto completamente anelastico

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

6. Gravitazione**Legge di gravitazione universale**

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2})$$

Accelerazione di gravità a quota h

$$g(h) = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

Velocità orbitale

$$v_{\text{orb}} = \sqrt{\frac{G M}{r}}$$

Terza legge di Keplero

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G M} = \text{cost}$$

7. Fluidi**Pressione**

$$p = \frac{F}{A} \quad [\text{Pa} = \text{N/m}^2]$$

Legge di Stevino

$$p = p_0 + \rho g h$$

Principio di Archimede

$$F_A = \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{immerso}}$$

Equazione di continuità

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Teorema di Bernoulli

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{cost}$$

Costanti Fisiche Fondamentali

I valori riportati sono quelli raccomandati dal CODATA 2022 (<https://physics.nist.gov/cuu/Constants/>).

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Meccanica e gravitazione			
Accelerazione di gravità (livello del mare)	g	9,80665	m/s ²
Costante di gravitazione universale	G	$6,674 \times 10^{-11}$	N m ² /kg ²
Massa della Terra	M_T	$5,972 \times 10^{24}$	kg
Raggio medio della Terra	R_T	$6,371 \times 10^6$	m
Massa del Sole	M_S	$1,989 \times 10^{30}$	kg
Distanza Terra–Sole (1 UA)	d_{TS}	$1,496 \times 10^{11}$	m
Termodinamica			
Costante universale dei gas	R	8,314	J/(mol K)
Costante di Boltzmann	k_B	$1,380 \times 10^{-23}$	J/K
Numero di Avogadro	N_A	$6,022 \times 10^{23}$	mol ⁻¹
Temperatura dello zero assoluto	—	-273,15	°C
Elettromagnetismo			
Velocità della luce nel vuoto	c	$2,998 \times 10^8$	m/s
Costante di Coulomb	k_e	$8,988 \times 10^9$	N m ² /C ²
Permittività elettrica del vuoto	ε_0	$8,854 \times 10^{-12}$	F/m
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	H/m
Carica elementare	e	$1,602 \times 10^{-19}$	C
Massa dell'elettrone	m_e	$9,109 \times 10^{-31}$	kg
Massa del protone	m_p	$1,673 \times 10^{-27}$	kg
Massa del neutrone	m_n	$1,675 \times 10^{-27}$	kg
Meccanica quantistica			
Costante di Planck	h	$6,626 \times 10^{-34}$	J s
Costante di Planck ridotta	$\hbar = h/2\pi$	$1,055 \times 10^{-34}$	J s

Nota sulle unità: il sistema di riferimento usato è il SI (Sistema Internazionale). Per le conversioni più comuni consultare l'appendice 26.6.

Simboli, Unità di Misura e Conversioni

Le sette grandezze fondamentali del SI

Grandezza	Simbolo	Unità SI	Simbolo unità
Lunghezza	ℓ, s, r	metro	m
Massa	m, M	chilogrammo	kg
Tempo	t, T	secondo	s
Corrente elettrica	I	ampere	A
Temperatura termodinamica	T	kelvin	K
Quantità di sostanza	n	mole	mol
Intensità luminosa	I_v	candela	cd

Prefissi del SI

Prefisso	Simbolo	Fattore numerico	Potenza di 10
tera	T	1 000 000 000 000	10^{12}
giga	G	1 000 000 000	10^9
mega	M	1 000 000	10^6
kilo	k	1 000	10^3
hecto	h	100	10^2
deca	da	10	10^1
(base)	—	1	10^0
deci	d	0,1	10^{-1}
centi	c	0,01	10^{-2}
milli	m	0,001	10^{-3}
micro	μ	0,000 001	10^{-6}
nano	n	—	10^{-9}
pico	p	—	10^{-12}
femto	f	—	10^{-15}

