

Guida allo Studio: Logica e Insiemi

Quiz di Autovalutazione

Rispondere alle seguenti domande con **risposte brevi** (2–3 frasi ciascuna) per verificare la comprensione dei concetti chiave.

1. Cos'è un **enunciato aperto**? Fornire un esempio.
2. Qual è il ruolo dell'**insieme universo** (o dominio) in relazione a un enunciato aperto?
3. Come si indica formalmente un enunciato aperto con una variabile e che significato ha tale notazione?
4. Definire l'**insieme di verità** di un enunciato aperto.
5. Dato un enunciato aperto ($A(x)$) e un insieme universo (U), a quale insieme appartengono i valori che rendono ($A(x)$) **falso**?

6. Quale operazione sugli insiemi corrisponde alla **negazione** di un enunciato aperto?
 7. Come si determina l'insieme di verità della **coniunzione** di due enunciati aperti ($A(x)$) e ($B(x)$)?
 8. Quale operazione insiemistica corrisponde alla **coniunzione logica**?
 9. Come si determina l'insieme di verità della **disgiunzione** di due enunciati aperti ($A(x)$) e ($B(x)$)?
 10. A quale operazione insiemistica corrisponde la **disgiunzione logica**?
-

Risposte al Quiz

1. Un **enunciato aperto** (o *predicato*) è un'affermazione che contiene una o più variabili. Il suo valore di verità non è determinabile finché non si assegna un valore alle variabili.
Esempio: « (x) è un numero negativo».

2. L'**insieme universo** (o dominio) è l'insieme da cui si scelgono i valori attribuibili alle variabili dell'enunciato aperto. È essenziale perché il valore di verità dell'enunciato dipende dai valori ammessi in tale insieme.
3. Un enunciato aperto si indica con una lettera maiuscola seguita dalla variabile tra parentesi, ad esempio $(A(x))$. Questa notazione indica che il valore di verità dell'enunciato dipende dal valore assegnato a (x) .
4. Dato un enunciato aperto $(A(x))$ e un insieme universo (U) , l'**insieme di verità** è il sottoinsieme di (U) formato da tutti gli elementi che rendono vero l'enunciato.
5. I valori che rendono falso l'enunciato appartengono al **complementare** dell'insieme di verità rispetto all'universo (U) .
6. La **negazione** di un enunciato aperto $(P(x))$ corrisponde all'operazione di **complementare** dell'insieme di verità.
L'insieme di verità di $(\neg P(x))$ è il

complementare dell'insieme di verità di $(P(x))$ in (U) .

7. L'insieme di verità della congiunzione $(A(x) \wedge B(x))$ è l'**intersezione** degli insiemi di verità di $(A(x))$ e $(B(x))$.
 8. La **congiunzione logica** (\wedge , “e”) corrisponde all'operazione di **intersezione** tra insiemi.
 9. L'insieme di verità della disgiunzione $(A(x) \vee B(x))$ è l'**unione** degli insiemi di verità dei due enunciati.
 10. La **disgiunzione logica** (\vee , “o”) corrisponde all'operazione di **unione** tra insiemi.
-

Domande per Saggi

1. Analizzare il legame tra un enunciato aperto, il suo insieme universo e il suo insieme di verità. Utilizzando l'esempio « (x) ha due cifre» con $(U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\})$, spiegare come questi tre elementi interagiscono nel determinare la verità dell'enunciato.

2. Descrivere la corrispondenza tra i principali **connettivi logici** (negazione, congiunzione, disgiunzione) e le **operazioni insiemistiche** (complementare, intersezione, unione).

In che modo i diagrammi di **Eulero–Venn** aiutano a visualizzare tali relazioni?

3. Perché non è possibile stabilire se un enunciato come «(a) è minore di (b)» sia vero o falso senza ulteriori informazioni?

Quali dati sono necessari e per quale motivo?

4. Spiegare il concetto di **insieme complementare** nel contesto degli enunciati aperti.

Considerando $(P(x))$: «(x) è positivo» nell'universo $(U = \mathbb{Z})$, descrivere l'insieme di verità di $(P(x))$ e quello della sua negazione.

5. Confrontare **congiunzione** e **disgiunzione** in logica.

In che modo gli insiemi di verità, ottenuti

tramite intersezione e unione, riflettono il significato di “e” e “o”?

Glossario dei Termini Chiave

Termine	Definizione
Enunciato aperto (Predicato)	Enunciato che contiene una o più variabili e il cui valore di verità dipende dai valori assegnati a tali variabili.
Insieme universo (Dominio)	Insieme di riferimento da cui si scelgono i valori attribuibili alle variabili di un enunciato aperto.
Variabile	Simbolo (es. (x), (y), (a)) che rappresenta un elemento generico dell'insieme universo.
Insieme di verità	Sottoinsieme dell'universo formato dagli elementi che rendono vero un enunciato aperto.

Termine	Definizione
Negazione	Operazione logica che inverte il valore di verità di un enunciato.
Complementare	Insieme degli elementi dell'universo che non appartengono a un dato sottoinsieme.
Congiunzione	Operazione logica (\wedge , "e") vera solo se entrambi gli enunciati sono veri.
Intersezione	Operazione insiemistica che seleziona gli elementi comuni a due insiemi.
Disgiunzione	Operazione logica (\vee , "o") vera se almeno uno degli enunciati è vero.
Unione	Operazione insiemistica che raccoglie gli elementi appartenenti ad almeno uno dei due insiemi.