Grandezze derivate e loro unità SI

Grandezza	Simb.	Unità	Simb. unità	In unità base
Velocità	v	metro al secondo	m/s	m s^{-1}
Accelerazione	a	metro al secondo ²	m/s^2	m s^{-2}
Forza	F	newton	N	kg m s^{-2}
Lavoro / Energia	L, E	joule	J	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
Potenza	P	watt	W	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$
Pressione	p	pascal	Pa	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$
Frequenza	f	hertz	Hz	s^{-1}
Carica elettrica	q	coulomb	C	A s
Tensione elettrica	V	volt	V	$\text{kg m}^2 \text{A}^{-1} \text{s}^{-3}$
Resistenza	R	ohm	Ω	$\text{kg m}^2 \text{A}^{-2} \text{s}^{-3}$
Capacità elettrica	C	farad	F	$\text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{A}^2 \text{s}^4$
Induttanza	L	henry	H	$\text{kg m}^2 \text{A}^{-2} \text{s}^{-2}$
Temperatura (°C)	θ	grado Celsius	°C	$T[\text{K}] - 273,15$

Conversioni di unità più usate

Lunghezza

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \quad 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m} \quad 1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m} \quad 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$$

Velocità

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 0.278 \text{ m/s} \quad 1 \text{ m/s} = 3.6 \text{ km/h}$$

Regola rapida: per passare da km/h a m/s, dividi per 3,6.

Tempo

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s} \quad 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \quad 1 \text{ d} = 86\,400 \text{ s} \quad 1 \text{ a} \approx 3.156 \times 10^7 \text{ s}$$

Massa

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} \quad 1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg} \quad 1 \text{ mg} = 10^{-6} \text{ kg}$$

Temperatura

$$T[\text{K}] = \theta[^\circ\text{C}] + 273,15 \quad \theta[^\circ\text{C}] = T[\text{K}] - 273,15$$

Energia

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J} \quad 1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J} \quad 1 \text{ cal} \approx 4.186 \text{ J}$$

Pressione

$$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa} \quad 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} \quad 1 \text{ mmHg} = 133.3 \text{ Pa}$$

Indice incrociato

Questa appendice raccoglie tre viste sull'indice del libro: per *area* tematica, per *classe* scolastica del curriculum del liceo scientifico, e per *numero* di capitolo nell'ordine in cui il libro è stampato.

Lo stato di ogni capitolo è indicato con ✓ (capitolo scritto) oppure con □ (capitolo ancora da scrivere, in fase di scaffold).

Totale capitoli inclusi nel libro: 26 — scritti: 26 — stub: 0. Generato il 22/05/2026.

Per area tematica

Matematica per la fisica (1/1)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
000	0	1	1 ^a	Matematica per la fisica	✓

Grandezze e misure (1/1)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
001	1	8	1 ^a	Grandezze fisiche e misure	✓

Meccanica (7/7)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
002	2	15	1 ^a	Vettori e operazioni vettoriali	✓
003	3	27	1 ^a	Cinematica del punto materiale	✓
006	6	68	2 ^a	Dinamica del punto materiale	✓
008	8	96	3 ^a	Lavoro ed energia	✓
009	9	112	3 ^a	Quantità di moto urti e momento angolare	✓
010	10	124	4 ^a	Meccanica dei fluidi	✓
013	13	169	3 ^a	Gravitazione	✓

Ottica (1/1)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
004	4	41	2 ^a	Ottica geometrica	✓

Termologia e termodinamica (3/3)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
005	5	56	2 ^a	Termologia: temperatura ed equilibrio termico	✓
012	12	150	4 ^a	Termodinamica	✓
020	20	254	5 ^a	Termodinamica statistica	✓

Relatività (2/2)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
007	7	83	3 ^a	Relatività galileiana	✓
019	19	241	5 ^a	Relatività ristretta	✓

Oscillazioni e onde meccaniche (1/1)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
011	11	137	4 ^a	Oscillazioni e onde meccaniche	✓

Elettromagnetismo (5/5)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
014	14	180	5 ^a	Elettrostatica e campo elettrico	✓
015	15	196	5 ^a	Corrente elettrica e circuiti	✓
016	16	207	5 ^a	Magnetismo	✓
017	17	218	5 ^a	Induzione elettromagnetica	✓
018	18	229	5 ^a	Onde elettromagnetiche	✓

Fisica moderna (2/2)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
021	21	275	5 ^a	Crisi della fisica classica e nascita della meccanica quantistica	✓
022	22	288	5 ^a	Fisica atomica e nucleare	✓

Astrofisica e cosmologia (1/1)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
023	23	304	5 ^a	Astrofisica e cosmologia	✓

Temi contemporanei (2/2)

Codice	Cap.	Pag.	Cl.	Titolo	St.
024	24	314	5 ^a	Sistemi complessi e fenomeni emergenti	✓
025	25	323	5 ^a	Fisica e temi contemporanei	✓

Per classe scolastica**Classe 1^a — Prima (4/4)**

Codice	Cap.	Pag.	Area	Titolo	St.
000	0	1	matematica-per-fisica	Matematica per la fisica	✓
001	1	8	grandezze-e-misure	Grandezze fisiche e misure	✓
002	2	15	meccanica	Vettori e operazioni vettoriali	✓
003	3	27	meccanica	Cinematica del punto materiale	✓

Classe 2^a — Seconda (3/3)

Codice	Cap.	Pag.	Area	Titolo	St.
004	4	41	ottica	Ottica geometrica	✓
005	5	56	termologia-termodinamica	Termologia: temperatura ed equilibrio termico	✓
006	6	68	meccanica	Dinamica del punto materiale	✓

Classe 3^a — Terza (4/4)

Codice	Cap.	Pag.	Area	Titolo	St.
007	7	83	relativita	Relatività galileiana	✓
008	8	96	meccanica	Lavoro ed energia	✓
009	9	112	meccanica	Quantità di moto urti e momento angolare	✓
013	13	169	meccanica	Gravitazione	✓

Classe 4^a — Quarta (3/3)

Codice	Cap.	Pag.	Area	Titolo	St.
010	10	124	meccanica	Meccanica dei fluidi	✓
011	11	137	onde-meccaniche	Oscillazioni e onde meccaniche	✓

Codice	Cap.	Pag.	Area	Titolo	St.
012	12	150	termologia-termodinamica	Termodinamica	✓

Classe 5^a — Quinta (12/12)

Codice	Cap.	Pag.	Area	Titolo	St.
014	14	180	elettromagnetismo	Elettrostatica e campo elettrico	✓
015	15	196	elettromagnetismo	Corrente elettrica e circuiti	✓
016	16	207	elettromagnetismo	Magnetismo	✓
017	17	218	elettromagnetismo	Induzione elettromagnetica	✓
018	18	229	elettromagnetismo	Onde elettromagnetiche	✓
019	19	241	relativita	Relatività ristretta	✓
020	20	254	termologia-termodinamica	Termodinamica statistica	✓
021	21	275	fisica-moderna	Crisi della fisica classica e nascita della meccanica quantistica	✓
022	22	288	fisica-moderna	Fisica atomica e nucleare	✓
023	23	304	astrofisica-cosmologia	Astrofisica e cosmologia	✓
024	24	314	temi-contemporanei	Sistemi complessi e fenomeni emergenti	✓
025	25	323	temi-contemporanei	Fisica e temi contemporanei	✓

Per numero di capitolo (ordine del libro)

Cap.	Pag.	Codice	Cl.	Titolo	St.
0	1	000	1 ^a	Matematica per la fisica	✓
1	8	001	1 ^a	Grandezze fisiche e misure	✓
2	15	002	1 ^a	Vettori e operazioni vettoriali	✓
3	27	003	1 ^a	Cinematica del punto materiale	✓
4	41	004	2 ^a	Ottica geometrica	✓
5	56	005	2 ^a	Termologia: temperatura ed equilibrio termico	✓
6	68	006	2 ^a	Dinamica del punto materiale	✓
7	83	007	3 ^a	Relatività galileiana	✓
8	96	008	3 ^a	Lavoro ed energia	✓
9	112	009	3 ^a	Quantità di moto urti e momento angolare	✓
10	124	010	4 ^a	Meccanica dei fluidi	✓
11	137	011	4 ^a	Oscillazioni e onde meccaniche	✓
12	150	012	4 ^a	Termodinamica	✓
13	169	013	3 ^a	Gravitazione	✓
14	180	014	5 ^a	Elettrostatica e campo elettrico	✓
15	196	015	5 ^a	Corrente elettrica e circuiti	✓
16	207	016	5 ^a	Magnetismo	✓

Cap.	Pag.	Codice	Cl.	Titolo	St.
17	218	017	5 ^a	Induzione elettromagnetica	✓
18	229	018	5 ^a	Onde elettromagnetiche	✓
19	241	019	5 ^a	Relatività ristretta	✓
20	254	020	5 ^a	Termodinamica statistica	✓
21	275	021	5 ^a	Crisi della fisica classica e nascita della meccanica quantistica	✓
22	288	022	5 ^a	Fisica atomica e nucleare	✓
23	304	023	5 ^a	Astrofisica e cosmologia	✓
24	314	024	5 ^a	Sistemi complessi e fenomeni emergenti	✓
25	323	025	5 ^a	Fisica e temi contemporanei	✓

Indice analitico

- Accelerazione di gravità, **52**
Accelerazione media e istantanea, **47**
Accelerazione su piano inclinato liscio, **53**
Accuratezza e precisione, **20**
Albedo, **370**
Angolo limite, **66**
Assenza di monopoli magnetici, **244**
Attrito dinamico, **96**
Attrito statico, **96**
Auto-organizzazione (idea informale), **357**

Baricentro, **382**
Braccio di una forza, **380**

Calore, **182**
Calore specifico, **183**
Campo elettrico, **218**
Campo magnetico, **243**
Capacità termica, **183**
Caratteristiche di uno strumento, **19**
Cifre significative, **9, 18**
Classificazione degli urti, **142**
Composizione classica delle velocità, **110**
Condizione di Bohr per le transizioni, **333**
Condizione di equilibrio statico, **97**
Condizioni di equilibrio del corpo rigido, **381**
Conservazione del momento angolare, **146**
Conservazione dell'energia meccanica, **131**
Conservazione della quantità di moto, **140**
Contrazione delle lunghezze, **284**
Coppia di forze, **381**
Corpo rigido, **379**
Costante di gravitazione universale, **202**

Definizione operativa, **14**
Definizione operativa di temperatura, **78**
Densità, **151**

Dilatazione dei tempi, **283**

Effetto Compton, **321**
Elementi di un vettore, **32**
Elementi di uno specchio sferico, **63**
Energia cinetica, **125, 287**
Energia interna, **184**
Energia meccanica, **130**
Energia potenziale gravitazionale, **134, 206**
Energia totale dell'oscillatore armonico, **168**
Entropia, **192**
Enunciato di Clausius, **189**
Enunciato di Kelvin, **189**
Equazione dei punti coniugati, **67**
Equazione di continuità, **157**
Equazione di Einstein per l'effetto fotoelettrico, **321**
Equazioni di Maxwell (forma integrale), **260**
Equilibrio idrostatico stellare, **346**
Equilibrio termico, **80**
Equivalenza massa-energia, **287**
Errori sistematici e casuali, **20**

Fattore di Lorentz, **282**
Fenomeno emergente, **360**
Flusso (caso uniforme), **221**
Formula di Rydberg per l'idrogeno, **334**
Forza conservativa, **127**
Forza di Lorentz, **247**
Forza elettromotrice (f.e.m.), **231**
Forza magnetica su un conduttore, **248**
Forza-peso, **94, 210**

Gas ideale, **186**
Grandezza fisica, **14**
Grandezza scalare, **31**
Grandezza vettoriale, **31**

- Grandezze fondamentali e derivate, **15**
- Immagine reale e virtuale, **62**
- Impulso, **139**
- Incertezza relativa, **21**
- Indice di rifrazione, **64**, 267
- Ingrandimento lineare, **68**
- Intensità di corrente, **230**
- Intensità di un'onda EM, **270**
- Invarianza dell'accelerazione, **112**
- Invarianza della velocità della luce, **281**
- Ipotesi di de Broglie, **322**
- Lavoro di una forza costante, **121**
- Legge della leva, **382**
- Legge di Coulomb, **216**
- Legge di Faraday-Neumann, **255**
- Legge di gravitazione universale, **201**
- Legge di Hooke, **95**, 165
- Legge di Hubble (1929), **349**
- Legge di Kirchhoff, **318**
- Legge di Lenz, **256**
- Legge di Malus, **269**
- Legge di Stefan-Boltzmann, **318**
- Legge di Wien (spostamento), **318**
- Leggi della riflessione, **61**
- Leggi di Snell-Cartesio, **64**
- Lunghezza propria, **282**
- Macrostatto e microstatto, **300**
- Massa inerziale, **91**
- Massa molare, **294**
- Metodo sperimentale, **13**
- Mole, **294**
- Momento angolare, **145**
- Momento di una forza, 148, **380**
- Momento di una forza (torque), **145**
- Moto armonico, **54**
- Moto periodico, **54**
- Moto rettilineo uniforme, **48**
- Moto rettilineo uniformemente accelerato, **50**
- Notazione scientifica, **3**, **17**
- Periodo del pendolo semplice (piccole oscillazioni), **169**
- Periodo di un sistema massa-molla, **166**
- Periodo e frequenza, **167**
- Portata volumica, **157**
- Postulati della relatività ristretta, **281**
- Postulati di Bohr (1913), **331**
- Potenza dissipata per effetto Joule, **236**
- Potenza media e istantanea, **124**
- Potenziale elettrico, **224**
- Pressione, **152**
- Pressione idrostatica, **153**
- Prima legge di Keplero, **204**
- Prima legge di Newton (principio d'inerzia), **91**
- Prima legge di Ohm, **233**
- Primo principio della termodinamica, **185**
- Principio di Archimede, **155**
- Principio di equipartizione dell'energia, **303**
- Principio di esclusione di Pauli, **335**
- Principio di indeterminazione di Heisenberg, **323**
- Principio di Pascal, **154**
- Principio di propagazione rettilinea, **59**
- Principio di relatività galileiana, **106**
- Principio di sovrapposizione, **173**
- Principio zero della termodinamica, **80**
- Probabilità termodinamica di stato, **301**
- Prodotto scalare, **37**
- Prodotto vettoriale, **38**
- Punti coniugati, **67**
- Punto materiale, **44**
- Quantità di moto, **138**, 322
- Quantizzazione dell'energia (Planck, 1900), **319**
- Radiazione cosmica di fondo (CMB), **351**
- Raggio della traiettoria circolare, **248**
- Rapporto di trasformazione (trasformatore ideale), **258**
- Reazione vincolare normale, **94**
- Rendimento di una macchina termica, **190**
- Scala Celsius, **81**
- Scala Kelvin, **82**

Seconda legge di Keplero (legge delle aree),
204

Seconda legge di Newton, **91**

Seconda legge di Ohm, **234**

Secondo principio in termini di entropia, **192**

Sistema, ambiente, universo termodinamico,
181

Sistema di riferimento, **45**

Sistema di riferimento inerziale, **90, 106**

Sistema isolato, **140, 181**

Sistema termodinamico, **76, 194**

Somma di vettori per componenti, **36**

Sorgente puntiforme e raggio luminoso, **59**

Sorgenti luminose, **59**

Spostamento, **46**

Stato macroscopico, **76**

Tempo proprio, **282**

Teorema dell'impulso (o della quantità di mo-
to), **139**

Teorema delle forze vive, **126**

Teorema di Bernoulli, **158**

Teorema di Gauss per il campo elettrico, **221**

Termometro, **78**

Terza legge di Keplero, **205**

Terza legge di Newton (azione e reazione), **92**

Tipi di proporzionalità, **6**

Traiettoria, **45**

Trasformazione reversibile, **182**

Unità di massa atomica, **294**

Variabili di stato, **77**

Velocità di fuga, **207**

Velocità istantanea, **47**

Velocità media, **46**

Versore, **34**